

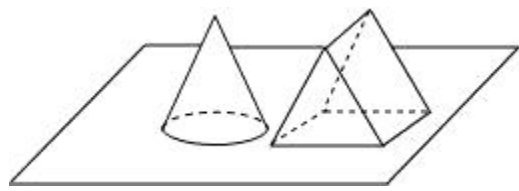
2016 年山东省日照市中考数学试卷

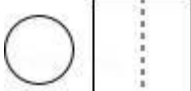
一、选择题：本大题共 12 小题，其中 1-8 小题，每小题 3 分，9-12 小题，每小题 3 分，满分 40 分.

1. 以下选项中比 $-\frac{1}{2}$ 小的数是 ()

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 如图，小明同学将一个圆锥和一个三棱柱组成组合图形，观察其三视图，其俯视图是 ()

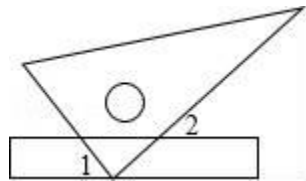


- A.  B.  C.  D. 

3. 下列各式的运算正确的是 ()

- A. $\frac{a^3}{a} = a$ B. $a^2 + a = 2a^3$ C. $(-2a)^2 = -2a^2$ D. $(a^3)^2 = a^6$

4. 小红把一把直尺与一块三角板如图放置，测得 $\angle 1 = 48^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



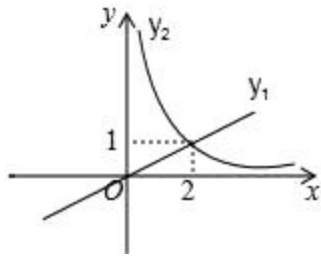
- A. 38° B. 42° C. 48° D. 52°

5. 每到四月，许多地方杨絮、柳絮如雪花般漫天飞舞，人们不堪其忧，据测定，杨絮纤维的直径约为 0.0000105m，该数值用科学记数法表示为 ()

- A. 1.05×10^5 B. 0.105×10^{-4} C. 1.05×10^{-5} D. 105×10^{-7}

6. 正比例函数 $y_1 = k_1x$ ($k_1 > 0$) 与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 > 0$) 图象如图所示，则不等式

$k_1x > \frac{k_2}{x}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



- A. B. C. D.

7. 积极行动起来，共建节约型社会！我市某居民小区 200 户居民参加了节水行动，现统计了 10 户家庭一个月的节水情况，将有关数据整理如下：

节水量（单位：吨）	0.5	1	1.5	2
家庭数（户）	2	3	4	1

请你估计该 200 户家庭这个月节约用水的总量是（ ）

- A. 240 吨 B. 360 吨 C. 180 吨 D. 200 吨

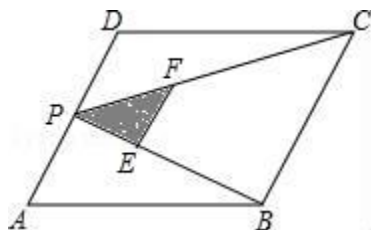
8. 2015 年某县 GDP 总量为 1000 亿元，计划到 2017 年全县 GDP 总量实现 1210 亿元的目标。如果每年的平均增长率相同，那么该县这两年 GDP 总量的平均增长率为（ ）

- A. 1.21% B. 8% C. 10% D. 12.1%

9. 下列命题：①若 $a < 1$ ，则 $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}} = -\sqrt{1-a}$ ；②平行四边形既是中心对称图形又是轴对称图形；③ $\sqrt{9}$ 的算术平方根是 3；④如果方程 $ax^2+2x+1=0$ 有两个不相等的实数根，则实数 $a < 1$ 。其中正确的命题个数是（ ）

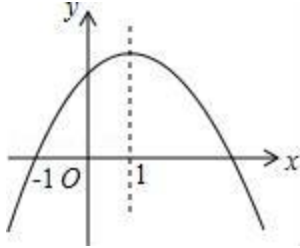
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

10. 如图，P 为平行四边形 ABCD 边 AD 上一点，E、F 分别是 PB、PC（靠近点 P）的三等分点， $\triangle PEF$ 、 $\triangle PDC$ 、 $\triangle PAB$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，若 $AD=2$ ， $AB=2\sqrt{3}$ ， $\angle A=60^\circ$ ，则 $S_1+S_2+S_3$ 的值为（ ）



- A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{13}{3}$ D. 4

11. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，其对称轴为 $x=1$ ，下列结论：① $abc > 0$ ；② $2a+b=0$ ；③ $4a+2b+c < 0$ ；④ 若 $(-\frac{3}{2}, y_1)$ ， $(\frac{10}{3}, y_2)$ 是抛物线上两点，则 $y_1 < y_2$ 其中结论正确的是 ()



- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ①③④

12. 一个整数的所有正约数之和可以按如下方法求得，如：

$6=2 \times 3$ ，则 6 的所有正约数之和 $(1+3) + (2+6) = (1+2) \times (1+3) = 12$ ；

$12=2^2 \times 3$ ，则 12 的所有正约数之和 $(1+3) + (2+6) + (4+12) = (1+2+2^2) \times (1+3) = 28$ ；

$36=2^2 \times 3^2$ ，则 36 的所有正约数之和

$$(1+3+9) + (2+6+18) + (4+12+36) = (1+2+2^2) \times (1+3+3^2) = 91.$$

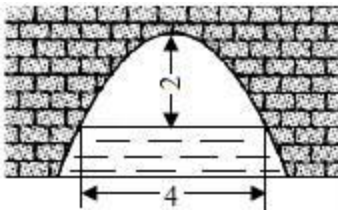
参照上述方法，那么 200 的所有正约数之和为 ()

- A. 420 B. 434 C. 450 D. 465

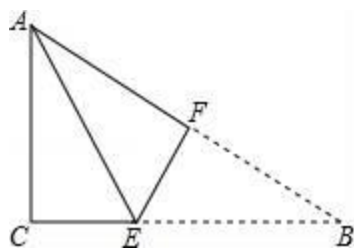
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分，不需写出解答过程，请将答案直接写在答题卡相应位置上.

13. 关于 x 的方程 $2x^2 - ax + 1 = 0$ 一个根是 1，则它的另一个根为_____.

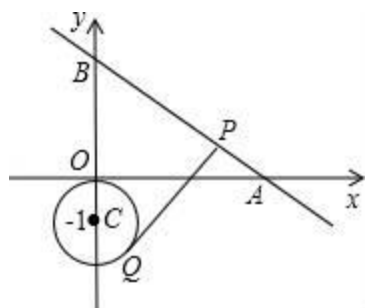
14. 如图，一抛物线型拱桥，当拱顶到水面的距离为 2 米时，水面宽度为 4 米；那么当水位下降 1 米后，水面的宽度为_____米.



15. 如图， $\triangle ABC$ 是一张直角三角形纸片， $\angle C=90^\circ$ ，两直角边 $AC=6\text{cm}$ 、 $BC=8\text{cm}$ ，现将 $\triangle ABC$ 折叠，使点 B 与点 A 重合，折痕为 EF，则 $\tan \angle CAE =$ _____.



