

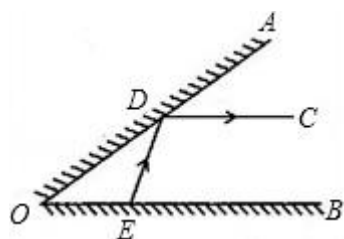
2016 年山东省枣庄市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均计零分。

1. (3 分) 下列计算，正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^2 = 2a^2$ B. $a^2 + a^2 = a^4$ C. $(-a^2)^2 = a^4$ D. $(a+1)^2 = a^2 + 1$

2. (3 分) 如图， $\angle AOB$ 的一边 OA 为平面镜， $\angle AOB = 37^\circ 36'$ ，在 OB 上有一点 E ，从 E 点射出一束光线经 OA 上一点 D 反射，反射光线 DC 恰好与 OB 平行，则 $\angle DEB$ 的度数是 ()



A. $75^\circ 36'$ B. $75^\circ 12'$ C. $74^\circ 36'$ D. $74^\circ 12'$

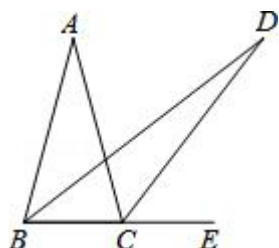
3. (3 分) 某中学篮球队 12 名队员的年龄如表：

年龄(岁)	13	14	15	16
人数	1	5	4	2

关于这 12 名队员年龄的年龄，下列说法错误的是 ()

A. 众数是 14 B. 极差是 3 C. 中位数是 14.5 D. 平均数是 14.8

4. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， E 为 BC 延长线上一点， $\angle ABC$ 与 $\angle ACE$ 的平分线相交于点 D ，则 $\angle D$ 的度数为 ()

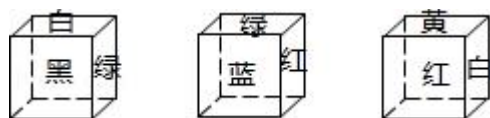


A. 15° B. 17.5° C. 20° D. 22.5°

5. (3分) 已知关于 x 的方程 $x^2+3x+a=0$ 有一个根为 -2 , 则另一个根为 ()

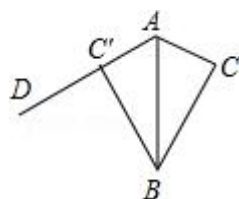
A. 5 B. -1 C. 2 D. -5

6. (3分) 有 3 块积木, 每一块的各面都涂上不同的颜色, 3 块的涂法完全相同, 现把它们摆放成不同的位置 (如图), 请你根据图形判断涂成绿色一面的对面的颜色是 ()



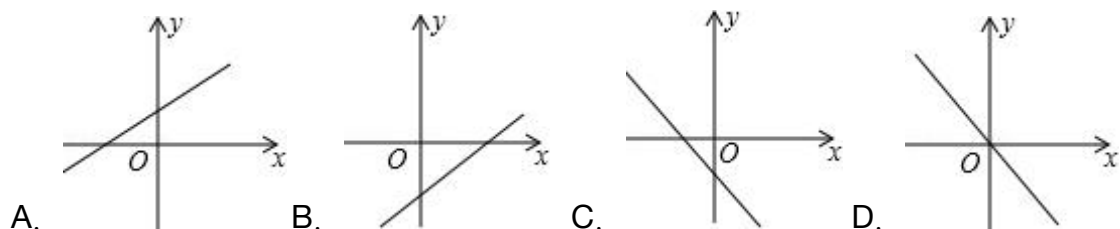
A. 白 B. 红 C. 黄 D. 黑

7. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 的面积为 6, $AC=3$, 现将 $\triangle ABC$ 沿 AB 所在直线翻折, 使点 C 落在直线 AD 上的 C' 处, P 为直线 AD 上的一点, 则线段 BP 的长不可能是 ()

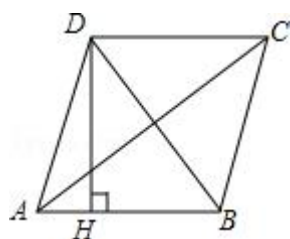


A. 3 B. 4 C. 5.5 D. 10

8. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+kb+1=0$ 有两个不相等的实数根, 则一次函数 $y=kx+b$ 的大致图象可能是 ()

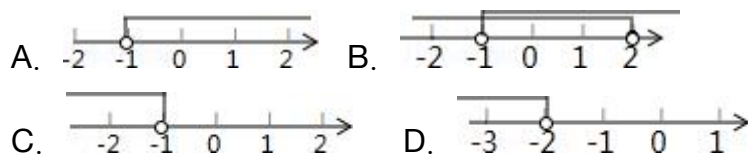


9. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC=8$, $DB=6$, $DH \perp AB$ 于 H , 则 DH 等于 ()

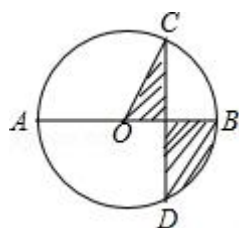


- A. $\frac{24}{5}$ B. $\frac{12}{5}$ C. 5 D. 4

10. (3分) 已知点 $P(a+1, -\frac{a}{2}+1)$ 关于原点的对称点在第四象限, 则 a 的取值范围在数轴上表示正确的是 ()

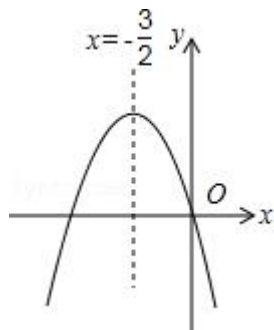


11. (3分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, $\angle CDB=30^\circ$, $CD=2\sqrt{3}$, 则阴影部分的面积为 ()



- A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

12. (3分) 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 给出以下四个结论: ① $abc=0$, ② $a+b+c > 0$, ③ $a > b$, ④ $4ac - b^2 < 0$; 其中正确的结论有 ()

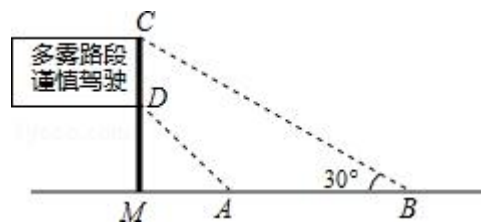


- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

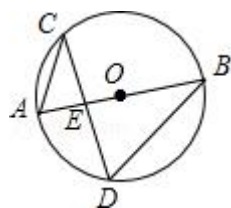
二、填空题：本大题共 6 小题，满分 24 分，只填写最后结果，每小题填对得 4 分。

13. (4 分) 计算： $\sqrt{9} - 2^{-1} + \sqrt[3]{8} - |-2| = \underline{\hspace{2cm}}$.

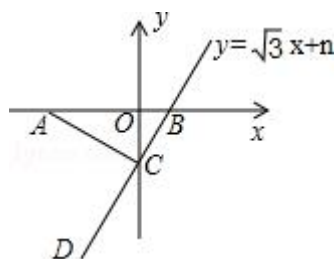
14. (4 分) 如图，是矗立在高速公路水平地面上的交通警示牌，经测量得到如下数据：AM=4 米，AB=8 米， $\angle MAD=45^\circ$ ， $\angle MBC=30^\circ$ ，则警示牌的高 CD 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米（结果精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{2}=1.41$ ， $\sqrt{3}=1.73$ ）.



