

2016 年山东省威海市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

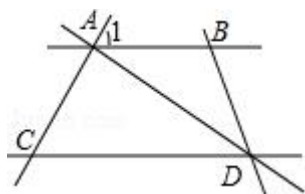
1. (3 分) $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -2$ B. $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$ C. $x \neq 0$ D. $x > 0$ 且 $x \neq -2$

3. (3 分) 如图, $AB \parallel CD$, $DA \perp AC$, 垂足为 A , 若 $\angle ADC = 35^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为 ()



- A. 65° B. 55° C. 45° D. 35°

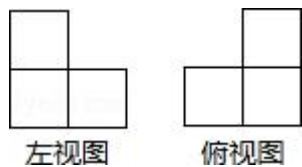
4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $x^3 + x^2 = x^5$ B. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$
C. $(-x^3)^2 \div x^5 = 1$ D. $(-xy)^3 \cdot (-xy)^{-2} = -xy$

5. (3 分) 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 + ax - 2b = 0$ 的两实数根, 且 $x_1 + x_2 = -2$, $x_1 \cdot x_2 = 1$, 则 b^a 的值是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. 4 D. -1

6. (3 分) 一个几何体由几个大小相同的小正方体搭成, 其左视图和俯视图如图所示, 则搭成这个几何体的小正方体的个数是 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. (3 分) 若 $x^2 - 3y - 5 = 0$, 则 $6y - 2x^2 - 6$ 的值为 ()

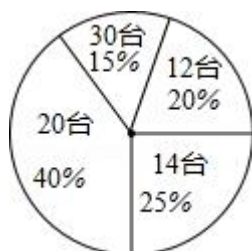
- A. 4 B. -4 C. 16 D. -16

8. (3 分) 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 则 $|a| - |b|$ 可化简为 ()

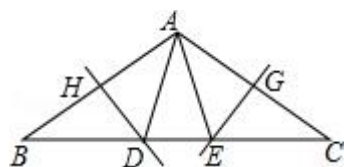


- A. $a - b$ B. $b - a$ C. $a + b$ D. $-a - b$

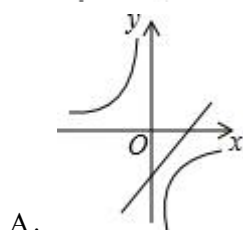
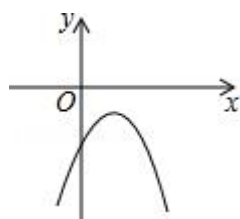
9. (3分) 某电脑公司销售部为了定制下个月的销售计划, 对 20 位销售员本月的销售量进行了统计, 绘制成如图所示的统计图, 则这 20 位销售人员本月销售量的平均数、中位数、众数分别是 ()



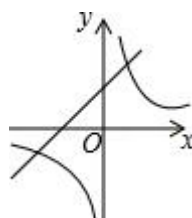
- A. 19, 20, 14 B. 19, 20, 20 C. 18.4, 20, 20 D. 18.4, 25, 20
10. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C = 36^\circ$, AB 的垂直平分线交 BC 于点 D , 交 AB 于点 H , AC 的垂直平分线交 BC 于点 E , 交 AC 于点 G , 连接 AD , AE , 则下列结论错误的是 ()



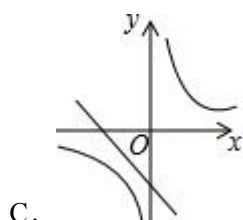
- A. $\frac{BD}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. AD, AE 将 $\angle BAC$ 三等分
- C. $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ D. $S_{\triangle ADH} = S_{\triangle CEG}$
11. (3分) 已知二次函数 $y = -(x-a)^2 - b$ 的图象如图所示, 则反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ 与一次函数 $y = ax+b$ 的图象可能是 ()



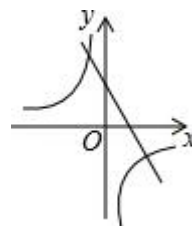
A.



B.

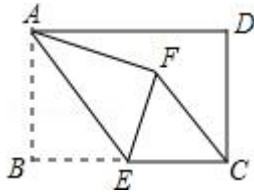


C.



D.

12. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=6$, 点 E 为 BC 的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 使点 B 落在矩形内点 F 处, 连接 CF , 则 CF 的长为 ()



- A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{18}{5}$

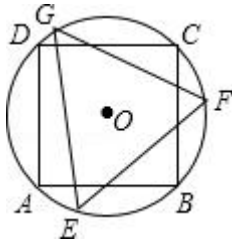
二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

13. (3分) 蜜蜂建造的蜂巢既坚固又省料, 其厚度约为 0.000073 米, 将 0.000073 用科学记数法表示为_____.

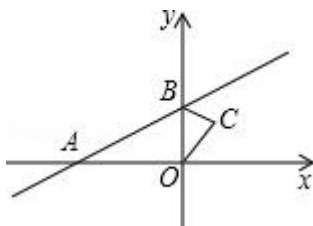
14. (3分) 化简: $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$ _____.

15. (3分) 分解因式: $(2a+b)^2 - (a+2b)^2 =$ _____.

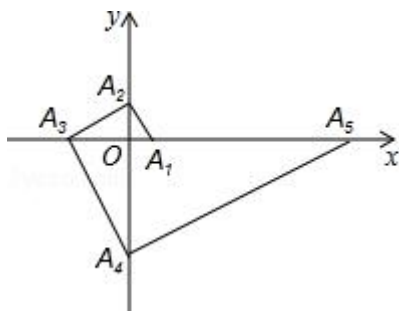
16. (3分) 如图, 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 其边长为 4, 则 $\odot O$ 的内接正三角形 EFG 的边长为_____.



