

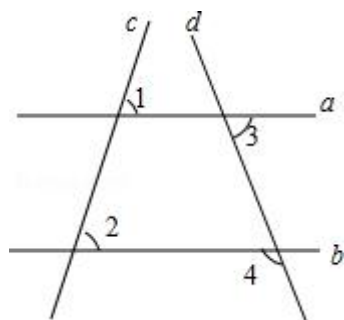
2015 年山东省聊城市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) (2015•聊城) $-\frac{1}{3}$ 的绝对值等于 ()

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

2. (3 分) (2015•聊城) 直线 a 、 b 、 c 、 d 的位置如图所示，如果 $\angle 1=58^\circ$ ， $\angle 2=58^\circ$ ， $\angle 3=70^\circ$ ，那么 $\angle 4$ 等于 ()

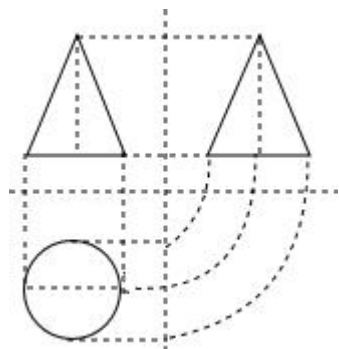


- A. 58° B. 70° C. 110° D. 116°

3. (3 分) (2015•聊城) 电视剧《铁血将军》在我市拍摄，该剧展示了抗日英雄范筑先的光辉形象。某校为了了解学生对“民族英雄范筑先”的知晓情况，从全校 2400 名学生中随机抽取了 100 名学生进行调查。在这次调查中，样本是 ()

- A. 2400 名学生
B. 100 名学生
C. 所抽取的 100 名学生对“民族英雄范筑先”的知晓情况
D. 每一名学生对于“民族英雄范筑先”的知晓情况

4. (3 分) (2015•聊城) 某几何体的三视图如图所示，这个几何体是 ()



- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 三棱柱 D. 三棱锥

5. (3 分) (2015•聊城) 下列运算正确的是 ()

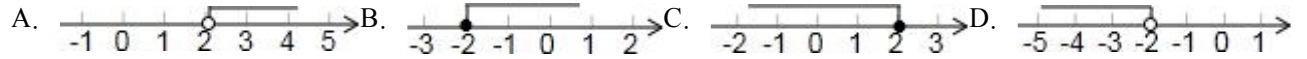
A. $a^2+a^3=a^5$

B. $(-a^3)^2=a^6$

C. $ab^2 \cdot 3a^2b=3a^2b^2$

D. $-2a^6 \div a^2 = -2a^3$

6. (3分) (2015•聊城) 不等式 $x-3 \leq 3x+1$ 的解集在数轴上表示如下, 其中正确的是 ()



7. (3分) (2015•聊城) 下列命题中的真命题是 ()

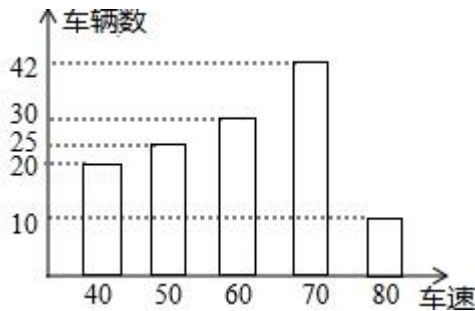
A. 两边和一角分别相等的两个三角形全等

B. 相似三角形的面积比等于相似比

C. 正方形不是中心对称图形

D. 圆内接四边形的对角互补

8. (3分) (2015•聊城) 为了了解一路段车辆行驶速度的情况, 交警统计了该路段上午 7:00 至 9:00 来往车辆的车速 (单位: 千米/时), 并绘制成如图所示的条形统计图. 这些车速的众数、中位数分别是 ()



A. 众数是 80 千米/时, 中位数是 60 千米/时

B. 众数是 70 千米/时, 中位数是 70 千米/时

C. 众数是 60 千米/时, 中位数是 60 千米/时

D. 众数是 70 千米/时, 中位数是 60 千米/时

9. (3分) (2015•聊城) 图 (1) 是一个小正方体的表面展开图, 小正方体从图 (2) 所示的位置依次翻到第 1 格、第 2 格、第 3 格、第 4 格, 这时小正方体朝上一面的字是 ()



(1)



(2)

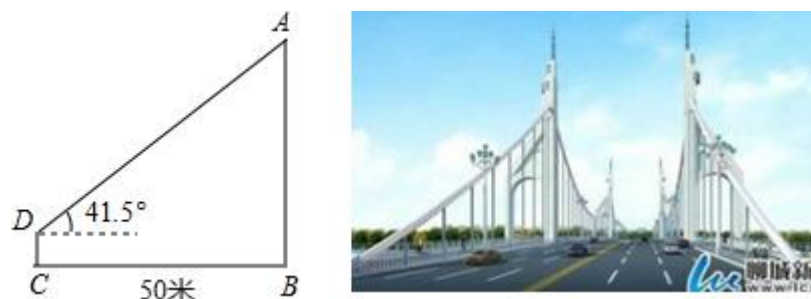
A. 梦

B. 水

C. 城

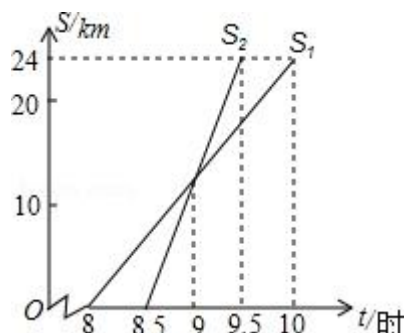
D. 美

10. (3分) (2015•聊城) 湖南路大桥于今年5月1日竣工, 为徒骇河景区增添了一道亮丽的风景线. 某校数学兴趣小组用测量仪器测量该大桥的桥塔高度, 在距桥塔 AB 底部 50 米的 C 处, 测得桥塔顶部 A 的仰角为 41.5° (如图). 已知测量仪器 CD 的高度为 1 米, 则桥塔 AB 的高度约为 ()



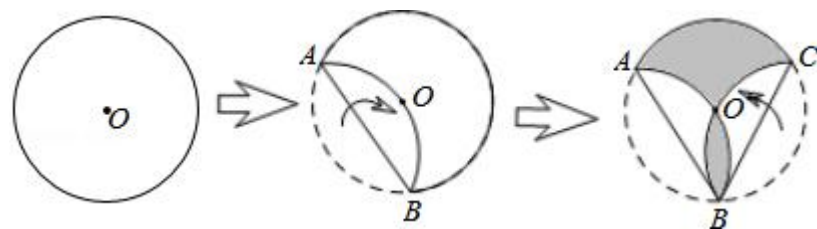
- A. 34 米 B. 38 米 C. 45 米 D. 50 米

11. (3分) (2015•聊城) 小亮家与姥姥家相距 24km , 小亮 8:00 从家出发, 骑自行车去姥姥家. 妈妈 8:30 从家出发, 乘车沿相同路线去姥姥家. 在同一直角坐标系中, 小亮和妈妈的行进路程 S (km) 与北京时间 t (时) 的函数图象如图所示. 根据图象得到小亮结论, 其中错误的是 ()