16. 如图, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ; 点 Q 是以 $C(0, -1)$ 为圆心、1 为半径的圆上一动点, 过 Q 点的切线交线段 AB 于点 P , 则线段 PQ 的最小是_____.



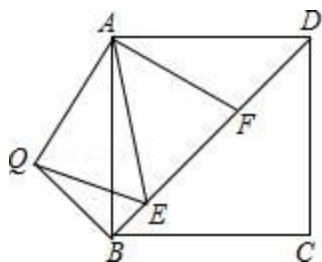
三、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 64 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (1) 已知 $-\frac{1}{2}x^{2m-1}y^5$ 与 x^ny^{m+n} 是同类项, 求 m 、 n 的值;

(2) 先化简后求值: $\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+2}\right) \div \frac{a}{a^2+a-2}$, 其中 $a=\sqrt{3}$.

18. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 、 F 是对角线 BD 上两点, 且 $\angle EAF=45^\circ$, 将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后, 得到 $\triangle ABQ$, 连接 EQ , 求证:

- (1) EA 是 $\angle QED$ 的平分线;
(2) $EF^2 = BE^2 + DF^2$.

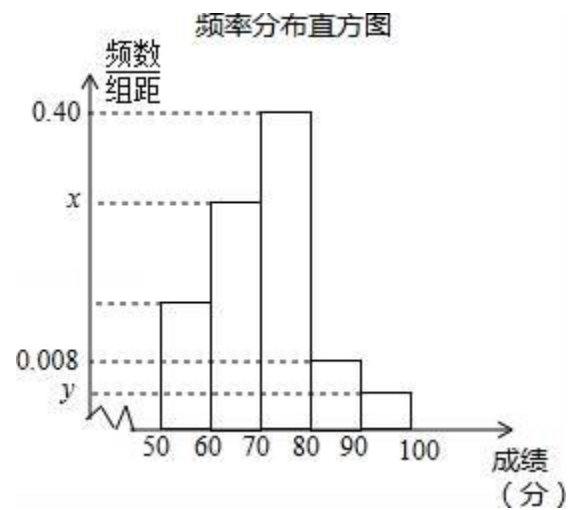


19. 未参加学校的“我爱古诗词”知识竞赛，小王所在班级组织了依次古诗词知识测试，并将全班同学的分数（得分取正整数，满分为 100 分）进行统计．以下是根据这次测试成绩制作的不完整的频率分布表和频率分布直方图．

组别	分组	频数	频率
1	$50 \leq x < 60$	9	0.18
2	$60 \leq x < 70$	a	
3	$70 \leq x < 80$	20	0.40
4	$80 \leq x < 90$		0.08
5	$90 \leq x \leq 100$	2	b
	合计		

请根据以上频率分布表和频率分布直方图，回答下列问题：

- (1) 求出 a、b、x、y 的值；
- (2) 老师说：“小王的测试成绩是全班同学成绩的中位数”，那么小王的测试成绩在什么范围内？
- (3) 若要从小明、小敏等五位成绩优秀的同学中随机选取两位参加竞赛，请用“列表法”或“树状图”求出小明、小敏同时被选中的概率．（注：五位同学请用 A、B、C、D、E 表示，其中小明为 A，小敏为 B）



20. 随着人们“节能环保，绿色出行”意识的增强，越来越多的人喜欢骑自行车出行，也给自行车商家带来商机. 某自行车行经营的 A 型自行车去年销售总额为 8 万元. 今年该型自行车每辆售价预计比去年降低 200 元. 若该型车的销售数量与去年相同，那么今年的销售总额将比去年减少 10%，求：

(1) A 型自行车去年每辆售价多少元？

(2) 该车行今年计划新进一批 A 型车和新款 B 型车共 60 辆，且 B 型车的进货数量不超过 A 型车数量的两倍. 已知，A 型车和 B 型车的进货价格分别为 1500 元和 1800 元，计划 B 型车销售价格为 2400 元，应如何组织进货才能使这批自行车销售获利最多？

21. 阅读理解：

我们把满足某种条件的所有点所组成的图形，叫做符合这个条件的点的轨迹.

例如：角的平分线是到角的两边距离相等的点的轨迹.

问题：如图 1，已知 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线，M 是边 BC 上一动点，连接 AM 交 EF 于点 P，那么动点 P 为线段 AM 中点.

理由： $\because$ 线段 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线， $\therefore EF \parallel BC$,

由平行线分线段成比例得：动点 P 为线段 AM 中点.

由此你得到动点 P 的运动轨迹是：_____.

知识应用：

如图 2，已知 EF 为等边 $\triangle ABC$ 边 AB、AC 上的动点，连结 EF；若 $AF=BE$ ，且等边 $\triangle ABC$ 的边长为 8，求线段 EF 中点 Q 的运动轨迹的长.

拓展提高：

如图 3，P 为线段 AB 上一动点（点 P 不与点 A、B 重合），在线段 AB 的同侧分别作等边 $\triangle APC$ 和等边 $\triangle PBD$ ，连结 AD、BC，交点为 Q.

- (1) 求 $\angle AQB$ 的度数;
- (2) 若 $AB=6$, 求动点 Q 运动轨迹的长.

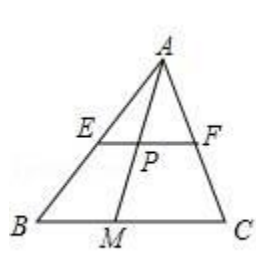


图1

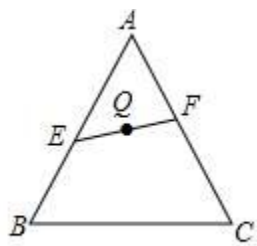


图2

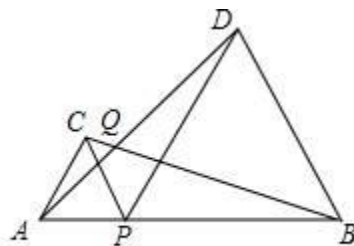


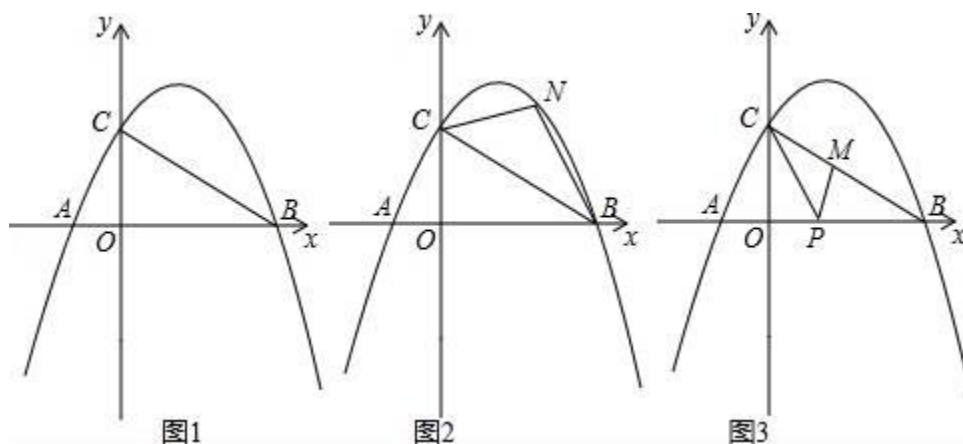
图3

22. 如图 1, 抛物线 $y = -\frac{3}{5}[(x-2)^2 + n]$ 与 x 轴交于点 $A(m-2, 0)$ 和 $B(2m+3, 0)$ (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 连结 BC .