17. (3分) 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , $\triangle BOC$ 与 $\triangle B'O'C'$ 是以点 A 为位似中心的位似图形, 且相似比为 1:3, 则点 B 的对应点 B' 的坐标为_____.



18. (3分) 如图, 点 A_1 的坐标为 $(1, 0)$, A_2 在 y 轴的正半轴上, 且 $\angle A_1A_2O = 30^\circ$, 过点 A_2 作 $A_2A_3 \perp A_1A_2$, 垂足为 A_2 , 交 x 轴于点 A_3 ; 过点 A_3 作 $A_3A_4 \perp A_2A_3$, 垂足为 A_3 , 交 y 轴于点 A_4 ; 过点 A_4 作 $A_4A_5 \perp A_3A_4$, 垂足为 A_4 , 交 x 轴于点 A_5 ; 过点 A_5 作 $A_5A_6 \perp A_4A_5$, 垂足为 A_5 , 交 y 轴于点 A_6 ; $\cdots$ 按此规律进行下去, 则点 A_{2016} 的纵坐标为_____.



三、解答题：本大题共 7 小题，共 66 分

19. (7 分) 解不等式组，并把解集表示在数轴上.

$$\begin{cases} 2x+5 \leq 3(x+2), & \text{①} \\ \frac{1-2x}{3} + \frac{1}{5} > 0, & \text{②} \end{cases}$$

20. (8 分) 某校进行期末体育达标测试，甲、乙两班的学生数相同，甲班有 48 人达标，乙班有 45 人达标，甲班的达标率比乙班高 6%，求乙班的达标率.

21. (9 分) 一个盒子里有标号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6 的六个小球，这些小球除标号数字外都相同.

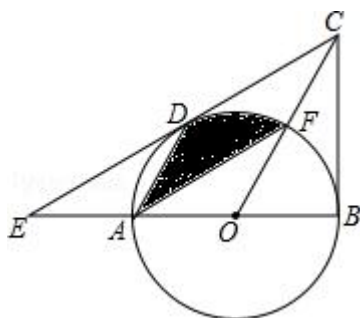
(1) 从盒中随机摸出一个小球，求摸到标号数字为奇数的小球的概率；

(2) 甲、乙两人用这六个小球玩摸球游戏，规则是：甲从盒中随机摸出一个小球，记下标号数字后放回盒里，充分摇匀后，乙再从盒中随机摸出一个小球，并记下标号数字. 若两次摸到小球的标号数字同为奇数或同为偶数，则判甲赢；若两次摸到小球的标号数字为一奇一偶，则判乙赢. 请用列表法或画树状图的方法说明这个游戏对甲、乙两人是否公平.

22. (9 分) 如图，在 $\triangle BCE$ 中，点 A 是边 BE 上一点，以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 CE 相切于点 D ， $AD \parallel OC$ ，点 F 为 OC 与 $\odot O$ 的交点，连接 AF .

(1) 求证： CB 是 $\odot O$ 的切线；

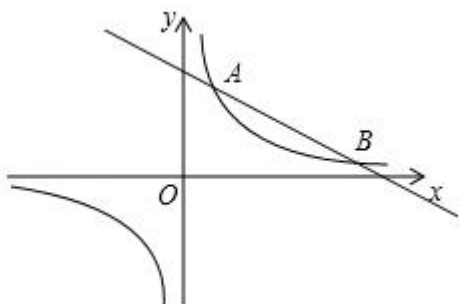
(2) 若 $\angle ECB = 60^\circ$ ， $AB = 6$ ，求图中阴影部分的面积.



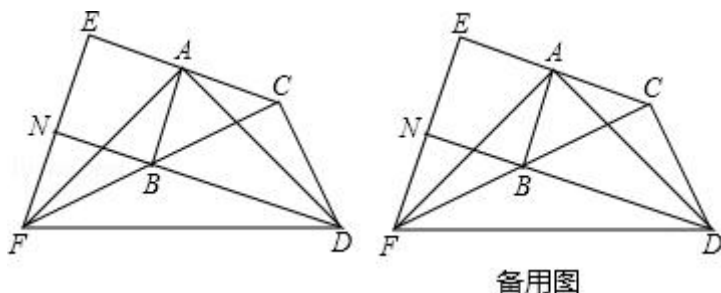
23. (10 分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象与一次函数 $y = kx + b$ 的图象交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 $(2, 6)$, 点 B 的坐标为 $(n, 1)$.

(1) 求反比例函数与一次函数的表达式;

(2) 点 E 为 y 轴上一个动点, 若 $S_{\triangle AEB} = 5$, 求点 E 的坐标.



24. (11 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 中, $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = AC$, $CB = CD$. 延长 CA 至点 E , 使 $AE = AC$; 延长 CB 至点 F , 使 $BF = BC$. 连接 AD, AF, DF, EF . 延长 DB 交 EF 于点 N .