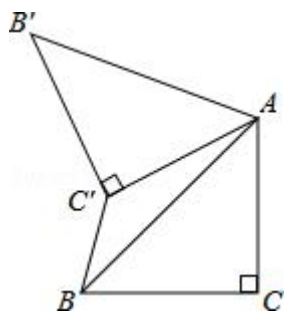
15. (4 分) 如图，在半径为 3 的 $\odot O$ 中，直径 AB 与弦 CD 相交于点 E，连接 AC, BD，若 AC=2，则 $\tan D = \underline{\hspace{2cm}}$.



16. (4 分) 如图，点 A 的坐标为 $(-4, 0)$ ，直线 $y = \sqrt{3}x + n$ 与坐标轴交于点 B、C，连接 AC，如果 $\angle ACD = 90^\circ$ ，则 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = \sqrt{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 到 $\triangle AB'C'$ 的位置，连接 $C'B$ ，则 $C'B = \underline{\hspace{2cm}}$.



18. (4 分) 一列数 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 满足条件: $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_n = \frac{1}{1-a_{n-1}}$ ($n \geq 2$, 且 n 为整数), 则 $a_{2016} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 本大题共 7 小题, 满分 60 分, 解答时, 要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (8 分) 先化简, 再求值: $\frac{a^2+a}{a^2-2a+1} \div \left(\frac{2}{a-1} - \frac{1}{a}\right)$, 其中 a 是方程 $2x^2+x-3=0$ 的解.

20. (8 分) P_n 表示 n 边形的对角线的交点个数 (指落在其内部的交点), 如果这些交点都不重合, 那么 P_n 与 n 的关系式是: $P_n = \frac{n(n-1)}{24} \cdot (n^2 - an + b)$ (其中 a, b 是常数, $n \geq 4$)

(1) 通过画图, 可得: 四边形时, $P_4 = \underline{\hspace{2cm}}$; 五边形时, $P_5 = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 请根据四边形和五边形对角线交点的个数, 结合关系式, 求 a, b 的值.

21. (8 分) 小军同学在学校组织的社会实践活动中, 负责了解他所居住的小区 450 户具名的生活用水情况, 他从中随机调查了 50 户居民的月均用水量 (单位:

t)，并绘制了样本的频数分布表：

月均用水量	$2\leq x < 3$	$3\leq x < 4$	$4\leq x < 5$	$5\leq x < 6$	$6\leq x < 7$	$7\leq x < 8$	$8\leq x < 9$
频数	2	12	①	10	②	3	2
百分比	4%	24%	30%	20%	③	6%	4%

(1) 请根据题中已有的信息补全频数分布：①____，②____，③____；

(2) 如果家庭月均用水量在 $5\leq x < 8$ 范围内为中等用水量家庭，请你通过样本估计总体中的中等用水量家庭大约有多少户？

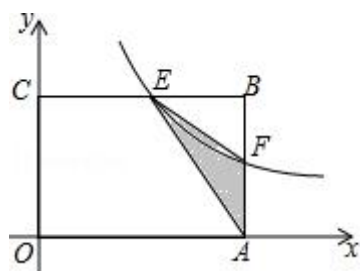
(3) 记月均用水量在 $2\leq x < 3$ 范围内的两户为 a_1 ， a_2 ，在 $7\leq x < 8$ 范围内的 3 户 b_1 、 b_2 、 b_3 ，从这 5 户家庭中任意抽取 2 户，试完成下表，并求出抽取出的 2 户家庭来自不同范围的概率．

	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3
a_1					
a_2					
b_1					
b_2					
b_3					

22. (8 分) 如图，在矩形 OABC 中，OA=3，OC=2，F 是 AB 上的一个动点 (F 不与 A，B 重合)，过点 F 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象与 BC 边交于点 E.

(1) 当 F 为 AB 的中点时，求该函数的解析式；

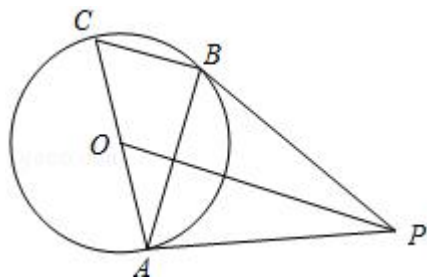
(2) 当 k 为何值时，△EFA 的面积最大，最大面积是多少？



23. (8分) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, BC 是 $\odot O$ 的弦, 点 P 是 $\odot O$ 外一点, 连接 PB 、 AB , $\angle PBA = \angle C$.

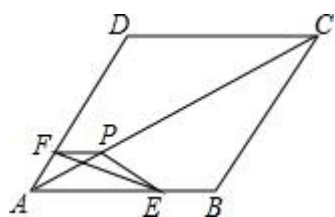
(1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OP , 若 $OP \parallel BC$, 且 $OP=8$, $\odot O$ 的半径为 $2\sqrt{2}$, 求 BC 的长.



24. (10分) 如图, 把 $\triangle EFP$ 放置在菱形 $ABCD$ 中, 使得顶点 E , F , P 分别在线段 AB , AD , AC 上, 已知 $EP=FP=6$, $EF=6\sqrt{3}$, $\angle BAD=60^\circ$, 且 $AB > 6\sqrt{3}$.

- (1) 求 $\angle EPF$ 的大小;
- (2) 若 $AP=10$, 求 $AE+AF$ 的值;
- (3) 若 $\triangle EFP$ 的三个顶点 E 、 F 、 P 分别在线段 AB 、 AD 、 AC 上运动, 请直接写出 AP 长的最大值和最小值.



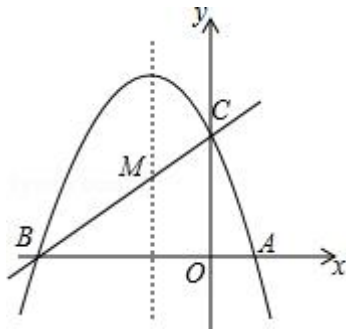
25. (10 分) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=-1$,

且抛物线经过 $A(1, 0)$ ， $C(0, 3)$ 两点，与 x 轴交于点 B 。

(1) 若直线 $y=mx+n$ 经过 B 、 C 两点，求直线 BC 和抛物线的解析式；

(2) 在抛物线的对称轴 $x=-1$ 上找一点 M ，使点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小，求出点 M 的坐标；

(3) 设点 P 为抛物线的对称轴 $x=-1$ 上的一个动点，求使 $\triangle BPC$ 为直角三角形的点 P 的坐标。



2016 年山东省枣庄市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均计零分。

1. (3 分) (2016•枣庄) 下列计算，正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^2 = 2a^2$ B. $a^2 + a^2 = a^4$ C. $(-a^2)^2 = a^4$ D. $(a+1)^2 = a^2 + 1$

【分析】根据同底数幂相乘判断 A，根据合并同类项法则判断 B，根据积的乘方与幂的乘方判断 C，根据完全平方公式判断 D.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^2 = a^4$ ，故此选项错误；

B、 $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，故此选项错误；

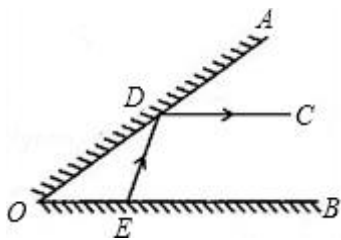
C、 $(-a^2)^2 = a^4$ ，故此选项正确；

D、 $(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$ ，故此选项错误；

故选：C.

【点评】本题主要考查了幂的运算、合并同类项法则及完全平方公式，熟练掌握其法则是解题的关键.