(1) 求 m 、 n 的值;

(2) 如图 2, 点 N 为抛物线上的一动点, 且位于直线 BC 上方, 连接 CN 、 BN . 求 $\triangle NBC$ 面积的最大值;

(3) 如图 3, 点 M 、 P 分别为线段 BC 和线段 OB 上的动点, 连接 PM 、 PC , 是否存在这样的点 P , 使 $\triangle PCM$ 为等腰三角形, $\triangle PMB$ 为直角三角形同时成立? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年山东省日照市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，其中 1-8 小题，每小题 3 分，9-12 小题，每小题 3 分，满分 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上．

1. 以下选项中比 $|\frac{1}{2}|$ 小的数是 ()

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】有理数大小比较；绝对值．

【分析】先求出 $|\frac{1}{2}|$ 的值，再根据有理数的大小比较法则比较即可．

【解答】解： $\because |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$ ，

A、 $1 > \frac{1}{2}$ ，故本选项错误；

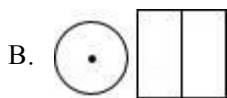
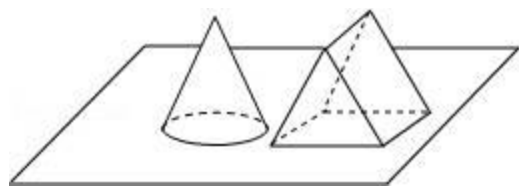
B、 $2 > \frac{1}{2}$ ，故本选项错误；

C、 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ，故本选项错误；

D、 $-\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$ ，故本选项正确；

故选 D．

2. 如图，小明同学将一个圆锥和一个三棱柱组成组合图形，观察其三视图，其俯视图是 ()



【考点】简单组合体的三视图．

【分析】根据组合图形的俯视图，对照四个选项即可得出结论．

【解答】解：由题意得：俯视图与选项 B 中图形一致．

故选 B．

3. 下列各式的运算正确的是 ()

A. $\frac{a^3}{a}=a$ B. $a^2+a=2a^3$ C. $(-2a)^2=-2a^2$ D. $(a^3)^2=a^6$

【考点】幂的乘方与积的乘方；合并同类项；约分.

【分析】A 选项中分子分母同时约去公因式 a 可得 a^2 ，根据合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变可得 B 错误；根据积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘可得 C 错误；根据幂的乘方法则：底数不变，指数相乘可得 D 错误.

【解答】解：A、 $\frac{a^3}{a}=a^2$ ，故原题计算错误；

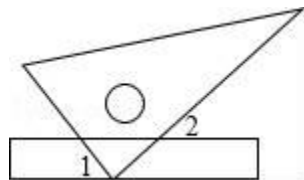
B、 a^2 和 a 不是同类项，不能合并，故原题计算错误；

C、 $(-2a)^2=4a^2$ ，故原题计算错误；

D、 $(a^3)^2=a^6$ ，故原题计算正确；

故选：D.

4. 小红把一把直尺与一块三角板如图放置，测得 $\angle 1=48^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 38° B. 42° C. 48° D. 52°

【考点】平行线的性质.

【分析】先根据余角的定义求出 $\angle 3$ 的度数，再由平行线的性质即可得出结论.

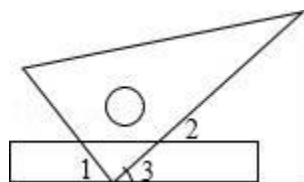
【解答】解： $\because \angle 1=48^\circ$,

$$\therefore \angle 3=90^\circ - \angle 1=90^\circ - 48^\circ=42^\circ.$$

$\because$ 直尺的两边互相平行,

$$\therefore \angle 2=\angle 3=42^\circ.$$

故选 B.



5. 每到四月，许多地方杨絮、柳絮如雪花般漫天飞舞，人们不堪其忧，据测定，杨絮纤维的直径约为 0.0000105m ，该数值用科学记数法表示为 ()

A. 1.05×10^5 B. 0.105×10^{-4} C. 1.05×10^{-5} D. 105×10^{-7}

【考点】科学记数法—表示较小的数.

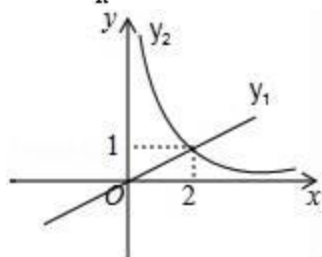
【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.0000105=1.05 \times 10^{-5}$,

故选：C.

6. 正比例函数 $y_1=k_1x$ ($k_1>0$) 与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ ($k_2>0$) 图象如图所示, 则不等式

$k_1x > \frac{k_2}{x}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



- A. B. C. D.

【考点】 在数轴上表示不等式的解集; 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 由图象可以知道, 当 $x=-2$ 或 $x=2$ 时, 两个函数的函数值是相等的, 再根据函数的增减性可以判断出不等式 $k_1x > \frac{k_2}{x}$ 的解集, 即可得出结论.

【解答】 解: 两个函数图象的另一个交点坐标为 $(-2, -1)$,

当 $-2 < x < 0$ 或 $x > 2$ 时, 直线 $y=k_1x$ 在 $y_2=\frac{k_2}{x}$ ($k_2>0$) 图象的上方,

故不等式 $k_1x > \frac{k_2}{x}$ 的解集为 $x < -2$ 或 $x > 2$.

故选: B.

7. 积极行动起来, 共建节约型社会! 我市某居民小区 200 户居民参加了节水行动, 现统计了 10 户家庭一个月的节水情况, 将有关数据整理如下:

节水量 (单位: 吨)	0.5	1	1.5	2
家庭数 (户)	2	3	4	1

请你估计该 200 户家庭这个月节约用水的总量是 ()

- A. 240 吨 B. 360 吨 C. 180 吨 D. 200 吨

【考点】 用样本估计总体.

【分析】 先根据 10 户家庭一个月的节水情况, 求得平均每户节水量, 再计算 200 户家庭这个月节约用水的总量即可.

【解答】 解: 根据 10 户家庭一个月的节水情况可得, 平均每户节水: $(0.5 \times 2 + 1 \times 3 + 1.5 \times 4 + 2 \times 1) \div (2 + 3 + 4 + 1) = 1.2$ (吨)

$\therefore$ 200 户家庭这个月节约用水的总量是: $200 \times 1.2 = 240$ (吨)

故选 (A)

8. 2015 年某县 GDP 总量为 1000 亿元, 计划到 2017 年全县 GDP 总量实现 1210 亿元的目标. 如果每年的平均增长率相同, 那么该县这两年 GDP 总量的平均增长率为 ()

- A. 1.21% B. 8% C. 10% D. 12.1%

【考点】 一元二次方程的应用.

【分析】设该县这两年 GDP 总量的平均增长率为 x ，根据：2015 年某县 GDP 总量 $\times (1 + \text{增长百分率})^2 = 2017$ 年全县 GDP 总量，列一元二次方程求解可得.

