

2015 年山东省潍坊市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对的 3 分，选错、不选或选出的答案超出一个均记 0 分.）

1. (3 分) (2015•潍坊) 在 -2 , 2^0 , 2^{-1} , $\sqrt{2}$ 这四个数中，最大的数是 ()

- A. -2 B. 2^0 C. 2^{-1} D. $\sqrt{2}$

2. (3 分) (2015•潍坊) 如图所示几何体的左视图是 ()



- A. B. C. D.

3. (3 分) (2015•潍坊) 2015 年 5 月 17 日是第 25 个全国助残日，今年全国助残日的主题是“关注孤独症儿童，走向美好未来”. 第二次全国残疾人抽样调查结果显示，我国 0~6 岁精神残疾儿童约为 11.1 万人. 11.1 万用科学记数法表示为 ()

- A. 1.11×10^4 B. 11.1×10^4 C. 1.11×10^5 D. 1.11×10^6

4. (3 分) (2015•潍坊) 如图汽车标志中不是中心对称图形的是 ()

- A. B. C. D.

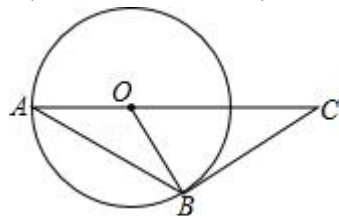
5. (3 分) (2015•潍坊) 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $3x^2y - x^2y = 3$
C. $\frac{a^2 + b^2}{a + b} = a + b$ D. $(a^2b)^3 = a^6b^3$

6. (3 分) (2015•潍坊) 不等式组 $\begin{cases} 2x > -1 \\ -3x + 9 \geq 0 \end{cases}$ 的所有整数解的和是 ()

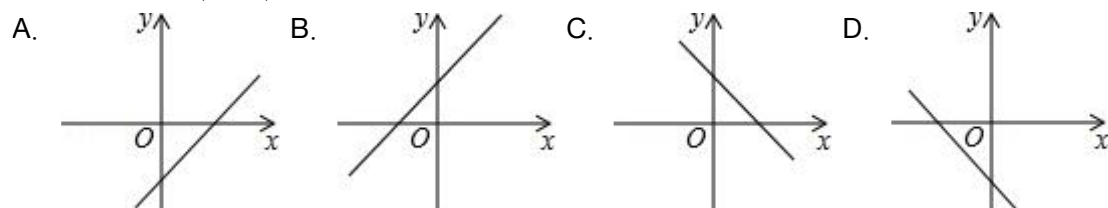
- A. 2 B. 3 C. 5 D. 6

7. (3 分) (2015•潍坊) 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，AO 的延长线交过点 B 的 $\odot O$ 的切线于点 C，如果 $\angle ABO = 20^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是 ()



- A. 70° B. 50° C. 45° D. 20°

8. (3分) (2015•潍坊) 若式子 $\sqrt{k-1} + (k-1)^0$ 有意义, 则一次函数 $y = (k-1)x + 1 - k$ 的图象可能是 ()



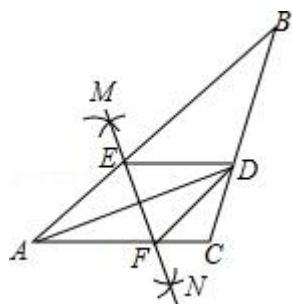
9. (3分) (2015•潍坊) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, 按如下步骤作图:

第一步, 分别以点 A 、 D 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AD$ 的长为半径在 AD 两侧作弧, 交于两点 M 、 N ;

第二步, 连接 MN 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ;

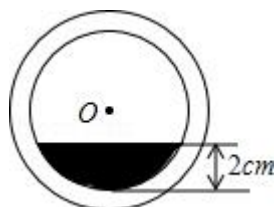
第三步, 连接 DE 、 DF .

若 $BD=6$, $AF=4$, $CD=3$, 则 BE 的长是 ()



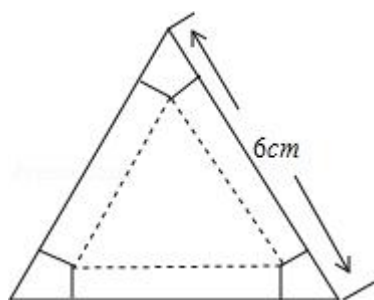
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

10. (3分) (2015•潍坊) 将一盛有不足半杯水的圆柱形玻璃水杯拧紧杯盖后放倒, 水平放置在桌面上, 水杯的底面如图所示, 已知水杯内径 (图中小圆的直径) 是 8cm , 水的最大深度是 2cm , 则杯底有水部分的面积是 ()