2. (3 分) (2016•枣庄) 如图， $\angle AOB$ 的一边 OA 为平面镜， $\angle AOB = 37^\circ 36'$ ，在 OB 上有一点 E，从 E 点射出一束光线经 OA 上一点 D 反射，反射光线 DC 恰好与 OB 平行，则 $\angle DEB$ 的度数是 ()



A. $75^{\circ}36'$ B. $75^{\circ}12'$ C. $74^{\circ}36'$ D. $74^{\circ}12'$

【分析】过点 D 作 $DF \perp AO$ 交 OB 于点 F. 根据题意知, DF 是 $\angle CDE$ 的角平分线, 故 $\angle 1 = \angle 3$; 然后又由两直线 $CD \parallel OB$ 推知内错角 $\angle 1 = \angle 2$; 最后由三角形的内角和定理求得 $\angle DEB$ 的度数.

【解答】解: 过点 D 作 $DF \perp AO$ 交 OB 于点 F.

$\therefore$ 入射角等于反射角,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

$\therefore CD \parallel OB$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (两直线平行, 内错角相等);

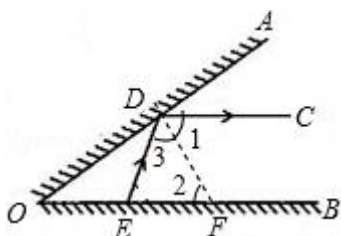
$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (等量代换);

在 $\text{Rt}\triangle DOF$ 中, $\angle ODF = 90^{\circ}$, $\angle AOB = 37^{\circ}36'$,

$\therefore \angle 2 = 90^{\circ} - 37^{\circ}36' = 52^{\circ}24'$;

$\therefore$ 在 $\triangle DEF$ 中, $\angle DEB = 180^{\circ} - 2\angle 2 = 75^{\circ}12'$.

故选 B.



【点评】本题主要考查了平行线的性质. 解答本题的关键是根据题意找到法线, 然后由法线的性质来解答问题.

3. (3分) (2016•枣庄) 某中学篮球队 12 名队员的年龄如表:

年龄(岁)	13	14	15	16
人数	1	5	4	2

关于这 12 名队员年龄的年龄, 下列说法错误的是 ()

A. 众数是 14 B. 极差是 3 C. 中位数是 14.5 D. 平均数是 14.8

【分析】分别利用极差以及中位数和众数以及平均数的求法分别分析得出答案.

【解答】解: 由图表可得: 14 岁的有 5 人, 故众数是 14, 故选项 A 正确, 不合题意;

极差是: $16 - 13 = 3$, 故选项 B 正确, 不合题意;

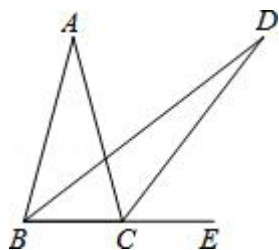
中位数是: 14.5, 故选项 C 正确, 不合题意;

平均数是: $(13 + 14 \times 5 + 15 \times 4 + 16 \times 2) \div 12 \approx 14.5$, 故选项 D 错误, 符合题意.

故选: D.

【点评】此题主要考查了极差以及中位数和众数以及平均数的求法, 正确把握相关定义是解题关键.

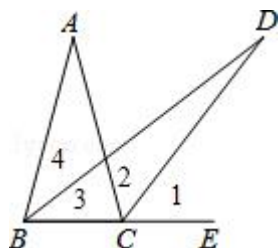
4. (3分) (2016•枣庄) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 30^\circ$, E 为 BC 延长线上一点, $\angle ABC$ 与 $\angle ACE$ 的平分线相交于点 D, 则 $\angle D$ 的度数为 ()



A. 15° B. 17.5° C. 20° D. 22.5°

【分析】先根据角平分线的定义得到 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 再根据三角形外角性质得 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4 + \angle A$, $\angle 1 = \angle 3 + \angle D$, 则 $2\angle 1 = 2\angle 3 + \angle A$, 利用等式的性质得到 $\angle D = \frac{1}{2}\angle A$, 然后把 $\angle A$ 的度数代入计算即可.

【解答】解：∵ $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACE$ 的平分线交于点 D ,



$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \quad \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle A + \angle ABC,$$

$$\text{即 } \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4 + \angle A,$$

$$\therefore 2\angle 1 = 2\angle 3 + \angle A,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 + \angle D,$$

$$\therefore \angle D = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ.$$

故选 A.

【点评】 本题考查了三角形内角和定理，关键是根据三角形内角和是 180° 和三角形外角性质进行分析.

5. (3 分) (2016•枣庄) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 3x + a = 0$ 有一个根为 -2 , 则另一个根为 ()

A. 5 B. -1 C. 2 D. -5

【分析】 根据关于 x 的方程 $x^2 + 3x + a = 0$ 有一个根为 -2 , 可以设出另一个根, 然后根据根与系数的关系可以求得另一个根的值, 本题得以解决.

【解答】 解: ∵ 关于 x 的方程 $x^2 + 3x + a = 0$ 有一个根为 -2 , 设另一个根为 m ,

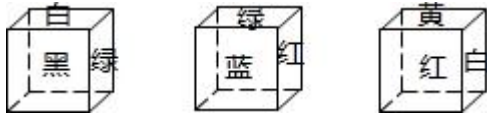
$$\therefore -2 + m = -\frac{3}{1},$$

解得, $m = -1$,

故选 B.

【点评】本题考查根与系数的关系，解题的关键是明确两根之和等于一次项系数与二次项系数比值的相反数.

6. (3分) (2016•枣庄) 有3块积木，每一块的各面都涂上不同的颜色，3块的涂法完全相同，现把它们摆放成不同的位置 (如图)，请你根据图形判断涂成绿色一面的对面的颜色是 ()



A. 白 B. 红 C. 黄 D. 黑

【分析】根据图形可得涂有绿色一面的邻边是白，黑，红，蓝，即可得到结论.

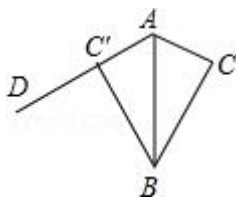
【解答】解：∵涂有绿色一面的邻边是白，黑，红，蓝，

∴涂成绿色一面的对面的颜色是黄色，

故选 C.

【点评】本题考查了正方体相对两个面上的文字问题，此类问题可以制作一个正方体，根据题意在各个面上标上图案，再确定对面上的图案，可以培养动手操作能力和空间想象能力.

7. (3分) (2016•枣庄) 如图， $\triangle ABC$ 的面积为 6， $AC=3$ ，现将 $\triangle ABC$ 沿 AB 所在直线翻折，使点 C 落在直线 AD 上的 C' 处， P 为直线 AD 上的一点，则线段 BP 的长不可能是 ()



A. 3 B. 4 C. 5.5 D. 10

【分析】过 B 作 $BN \perp AC$ 于 N ， $BM \perp AD$ 于 M ，根据折叠得出 $\angle C'AB = \angle CAB$ ，

根据角平分线性质的得出 $BN = BM$ ，根据三角形的面积求出 BN ，即可得出点 B 到

AD 的最短距离是 4，得出选项即可．

【解答】解：如图：

过 B 作 $BN \perp AC$ 于 N， $BM \perp AD$ 于 M，

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 沿 AB 所在直线翻折，使点 C 落在直线 AD 上的 C' 处，

$\therefore \angle C'AB = \angle CAB$ ，

$\therefore BN = BM$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 的面积等于 6，边 $AC = 3$ ，