(1) 求证: $AD = AF$;

(2) 求证: $BD = EF$;

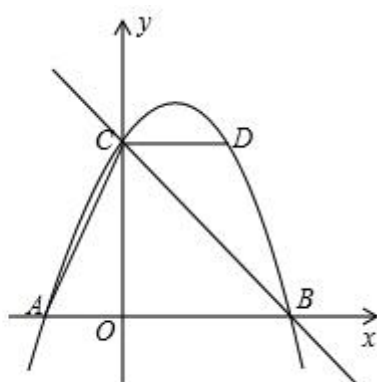
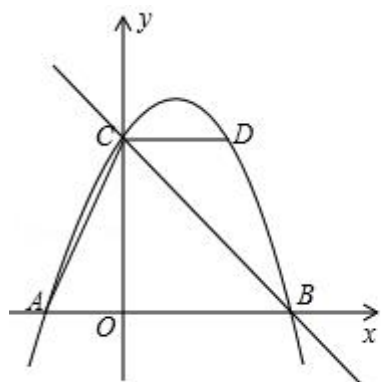
(3) 试判断四边形 $ABNE$ 的形状, 并说明理由.

25. (12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(-2, 0)$, 点 $B(4, 0)$, 点 $D(2, 4)$, 与 y 轴交于点 C , 作直线 BC , 连接 AC, CD .

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) E 是抛物线上的点, 求满足 $\angle ECD = \angle ACO$ 的点 E 的坐标;

(3) 点 M 在 y 轴上且位于点 C 上方, 点 N 在直线 BC 上, 点 P 为第一象限内抛物线上一点, 若以点 C, M, N, P 为顶点的四边形是菱形, 求菱形的边长.



备用图①

2016 年山东省威海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. 【分析】一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号.

【解答】解： $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 $\frac{1}{3}$,

故选：C.

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号；

一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0.

2. 【分析】根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得， $x+2 \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

解得 $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$,

故选：B.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

3. 【分析】利用已知条件易求 $\angle ACD$ 的度数，再根据两线平行同位角相等即可求出 $\angle 1$ 的度数.

【解答】解：

$\because DA \perp AC$ ，垂足为 A ，

$\therefore \angle CAD = 90^\circ$ ，

$\because \angle ADC = 35^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = 55^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle ACD = 55^\circ$ ，

故选：B.

【点评】本题主要考查了平行线的性质，垂直的定义等知识点，熟记平行线的性质定理是解题关键.

4. 【分析】A、原式不能合并，即可作出判断；

B、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可作出判断；

C、原式利用幂的乘方及单项式除以单项式法则计算得到结果，即可作出判断；

D、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可作出判断．

【解答】解：A、原式不能合并，错误；

B、原式 $= a^7$ ，错误；

C、原式 $= x^6 \div x^5 = x$ ，错误；

D、原式 $= -xy$ ，正确．

故选：D．

【点评】此题考查了整数的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

5. 【分析】根据根与系数的关系和已知 x_1+x_2 和 $x_1 \cdot x_2$ 的值，可求 a 、 b 的值，再代入求值即可．

【解答】解：∵ x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2+ax-2b=0$ 的两实数根，

$$\therefore x_1+x_2 = -a = -2, \quad x_1 \cdot x_2 = -2b = 1,$$

$$\text{解得 } a = 2, \quad b = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore b^a = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

故选：A．

【点评】此题主要考查了根与系数的关系，将根与系数的关系与代数式变形相结合解题是一种经常使用的解题方法．

6. 【分析】易得这个几何体共有 2 层，由俯视图可得第一层立方体的个数，由左视图可得第二层立方体的个数，相加即可．

【解答】解：由题中所给出的俯视图知，底层有 3 个小正方体；

由左视图可知，第 2 层有 1 个小正方体．

故则搭成这个几何体的小正方体的个数是 $3+1=4$ 个．

故选：B．

【点评】考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查．

7. 【分析】把 (x^2-3y) 看作一个整体并求出其值，然后代入代数式进行计算即可得解．

【解答】解：∵ $x^2-3y-5=0$,

$$\therefore x^2-3y=5,$$

$$\text{则 } 6y - 2x^2 - 6 = -2(x^2 - 3y) - 6$$

$$= -2 \times 5 - 6$$

$$= -16,$$

故选：D.

【点评】本题考查了代数式求值，整体思想的利用是解题的关键.

8. 【分析】根据数轴可以判断 a 、 b 的正负，从而可以化简 $|a| - |b|$ ，本题得以解决.

【解答】解：由数轴可得： $a > 0$ ， $b < 0$ ，

$$\text{则 } |a| - |b| = a - (-b) = a + b.$$

故选：C.

【点评】本题考查实数与数轴，解题的关键是明确数轴的特点，根据数轴可以判断 a 、 b 的正负.

9. 【分析】根据扇形统计图给出的数据，先求出销售各台的人数，再根据平均数、中位数和众数的定义分别进行求解即可.

【解答】解：根据题意得：

$$\text{销售 20 台的人数是：} 20 \times 40\% = 8 \text{ (人)},$$

$$\text{销售 30 台的人数是：} 20 \times 15\% = 3 \text{ (人)},$$

$$\text{销售 12 台的人数是：} 20 \times 20\% = 4 \text{ (人)},$$

$$\text{销售 14 台的人数是：} 20 \times 25\% = 5 \text{ (人)},$$

$$\text{则这 20 位销售人员本月销售量的平均数是 } \frac{20 \times 8 + 30 \times 3 + 12 \times 4 + 14 \times 5}{20} = 18.4 \text{ (台)};$$

把这些数从小到大排列，最中间的数是第 10、11 个数的平均数，

$$\text{则中位数是 } \frac{20 + 20}{2} = 20 \text{ (台)};$$

$\therefore$ 销售 20 台的人数最多，

$\therefore$ 这组数据的众数是 20.