- A. 小亮骑自行车的平均速度是 12km/h
 B. 妈妈比小亮提前 0.5 小时到达姥姥家
 C. 妈妈在距家 12km 处追上小亮
 D. 9:30 妈妈追上小亮

12. (3分) (2015•聊城) 如图, 点 O 是圆形纸片的圆心, 将这个圆形纸片按下列顺序折叠, 使 $\widehat{AB}$ 和 $\widehat{AC}$ 都经过圆心 O , 则阴影部分的面积是 $\odot O$ 面积的 ()



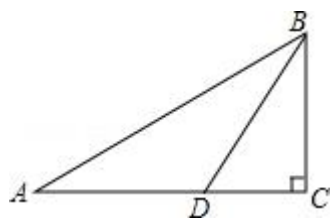
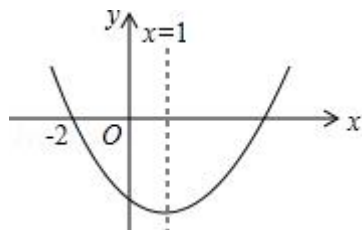
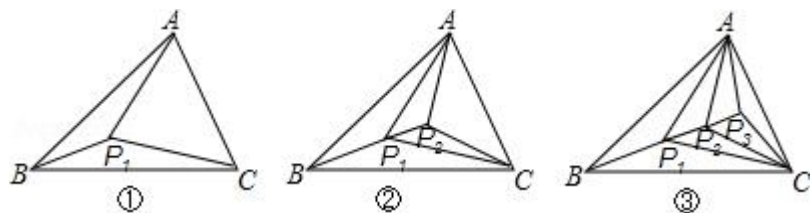
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{5}$

二、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

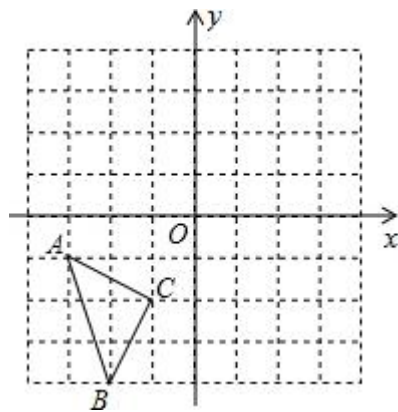
13. (3 分) (2015•聊城) 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的解是_____.14. (3 分) (2015•聊城) 计算: $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24} =$ _____.15. (3 分) (2015•聊城) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线. 若 $AB = 6$, 则点 D 到 AB 的距离是_____.16. (3 分) (2015•聊城) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论: ① $2a + b = 0$; ② $a + c > b$; ③ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$; ④ $abc > 0$. 其中正确的结论是_____ (填写序号).17. (3 分) (2015•聊城) 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1 , 把 $\triangle ABC$ 分成 3 个互不重叠的小三角形; $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1, P_2 , 把 $\triangle ABC$ 分成 5 个互不重叠的小三角形; $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1, P_2, P_3 , 把 $\triangle ABC$ 分成 7 个互不重叠的小三角形; ... $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, 把 $\triangle ABC$ 分成_____个互不重叠的小三角形.

三、解答题（本题共 8 个小题，共 69 分）

18. (7 分) (2015•聊城) 解方程组
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}.$$

19. (8 分) (2015•聊城) 在如图所示的直角坐标系中，每个小方格都是边长为 1 的正方形， $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上，点 A 的坐标是 $(-3, -1)$.

- (1) 将 $\triangle ABC$ 沿 y 轴正方向平移 3 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点 B_1 坐标；
- (2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点 C_2 的坐标.

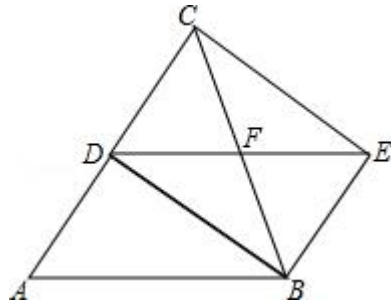


20. (8 分) (2015•聊城) 已知反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$ (m 为常数，且 $m \neq 5$).

- (1) 若在其图象的每个分支上， y 随 x 的增大而增大，求 m 的取值范围；
- (2) 若其图象与一次函数 $y = -x + 1$ 图象的一个交点的纵坐标是 3，求 m 的值.

21. (8 分) (2015•聊城) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, BD 平分 $\angle ABC$. 四边形 $ABED$ 是平行四边形, DE 交 BC 于点 F , 连接 CE .

求证: 四边形 $BECD$ 是矩形.



22. (8 分) (2015•聊城) 在阳光体育活动时间, 小亮、小莹、小芳和大刚到学校乒乓球室打乒乓球, 当时只有一副空球桌, 他们只能选两人打第一场.

(1) 如果确定小亮打第一场, 再从其余三人中随机选取一人打第一场, 求恰好选中大刚的概率;

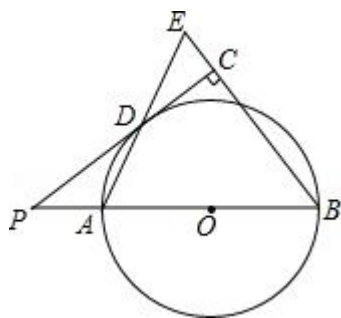
(2) 如果确定小亮做裁判, 用“手心、手背”的方法决定其余三人哪两人打第一场. 游戏规则是: 三人同时伸“手心、手背”中的一种手势, 如果恰好有两人伸出的手势相同, 那么这两人上场, 否则重新开始, 这三人伸出“手心”或“手背”都是随机的, 请用画树状图的方法求小莹和小芳打第一场的概率.

23. (8 分) (2015•聊城) 在“母亲节”前夕, 某花店用 16000 元购进第一批礼盒鲜花, 上市后很快预售一空. 根据市场需求情况, 该花店又用 7500 元购进第二批礼盒鲜花. 已知第二批所购鲜花的盒数是第一批所购鲜花的 $\frac{1}{2}$, 且每盒鲜花的进价比第一批的进价少 10 元. 问第二批鲜花每盒的进价是多少元?

24. (10分) (2015•聊城) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 在 BA 的延长线上, PD 切 $\odot O$ 于点 D , 过点 B 作 BE 垂直于 PD , 交 PD 的延长线于点 C , 连接 AD 并延长, 交 BE 于点 E .

(1) 求证: $AB=BE$;

(2) 若 $PA=2$, $\cos B=\frac{3}{5}$, 求 $\odot O$ 半径的长.