$\therefore \frac{1}{2} \times AC \times BN = 6$ ，

$\therefore BN = 4$ ，

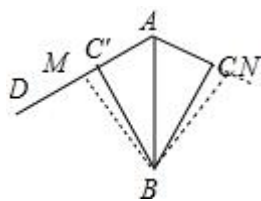
$\therefore BM = 4$ ，

即点 B 到 AD 的最短距离是 4，

$\therefore BP$ 的长不小于 4，

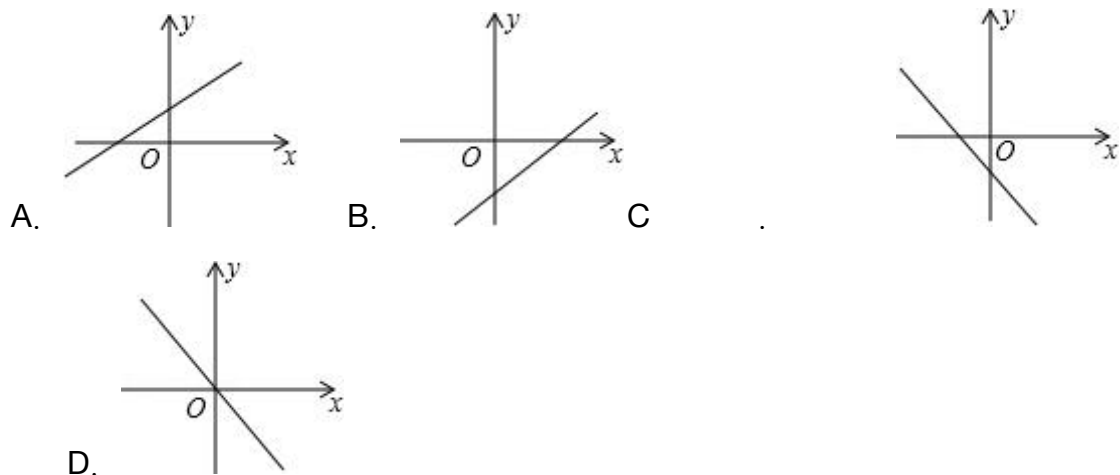
即只有选项 A 的 3 不正确，

故选 A．



【点评】本题考查了折叠的性质，三角形的面积，角平分线性质的应用，解此题的关键是求出 B 到 AD 的最短距离，注意：角平分线上的点到角的两边的距离相等．

8. (3 分) (2016•枣庄) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则一次函数 $y = kx + b$ 的大致图象可能是 ()



【分析】 根据一元二次方程 $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，得到判别式大于 0，求出 kb 的符号，对各个图象进行判断即可．

【解答】 解： $\because x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，
 $\therefore \Delta = 4 - 4(kb + 1) > 0$ ，

解得 $kb < 0$ ，

A. $k > 0$ ， $b > 0$ ，即 $kb > 0$ ，故 A 不正确；

B. $k > 0$ ， $b < 0$ ，即 $kb < 0$ ，故 B 正确；

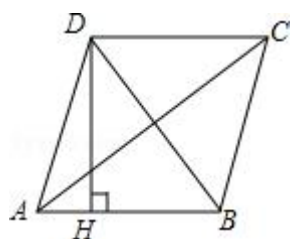
C. $k < 0$ ， $b < 0$ ，即 $kb > 0$ ，故 C 不正确；

D. $k < 0$ ， $b = 0$ ，即 $kb = 0$ ，故 D 不正确；

故选：B．

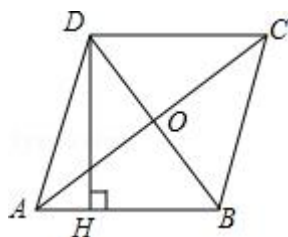
【点评】 本题考查的是一元二次方程根的判别式和一次函数的图象，一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根．

9. (3 分) (2016•枣庄) 如图，四边形 ABCD 是菱形， $AC=8$ ， $DB=6$ ， $DH \perp AB$ 于 H，则 DH 等于 ()



- A. $\frac{24}{5}$ B. $\frac{12}{5}$ C. 5 D. 4

【分析】根据菱形性质求出 $AO=4$, $OB=3$, $\angle AOB=90^\circ$, 根据勾股定理求出 AB , 再根据菱形的面积公式求出即可.



【解答】解:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AO=OC$, $BO=OD$, $AC \perp BD$,

$\therefore AC=8$, $DB=6$,

$\therefore AO=4$, $OB=3$, $\angle AOB=90^\circ$,

由勾股定理得: $AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$,

$\therefore S_{\text{菱形} ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = AB \times DH$,

$\therefore \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 5 \times DH$,

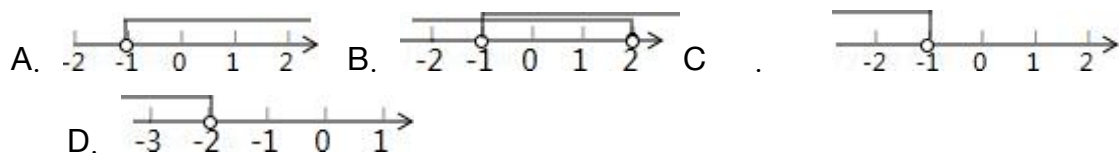
$\therefore DH = \frac{24}{5}$,

故选 A.

【点评】本题考查了勾股定理和菱形的性质的应用, 能根据菱形的性质得出 $S_{\text{菱}}$

$S_{\text{菱形} ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = AB \times DH$ 是解此题的关键.

10. (3 分) (2016•枣庄) 已知点 $P(a+1, -\frac{a}{2}+1)$ 关于原点的对称点在第四象限, 则 a 的取值范围在数轴上表示正确的是 ()



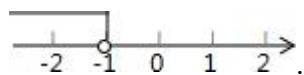
【分析】根据关于原点对称点的性质得出对应点坐标，再利用第四象限点的坐标性质得出答案.

【解答】解： $\because$ 点 $P(a+1, -\frac{a}{2}+1)$ 关于原点的对称点坐标为： $(-a-1, \frac{a}{2}-1)$ ，该点在第四象限，

$$\therefore \begin{cases} -a-1 > 0 \\ \frac{a}{2}-1 < 0 \end{cases}$$

解得： $a < -1$ ，

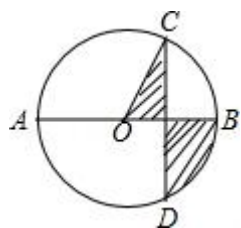
则 a 的取值范围在数轴上表示为：



故选：C.

【点评】此题主要考查了关于原点对称点的性质以及不等式组的解法，正确得出关于 a 的不等式组是解题关键.

11. (3分) (2016•枣庄) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ， $\angle CDB=30^\circ$ ， $CD=2\sqrt{3}$ ，则阴影部分的面积为 ()



A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

【分析】要求阴影部分的面积，由图可知，阴影部分的面积等于扇形 COB 的面积，根据已知条件可以得到扇形 COB 的面积，本题得以解决.

【解答】解： $\because \angle CDB=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle COB=60^{\circ},$$

$$\text{又} \because \text{弦 } CD \perp AB, \quad CD=2\sqrt{3},$$

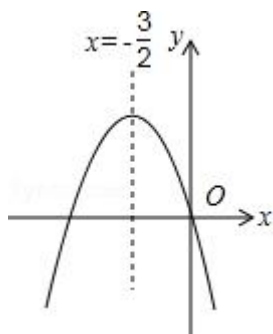
$$\therefore OC = \frac{\frac{1}{2}CD}{\sin 60^{\circ}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形COB}} = \frac{60 \times \pi \times 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3},$$

故选 D.

【点评】 本题考查扇形面积的计算，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答问题.