故选：C.

【点评】此题考查了平均数、中位数和众数，用到的知识点：一组数据中出现次数最多的数据叫做这组数据的众数. 将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数. 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

10. 【分析】由题意知 $AB = AC$ 、 $\angle BAC = 108^\circ$ ，根据中垂线性质得 $\angle B = \angle DAB = \angle C = \angle CAE = 36^\circ$ ，从而知 $\triangle BDA \sim \triangle BAC$ ，得 $\frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC}$ ，由 $\angle ADC = \angle DAC = 72^\circ$ 得 $CD = CA = BA$ ，进而根据黄金分割定义知 $\frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，可判断 A；根据 $\angle DAB = \angle CAE = 36^\circ$ 知 $\angle DAE = 36^\circ$ 可判断 B；根据 $\angle BAD + \angle DAE = \angle CAE + \angle DAE = 72^\circ$ 可得 $\angle BAE = \angle CAD$ ，可证 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$ ，即可判断 C；由 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$ 知 $S_{\triangle BAD} = S_{\triangle CAE}$ ，根据 DH 垂直平分 AB ， EG 垂直平分 AC 可得 $S_{\triangle ADH} = S_{\triangle CEG}$ ，可判断 D。

【解答】解： $\because \angle B = \angle C = 36^\circ$ ，

$\therefore AB = AC$ ， $\angle BAC = 108^\circ$ ，

$\because DH$ 垂直平分 AB ， EG 垂直平分 AC ，

$\therefore DB = DA$ ， $EA = EC$ ，

$\therefore \angle B = \angle DAB = \angle C = \angle CAE = 36^\circ$ ，

$\therefore \triangle BDA \sim \triangle BAC$ ，

$$\therefore \frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC}，$$

又 $\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 72^\circ$ ， $\angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 72^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle DAC$ ，

$\therefore CD = CA = BA$ ，

$\therefore BD = BC - CD = BC - AB$ ，

则 $\frac{BC-BA}{BA} = \frac{BA}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，即 $\frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，故 A 错误；

$\because \angle BAC = 108^\circ$ ， $\angle B = \angle DAB = \angle C = \angle CAE = 36^\circ$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle BAC - \angle DAB - \angle CAE = 36^\circ$ ，

即 $\angle DAB = \angle DAE = \angle CAE = 36^\circ$ ，

$\therefore AD$ ， AE 将 $\angle BAC$ 三等分，故 B 正确；

$\because \angle BAE = \angle BAD + \angle DAE = 72^\circ$ ， $\angle CAD = \angle CAE + \angle DAE = 72^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle CAD$ ，

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CAD$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle B = \angle C \\ AB = AC \\ \angle BAE = \angle CAD \end{cases},$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CAD$, 故 C 正确;

由 $\triangle BAE \cong \triangle CAD$ 可得 $S_{\triangle BAE} = S_{\triangle CAD}$, 即 $S_{\triangle BAD} + S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CAE} + S_{\triangle ADE}$,

$$\therefore S_{\triangle BAD} = S_{\triangle CAE},$$

又 $\because DH$ 垂直平分 AB , EG 垂直平分 AC ,

$$\therefore S_{\triangle ADH} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD}, S_{\triangle CEG} = \frac{1}{2} S_{\triangle CAE},$$

$$\therefore S_{\triangle ADH} = S_{\triangle CEG}, \text{ 故 } D \text{ 正确.}$$

故选: A.

【点评】 本题主要考查黄金分割、全等三角形的判定与性质及线段的垂直平分线的综合运用, 掌握其性质、判定并灵活应用是解题的关键.

11. **【分析】** 观察二次函数图象, 找出 $a > 0$, $b > 0$, 再结合反比例 (一次) 函数图象与系数的关系, 即可得出结论.

【解答】 解: 观察二次函数图象, 发现:

抛物线的顶点坐标在第四象限, 即 $a > 0$, $-b < 0$,

$$\therefore a > 0, b > 0.$$

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ 中 $ab > 0$,

$\therefore$ 反比例函数图象在第一、三象限;

$\because$ 一次函数 $y = ax + b$, $a > 0$, $b > 0$,

$\therefore$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象过第一、二、三象限.

故选: B.

【点评】 本题考查了反比例函数的图象、一次函数的图象以及二次函数的图象, 解题的关键是根据二次函数的图象找出 $a > 0$, $b > 0$. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 熟记各函数图象的性质是解题的关键.

12. **【分析】** 连接 BF , 根据三角形的面积公式求出 BH , 得到 BF , 根据直角三角形的判定得到 $\angle BFC = 90^\circ$, 根据勾股定理求出答案.

【解答】 解: 连接 BF ,

$\because BC = 6$, 点 E 为 BC 的中点,

$$\therefore BE = 3,$$

$$\text{又} \because AB = 4,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = 5,$$

由折叠知, $BF \perp AE$ (对应点的连线必垂直于对称轴)

$$\therefore BH = \frac{AB \times BE}{AE} = \frac{12}{5},$$

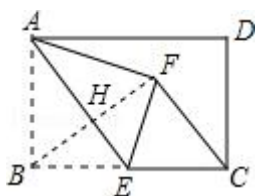
$$\text{则 } BF = \frac{24}{5},$$

$$\because FE = BE = EC,$$

$$\therefore \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore CF = \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{18}{5}.$$

故选: D.