【解答】解：设该县这两年 GDP 总量的平均增长率为 x ，根据题意，

得： $1000(1+x)^2 = 1210$,

解得： $x_1 = -2.1$ (舍)， $x_2 = 0.1 = 10\%$,

即该县这两年 GDP 总量的平均增长率为 10% ，

故选：C.

9. 下列命题：①若 $a < 1$ ，则 $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}} = -\sqrt{1-a}$ ；②平行四边形既是中心对称图形又是轴对称图形；③ $\sqrt{9}$ 的算术平方根是 3；④如果方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 $a < 1$. 其中正确的命题个数是 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】命题与定理.

【分析】分别根据平方根的定义、平行四边形的性质、一元二次方程根与判别式的关系对各小题进行逐一判断即可.

【解答】解：① $\because a < 1$ ， $1-a > 0$ ， $\therefore (a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}} = -\sqrt{1-a}$ ，故本小题正确；

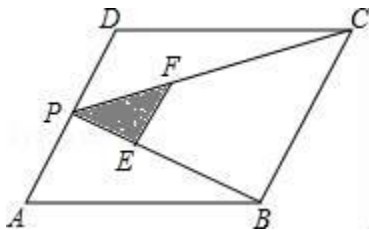
②平行四边形既是中心对称图形但不是轴对称图形，故本小题错误；

③ $\sqrt{9}$ 的算术平方根是 $\sqrt{3}$ ，故本小题错误；

④ $\because$ 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根， $\therefore \Delta = 4 - 4a > 0$ ，解得 $a < 1$ 且 $a \neq 0$ ，故本小题错误.

故选 A.

10. 如图，P 为平行四边形 ABCD 边 AD 上一点，E、F 分别是 PB、PC (靠近点 P) 的三等分点， $\triangle PEF$ 、 $\triangle PDC$ 、 $\triangle PAB$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，若 $AD=2$ ， $AB=2\sqrt{3}$ ， $\angle A=60^\circ$ ，则 $S_1+S_2+S_3$ 的值为 ()



A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{13}{3}$ D. 4

【考点】相似三角形的判定与性质；平行四边形的性质.

【分析】先作辅助线 $DH \perp AB$ 于点 D，然后根据特殊角的三角函数值可以求得 DH 的长度，从而可以求得平行四边形的面积，然后根据三角形的相似可以求得 $S_1+S_2+S_3$ 的值.

【解答】解：作 $DH \perp AB$ 于点 H，如右图所示，

$\because AD=2$ ， $AB=2\sqrt{3}$ ， $\angle A=60^\circ$ ，

$\therefore DH = AD \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore S_{\square ABCD} = AB \cdot DH = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$ ，

$\therefore S_2 + S_3 = S_{\triangle PBC} = 3$ ，

又 $\because$ E、F 分别是 PB、PC（靠近点 P）的三等分点，

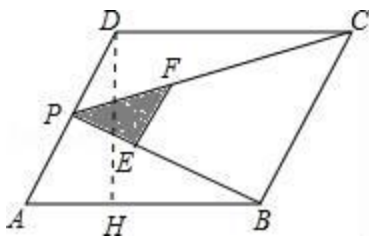
$$\therefore \frac{S_{\triangle PEF}}{S_{\triangle PBC}} = \frac{1}{9},$$

$$\therefore S_{\triangle PEF} = \frac{1}{9} \times 3 = \frac{1}{3},$$

$$\text{即 } S_1 = \frac{1}{3},$$

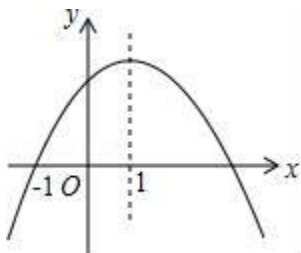
$$\therefore S_1 + S_2 + S_3 = \frac{1}{3} + 3 = \frac{10}{3},$$

故选 A.



11. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象，其对称轴为 $x = 1$ ，下列结论：① $abc > 0$ ；② $2a + b = 0$ ；

③ $4a + 2b + c < 0$ ；④ 若 $(-\frac{3}{2}, y_1)$ ， $(\frac{10}{3}, y_2)$ 是抛物线上两点，则 $y_1 < y_2$ 其中结论正确的是（ ）



A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ①③④

【考点】 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 由抛物线开口方向得到 $a < 0$ ，有对称轴方程得到 $b = -2a > 0$ ，由 $\because$ 抛物线与 y 轴的交点位置得到 $c > 0$ ，则可对①进行判断；由 $b = -2a$ 可对②进行判断；利用抛物线的对称性可得到抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$ ，则可判断当 $x = 2$ 时， $y > 0$ ，于是可对③进行判断；通过比较点 $(-\frac{3}{2}, y_1)$ 与点 $(\frac{10}{3}, y_2)$ 到对称轴的距离可对④进行判断.

【解答】 解： $\because$ 抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\because \text{抛物线的对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a > 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方，

$$\therefore c > 0,$$

$$\therefore abc < 0, \text{ 所以①错误;}$$

$$\because b = -2a,$$

∴ $2a+b=0$, 所以②正确;

∵ 抛物线与 x 轴的一个交点为 $(-1, 0)$, 抛物线的对称轴为直线 $x=1$,

∴ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$,

∴ 当 $x=2$ 时, $y > 0$,

∴ $4a+2b+c > 0$, 所以③错误;

∵ 点 $(-\frac{3}{2}, y_1)$ 到对称轴的距离比点 $(\frac{10}{3}, y_2)$ 到对称轴的距离远,

∴ $y_1 < y_2$, 所以④正确.

故选 C.

12. 一个整数的所有正约数之和可以按如下方法求得, 如:

$6=2 \times 3$, 则 6 的所有正约数之和 $(1+3) + (2+6) = (1+2) \times (1+3) = 12$;

$12=2^2 \times 3$, 则 12 的所有正约数之和 $(1+3) + (2+6) + (4+12) = (1+2+2^2) \times (1+3) = 28$;

$36=2^2 \times 3^2$, 则 36 的所有正约数之和

$(1+3+9) + (2+6+18) + (4+12+36) = (1+2+2^2) \times (1+3+3^2) = 91$.

参照上述方法, 那么 200 的所有正约数之和为 ()

A. 420 B. 434 C. 450 D. 465

【考点】规律型: 数字的变化类.

【分析】在类比推理中, 200 的所有正约数之和可按如下方法得到: 根据 $200=2^3 \times 5^2$, 可得 200 的所有正约数之和为 $(1+2+2^2+2^3)(1+5+5^2)$, 即可得出答案.

【解答】解: 200 的所有正约数之和可按如下方法得到:

因为 $200=2^3 \times 5^2$,

所以 200 的所有正约数之和为 $(1+2+2^2+2^3) \times (1+5+5^2) = 465$.

故选 (D).

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 不需写出解答过程, 请将答案直接写在答题卡相应位置上.

13. 关于 x 的方程 $2x^2 - ax + 1 = 0$ 一个根是 1, 则它的另一个根为 $-\frac{1}{2}$.

【考点】根与系数的关系.