12. (3 分) (2016•枣庄) 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，给出以下四个结论：① $abc=0$ ，② $a+b+c > 0$ ，③ $a > b$ ，④ $4ac - b^2 < 0$ ；其中正确的结论有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】 首先根据二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过原点，可得 $c=0$ ，所以 $abc=0$ ；然后根据 $x=1$ 时， $y < 0$ ，可得 $a+b+c < 0$ ；再根据图象开口向下，可得 $a < 0$ ，图象的对称轴为 $x = -\frac{3}{2}$ ，可得 $-\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$ ， $b < 0$ ，所以 $b=3a$ ， $a > b$ ；最后根据二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象与 x 轴有两个交点，可得 $\Delta > 0$ ，所以 $b^2 - 4ac > 0$ ， $4ac - b^2 < 0$ ，据此解答即可.

【解答】 解： $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象经过原点，

$$\therefore c=0,$$

$$\therefore abc=0$$

$\therefore$ ①正确;

$$\because x=1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a+b+c < 0,$$

$\therefore$ ②不正确;

$\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$$\because \text{抛物线的对称轴是 } x = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}, \quad b < 0,$$

$$\therefore b=3a,$$

$$\text{又 } \because a < 0, \quad b < 0,$$

$$\therefore a > b,$$

$\therefore$ ③正确;

$\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象与 x 轴有两个交点,

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \quad 4ac - b^2 < 0,$$

$\therefore$ ④正确;

综上, 可得

正确结论有 3 个: ①③④.

故选: C.

【点评】此题主要考查了二次函数的图象与系数的关系, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; ②一次项系数 b 和二次项系数

a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时（即 $ab > 0$ ），对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时（即 $ab < 0$ ），对称轴在 y 轴右。（简称：左同右异）③常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点。抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$ 。

二、填空题：本大题共 6 小题，满分 24 分，只填写最后结果，每小题填对得 4 分。

13. (4 分) (2016•枣庄) 计算： $\sqrt{9} - 2^{-1} + \sqrt[3]{8} - |-2| = \underline{2\frac{1}{2}}$ 。

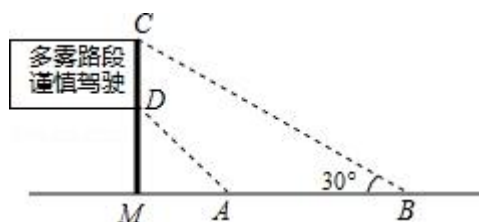
【分析】直接利用负整数指数幂的性质以及结合绝对值的性质和二次根式的性质分别化简求出答案。

【解答】解： $\sqrt{9} - 2^{-1} + \sqrt[3]{8} - |-2|$
 $= 3 - \frac{1}{2} + 2 - 2$
 $= 2\frac{1}{2}$ 。

故答案为： $2\frac{1}{2}$ 。

【点评】此题主要考查了实数运算，根据题意正确化简各数是解题关键。

14. (4 分) (2016•枣庄) 如图，是矗立在高速公路水平地面上的交通警示牌，经测量得到如下数据：AM=4 米，AB=8 米， $\angle MAD=45^\circ$ ， $\angle MBC=30^\circ$ ，则警示牌的高 CD 为 2.9 米（结果精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{2}=1.41$ ， $\sqrt{3}=1.73$ ）。



【分析】首先根据等腰直角三角形的性质可得 $DM=AM=4m$ ，再根据勾股定理可得 $MC^2 + MB^2 = (2MC)^2$ ，代入数可得答案。

【解答】解：由题意可得： $\because AM=4$ 米， $\angle MAD=45^\circ$ ，

$$\therefore DM=4\text{m},$$

$$\therefore AM=4\text{ 米}, AB=8\text{ 米},$$

$$\therefore MB=12\text{ 米},$$

$$\therefore \angle MBC=30^\circ,$$

$$\therefore BC=2MC,$$

$$\therefore MC^2+MB^2=(2MC)^2,$$

$$MC^2+12^2=(2MC)^2,$$

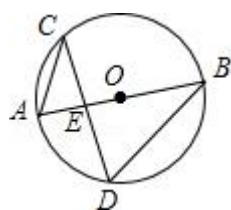
$$\therefore MC=4\sqrt{3},$$

$$\text{则 } DC=4\sqrt{3}-4\approx 2.9\text{ (米)},$$

故答案为：2.9.

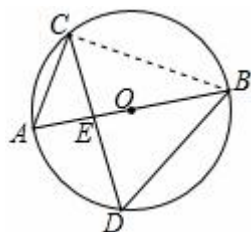
【点评】此题主要考查了勾股定理得应用，关键是掌握直角三角形中，两直角边的平方和等于斜边的平方.

15. (4 分) (2016•枣庄) 如图，在半径为 3 的 $\odot O$ 中，直径 AB 与弦 CD 相交于点 E ，连接 AC ， BD ，若 $AC=2$ ，则 $\tan D=$ $2\sqrt{2}$.



【分析】连接 BC 可得 $\text{RT} \triangle ACB$ ，由勾股定理求得 BC 的长，进而由 $\tan D = \tan A = \frac{BC}{AC}$ 可得答案.

【解答】解：如图，连接 BC ，



$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore AB = 6, AC = 2$,

$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$,

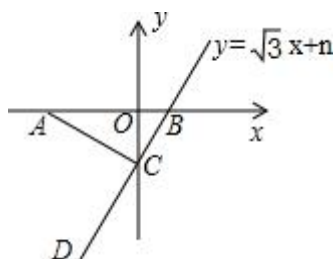
又 $\because \angle D = \angle A$,

$\therefore \tan D = \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

故答案为: $2\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查了三角函数的定义、圆周角定理、解直角三角形, 连接 BC 构造直角三角形是解题的关键.

16. (4 分) (2016•枣庄) 如图, 点 A 的坐标为 $(-4, 0)$, 直线 $y = \sqrt{3}x + n$ 与坐标轴交于点 B, C , 连接 AC , 如果 $\angle ACD = 90^\circ$, 则 n 的值为 $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



【分析】 由直线 $y = \sqrt{3}x + n$ 与坐标轴交于点 B, C , 得 B 点的坐标为 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}n, 0)$, C 点的坐标为 $(0, n)$, 由 A 点的坐标为 $(-4, 0)$, $\angle ACD = 90^\circ$, 用勾股定理列出方程求出 n 的值.

【解答】 解: $\because$ 直线 $y = \sqrt{3}x + n$ 与坐标轴交于点 B, C ,

∴ B 点的坐标为 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}n, 0)$, C 点的坐标为 $(0, n)$,

∴ A 点的坐标为 $(-4, 0)$, $\angle ACD=90^\circ$,

$$\therefore AB^2=AC^2+BC^2,$$

$$\therefore AC^2=AO^2+OC^2, BC^2=OB^2+OC^2,$$

$$\therefore AB^2=AO^2+OC^2+OB^2+OC^2,$$

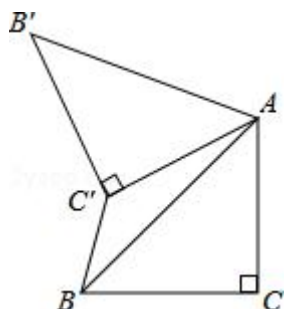
$$\text{即 } (-\frac{\sqrt{3}}{3}n+4)^2=4^2+n^2+(-\frac{\sqrt{3}}{3}n)^2+n^2$$

$$\text{解得 } n=-\frac{4\sqrt{3}}{3}, n=0 \text{ (舍去).}$$

$$\text{故答案为: } -\frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】 本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征及解直角三角形，解题的关键是利用勾股定理列出方程求 n.