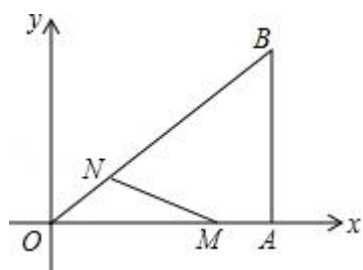


25. (12分) (2015•聊城) 如图, 在直角坐标系中, $Rt\triangle OAB$ 的直角顶点 A 在 x 轴上, $OA=4$, $AB=3$. 动点 M 从点 A 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度, 沿 AO 向终点 O 移动; 同时点 N 从点 O 出发, 以每秒 1.25 个单位长度的速度, 沿 OB 向终点 B 移动. 当两个动点运动了 x 秒 ($0 < x < 4$) 时, 解答下列问题:

(1) 求点 N 的坐标 (用含 x 的代数式表示);

(2) 设 $\triangle OMN$ 的面积是 S , 求 S 与 x 之间的函数表达式; 当 x 为何值时, S 有最大值? 最大值是多少?

(3) 在两个动点运动过程中, 是否存在某一时刻, 使 $\triangle OMN$ 是直角三角形? 若存在, 求出 x 的值; 若不存在, 请说明理由.



2015 年山东省聊城市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) (2015•聊城) $-\frac{1}{3}$ 的绝对值等于 ()

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

考点: 绝对值.

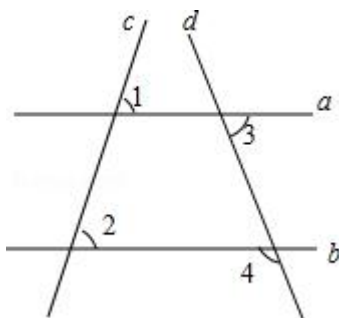
分析: 根据当 a 是负有理数时, a 的绝对值是它的相反数 $-a$ 可得答案.

解答: 解: $-\frac{1}{3}$ 的绝对值等于 $\frac{1}{3}$,

故选 D.

点评: 本题主要考查了绝对值, 关键是掌握①当 a 是正有理数时, a 的绝对值是它本身 a ; ②当 a 是负有理数时, a 的绝对值是它的相反数 $-a$; ③当 a 是零时, a 的绝对值是零.

2. (3 分) (2015•聊城) 直线 a 、 b 、 c 、 d 的位置如图所示, 如果 $\angle 1=58^\circ$, $\angle 2=58^\circ$, $\angle 3=70^\circ$, 那么 $\angle 4$ 等于 ()

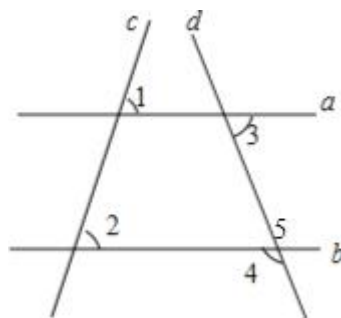


- A. 58° B. 70° C. 110° D. 116°

考点: 平行线的判定与性质.

分析: 根据同位角相等, 两直线平行这一定理可知 $a \parallel b$, 再根据两直线平行, 同旁内角互补即可解答.

解答: 解: $\because \angle 1 = \angle 2 = 58^\circ$,
 $\therefore a \parallel b$,
 $\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$,
即 $\angle 5 = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$,
 $\therefore \angle 4 = \angle 5 = 110^\circ$,
故选 C.



点评： 本题主要考查了平行线的判定和性质，对顶角相等，熟记定理是解题的关键.

3. (3 分) (2015•聊城) 电视剧《铁血将军》在我市拍摄，该剧展示了抗日英雄范筑先的光辉形象. 某校为了了解学生对“民族英雄范筑先”的知晓情况，从全校 2400 名学生中随机抽取了 100 名学生进行调查. 在这次调查中，样本是 ()

- A. 2400 名学生
- B. 100 名学生
- C. 所抽取的 100 名学生对“民族英雄范筑先”的知晓情况
- D. 每一名学生对“民族英雄范筑先”的知晓情况

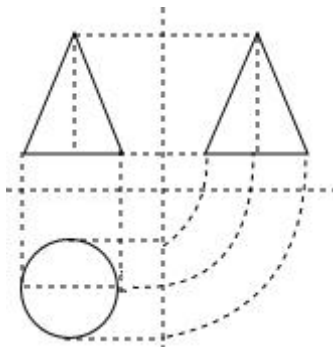
考点： 总体、个体、样本、样本容量.

分析： 首先判断出这次调查的总体是什么，然后根据样本的含义：从总体中取出的一部分个体叫做这个总体的一个样本，可得在这次调查中，样本是所抽取的 100 名学生对“民族英雄范筑先”的知晓情况，据此解答即可.

解答： 解：根据总体、样本的含义，可得在这次调查中，
总体是：2400 名学生对“民族英雄范筑先”的知晓情况，
样本是：所抽取的 100 名学生对“民族英雄范筑先”的知晓情况.
故选：C.

点评： 此题主要考查了总体、个体、样本、样本容量的含义和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①总体：我们把所要考察的对象的全体叫做总体；②个体：把组成总体的每一个考察对象叫做个体；③样本：从总体中取出的一部分个体叫做这个总体的一个样本；④样本容量：一个样本包括的个体数量叫做样本容量.

4. (3 分) (2015•聊城) 某几何体的三视图如图所示，这个几何体是 ()



- A. 圆锥
- B. 圆柱
- C. 三棱柱
- D. 三棱锥

考点： 由三视图判断几何体.

分析：由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状.

解答：解：由主视图和左视图为三角形判断出是锥体，
由俯视图是圆形可判断出这个几何体应该是圆锥.

故选：A.

点评：考查了由三视图判断几何体，主视图和左视图的大致轮廓为三角形的几何体为锥体，俯视图为圆就是圆锥.

5. (3 分) (2015•聊城) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2+a^3=a^5$

B. $(-a^3)^2=a^6$

C. $ab^2 \cdot 3a^2b=3a^2b^2$

D. $-2a^6 \div a^2 = -2a^3$

考点：单项式乘单项式；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；整式的除法.

分析：根据合并同类项法则、幂的乘方、单项式乘除法的运算方法，利用排除法求解.

解答：解：A、 a^2 与 a^3 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

B、 $(-a^3)^2=a^6$ ，正确；

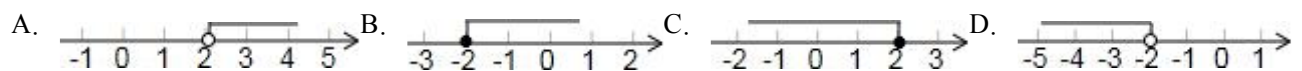
C、应为 $ab^2 \cdot 3a^2b=3a^3b^3$ ，故本选项错误；

D、应为 $-2a^6 \div a^2 = -2a^4$ ，故本选项错误.

故选：B.

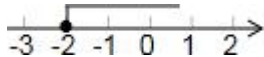
点评：本题主要考查了合并同类项的法则，幂的乘方的性质，单项式的乘除法法则，熟练掌握运算法则是解题的关键.

6. (3 分) (2015•聊城) 不等式 $x-3 \leq 3x+1$ 的解集在数轴上表示如下，其中正确的是 ()



考点：在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式.