【点评】 本题考查的是翻折变换的性质和矩形的性质, 掌握折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等是解题的关键.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

13. **【分析】** 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】 解: 将 0.000073 用科学记数法表示为 7.3×10^{-5} .

故答案为: 7.3×10^{-5} .

【点评】 本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

14. **【分析】** 先将二次根式化为最简, 然后合并同类二次根式即可.

【解答】 解: 原式 $= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

故答案为: $\sqrt{2}$.

【点评】 此题考查了二次根式的加减运算, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握二次根

式的化简及同类二次根式的合并.

15. 【分析】原式利用平方差公式分解即可.

【解答】解：原式 = $(2a+b+a+2b)(2a+b-a-2b)$
 $= 3(a+b)(a-b).$

故答案为： $3(a+b)(a-b).$

【点评】此题考查了因式分解 - 运用公式法，熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

16. 【分析】连接 AC 、 OE 、 OF ，作 $OM \perp EF$ 于 M ，先求出圆的半径，在 $RT\triangle OEM$ 中利用 30° 度角的性质即可解决问题.

【解答】解：连接 AC 、 OE 、 OF ，作 $OM \perp EF$ 于 M ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB = BC = 4$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore AC$ 是直径， $AC = 4\sqrt{2}$ ，

$\therefore OE = OF = 2\sqrt{2}$ ， $\because OM \perp EF$ ，

$\therefore EM = MF$ ，

$\because \triangle EFG$ 是等边三角形，

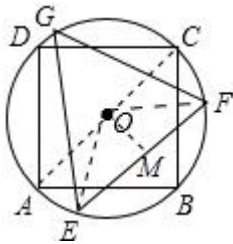
$\therefore \angle GEF = 60^\circ$ ，

在 $RT\triangle OEM$ 中， $\because OE = 2\sqrt{2}$ ， $\angle OEM = \frac{1}{2}\angle GEF = 30^\circ$ ，

$\therefore OM = \sqrt{2}$ ， $EM = \sqrt{3}OM = \sqrt{6}$ ，

$\therefore EF = 2\sqrt{6}$.

故答案为 $2\sqrt{6}$.



【点评】本题考查正多边形与圆、等腰直角三角形的性质、等边三角形的性质等知识，

解题的关键是熟练应用这些知识解决问题，属于中考常考题型.

17. 【分析】首先解得点 A 和点 B 的坐标，再利用位似变换可得结果.

【解答】解： $\because$ 直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，

令 $x = 0$ 可得 $y = 1$ ；

令 $y = 0$ 可得 $x = -2$,

$\therefore$ 点 A 和点 B 的坐标分别为 $(-2, 0)$; $(0, 1)$,

$\therefore \triangle BOC$ 与 $\triangle B'O'C'$ 是以点 A 为位似中心的位似图形, 且相似比为 $1:3$,

$$\therefore \frac{OB}{O'B'} = \frac{OA}{AO'} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore O'B' = 3, AO' = 6,$$

$\therefore B'$ 的坐标为 $(-8, -3)$ 或 $(4, 3)$.

故答案为: $(-8, -3)$ 或 $(4, 3)$.

【点评】 本题主要考查了位似变换和一次函数图象上点的坐标特征, 得出点 A 和点 B 的坐标是解答此题的关键.

18. **【分析】** 先求出 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 坐标, 探究规律, 利用规律解决问题.

【解答】 解: $\because A_1(1, 0)$, $A_2[0, (\sqrt{3})^1]$, $A_3[-(\sqrt{3})^2, 0]$, $A_4[0, -(\sqrt{3})^3]$, $A_5[(\sqrt{3})^4, 0]\cdots$,

$\therefore$ 序号除以 4 整除的话在 y 轴的负半轴上, 余数是 1 在 x 轴的正半轴上, 余数是 2 在 y 轴的正半轴上, 余数是 3 在 x 轴的负半轴上,

$$\because 2016 \div 4 = 504,$$

$$\therefore A_{2016} \text{ 在 } y \text{ 轴的负半轴上, 纵坐标为 } -(\sqrt{3})^{2015}.$$

故答案为 $-(\sqrt{3})^{2015}$.

【点评】 本题考查坐标与图形的性质、规律型题目, 解题的关键是从特殊到一般, 探究规律, 利用规律解决问题, 属于中考常考题型.

三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 66 分

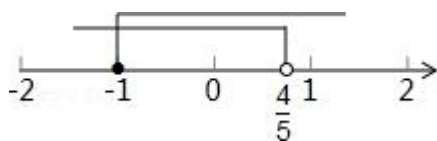
19. **【分析】** 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

【解答】 解: 由①得: $x \geq -1$,

$$\text{由②得: } x < \frac{4}{5},$$

$$\therefore \text{不等式组的解集为 } -1 \leq x < \frac{4}{5},$$

表示在数轴上, 如图所示:



【点评】 此题考查了解一元一次方程组, 以及在数轴上表示不等式的解集, 熟练掌握一

元一次不等式的解法是解本题的关键.

20. 【分析】设乙班的达标率是 x , 则甲班的达标率为 $(x+6\%)$, 根据“甲、乙两班的学生数相同”列出方程并解答.

【解答】解: 设乙班的达标率是 x , 则甲班的达标率为 $(x+6\%)$,

依题意得: $\frac{48}{x+6\%} = \frac{45}{x}$,

解这个方程, 得 $x = 0.9$,

经检验, $x = 0.9$ 是所列方程的根, 并符合题意.