17. (4 分) (2016•枣庄) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC=\sqrt{2}$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 到 $\triangle AB'C'$ 的位置, 连接 $C'B$, 则 $C'B=$ $\sqrt{3}-1$.



【分析】 连接 BB' , 根据旋转的性质可得 $AB=AB'$, 判断出 $\triangle ABB'$ 是等边三角形, 根据等边三角形的三条边都相等可得 $AB=BB'$, 然后利用“边边边”证明 $\triangle ABC'$ 和 $\triangle B'BC'$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle ABC'=\angle B'BC'$, 延长 BC' 交 AB' 于 D, 根据等边三角形的性质可得 $BD \perp AB'$, 利用勾股定理列式求出 AB, 然后根据等边三角形的性质和等腰直角三角形的性质求出 BD、 $C'D$, 然后根据 $BC'=BD-C'D$ 计算即可得解.

【解答】解：如图，连接 BB' ，

$\because \triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 得到 $\triangle AB'C'$ ，

$\therefore AB=AB'$ ， $\angle BAB'=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABB'$ 是等边三角形，

$\therefore AB=BB'$ ，

在 $\triangle ABC'$ 和 $\triangle B'BC'$ 中，

$$\begin{cases} AB=BB' \\ AC'=B'C' \\ BC'=BC' \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC' \cong \triangle B'BC'$ (SSS)，

$\therefore \angle ABC' = \angle B'BC'$ ，

延长 BC' 交 AB' 于 D ，

则 $BD \perp AB'$ ，

$\because \angle C=90^\circ$ ， $AC=BC=\sqrt{2}$ ，

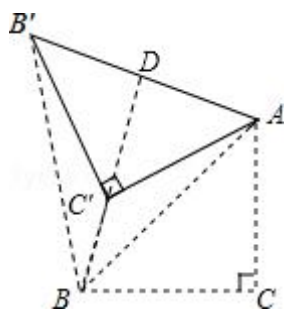
$\therefore AB=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$ ，

$\therefore BD=2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ ，

$C'D=\frac{1}{2} \times 2=1$ ，

$\therefore BC'=BD-C'D=\sqrt{3}-1$ 。

故答案为： $\sqrt{3}-1$ 。



【点评】 本题考查了旋转的性质，全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定

与性质，等腰直角三角形的性质，作辅助线构造出全等三角形并求出 BC' 在等边三角形的高上是解题的关键，也是本题的难点.

18. (4 分) (2016•枣庄) 一列数 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 满足条件: $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_n = \frac{1}{1-a_{n-1}}$ ($n \geq 2$, 且 n 为整数), 则 $a_{2016} = \underline{\quad -1 \quad}$.

【分析】 根据题意求出 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 的值, 找出循环规律即可求解.

【解答】 解: $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$, $a_3 = \frac{1}{1-2} = -1$, $a_4 = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \dots$

可以发现: 数列以 $\frac{1}{2}, 2, -1$ 循环出现,

$$2016 \div 3 = 672,$$

所以 $a_{2016} = -1$.

故答案为 -1 .

【点评】 此题主要考查数列的规律探索, 认真计算找出循环出现的规律是解题的关键.

三、解答题: 本大题共 7 小题, 满分 60 分, 解答时, 要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (8 分) (2016•枣庄) 先化简, 再求值: $\frac{a^2+a}{a^2-2a+1} \div (\frac{2}{a-1} - \frac{1}{a})$, 其中 a 是方程 $2x^2+x-3=0$ 的解.

【分析】 先化简代数式、解方程, 然后结合分式的性质对 a 的值进行取舍, 并代入求值即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{a(a+1)}{(a-1)^2} \div \frac{2a-(a-1)}{a(a-1)}$,
 $= \frac{a(a+1)}{(a-1)^2} \cdot \frac{a(a-1)}{a+1}$,
 $= \frac{a^2}{a-1}$.

由 $2x^2+x-3=0$ 得到: $x_1=1$, $x_2=-\frac{3}{2}$,

又 $a-1 \neq 0$ 即 $a \neq 1$,

所以 $a=-\frac{3}{2}$,

所以原式 $= \frac{(-\frac{3}{2})^2}{-\frac{3}{2}-1} = -\frac{9}{10}$.

【点评】 本题考查了分式的化简求值. 解答该题时, 一定要注意分式的分母不等于零这一限制性条件, 以防错解该题.

20. (8分) (2016•枣庄) P_n 表示 n 边形的对角线的交点个数 (指落在其内部的交点), 如果这些交点都不重合, 那么 P_n 与 n 的关系式是: $P_n = \frac{n(n-1)}{24} \cdot (n^2 - an + b)$

(其中 a, b 是常数, $n \geq 4$)

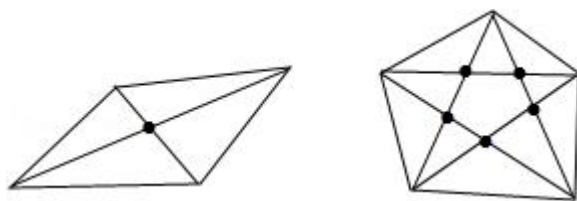
(1) 通过画图, 可得: 四边形时, $P_4 = \underline{1}$; 五边形时, $P_5 = \underline{5}$

(2) 请根据四边形和五边形对角线交点的个数, 结合关系式, 求 a, b 的值.

【分析】 (1) 依题意画出图形, 数出图形中对角线交点的个数即可得出结论;

(2) 将 (1) 中的数值代入公式可得出关于 a, b 的二元一次方程组, 解方程组即可得出结论.

【解答】 解: (1) 画出图形如下.



由画形, 可得:

当 $n=4$ 时, $P_4=1$; 当 $n=5$ 时, $P_5=5$.

故答案为: 1; 5.

(2) 将 (1) 中的数值代入公式,

$$\text{得: } \begin{cases} 1 = \frac{4 \times (4-1)}{24} \cdot (4^2 - 4a + b) \\ 5 = \frac{5 \times (5-1)}{24} \cdot (5^2 - 5a + b) \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=5 \\ b=6 \end{cases}.$$

【点评】本题考查了多边形的对角线、作图以及二元一次方程组的应用，解题的关键是：(1) 画出图形，数出对角线交点的个数；(2) 代入数据得出关于 a 、 b 的二元一次方程组. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，依据题意画出图形，利用数形结合解决问题是关键.

21. (8 分) (2016•枣庄) 小军同学在学校组织的社会实践活动中，负责了解他所居住的小区 450 户具名的生活用水情况，他从中随机调查了 50 户居民的月均用水量 (单位: t)，并绘制了样本的频数分布表:

月均 用水量	$2 \leq x$ < 3	$3 \leq x$ < 4	$4 \leq x$ < 5	$5 \leq x$ < 6	$6 \leq x$ < 7	$7 \leq x$ < 8	$8 \leq x$ < 9
频数	2	12	①	10	②	3	2
百分 比	4%	24%	30%	20%	③	6%	4%

(1) 请根据题中已有的信息补全频数分布: ① 15, ② 6, ③ 12%;

(2) 如果家庭月均用水量在 $5 \leq x < 8$ 范围内为中等用水量家庭，请你通过样本估计总体中的中等用水量家庭大约有多少户?

(3) 记月均用水量在 $2 \leq x < 3$ 范围内的两户为 a_1 , a_2 , 在 $7 \leq x < 8$ 范围内的 3 户 b_1 、 b_2 、 b_3 , 从这 5 户家庭中任意抽取 2 户，试完成下表，并求出抽取出的 2 户家庭来自不同范围的概率.

	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3
a_1					
a_2					

b_1					
b_2					
b_3					

【分析】(1) 根据频数的相关知识列式计算即可.