分析：不等式移项，再两边同时除以 2，即可求解.

解答：解：不等式得： $x \geq -2$ ，其数轴上表示为：

故选 B

点评：本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错.

解不等式要依据不等式的基本性质：

- (1) 不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；
- (2) 不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；
- (3) 不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

7. (3 分) (2015•聊城) 下列命题中的真命题是 ()

A. 两边和一角分别相等的两个三角形全等

B. 相似三角形的面积比等于相似比

C. 正方形不是中心对称图形

D. 圆内接四边形的对角互补

考点：命题与定理.

分析： 直接根据全等三角形的判定定理、相似三角形的性质、中心对称图形的定义以及圆内接四边形的性质对各个选项作出判断即可.

解答： 解：A、两边和一角分别相等的两个三角形全等，这个角不一定是已知两边的夹角，此选项错误；

B、相似三角形的面积比等于相似比的平方，此选项错误；

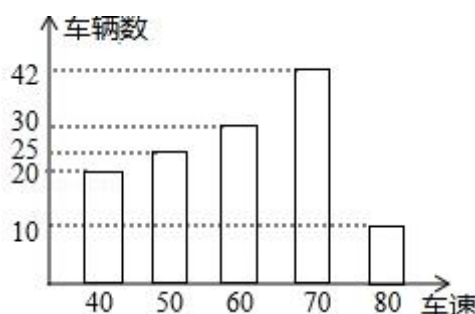
C、正方形是中心对称图形，此选项错误；

D、圆内接四边形的对角互补，此选项正确；

故选 D.

点评： 本题主要考查了命题与定理的知识，解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的判定、相似三角形的性质、中心对称图形的定义以及圆内接四边形的性质，此题难度不大.

8. (3 分) (2015•聊城) 为了了解一路段车辆行驶速度的情况，交警统计了该路段上午 7: : 0 至 9: 00 来往车辆的车速 (单位: 千米/时), 并绘制成如图所示的条形统计图. 这些车速的众数、中位数分别是 ()



- A. 众数是 80 千米/时, 中位数是 60 千米/时
- B. 众数是 70 千米/时, 中位数是 70 千米/时
- C. 众数是 60 千米/时, 中位数是 60 千米/时
- D. 众数是 70 千米/时, 中位数是 60 千米/时

考点： 众数; 条形统计图; 中位数.

分析： 在这些车速中, 70 千米/时的车辆数最多, 则众数为 70 千米/时; 处在正中间位置的车速是 60 千米/时, 则中位数为 60 千米/时. 依此即可求解.

解答： 解: 70 千米/时是出现次数最多的, 故众数是 70 千米/时, 这组数据从小到大的顺序排列, 处于正中间位置的数是 60 千米/时, 故中位数是 60 千米/时.

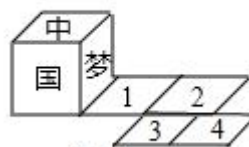
故选: D.

点评： 本题考查了条形统计图; 属于基础题, 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

9. (3 分) (2015•聊城) 图 (1) 是一个小正方体的表面展开图, 小正方体从图 (2) 所示的位置依次翻到第 1 格、第 2 格、第 3 格、第 4 格, 这时小正方体朝上一面的字是 ()



(1)



(2)

A. 梦

B. 水

C. 城

D. 美

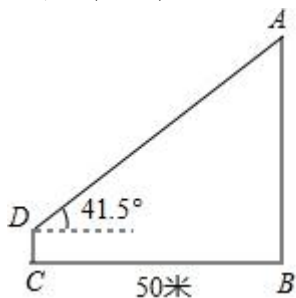
考点: 专题：正方体相对两个面上的文字.

分析: 根据两个面相隔一个面是对面，再根据翻转的规律，可得答案.

解答: 解：第一次翻转梦在下面，第二次翻转中在下面，第三次翻转国在下面，第四次翻转城在下面，
城与梦相对，
故选：A.

点评: 本题考查了正方体相对两个面上的文字，两个面相隔一个面是对面，注意翻转的顺序确定每次翻转时下面是解题关键.

10. (3 分) (2015•聊城) 湖南路大桥于今年 5 月 1 日竣工，为徒骇河景区增添了一道亮丽的风景线. 某校数学兴趣小组用测量仪器测量该大桥的桥塔高度，在距桥塔 AB 底部 50 米的 C 处，测得桥塔顶部 A 的仰角为 41.5° (如图). 已知测量仪器 CD 的高度为 1 米，则桥塔 AB 的高度约为 ()



A. 34 米

B. 38 米

C. 45 米

D. 50 米

考点: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

分析: $Rt\triangle ADE$ 中利用三角函数即可求得 AE 的长，则 AB 的长度即可求解.

解答: 解：过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ,

$$\therefore DE = BC = 50 \text{ 米},$$

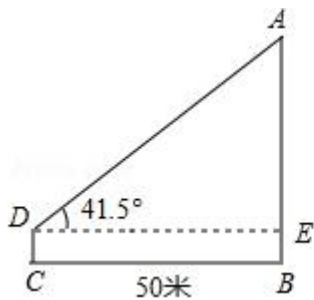
$$\text{在 } Rt\triangle ADE \text{ 中, } AE = DE \cdot \tan 41.5^\circ \approx 50 \times 0.88 = 44 \text{ (米)},$$

$$\because CD = 1 \text{ 米},$$

$$\therefore BE = 1 \text{ 米},$$

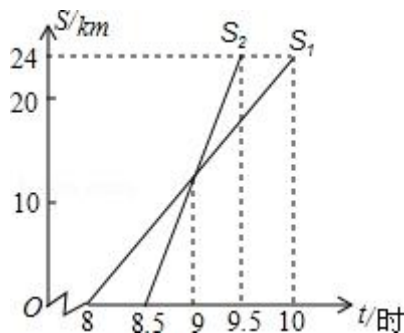
$$\therefore AB = AE + BE = 44 + 1 = 45 \text{ (米)},$$

$$\therefore \text{桥塔 } AB \text{ 的高度为 } 45 \text{ 米}.$$



点评: 本题考查仰角的定义, 注意能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形是解此题的关键, 注意数形结合思想的应用.

11. (3 分) (2015•聊城) 小亮家与姥姥家相距 24km , 小亮 8:00 从家出发, 骑自行车去姥姥家. 妈妈 8:30 从家出发, 乘车沿相同路线去姥姥家. 在同一直角坐标系中, 小亮和妈妈的行进路程 S (km) 与北京时间 t (时) 的函数图象如图所示. 根据图象得到小亮结论, 其中错误的是 ()



- A. 小亮骑自行车的平均速度是 12km/h
- B. 妈妈比小亮提前 0.5 小时到达姥姥家
- C. 妈妈在距家 12km 处追上小亮
- D. 9:30 妈妈追上小亮

考点: 一次函数的应用.

分析: 根据函数图象可知根据函数图象小亮去姥姥家所用时间为 $10 - 8 = 2$ 小时, 进而得到小亮骑自行车的平均速度, 对应函数图象, 得到妈妈到姥姥家所用的时间, 根据交点坐标确定妈妈追上小亮所用时间, 即可解答.