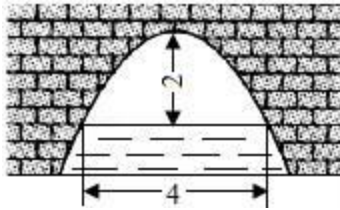
【分析】设方程的另一个根为 t , 根据根与系数的关系得到 $1 \cdot t = -\frac{1}{2}$, 然后解关于 t 的方程即可.

【解答】解: 设方程的另一个根为 t ,

根据题意得 $1 \cdot t = -\frac{1}{2}$, 解得 $t = -\frac{1}{2}$.

故答案为 $-\frac{1}{2}$.

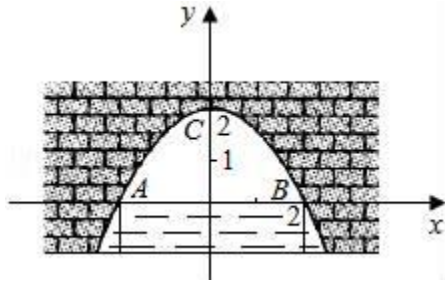
14. 如图, 一抛物线型拱桥, 当拱顶到水面的距离为 2 米时, 水面宽度为 4 米; 那么当水位下降 1 米后, 水面的宽度为 $2\sqrt{6}$ 米.



【考点】二次函数的应用.

【分析】根据已知得出直角坐标系，进而求出二次函数解析式，再通过把 $y = -1$ 代入抛物线解析式得出水面宽度，即可得出答案.

【解答】解：如图，



建立平面直角坐标系，设横轴 x 通过 AB ，纵轴 y 通过 AB 中点 O 且通过 C 点，则通过画图可得知 O 为原点，

抛物线以 y 轴为对称轴，且经过 A, B 两点， OA 和 OB 可求出为 AB 的一半 2 米，抛物线顶点 C 坐标为 $(0, 2)$ ，

通过以上条件可设顶点式 $y = ax^2 + 2$ ，其中 a 可通过代入 A 点坐标 $(-2, 0)$ ，

到抛物线解析式得出： $a = -0.5$ ，所以抛物线解析式为 $y = -0.5x^2 + 2$ ，

当水面下降 1 米，通过抛物线在图上的观察可转化为：

当 $y = -1$ 时，对应的抛物线上两点之间的距离，也就是直线 $y = -1$ 与抛物线相交的两点之间的距离，

可以通过把 $y = -1$ 代入抛物线解析式得出：

$$-1 = -0.5x^2 + 2,$$

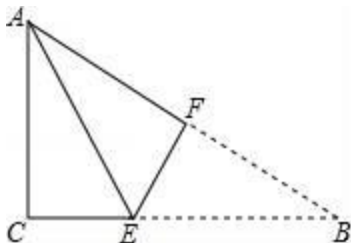
$$\text{解得： } x = \pm \sqrt{6},$$

所以水面宽度增加到 $2\sqrt{6}$ 米，

故答案为： $2\sqrt{6}$ 米.

15. 如图， $\triangle ABC$ 是一张直角三角形纸片， $\angle C = 90^\circ$ ，两直角边 $AC = 6\text{cm}$ 、 $BC = 8\text{cm}$ ，现将

$\triangle ABC$ 折叠，使点 B 与点 A 重合，折痕为 EF ，则 $\tan \angle CAE = \frac{24}{7}$.



【考点】翻折变换（折叠问题）；解直角三角形.

【分析】根据题意可以求得 CE 的长，从而可以求得 $\tan \angle CAE$ 的值.

【解答】解：设 $CE = x$ ，则 $BE = AE = 8 - x$ ，

$\because \angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ，

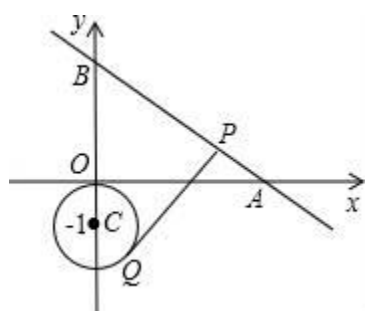
$$\therefore 6^2 + x^2 = (8 - x)^2,$$

$$\text{解得, } x = \frac{7}{4},$$

$$\therefore \tan \angle CAE = \frac{CE}{AC} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{6}{6}} = \frac{7}{24},$$

$$\text{故答案为: } \frac{24}{7}.$$

16. 如图, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ; 点 Q 是以 $C(0, -1)$ 为圆心、1 为半径的圆上一动点, 过 Q 点的切线交线段 AB 于点 P , 则线段 PQ 的最小是 $\frac{\sqrt{231}}{5}$.



【考点】切线的性质; 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】过点 C 作 $CP \perp$ 直线 AB 与点 P , 过点 P 作 $\odot C$ 的切线 PQ , 切点为 Q , 此时 PQ 最小, 连接 CQ , 由点到直线的距离求出 CP 的长度, 再根据勾股定理即可求出 PQ 的长度.

【解答】解: 过点 C 作 $CP \perp$ 直线 AB 与点 P , 过点 P 作 $\odot C$ 的切线 PQ , 切点为 Q , 此时 PQ 最小, 连接 CQ , 如图所示.

直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 3$, 即 $3x + 4y - 12 = 0$,

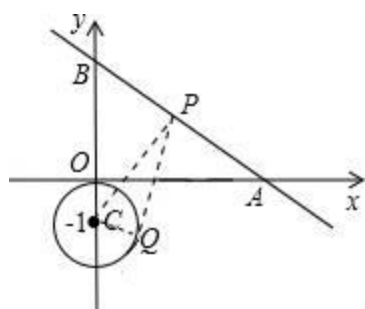
$$\therefore CP = \frac{|-4 - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{16}{5}.$$

$\because PQ$ 为 $\odot C$ 的切线,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle CQP$ 中, $CQ = 1$, $\angle CQP = 90^\circ$,

$$\therefore PQ = \sqrt{CP^2 - CQ^2} = \frac{\sqrt{231}}{5}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{231}}{5}.$$



三、解答题：本大题共 6 小题，满分 64 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (1) 已知 $-\frac{1}{2}x^{2m-1}y^5$ 与 x^ny^{m+n} 是同类项，求 m 、 n 的值；

(2) 先化简后求值： $(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+2}) \div \frac{a}{a^2+a-2}$ ，其中 $a=\sqrt{3}$.

【考点】分式的化简求值；同类项；解二元一次方程组.

【分析】(1) 根据同类项的定义可以得到关于 m 、 n 的二元一次方程组，从而可以解答 m 、 n 的值；

(2) 先对原式化简，再将 $a=\sqrt{3}$ 代入化简后的式子即可解答本题.

【解答】解：(1) $\because -\frac{1}{2}x^{2m-1}y^5$ 与 x^ny^{m+n} 是同类项，

$$\therefore \begin{cases} 2m-1=n \\ 5=m+n \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} m=2 \\ n=3 \end{cases},$$

即 m 的值是 2， n 的值是 3；

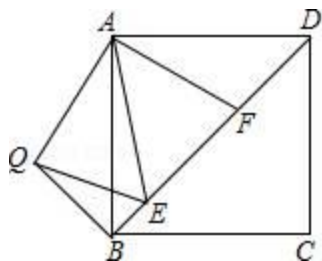
$$\begin{aligned} (2) & (\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+2}) \div \frac{a}{a^2+a-2} \\ &= \frac{a+2-a-1}{(a-1)(a+2)} \times \frac{(a+2)(a-1)}{a} \\ &= \frac{3}{a}, \end{aligned}$$

当 $a=\sqrt{3}$ 时，原式 $=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$.

18. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 是对角线 BD 上两点，且 $\angle EAF=45^\circ$ ，将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后，得到 $\triangle ABQ$ ，连接 EQ ，求证：

(1) EA 是 $\angle QED$ 的平分线；

(2) $EF^2=BE^2+DF^2$.



【考点】旋转的性质；正方形的性质.

【分析】(1) 直接利用旋转的性质得出对应线段关系进而得出答案；

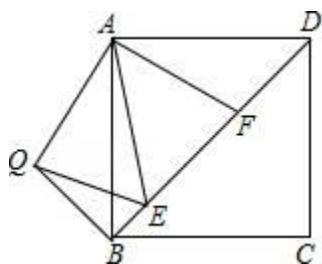
(2) 直接利用旋转的性质得出 $\triangle AQE \cong \triangle AFE$ (SAS)，进而利用勾股定理得出答案.

【解答】证明：(1) $\because$ 将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后，得到 $\triangle ABQ$ ，

$\therefore \angle QAF=90^\circ$,
 $\therefore \angle EAF=45^\circ$,
 $\therefore \angle QAE=45^\circ$,
 $\therefore EA$ 是 $\angle QED$ 的平分线;

(2) $\therefore$ 将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后, 得到 $\triangle ABQ$,
 $\therefore QB=DF$, $AQ=AF$, $\angle ABQ=\angle ADF=45^\circ$,
 在 $\triangle AQE$ 和 $\triangle AFE$ 中

$$\begin{cases} AQ=AF \\ \angle QAE=\angle FAE, \\ AE=AE \end{cases}$$
 $\therefore \triangle AQE \cong \triangle AFE$ (SAS),
 $\therefore QE=EF$,
 在 $Rt\triangle QBE$ 中,
 $QB^2+BE^2=QE^2$,
 则 $EF^2=BE^2+DF^2$.

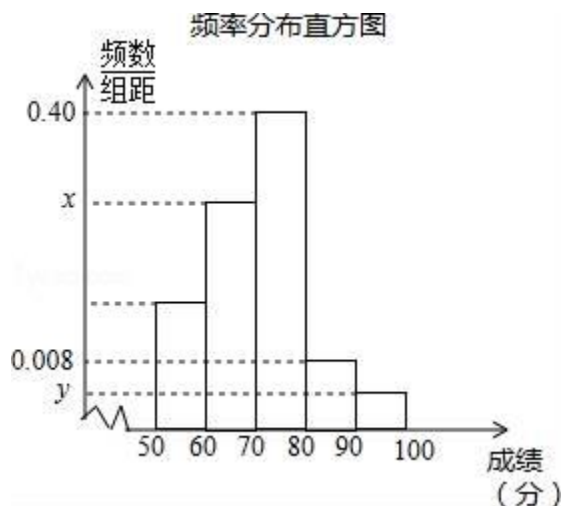


19. 未参加学校的“我爱古诗词”知识竞赛, 小王所在班级组织了依次古诗词知识测试, 并将全班同学的分数 (得分取正整数, 满分为 100 分) 进行统计. 以下是根据这次测试成绩制作的不完整的频率分布表和频率分布直方图.

组别	分组	频数	频率
1	$50 \leq x < 60$	9	0.18
2	$60 \leq x < 70$	a	
3	$70 \leq x < 80$	20	0.40
4	$80 \leq x < 90$		0.08
5	$90 \leq x \leq 100$	2	b
	合计		

请根据以上频率分布表和频率分布直方图, 回答下列问题:

- (1) 求出 a 、 b 、 x 、 y 的值;
- (2) 老师说: “小王的测试成绩是全班同学成绩的中位数”, 那么小王的测试成绩在什么范围内?
- (3) 若要从小明、小敏等五位成绩优秀的同学中随机选取两位参加竞赛, 请用“列表法”或“树状图”求出小明、小敏同时被选中的概率. (注: 五位同学请用 A 、 B 、 C 、 D 、 E 表示, 其中小明为 A , 小敏为 B)



【考点】列表法与树状图法；频数（率）分布表；频数（率）分布直方图；中位数.

【分析】(1) 先利用第 1 组的频数除以它的频率得到样本容量，再计算出第 4 组的频数，则用样本容量分别减去其它各组的频数得到 a 的值，接着用第 5 组的频数除以样本容量得到 b 的值，用 b 的值除以组距 10 得到 y 的值，然后计算第 2 组的频率，再把第 2 组的频率除以组距得到 x 的值；

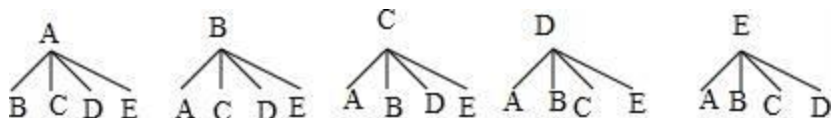
(2) 根据中位数的定义求解；

(3) 画树状图（五位同学请用 A、B、C、D、E 表示，其中小明为 A，小敏为 B）展示所有 20 种等可能的结果数，再找出小明、小敏同时被选中的结果数，然后根据概率公式求解.

【解答】解：(1) $9 \div 0.18 = 50$,
 $50 \times 0.08 = 4$,
 所以 $a = 50 - 9 - 20 - 4 - 2 = 15$,
 $b = 2 \div 50 = 0.04$,
 $x = 15 \div 50 \div 10 = 0.03$,
 $y = 0.04 \div 10 = 0.004$;

(2) 小王的测试成绩在 $70 \leq x \leq 80$ 范围内；

(3) 画树状图为：（五位同学请用 A、B、C、D、E 表示，其中小明为 A，小敏为 B）



共有 20 种等可能的结果数，其中小明、小敏同时被选中的结果数为 2，

所以小明、小敏同时被选中的概率 $= \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

20. 随着人们“节能环保，绿色出行”意识的增强，越来越多的人喜欢骑自行车出行，也给自行车商家带来商机. 某自行车行经营的 A 型自行车去年销售总额为 8 万元. 今年该型自行车每辆售价预计比去年降低 200 元. 若该型车的销售数量与去年相同，那么今年的销售总额将比去年减少 10%，求：

(1) A 型自行车去年每辆售价多少元？

(2) 该车行今年计划新进一批 A 型车和新款 B 型车共 60 辆，且 B 型车的进货数量不超过 A 型车数量的两倍. 已知，A 型车和 B 型车的进货价格分别为 1500 元和 1800 元，计划 B 型车销售价格为 2400 元，应如何组织进货才能使这批自行车销售获利最多？

【考点】分式方程的应用；一元一次不等式的应用.