(2) 用总体乘以样本中中等用水量家庭的百分比即可;

(3) 先完成表格, 再求概率即可.

【解答】解: (1) ① $50 \times 30\% = 15$,

② $50 - 2 - 12 - 15 - 10 - 3 - 2 = 6$,

③ $6 \div 50 = 0.12 = 12\%$,

故答案为: 15, 6, 12%;

(2) 中等用水量家庭大约有 $450 \times (20\% + 12\% + 6\%) = 171$ (户);

(3)

	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3
a_1		(a_2, a_1)	(b_1, a_1)	(b_2, a_1)	(b_3, a_1)
a_2	(a_1, a_2)		(b_1, a_2)	(b_2, a_2)	(b_3, a_2)
b_1	(a_1, b_1)	(a_2, b_1)		(b_2, b_1)	(b_3, b_1)
b_2	(a_1, b_2)	(a_2, b_2)	(b_1, b_2)		(b_3, b_2)
b_3	(a_1, b_3)	(a_2, b_3)	(b_1, b_3)	(b_2, b_3)	

抽取出的 2 户家庭来自不同范围的概率:

$$P = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}.$$

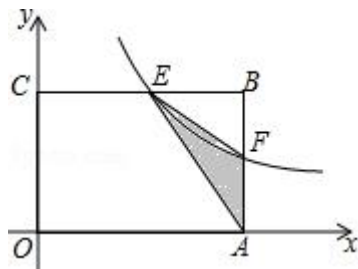
【点评】此题主要考查频数分布表和概率的相关知识, 会求频数, 会用样本估计总体, 会用列表法求事件的概率是解题的关键.

22. (8 分) (2016•枣庄) 如图, 在矩形 OABC 中, $OA=3$, $OC=2$, F 是 AB 上

的一个动点 (F 不与 A, B 重合), 过点 F 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象与 BC 边交于点 E.

(1) 当 F 为 AB 的中点时, 求该函数的解析式;

(2) 当 k 为何值时, $\triangle EFA$ 的面积最大, 最大面积是多少?



【分析】 (1) 当 F 为 AB 的中点时, 点 F 的坐标为 (3, 1), 由此代入求得函数解析式即可;

(2) 根据图中的点的坐标表示出三角形的面积, 得到关于 k 的二次函数, 利用二次函数求出最值即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 在矩形 OABC 中, $OA=3$, $OC=2$,

$\therefore B(3, 2)$,

$\because F$ 为 AB 的中点,

$\therefore F(3, 1)$,

$\because$ 点 F 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象上,

$\therefore k=3$,

$\therefore$ 该函数的解析式为 $y=\frac{3}{x}$ ($x>0$);

(2) 由题意知 E, F 两点坐标分别为 $E(\frac{k}{2}, 2)$, $F(3, \frac{k}{3})$,

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle EFA} &= \frac{1}{2} AF \cdot BE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} k (3 - \frac{1}{2} k), \\ &= \frac{1}{2} k - \frac{1}{12} k^2 \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{12} (k^2 - 6k + 9 - 9)$$

$$= -\frac{1}{12} (k - 3)^2 + \frac{3}{4}$$

当 $k=3$ 时, S 有最大值.

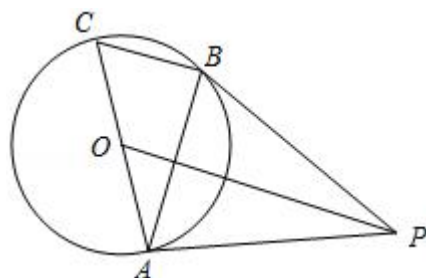
$$S_{\text{最大值}} = \frac{3}{4}.$$

【点评】 此题属于反比例函数综合题, 涉及的知识有: 坐标与图形性质, 待定系数法确定反比例解析式, 以及二次函数的性质, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

23. (8 分) (2016•枣庄) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, BC 是 $\odot O$ 的弦, 点 P 是 $\odot O$ 外一点, 连接 PB 、 AB , $\angle PBA = \angle C$.

(1) 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OP , 若 $OP \parallel BC$, 且 $OP=8$, $\odot O$ 的半径为 $2\sqrt{2}$, 求 BC 的长.



【分析】 (1) 连接 OB , 由圆周角定理得出 $\angle ABC=90^\circ$, 得出 $\angle C + \angle BAC=90^\circ$, 再由 $OA=OB$, 得出 $\angle BAC = \angle OBA$, 证出 $\angle PBA + \angle OBA=90^\circ$, 即可得出结论;

(2) 证明 $\triangle ABC \sim \triangle PBO$, 得出对应边成比例, 即可求出 BC 的长.

【解答】 (1) 证明: 连接 OB , 如图所示:

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABC=90^\circ$,

$\therefore \angle C + \angle BAC=90^\circ$,

$\because OA=OB$,

$$\therefore \angle BAC = \angle OBA,$$

$$\therefore \angle PBA = \angle C,$$

$$\therefore \angle PBA + \angle OBA = 90^\circ,$$

即 $PB \perp OB$,

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because \odot O$ 的半径为 $2\sqrt{2}$,

$$\therefore OB = 2\sqrt{2}, \quad AC = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore OP \parallel BC,$$

$$\therefore \angle C = \angle BOP,$$

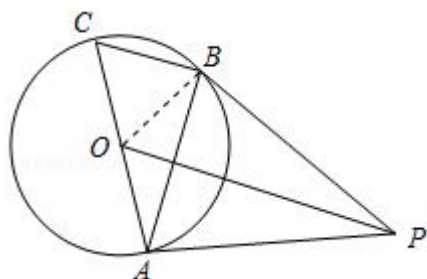
又 $\because \angle ABC = \angle PBO = 90^\circ$,

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PBO,$$

$$\therefore \frac{BC}{OB} = \frac{AC}{OP},$$

$$\text{即 } \frac{BC}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{8},$$

$$\therefore BC = 2.$$



【点评】 本题考查了切线的判定、圆周角定理、平行线的性质、相似三角形的判定与性质; 熟练掌握圆周角定理、切线的判定是解决问题的关键.

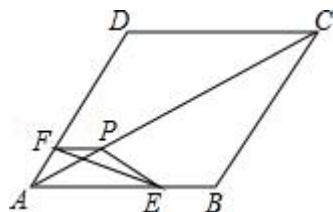
24. (10 分) (2016•枣庄) 如图, 把 $\triangle EFP$ 放置在菱形 $ABCD$ 中, 使得顶点 E , F , P 分别在线段 AB , AD , AC 上, 已知 $EP = FP = 6$, $EF = 6\sqrt{3}$, $\angle BAD = 60^\circ$,

且 $AB > 6\sqrt{3}$.

(1) 求 $\angle EPF$ 的大小;

(2) 若 $AP=10$, 求 $AE+AF$ 的值;

(3) 若 $\triangle EFP$ 的三个顶点 E 、 F 、 P 分别在线段 AB 、 AD 、 AC 上运动, 请直接写出 AP 长的最大值和最小值.

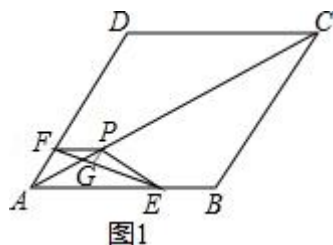


【分析】 (1) 根据锐角三角函数求出 $\angle FPG$, 最后求出 $\angle EPF$.

(2) 先判断出 $\text{Rt}\triangle PME \cong \text{Rt}\triangle PNF$, 再根据锐角三角函数求解即可,

(3) 根据运动情况及菱形的性质判断求出 AP 最大和最小值.