解答: 解: A、根据函数图象小亮去姥姥家所用时间为 $10 - 8 = 2$ 小时,

$\therefore$ 小亮骑自行车的平均速度为: $24 \div 2 = 12$ (km/h), 故正确;

B、由图象可得, 妈妈到姥姥家对应的时间 $t = 9.5$, 小亮到姥姥家对应的时间 $t = 10$, $10 - 9.5 = 0.5$ (小时),

$\therefore$ 妈妈比小亮提前 0.5 小时到达姥姥家, 故正确;

C、由图象可知, 当 $t = 9$ 时, 妈妈追上小亮, 此时小亮离家的时间为 $9 - 8 = 1$ 小时,

$\therefore$ 小亮走的路程为: $1 \times 12 = 12\text{km}$,

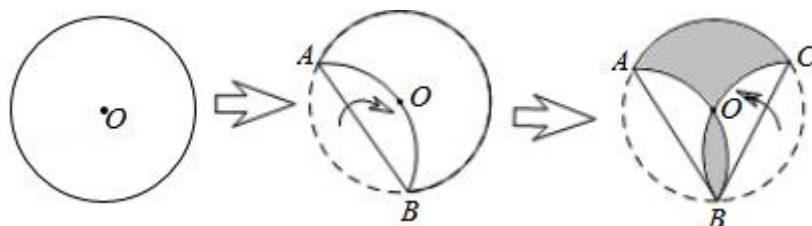
$\therefore$ 妈妈在距家 12km 处追上小亮, 故正确;

D、由图象可知, 当 $t = 9$ 时, 妈妈追上小亮, 故错误;

故选: D.

点评: 本题考查了一次函数的应用, 解决本题的关键是读懂函数图象, 获取相关信息.

12. (3 分) (2015•聊城) 如图, 点 O 是圆形纸片的圆心, 将这个圆形纸片按下列顺序折叠, 使 $\widehat{AB}$ 和 $\widehat{AC}$ 都经过圆心 O , 则阴影部分的面积是 $\odot O$ 面积的 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{5}$

考点: 翻折变换 (折叠问题); 扇形面积的计算.

分析: 作 $OD \perp AB$ 于点 D , 连接 AO, BO, CO , 求出 $\angle OAD=30^\circ$, 得到 $\angle AOB=2\angle AOD=120^\circ$, 进而求得 $\angle AOC=120^\circ$, 再利用阴影部分的面积 $= S_{\text{扇形} AOC}$ 得出阴影部分的面积是 $\odot O$ 面积的 $\frac{1}{3}$

解答: 解: 作 $OD \perp AB$ 于点 D , 连接 AO, BO, CO ,

$$\because OD = \frac{1}{2}AO,$$

$$\therefore \angle OAD = 30^\circ,$$

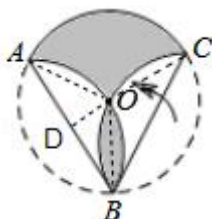
$$\therefore \angle AOB = 2\angle AOD = 120^\circ,$$

$$\text{同理 } \angle BOC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 120^\circ,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = S_{\text{扇形} AOC} = \frac{1}{3} \times \odot O \text{ 面积}.$$

故选: B.



点评: 本题主要考查了折叠问题, 解题的关键是确定 $\angle AOC=120^\circ$.

二、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3 分) (2015•聊城) 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的解是 $x_1=0, x_2=2$.

考点: 解一元二次方程 - 因式分解法.

分析: 本题应对方程左边进行变形, 提取公因式 x , 可得 $x(x-2)=0$, 将原式化为两式相乘的形式, 再根据“两式相乘值为 0, 这两式中至少有一式值为 0.”, 即可求得方程的解.

解答: 解: 原方程变形为: $x(x-2)=0$,

$$x_1=0, x_2=2.$$

故答案为: $x_1=0, x_2=2$.

点评: 本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法, 配方法, 公式法, 因式分解法, 要根据方程的特点灵活选用合适的方法. 本题运用的是因式分解法.

14. (3 分) (2015•聊城) 计算: $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 - \sqrt{24} = \underline{5}$.

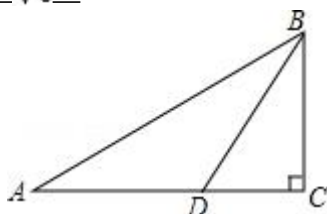
考点: 二次根式的混合运算.

分析: 先利用完全平方公式计算, 再把二次根式化为最简二次根式, 合并同类项进行计算.

解答: 解: 原式 $= 2 + 2\sqrt{6} + 3 - 2\sqrt{6}$
 $= 5$.
故答案为: 5.

点评: 本题考查的是二次根式的混合运算, 在进行此类运算时, 掌握运算顺序, 先运用完全平方公式, 再将二次根式化为最简二次根式的形式后再运算是解答此题的关键.

15. (3 分) (2015•聊城) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线. 若 $AB = 6$, 则点 D 到 AB 的距离是 $\underline{\sqrt{3}}$.



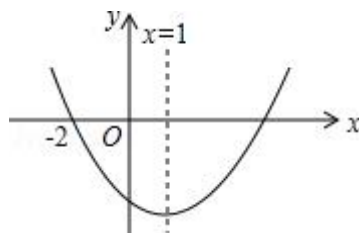
考点: 角平分线的性质.

分析: 求出 $\angle ABC$, 求出 $\angle DBC$, 根据含 30° 度角的直角三角形性质求出 BC , CD , 问题即可求出.

解答: 解: $\because \angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$,
 $\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,
 $\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ$,
 $\therefore BC = \frac{1}{2} AB = 3$,
 $\therefore CD = BC \cdot \tan 30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$,
 $\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,
又 $\because$ 角平分线上点到角两边距离相等,
 $\therefore$ 点 D 到 AB 的距离 $= CD = \sqrt{3}$,
故答案为: $\sqrt{3}$.

点评: 本题考查了角平分线上的点到角的两边的距离相等的性质, 熟记性质是解题的关键.

16. (3 分) (2015•聊城) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论: ① $2a + b = 0$; ② $a + c > b$; ③ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$; ④ $abc > 0$. 其中正确的结论是 ①④ (填写序号).



考点：二次函数图象与系数的关系.

专题：数形结合.

分析：根据抛物线对称轴方程对①进行判断；根据自变量为 1 时对应的函数值为负数可对②进行判断；根据抛物线的对称性，由抛物线与 x 轴的一个交点为 $(-2, 0)$ 得到抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(4, 0)$ ，则可对③进行判断；由抛物线开口方向得到 $a > 0$ ，由对称轴位置可得 $b < 0$ ，由抛物线与 y 轴的交点位置可得 $c < 0$ ，于是可对④进行判断.