答: 乙班的达标率为 90%.

【点评】本题考查了分式方程的应用. 列分式方程解应用题一定要审清题意, 找相等关系是着眼点, 要学会分析题意, 提高理解能力.

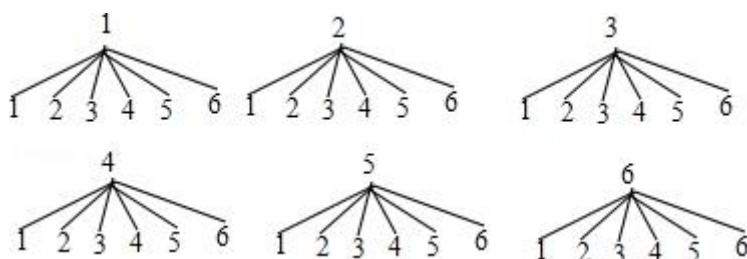
21. 【分析】(1) 直接利用概率公式进而得出答案;

(2) 画出树状图, 得出所有等可能的情况数, 找出两次摸到小球的标号数字同为奇数或同为偶数的情况数, 即可求出所求的概率.

【解答】解: (1) $\because 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 六个小球,

$\therefore$ 摸到标号数字为奇数的小球的概率为: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

(2) 画树状图:



如图所示, 共有 36 种等可能的情况, 两次摸到小球的标号数字同为奇数或同为偶数的有 18 种,

摸到小球的标号数字为一奇一偶的结果有 18 种,

$\therefore P_{(\text{甲})} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}, P_{(\text{乙})} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2},$

$\therefore$ 这个游戏对甲、乙两人是公平的.

【点评】本题考查了游戏公平性, 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比, 正确列出所有可能是解题关键.

22. 【分析】(1) 欲证明 CB 是 $\odot O$ 的切线, 只要证明 $BC \perp OB$, 可以证明 $\triangle CDO \cong \triangle CBO$ 解决问题.

(2) 首先证明 $S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 } ODF}$, 然后利用扇形面积公式计算即可.

【解答】(1) 证明: 连接 OD , 与 AF 相交于点 G ,

$\because CE$ 与 $\odot O$ 相切于点 D ,

$\therefore OD \perp CE$,

$\therefore \angle CDO = 90^\circ$,

$\because AD \parallel OC$,

$\therefore \angle ADO = \angle DOC, \angle DAO = \angle BOC$,

$\because OA = OD$,

$\therefore \angle ADO = \angle DAO$,

$\therefore \angle DOC = \angle BOC$,

在 $\triangle CDO$ 和 $\triangle CBO$ 中,

$$\begin{cases} CO=CO \\ \angle DOC=\angle BOC, \\ OD=OB \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDO \cong \triangle CBO$,

$\therefore \angle CBO = \angle CDO = 90^\circ$,

$\therefore CB$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 由 (1) 可知 $\angle DOA = \angle BOC, \angle DOC = \angle BOC$,

$\because \angle ECB = 60^\circ$,

$\therefore \angle DCO = \angle BCO = \frac{1}{2} \angle ECB = 30^\circ$,

$\therefore \angle DOC = \angle BOC = 60^\circ$,

$\therefore \angle DOA = 60^\circ$,

$\because OA = OD$,

$\therefore \triangle OAD$ 是等边三角形,

$\therefore AD = OD = OF, \because \angle GOF = \angle ADO$,

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle FOG$ 中,

$$\begin{cases} \angle GOF = \angle ADG \\ \angle FGO = \angle AGD, \\ AD = OF \end{cases}$$

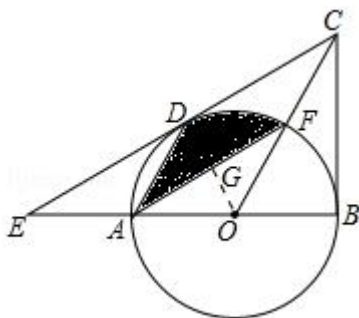
$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle FOG,$$

$$\therefore S_{\triangle ADG} = S_{\triangle FOG},$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径 } r = 3,$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 } ODF} = \frac{60\pi \cdot 3^2}{360} = \frac{3}{2}\pi.$$



【点评】 本题考查切线的性质和判定、扇形的面积公式，记住切线的判定方法和性质是解决问题的关键，学会把求不规则图形面积转化为求规则图形面积，属于中考常考题型.

23. **【分析】** (1) 把点 A 的坐标代入 $y = \frac{m}{x}$ ，求出反比例函数的解析式，把点 B 的坐标代入 $y = \frac{12}{x}$ ，得出 n 的值，得出点 B 的坐标，再把 A 、 B 的坐标代入直线 $y = kx + b$ ，求出 k 、 b 的值，从而得出一次函数的解析式；

(2) 设点 E 的坐标为 $(0, m)$ ，连接 AE ， BE ，先求出点 P 的坐标 $(0, 7)$ ，得出 $PE = |m - 7|$ ，根据 $S_{\triangle AEB} = S_{\triangle BEP} - S_{\triangle AEP} = 5$ ，求出 m 的值，从而得出点 E 的坐标.