【解答】 解: (1) 过点 P 作 $PG \perp EF$ 于点 G , 如图 1 所示.



$$\therefore PE=PF=6, EF=6\sqrt{3},$$

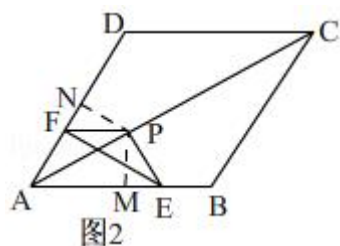
$$\therefore FG=EG=3\sqrt{3}, \angle FPG=\angle EPG=\frac{1}{2}\angle EPF.$$

$$\text{在 Rt}\triangle FPG \text{ 中, } \sin \angle FPG = \frac{FG}{PF} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle FPG=60^\circ,$$

$$\therefore \angle EPF=120^\circ.$$

(2) 过点 P 作 $PM \perp AB$ 于点 M , 作 $PN \perp AD$ 于点 N , 如图 2 所示.



$\therefore AC$ 为菱形 $ABCD$ 的对角线,

$\therefore \angle DAC = \angle BAC$, $AM = AN$, $PM = PN$.

在 $\text{Rt}\triangle PME$ 和 $\text{Rt}\triangle PNF$ 中, $PM = PN$, $PE = PF$,

$\therefore \text{Rt}\triangle PME \cong \text{Rt}\triangle PNF$,

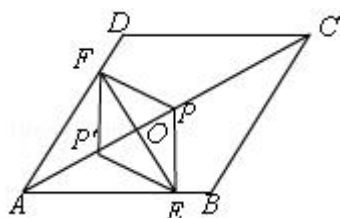
$\therefore ME = NF$.

又 $AP = 10$, $\angle PAM = \frac{1}{2} \angle DAB = 30^\circ$,

$\therefore AM = AN = AP \cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$,

$\therefore AE + AF = (AM + ME) + (AN - NF) = AM + AN = 10\sqrt{3}$.

(3) 如图,



当 $\triangle EFP$ 的三个顶点分别在 AB , AD , AC 上运动, 点 P 在 P' , P 之间运动,

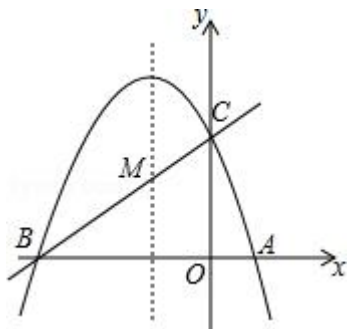
$\therefore P'O = PO = 3$, $AO = 9$,

$\therefore AP$ 的最大值为 12, AP 的最小值为 6,

【点评】 此题是菱形的性质题, 主要考查了菱形的性质, 锐角三角函数, 特殊角的三角函数, 解本题的关键是作出辅助线.

25. (10 分) (2016·枣庄) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = -1$, 且抛物线经过 $A(1, 0)$, $C(0, 3)$ 两点, 与 x 轴交于点 B .

- (1) 若直线 $y=mx+n$ 经过 B、C 两点，求直线 BC 和抛物线的解析式；
- (2) 在抛物线的对称轴 $x=-1$ 上找一点 M，使点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小，求出点 M 的坐标；
- (3) 设点 P 为抛物线的对称轴 $x=-1$ 上的一个动点，求使 $\triangle BPC$ 为直角三角形的点 P 的坐标.



【分析】 (1) 先把点 A、C 的坐标分别代入抛物线解析式得到 a 和 b、c 的关系式，再根据抛物线的对称轴方程可得 a 和 b 的关系，再联立得到方程组，解方程组，求出 a、b、c 的值即可得到抛物线解析式；把 B、C 两点的坐标代入直线 $y=mx+n$ ，解方程组求出 m 和 n 的值即可得到直线解析式；

(2) 设直线 BC 与对称轴 $x=-1$ 的交点为 M，则此时 $MA+MC$ 的值最小. 把 $x=-1$ 代入直线 $y=x+3$ 得 y 的值，即可求出点 M 坐标；

(3) 设 P $(-1, t)$ ，又因为 B $(-3, 0)$ ，C $(0, 3)$ ，所以可得 $BC^2=18$ ， $PB^2=(-1+3)^2+t^2=4+t^2$ ， $PC^2=(-1)^2+(t-3)^2=t^2-6t+10$ ，再分三种情况分别讨论求出符合题意 t 值即可求出点 P 的坐标.

【解答】 解：(1) 依题意得：

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a}=-1 \\ a+b+c=0 \\ c=3 \end{cases}$$

解之得：

$$\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=-x^2-2x+3$

∴对称轴为 $x = -1$ ，且抛物线经过 $A(1, 0)$ ，

∴把 $B(-3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 分别代入直线 $y = mx + n$ ，

$$\text{得} \begin{cases} -3m + n = 0 \\ n = 3 \end{cases},$$

$$\text{解之得: } \begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases},$$

∴直线 $y = mx + n$ 的解析式为 $y = x + 3$ ；

(2) 设直线 BC 与对称轴 $x = -1$ 的交点为 M ，则此时 $MA + MC$ 的值最小.

把 $x = -1$ 代入直线 $y = x + 3$ 得， $y = 2$ ，

∴ $M(-1, 2)$ ，

即当点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小时 M 的坐标为 $(-1, 2)$ ；

(3) 设 $P(-1, t)$ ，

又∵ $B(-3, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，

$$\therefore BC^2 = 18, PB^2 = (-1+3)^2 + t^2 = 4 + t^2, PC^2 = (-1)^2 + (t-3)^2 = t^2 - 6t + 10,$$

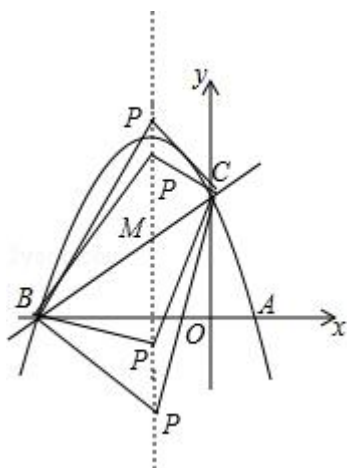
①若点 B 为直角顶点，则 $BC^2 + PB^2 = PC^2$ 即： $18 + 4 + t^2 = t^2 - 6t + 10$ 解之得： $t = -2$ ；

②若点 C 为直角顶点，则 $BC^2 + PC^2 = PB^2$ 即： $18 + t^2 - 6t + 10 = 4 + t^2$ 解之得： $t = 4$ ，

③若点 P 为直角顶点，则 $PB^2 + PC^2 = BC^2$ 即： $4 + t^2 + t^2 - 6t + 10 = 18$ 解之得：

$$t_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}, t_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2};$$

综上所述 P 的坐标为 $(-1, -2)$ 或 $(-1, 4)$ 或 $(-1, \frac{3 + \sqrt{17}}{2})$ 或 $(-1, \frac{3 - \sqrt{17}}{2})$.



【点评】 本题综合考查了二次函数的图象与性质、待定系数法求函数（二次函数和一次函数）的解析式、利用轴对称性质确定线段的最小长度、难度不是很大，是一道不错的中考压轴题.

参与本试卷答题和审题的老师有：三界无我；HLing；sd2011；1987483819；
zgm666；王学峰；家有儿女；知足长乐；zjx111；gbl210；放飞梦想；冯新明；
nhx600；曹先生；守拙；星月相随；wd1899（排名不分先后）

菁优网

2017 年 3 月 1 日