【分析】(1) 设去年 A 型车每辆售价 x 元，则今年售价每辆为 $(x - 200)$ 元，由卖出的数量相同建立方程求出其解即可；

(2) 设今年新进 A 型车 a 辆，则 B 型车 $(60 - a)$ 辆，获利 y 元，由条件表示出 y 与 a 之间的关系式，由 a 的取值范围就可以求出 y 的最大值.

【解答】解：(1) 设去年 A 型车每辆售价 x 元，则今年售价每辆为 $(x - 200)$ 元，由题意，得

$$\frac{80000}{x} = \frac{80000(1 - 10\%)}{x - 200},$$

解得： $x = 2000$.

经检验， $x = 2000$ 是原方程的根.

答：去年 A 型车每辆售价为 2000 元；

(2) 设今年新进 A 型车 a 辆，则 B 型车 $(60 - a)$ 辆，获利 y 元，由题意，得

$$y = a + (60 - a),$$

$$y = -300a + 36000.$$

$\because$ B 型车的进货数量不超过 A 型车数量的两倍，

$$\therefore 60 - a \leq 2a,$$

$$\therefore a \geq 20.$$

$$\because y = -300a + 36000.$$

$$\therefore k = -300 < 0,$$

$\therefore y$ 随 a 的增大而减小.

$$\therefore a = 20 \text{ 时, } y_{\text{最大}} = 30000 \text{ 元.}$$

$$\therefore \text{B 型车的数量为: } 60 - 20 = 40 \text{ 辆.}$$

$\therefore$ 当新进 A 型车 20 辆，B 型车 40 辆时，这批车获利最大.

21. 阅读理解：

我们把满足某种条件的所有点所组成的图形，叫做符合这个条件的点的轨迹.

例如：角的平分线是到角的两边距离相等的点的轨迹.

问题：如图 1，已知 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线，M 是边 BC 上一动点，连接 AM 交 EF 于点 P，那么动点 P 为线段 AM 中点.

理由： $\because$ 线段 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线， $\therefore EF \parallel BC$,

由平行线分线段成比例得：动点 P 为线段 AM 中点.

由此你得到动点 P 的运动轨迹是： 线段 EF .

知识应用：

如图 2，已知 EF 为等边 $\triangle ABC$ 边 AB、AC 上的动点，连结 EF；若 $AF = BE$ ，且等边 $\triangle ABC$ 的边长为 8，求线段 EF 中点 Q 的运动轨迹的长.

拓展提高：

如图 3，P 为线段 AB 上一动点（点 P 不与点 A、B 重合），在线段 AB 的同侧分别作等边 $\triangle APC$ 和等边 $\triangle PBD$ ，连结 AD、BC，交点为 Q.

(1) 求 $\angle AQB$ 的度数；

(2) 若 $AB=6$, 求动点 Q 运动轨迹的

长.

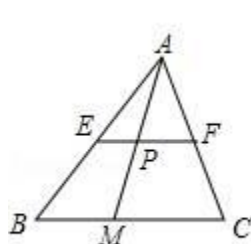


图1

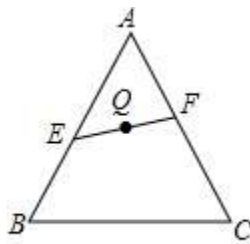


图2

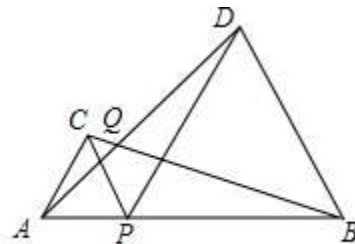


图3

【考点】三角形综合题.

【分析】阅读理解：根据轨迹的定义可知，动点 P 的运动轨迹是线段 EF .

知识应用：如图 1 中，作 $\triangle ABC$ 的中位线 MN ，作 $EG \parallel AC$ 交 NM 的延长线于 G ， EF 与 MN 交于点 Q' ， $\triangle GQ'E \cong \triangle NQ'F$ ，推出 Q 、 Q' 重合即可解决问题.

拓展提高：如图 2 中，(1) 只要证明 $\triangle APD \cong \triangle CPB$ ，推出 $\angle DQG = \angle BPG = 60^\circ$ 结论解决问题. (2) 由 (1) 可知点 P 的运动轨迹是 $\widehat{AB}$ ，设弧 AB 所在圆的圆心为 O ， Z 圆上任意取一点 M ，连接 AM ， BM ，则 $\angle M = 60^\circ$ ，作 $OH \perp AB$ 于 H ，则 $AH=BH=3$ ， $OH=\sqrt{3}$ ， $OB=2\sqrt{3}$ ，利用弧长公式即可解决.

【解答】阅读理解：根据轨迹的定义可知，动点 P 的运动轨迹是线段 EF .

故答案为线段 EF .

知识应用：如图 1 中，作 $\triangle ABC$ 的中位线 MN ，作 $EG \parallel AC$ 交 NM 的延长线于 G ， EF 与 MN 交于点 Q'

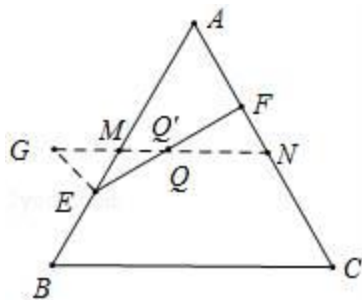


图1

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形， MN 是中位线，

$\therefore AM=BM=AN=CN$,

$\therefore AF=BE$,

$\therefore EM=FN$,

$\therefore MN \parallel BC$,

$\therefore \angle AMN = \angle B = \angle GME = 60^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle GEM = 60^\circ$,

$\therefore \triangle GEM$ 是等边三角形，

$\therefore EM=EG=FN$,

在 $\triangle GQ'E$ 和 $\triangle NQ'F$ 中，

$$\begin{cases} \angle GQ'E = \angle NQ'F \\ \angle G = \angle FNQ' \\ GE = FN \end{cases},$$

$\therefore \triangle GQ'E \cong \triangle NQ'F$,

$$\therefore \text{弧 AB 的长} = \frac{120^\circ \times \pi \times 2\sqrt{3}}{180^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi.$$

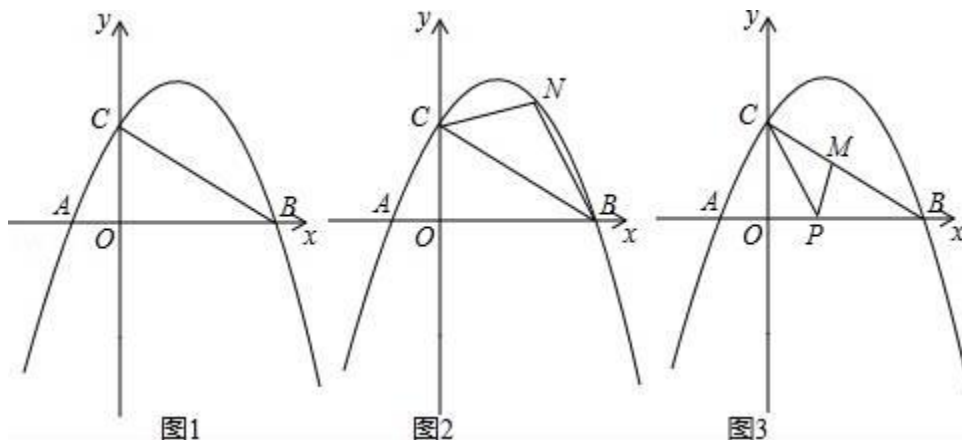
∴ 动点 Q 运动轨迹的长 $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$.