解答：解：∵ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = 1$,

∴ $2a + b = 0$ ，所以①正确；

∵ $x = -1$ 时， $y < 0$ ，

∴ $a - b + c < 0$ ，

即 $a + c < b$ ，所以②错误；

∵ 抛物线与 x 轴的一个交点为 $(-2, 0)$

而抛物线的对称轴为直线 $x = 1$ ，

∴ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(4, 0)$ ，所以③错误；

∵ 抛物线开口向上，

∴ $a > 0$ ，

∴ $b = -2a < 0$ ，

∵ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴下方，

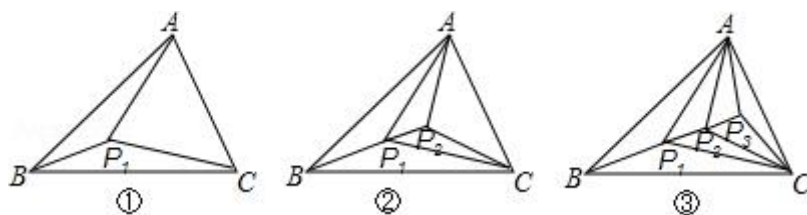
∴ $c < 0$ ，

∴ $abc > 0$ ，所以④正确.

故答案为①④.

点评：本题考查了二次项系数与系数的关系：对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)，二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小：当 $a > 0$ 时，抛物线向上开口；当 $a < 0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$)，对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$)，对称轴在 y 轴右. (简称：左同右异)；常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点：抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$ ；抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定： $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点.

17. (3 分) (2015•聊城) 如图， $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1 ，把 $\triangle ABC$ 分成 3 个互不重叠的小三角形； $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1, P_2 ，把 $\triangle ABC$ 分成 5 个互不重叠的小三角形； $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1, P_2, P_3 ，把 $\triangle ABC$ 分成 7 个互不重叠的小三角形；... $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ ，把 $\triangle ABC$ 分成 $3 + 2(n - 1)$ 个互不重叠的小三角形.



考点: 规律型: 图形的变化类.

分析: 利用图形得到, $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1 , 把 $\triangle ABC$ 分成互不重叠的小三角形的个数 $= 3 + 2 \times 0$; $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1, P_2 , 把 $\triangle ABC$ 分成互不重叠的小三角形的个数 $= 3 + 2 \times 1$; $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1, P_2, P_3 , 把 $\triangle ABC$ 分成互不重叠的小三角形的个数 $= 3 + 2 \times 2$, 即分成的互不重叠的小三角形的个数为 3 加上 P 点的个数与 1 的差的 2 倍, 从而得到 $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, 把 $\triangle ABC$ 分成的互不重叠的小三角形的个数.

解答: 解: 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1 , 把 $\triangle ABC$ 分成的互不重叠的小三角形的个数 $= 3 + 2 \times 0$,

$\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1, P_2 , 把 $\triangle ABC$ 分成的互不重叠的小三角形的个数 $= 3 + 2 \times 1$,

$\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 P_1, P_2, P_3 , 把 $\triangle ABC$ 分成的互不重叠的小三角形的个数 $= 3 + 2 \times 2$,

所以 $\triangle ABC$ 的三个顶点和它内部的点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, 把 $\triangle ABC$ 分成的互不重叠的小三角形的个数 $= 3 + 2(n - 1)$.

故答案为 $3 + 2(n - 1)$.

点评: 本题考查了规律型: 图形的变化类: 对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化, 是按照什么规律变化的, 然后通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解.

三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 69 分)

18. (7 分) (2015•聊城) 解方程组 $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$.

考点: 解二元一次方程组.

专题: 计算题.

分析: 方程组利用加减消元法求出解即可.

解答: 解: $\begin{cases} x - y = 5 \text{ ①} \\ 2x + y = 4 \text{ ②} \end{cases}$,

①+②得: $3x = 9$, 即 $x = 3$,

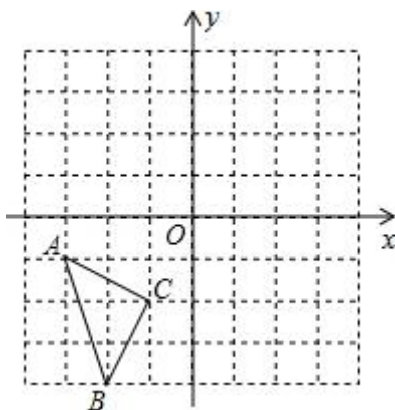
把 $x = 3$ 代入①得: $y = -2$,

则方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$.

点评: 此题考查了解二元一次方程组, 利用了消元的思想, 消元的方法有: 代入消元法与加减消元法.

19. (8分) (2015•聊城) 在如图所示的直角坐标系中, 每个小方格都是边长为 1 的正方形, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上, 点 A 的坐标是 $(-3, -1)$.

- (1) 将 $\triangle ABC$ 沿 y 轴正方向平移 3 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 画出 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 B_1 坐标;
- (2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$, 并写出点 C_2 的坐标.

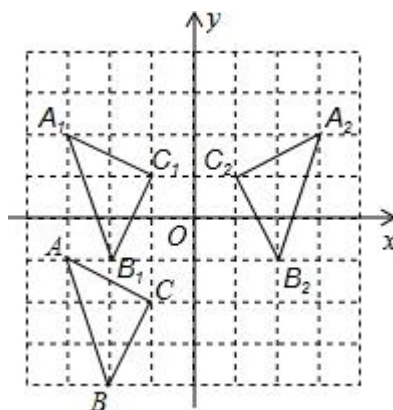


考点: 作图 – 轴对称变换; 作图 – 平移变换.

分析: (1) 直接利用平移的性质得出平移后对应点位置进而得出答案;
(2) 利用轴对称图形的性质得出对应点位置进而得出答案.

解答: 解: (1) 如图所示: $\triangle A_1B_1C_1$, 即为所求; 点 B_1 坐标为: $(-2, -1)$;

(2) 如图所示: $\triangle A_2B_2C_2$, 即为所求, 点 C_2 的坐标为: $(1, 1)$.



点评: 此题主要考查了轴对称变换以及平移变换, 根据图形的性质得出对应点位置是解题关键.

20. (8分) (2015•聊城) 已知反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$ (m 为常数, 且 $m \neq 5$).

- (1) 若在其图象的每个分支上, y 随 x 的增大而增大, 求 m 的取值范围;
- (2) 若其图象与一次函数 $y = -x+1$ 图象的一个交点的纵坐标是 3, 求 m 的值.

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 由反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的性质: 当 $k < 0$ 时, 在其图象的每个分支上, y 随 x 的增大而增大, 进而可得: $m-5 < 0$, 从而求出 m 的取值范围;

(2) 先将交点的纵坐标 $y=3$ 代入一次函数 $y = -x+1$ 中求出交点的横坐标, 然后将交

点的坐标代入反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$ 中，即可求出 m 的值.

解答:

解: (1) $\because$ 在反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$ 图象的每个分支上, y 随 x 的增大而增大,

$$\therefore m-5 < 0,$$

解得: $m < 5$;

(2) 将 $y=3$ 代入 $y=-x+1$ 中, 得: $x=-2$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$ 图象与一次函数 $y = -x+1$ 图象的交点坐标为: $(-2, 3)$.