【解答】 解：(1) 把点 $A(2, 6)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ ，得 $m = 12$ ，

$$\text{则 } y = \frac{12}{x}.$$

$$\text{把点 } B(n, 1) \text{ 代入 } y = \frac{12}{x}, \text{ 得 } n = 12,$$

则点 B 的坐标为 $(12, 1)$.

$$\text{由直线 } y = kx + b \text{ 过点 } A(2, 6), \text{ 点 } B(12, 1) \text{ 得 } \begin{cases} 2k + b = 6 \\ 12k + b = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 7 \end{cases},$$

$$\text{则所求一次函数的表达式为 } y = -\frac{1}{2}x + 7.$$

(2) 如图，直线 AB 与 y 轴的交点为 P ，设点 E 的坐标为 $(0, m)$ ，连接 AE ， BE ，

则点 P 的坐标为 $(0, 7)$.

$$\therefore PE = |m - 7|.$$

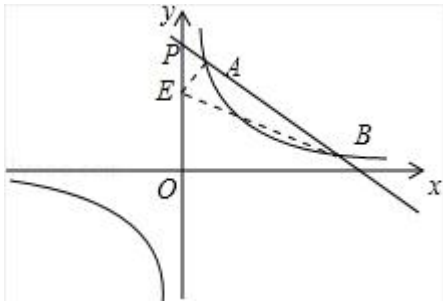
$$\because S_{\triangle AEB} = S_{\triangle BEP} - S_{\triangle AEP} = 5,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times |m - 7| \times (12 - 2) = 5.$$

$$\therefore |m - 7| = 1.$$

$$\therefore m_1 = 6, m_2 = 8.$$

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(0, 6)$ 或 $(0, 8)$.



【点评】 此题考查了反比例函数和一次函数的交点问题，用待定系数法求一次函数和反比例函数的解析式，三角形的面积，解一元一次方程，解二元一次方程组等知识点的理解和掌握，综合运用这些性质进行计算是解此题的关键.

24. **【分析】** (1) 由等腰直角三角形的性质得出 $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$ ，求出 $\angle ABF = 135^\circ$ ， $\angle ABF = \angle ACD$ ，证出 $BF = CD$ ，由 SAS 证明 $\triangle ABF \cong \triangle ACD$ ，即可得出 $AD = AF$ ；
- (2) 由 (1) 知 $AF = AD$ ， $\triangle ABF \cong \triangle ACD$ ，得出 $\angle FAB = \angle DAC$ ，证出 $\angle EAF = \angle BAD$ ， $AB = AE$ ，由 SAS 证明 $\triangle AEF \cong \triangle ABD$ ，得出对应边相等即可；
- (3) 由全等三角形的性质得出 $\angle AEF = \angle ABD = 90^\circ$ ，证出四边形 $ABNE$ 是矩形，由 $AE = AB$ ，即可得出四边形 $ABNE$ 是正方形.

【解答】 (1) 证明： $\because AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ，$$

$$\therefore \angle ABF = 135^\circ，$$

$$\because \angle BCD = 90^\circ，$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ACD，$$

$$\because CB = CD，CB = BF，$$

$$\therefore BF = CD，$$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABF=\angle ACD, \\ BF=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACD$ (SAS),

$\therefore AD = AF$;

(2) 证明: 由(1)知, $AF = AD$, $\triangle ABF \cong \triangle ACD$,

$\therefore \angle FAB = \angle DAC$,

$\because \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAB = \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAF = \angle BAD$,

$\because AB = AC$, $AE = AC$,

$\therefore AB = AE$,

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle ABD$ 中,

$$\begin{cases} AE=AB \\ \angle EAF=\angle BAD \\ AF=AD \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle ABD$ (SAS),

$\therefore BD = EF$;

(3) 解: 四边形 $ABNE$ 是正方形; 理由如下:

$\because CD = CB$, $\angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBD = 45^\circ$,

由(2)知, $\angle EAB = 90^\circ$, $\triangle AEF \cong \triangle ABD$,

$\therefore \angle AEF = \angle ABD = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABNE$ 是矩形,

又 $\because AE = AB$,

$\therefore$ 四边形 $ABNE$ 是正方形.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的性质、正方形的判定、矩形的判定; 熟练掌握等腰直角三角形的性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

25. **【分析】** (1) 用待定系数法求出抛物线解析式即可.

(2) 分①点 E 在直线 CD 上方的抛物线上和②点 E 在直线 CD 下方的抛物线上两种情况, 用三角函数求解即可;

(3) 分① CM 为菱形的边和② CM 为菱形的对角线, 用菱形的性质进行计算;

【解答】解：（1）∵ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(-2, 0)$ ，点 $B(4, 0)$ ，点 D $(2, 4)$ ，

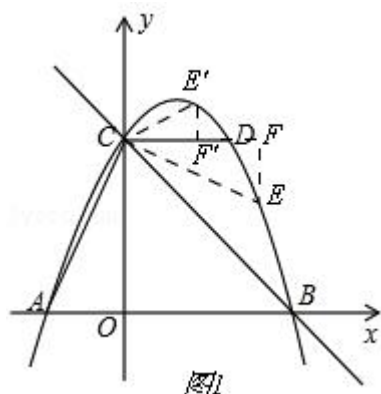
∴ 设抛物线解析式为 $y = a(x+2)(x-4)$ ，

∴ $-8a = 4$ ，

∴ $a = -\frac{1}{2}$ ，

∴ 抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{2}(x+2)(x-4) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ ；