22. 如图 1, 抛物线 $y = -\frac{3}{5}[(x-2)^2+n]$ 与 x 轴交于点 A (m-2, 0) 和 B (2m+3, 0) (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C, 连结 BC.

(1) 求 m、n 的值;

(2) 如图 2, 点 N 为抛物线上的一动点, 且位于直线 BC 上方, 连接 CN、BN. 求 $\triangle NBC$ 面积的最大值;

(3) 如图 3, 点 M、P 分别为线段 BC 和线段 OB 上的动点, 连接 PM、PC, 是否存在这样的点 P, 使 $\triangle PCM$ 为等腰三角形, $\triangle PMB$ 为直角三角形同时成立? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 利用抛物线的解析式确定对称轴为直线 $x=2$, 再利用对称性得到 $2-(m-2)=2m+3-2$, 解方程可得 m 的值, 从而得到 A (-1, 0), B (5, 0), 然后把 A 点坐标代入 $y = -\frac{3}{5}[(x-2)^2+n]$ 可求出 n 的值;

(2) 作 $ND \parallel y$ 轴交 BC 于 D, 如图 2, 利用抛物线解析式确定 C (0, 3), 再利用待定系数法求出直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{3}{5}x+3$, 设 N ($x, -\frac{3}{5}x^2+\frac{12}{5}x+3$), 则 D ($x, -\frac{3}{5}x+3$),

根据三角形面积公式, 利用 $S_{\triangle NBC} = S_{\triangle NDC} + S_{\triangle NDB}$ 可得 $S_{\triangle NBC} = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{15}{2}x$, 然后利用二次函数的性质求解;

(3) 先利用勾股定理计算出 $BC = \sqrt{34}$, 再分类讨论: 当 $\angle PMB = 90^\circ$, 则 $\angle PMC = 90^\circ$, $\triangle PMC$ 为等腰直角三角形, $MP = MC$, 设 $PM = t$, 则 $CM = t$, $MB = \sqrt{34} - t$, 证明 $\triangle BMP \sim \triangle BOC$, 利用相似比可求出 BP 的长, 再计算 OP 后可得到 P 点坐标; 当 $\angle MPB = 90^\circ$, 则 $MP = MC$, 设 $PM = t$, 则 $CM = t$, $MB = \sqrt{34} - t$, 证明 $\triangle BMP \sim \triangle BCO$, 利用相似比可求出 BP 的长, 再计算 OP 后可得到 P 点坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{3}{5}[(x-2)^2+n] = -\frac{3}{5}(x-2)^2 - \frac{3}{5}n$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=2$,

$\therefore$ 点 A 和点 B 为对称点,

$\therefore 2 - (m-2) = 2m+3 - 2$, 解得 $m=1$,

∴ A (-1, 0), B (5, 0),

把 A (-1, 0) 代入 $y = -\frac{3}{5}[(x-2)^2 + n]$ 得 $9+n=0$, 解得 $n=-9$;

(2) 作 ND//y 轴交 BC 于 D, 如图 2,

抛物线解析式为 $y = -\frac{3}{5}[(x-2)^2 - 9] = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{12}{5}x + 3$,

当 $x=0$ 时, $y=3$, 则 C (0, 3),

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$,

把 B (5, 0), C (0, 3) 代入得 $\begin{cases} 5k+b=0 \\ b=3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=-\frac{3}{5} \\ b=3 \end{cases}$,

∴ 直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{3}{5}x + 3$,

设 N ($x, -\frac{3}{5}x^2 + \frac{12}{5}x + 3$), 则 D ($x, -\frac{3}{5}x + 3$),

∴ $ND = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{12}{5}x + 3 - (-\frac{3}{5}x + 3) = -\frac{3}{5}x^2 + 3x$,

∴ $S_{\triangle NBC} = S_{\triangle NDC} + S_{\triangle NDB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot ND = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{15}{2}x = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{75}{8}$,

当 $x = \frac{5}{2}$ 时, $\triangle NBC$ 面积最大, 最大值为 $\frac{75}{8}$;

(3) 存在.

∵ B (5, 0), C (0, 3),

∴ $BC = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$,

当 $\angle PMB = 90^\circ$, 则 $\angle PMC = 90^\circ$, $\triangle PMC$ 为等腰直角三角形, $MP = MC$,

设 $PM = t$, 则 $CM = t$, $MB = \sqrt{34} - t$,

∵ $\angle MBP = \angle OBC$,

∴ $\triangle BMP \sim \triangle BOC$,

∴ $\frac{PM}{OC} = \frac{BM}{OB} = \frac{BP}{BC}$, 即 $\frac{t}{3} = \frac{\sqrt{34} - t}{5} = \frac{BP}{\sqrt{34}}$, 解得 $t = \frac{3\sqrt{34}}{8}$, $BP = \frac{17}{4}$,

∴ $OP = OB - BP = 5 - \frac{17}{4} = \frac{3}{4}$,

此时 P 点坐标为 $(\frac{3}{4}, 0)$;

当 $\angle MPB = 90^\circ$, 则 $MP = MC$,

设 $PM = t$, 则 $CM = t$, $MB = \sqrt{34} - t$,

∵ $\angle MBP = \angle CBO$,

∴ $\triangle BMP \sim \triangle BCO$,

∴ $\frac{MP}{OC} = \frac{BM}{BC} = \frac{BP}{BO}$, 即 $\frac{t}{3} = \frac{\sqrt{34} - t}{\sqrt{34}} = \frac{BP}{5}$, 解得 $t = \frac{102 - 9\sqrt{34}}{25}$, $BP = \frac{34 - 3\sqrt{34}}{5}$,

∴ $OP = OB - BP = 5 - \frac{34 - 3\sqrt{34}}{5} = \frac{3}{4}$,

此时 P 点坐标为 $(\frac{3\sqrt{34}-9}{5}, 0)$;

综上所述, P 点坐标为 $(\frac{3\sqrt{34}-9}{5}, 0)$ 或 $(\frac{3}{4}, 0)$.

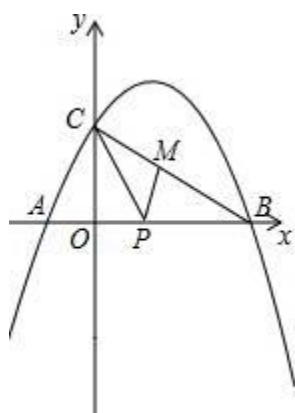


图3

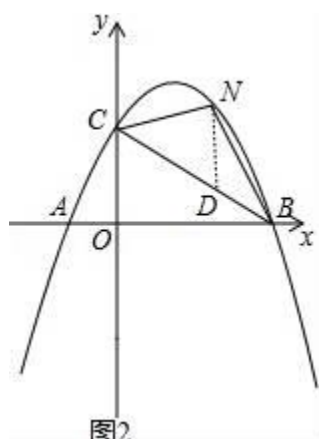


图2

2016 年 8 月 12 日