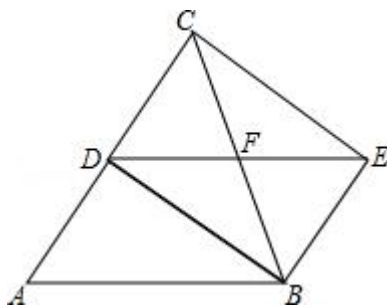
将 $(-2, 3)$ 代入 $y = \frac{m-5}{x}$ 得:

$$3 = \frac{m-5}{-2}$$

解得: $m = -1$.

点评: 本题主要考查函数图象的交点及待定系数法求函数解析式, 掌握图象的交点的坐标满足两个函数解析式是解题的关键.

21. (8分) (2015•聊城) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, BD 平分 $\angle ABC$. 四边形 $ABED$ 是平行四边形, DE 交 BC 于点 F , 连接 CE .
求证: 四边形 $BECD$ 是矩形.



考点: 矩形的判定.

专题: 证明题.

分析: 根据已知条件易推知四边形 $BECD$ 是平行四边形. 结合等腰 $\triangle ABC$ “三线合一”的性质证得 $BD \perp AC$, 即 $\angle BDC = 90^\circ$, 所以由“有一内角为直角的平行四边形是矩形”得到 $\square BECD$ 是矩形.

解答: 证明: $\because AB=BC$, BD 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore BD \perp AC, AD=CD.$$

$\because$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形,

$$\therefore BE \parallel AD, BE=AD,$$

$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是平行四边形.

$$\because BD \perp AC,$$

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ,$$

$\therefore \square BECD$ 是矩形.

点评: 本题考查了矩形的判定. 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

22. (8分) (2015•聊城) 在阳光体育活动时间, 小亮、小莹、小芳和大刚到学校乒乓球室打乒乓球, 当时只有一副空球桌, 他们只能选两人打第一场.

(1) 如果确定小亮打第一场, 再从其余三人中随机选取一人打第一场, 求恰好选中大刚的概率;

(2) 如果确定小亮做裁判, 用“手心、手背”的方法决定其余三人哪两人打第一场. 游戏规则是: 三人同时伸“手心、手背”中的一种手势, 如果恰好有两人伸出的手势相同, 那么这两人上场, 否则重新开始, 这三人伸出“手心”或“手背”都是随机的, 请用画树状图的方法求小莹和小芳打第一场的概率.

考点: 列表法与树状图法; 概率公式.

专题: 计算题.

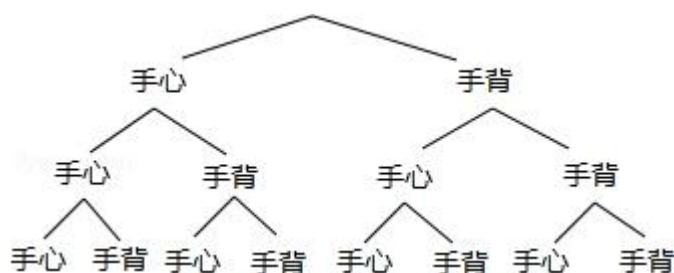
分析: (1) 由小亮打第一场, 再从其余三人中随机选取一人打第一场, 求出恰好选中大刚的概率即可;

(2) 画树状图得出所有等可能的情况数, 找出小莹和小芳伸“手心”或“手背”恰好相同的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: (1) $\because$ 确定小亮打第一场,

$\therefore$ 再从小莹, 小芳和大刚中随机选取一人打第一场, 恰好选中大刚的概率为 $\frac{1}{3}$;

(2) 列表如下:



所有等可能的情况有 8 种, 其中小莹和小芳伸“手心”或“手背”恰好相同的结果有 2 个, 则小莹与小芳打第一场的概率为 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (8分) (2015•聊城) 在“母亲节”前夕, 某花店用 16000 元购进第一批礼盒鲜花, 上市后很快预售一空. 根据市场需求情况, 该花店又用 7500 元购进第二批礼盒鲜花. 已知第二批所购鲜花的盒数是第一批所购鲜花的 $\frac{1}{2}$, 且每盒鲜花的进价比第一批的进价少 10 元. 问第二批鲜花每盒的进价是多少元?

考点: 分式方程的应用.

分析: 可设第二批鲜花每盒的进价是 x 元, 根据等量关系: 第二批所购鲜花的盒数是第一批所购鲜花的 $\frac{1}{2}$, 列出方程求解即可.

解答: 解: 设第二批鲜花每盒的进价是 x 元, 依题意有

$$\frac{7500}{x} = \frac{1}{2} \times \frac{16000}{x+10},$$

解得 $x=150$,

经检验： $x=150$ 是原方程的解.

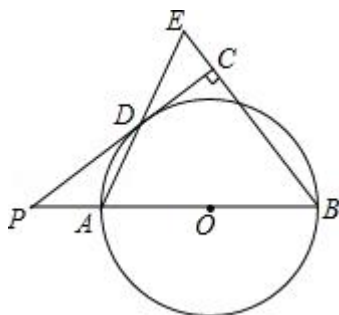
故第二批鲜花每盒的进价是 150 元.

点评：考查了分式方程的应用，列方程解应用题的关键是正确确定题目中的相等关系，根据相等关系确定所设的未知数，列方程.

24. (10 分) (2015•聊城) 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，点 P 在 BA 的延长线上， PD 切 $\odot O$ 于点 D ，过点 B 作 BE 垂直于 PD ，交 PD 的延长线于点 C ，连接 AD 并延长，交 BE 于点 E .

(1) 求证： $AB=BE$;

(2) 若 $PA=2$, $\cos B=\frac{3}{5}$, 求 $\odot O$ 半径的长.



考点：切线的性质；解直角三角形.

分析： (1) 本题可连接 OD ，由 PD 切 $\odot O$ 于点 D ，得到 $OD \perp PD$ ，由于 $BE \perp PC$ ，得到 $OD \parallel BE$ ，得出 $\angle ADO = \angle E$ ，根据等腰三角形的性质和等量代换可得结果；

(2) 由 (1) 知， $OD \parallel BE$ ，得到 $\angle POD = \angle B$ ，根据三角函数的定义即可得到结果.

解答： (1) 证明：连接 OD ，

$\because PD$ 切 $\odot O$ 于点 D ，

$\therefore OD \perp PD$ ，

$\because BE \perp PC$ ，

$\therefore OD \parallel BE$ ，

$\therefore \angle ADO = \angle E$ ，

$\because OA = OD$ ，

$\therefore \angle OAD = \angle ADO$ ，

$\therefore \angle OAD = \angle E$ ，

$\therefore AB = BE$ ；

(2) 解：有 (1) 知， $OD \parallel BE$ ，

$\therefore \angle POD = \angle B$ ，

$\therefore \cos \angle POD = \cos B = \frac{3}{5}$ ，

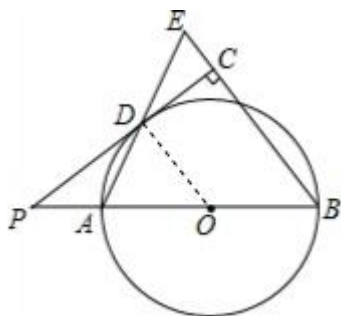
在 $Rt\triangle POD$ 中， $\cos \angle POD = \frac{OD}{OP} = \frac{3}{5}$ ，

$\because OD = OA$ ， $PO = PA + OA = 2 + OA$ ，

$\therefore \frac{OA}{2+OA} = \frac{3}{5}$ ，

$\therefore OA = 3$ ，

$\therefore \odot O$ 半径=3.