（2）如图 1，



①点 E 在直线 CD 上方的抛物线上，记 E' ，

连接 CE' ，过 E' 作 $E'F' \perp CD$ ，垂足为 F' ，

由（1）知， $OC = 4$ ，

∵ $\angle ACO = \angle E'CF'$ ，

∴ $\tan \angle ACO = \tan \angle E'CF'$ ，

∴ $\frac{AO}{CO} = \frac{E'F'}{CF'} = \frac{1}{2}$ ，

设线段 $E'F' = h$ ，则 $CF' = 2h$ ，

∴ 点 $E'(2h, h+4)$

∵ 点 E' 在抛物线上，

∴ $-\frac{1}{2}(2h)^2 + 2h + 4 = h + 4$ ，

∴ $h = 0$ （舍） $h = \frac{1}{2}$

∴ $E'(1, \frac{9}{2})$ ，

②点 E 在直线 CD 下方的抛物线上，记 E ，

连接 CE ，过 E 作 $EF \perp CD$ ，垂足为 F ，

由 (1) 知, $OC = 4$,

$$\because \angle ACO = \angle ECF,$$

$$\therefore \tan \angle ACO = \tan \angle ECF,$$

$$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{EF}{CF} = \frac{1}{2},$$

设线段 $EF = h$, 则 $CF = 2h$,

$$\therefore \text{点 } E(2h, 4 - h)$$

$\because$ 点 E 在抛物线上,

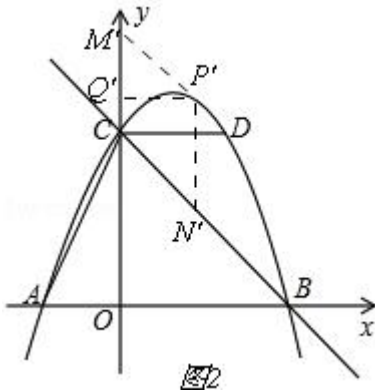
$$\therefore -\frac{1}{2}(2h)^2 + 2h + 4 = 4 - h,$$

$$\therefore h = 0 \text{ (舍)} \quad h = \frac{3}{2}$$

$$\therefore E\left(3, \frac{5}{2}\right),$$

点 E 的坐标为 $\left(1, \frac{9}{2}\right), \left(3, \frac{5}{2}\right)$

(3) ① CM 为菱形的边, 如图 2,



在第一象限内取点 P' , 过点 P' 作 $P'N' \parallel y$ 轴, 交 BC 于 N' , 过点 P' 作 $P'M' \parallel BC$, 交 y 轴于 M' ,

$\therefore$ 四边形 $CM'P'N'$ 是平行四边形,

$\because$ 四边形 $CM'P'N'$ 是菱形,

$$\therefore P'M' = P'N',$$

过点 P' 作 $P'Q' \perp y$ 轴, 垂足为 Q' ,

$$\because OC = OB, \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle P'M'C = 45^\circ,$$

设点 $P' \left(m, -\frac{1}{2}m^2+m+4 \right)$,

在 $\text{Rt}\triangle P' M' Q'$ 中, $P' Q' = m$, $P' M' = \sqrt{2}m$,

$\because B(4, 0), C(0, 4)$,

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = -x+4$,

$\because P' N' \parallel y$ 轴,

$\therefore N' (m, -m+4)$,

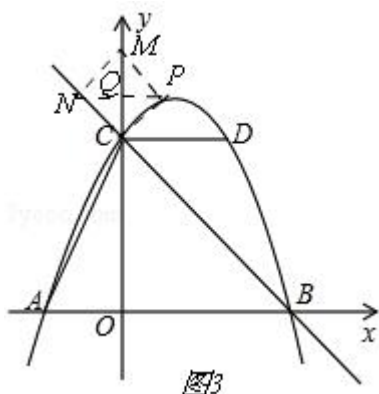
$\therefore P' N' = -\frac{1}{2}m^2+m+4 - (-m+4) = -\frac{1}{2}m^2+2m$,

$\therefore \sqrt{2}m = -\frac{1}{2}m^2+2m$,

$\therefore m = 0$ (舍) 或 $m = 4 - 2\sqrt{2}$,

菱形 $CM' P' N'$ 的边长为 $\sqrt{2}(4 - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} - 4$.

② CM 为菱形的对角线, 如图 3,



在第一象限内抛物线上取点 P , 过点 P 作 $PM \parallel BC$,

交 y 轴于点 M , 连接 CP , 过点 M 作 $MN \parallel CP$, 交 BC 于 N ,

$\therefore$ 四边形 $CPMN$ 是平行四边形, 连接 PN 交 CM 于点 Q ,

$\because$ 四边形 $CPMN$ 是菱形,

$\therefore PQ \perp CM$, $\angle PCQ = \angle NCQ$,

$\because \angle OCB = 45^\circ$,

$\therefore \angle NCQ = 45^\circ$,

$\therefore \angle PCQ = 45^\circ$,

$\therefore \angle CPQ = \angle PCQ = 45^\circ$,

$\therefore PQ = CQ$,

设点 $P(n, -\frac{1}{2}n^2+n+4)$,

$$\therefore CQ = n, OQ = n+4,$$

$$\therefore n+4 = -\frac{1}{2}n^2+n+4,$$

$$\therefore n = 0 \text{ (舍)},$$

$\therefore$ 此种情况不存在.

$$\therefore \text{菱形的边长为 } 4\sqrt{2} - 4.$$

【点评】 此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法求抛物线解析式，菱形的性质，平行四边形的性质，判定，锐角三角函数，解本题的关键是用等角的同名三角函数值相等建立方程求解.