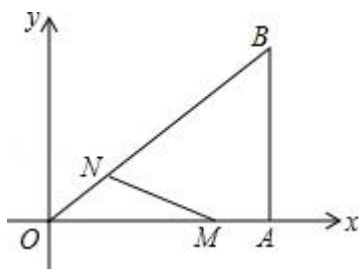
点评： 本题考查了切线的性质，等腰三角形性质以及等边三角形的判定等知识点，正确的画出辅助线是解题的关键.

25. (12 分) (2015•聊城) 如图，在直角坐标系中， $Rt\triangle OAB$ 的直角顶点 A 在 x 轴上， $OA=4$ ， $AB=3$. 动点 M 从点 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度，沿 AO 向终点 O 移动；同时点 N 从点 O 出发，以每秒 1.25 个单位长度的速度，沿 OB 向终点 B 移动. 当两个动点运动了 x 秒 ($0 < x < 4$) 时，解答下列问题：

(1) 求点 N 的坐标 (用含 x 的代数式表示)；

(2) 设 $\triangle OMN$ 的面积是 S ，求 S 与 x 之间的函数表达式；当 x 为何值时， S 有最大值？最大值是多少？

(3) 在两个动点运动过程中，是否存在某一时刻，使 $\triangle OMN$ 是直角三角形？若存在，求出 x 的值；若不存在，请说明理由.



考点： 相似形综合题.

点：

分析： (1) 由勾股定理求出 OB ，作 $NP \perp OA$ 于 P ，则 $NP \parallel AB$ ，得出 $\triangle OPN \sim \triangle OAB$ ，得出比

例式 $\frac{PN}{AB} = \frac{OP}{OA} = \frac{ON}{OB}$ ，求出 OP 、 PN ，即可得出点 N 的坐标；

(2) 由三角形的面积公式得出 S 是 x 的二次函数，即可得出 S 的最大值；

(3) 分两种情况：①若 $\angle OMN = 90^\circ$ ，则 $MN \parallel AB$ ，由平行线得出 $\triangle OMN \sim \triangle OAB$ ，得出比例式，即可求出 x 的值；

②若 $\angle ONM = 90^\circ$ ，则 $\angle ONM = \angle OAB$ ，证出 $\triangle OMN \sim \triangle OBA$ ，得出比例式，求出 x 的值即可.

解： (1) 根据题意得： $MA=x$ ， $ON=1.25x$ ，

答： 在 $Rt\triangle OAB$ 中，由勾股定理得： $OB = \sqrt{OA^2 + AB^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ，

作 $NP \perp OA$ 于 P ，如图 1 所示：

则 $NP \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle OPN \sim \triangle OAB$ ，

$$\therefore \frac{PN}{AB} = \frac{OP}{OA} = \frac{ON}{OB},$$

$$\text{即 } \frac{PN}{3} = \frac{OP}{4} = \frac{1.25x}{5},$$

$$\text{解得: } OP=x, \quad PN=\frac{3}{4}x,$$

$$\therefore \text{点 } N \text{ 的坐标是 } (x, \frac{3}{4}x);$$

$$(2) \text{ 在 } \triangle OMN \text{ 中, } OM=4-x, \text{ } OM \text{ 边上的高 } PN=\frac{3}{4}x,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} OM \cdot PN = \frac{1}{2} (4-x) \cdot \frac{3}{4}x = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore S \text{ 与 } x \text{ 之间的函数表达式为 } S = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x \quad (0 < x < 4),$$

$$\text{配方得: } S = -\frac{3}{8}(x-2)^2 + \frac{3}{2},$$

$$\because -\frac{3}{8} < 0,$$

$\therefore S$ 有最大值,

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, } S \text{ 有最大值, 最大值是 } \frac{3}{2};$$

(3) 存在某一时刻, 使 $\triangle OMN$ 是直角三角形, 理由如下:

分两种情况: ①若 $\angle OMN=90^\circ$, 如图 2 所示:

则 $MN \parallel AB$,

此时 $OM=4-x$, $ON=1.25x$,

$\because MN \parallel AB$,

$\therefore \triangle OMN \sim \triangle OAB$,

$$\therefore \frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB},$$

$$\text{即 } \frac{4-x}{4} = \frac{1.25x}{5},$$

解得: $x=2$;

②若 $\angle ONM=90^\circ$, 如图 3 所示:

则 $\angle ONM = \angle OAB$,

此时 $OM=4-x$, $ON=1.25x$,

$\because \angle ONM = \angle OAB, \angle MON = \angle BOA$,

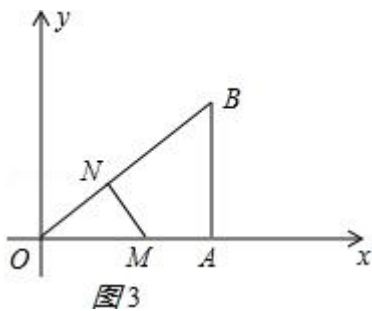
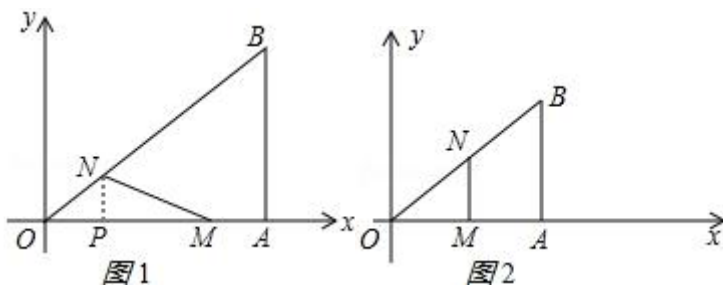
$\therefore \triangle OMN \sim \triangle OBA$,

$$\therefore \frac{OM}{OB} = \frac{ON}{OA},$$

$$\text{即 } \frac{4-x}{5} = \frac{1.25x}{4},$$

$$\text{解得: } x = \frac{64}{41};$$

综上所述: x 的值是 2 秒或 $\frac{64}{41}$ 秒.



点评: 本题是相似形综合题目, 考查了相似三角形的判定与性质、勾股定理、坐标与图形特征、直角三角形的性质、三角形面积的计算、求二次函数的解析式以及最值等知识; 本题难度较大, 综合性强, 特别是 (3) 中, 需要进行分类讨论, 通过证明三角形相似才能得出结果.