- A. $(\frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ B. $(\frac{16}{3}\pi - 8\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ C. $(\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ D. $(\frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

11. (3分) (2015•潍坊) 如图, 有一块边长为 6cm 的正三角形纸板, 在它的三个角处分别截去一个彼此全等的筝形, 再沿图中的虚线折起, 做成一个无盖的直三棱柱纸盒, 则该纸盒侧面积的最大值是 ()



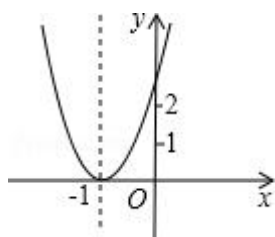
A. $\sqrt{3}\text{cm}^2$

B. $\frac{3}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$

C. $\frac{9}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$

D. $\frac{27}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$

12. (3分) (2015•潍坊) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c+2$ 的图象如图所示, 顶点为 $(-1, 0)$, 下列结论: ① $abc < 0$; ② $b^2 - 4ac = 0$; ③ $a > 2$; ④ $4a - 2b + c > 0$. 其中正确结论的个数是 ()



A. 1

B. 2

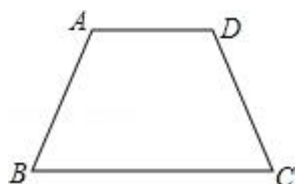
C. 3

D. 4

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 只要求填写最后结果.)

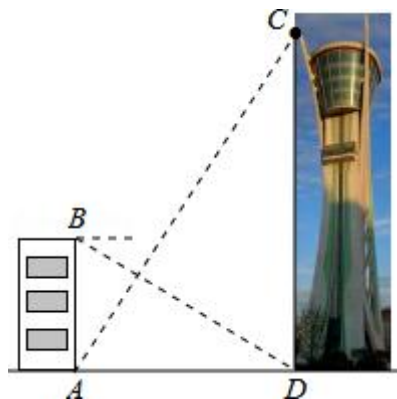
13. (3分) (2015•潍坊) “植树节”时, 九年级一班 6 个小组的植树棵数分别是: 5, 7, 3, x , 6, 4. 已知这组数据的众数是 5, 则该组数据的平均数是_____.

14. (3分) (2015•潍坊) 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC=50$, $AB=20$, $\angle B=60^\circ$, 则 $AD=$ _____.

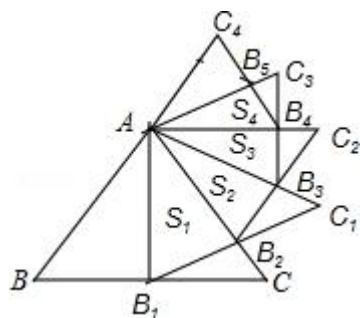


15. (3分) (2015•潍坊) 因式分解: $ax^2 - 7ax + 6a =$ _____.

16. (3分) (2015•潍坊) 观光塔是潍坊市区的标志性建筑, 为测量其高度, 如图, 一人先在附近一楼房的底端 A 点处观测观光塔顶端 C 处的仰角是 60° , 然后爬到该楼房顶端 B 点处观测观光塔底部 D 处的俯角是 30° . 已知楼房高 AB 约是 45m, 根据以上观测数据可求观光塔的高 CD 是_____m.



17. (3 分) (2015•潍坊) 如图, 正 $\triangle ABC$ 的边长为 2, 以 BC 边上的高 AB_1 为边作正 $\triangle AB_1C_1$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle AB_1C_1$ 公共部分的面积记为 S_1 ; 再以正 $\triangle AB_1C_1$ 边 B_1C_1 上的高 AB_2 为边作正 $\triangle AB_2C_2$, $\triangle AB_1C_1$ 与 $\triangle AB_2C_2$ 公共部分的面积记为 S_2 ; ..., 以此类推, 则 $S_n =$ _____. (用含 n 的式子表示)



8. (3 分) (2015•潍坊) 正比例函数 $y_1 = mx$ ($m > 0$) 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 $A(n, 4)$ 和点 B , $AM \perp y$ 轴, 垂足为 M . 若 $\triangle AMB$ 的面积为 8, 则满足 $y_1 > y_2$ 的实数 x 的取值范围是_____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 66 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (9 分) (2015•潍坊) 为提高饮水质量, 越来越多的居民选购家用净水器. 一商场抓住商机, 从厂家购进了 A、B 两种型号家用净水器共 160 台, A 型号家用净水器进价是 150 元/台, B 型号家用净水器进价是 350 元/台, 购进两种型号家用净水器共用去 36000 元.

(1) 求 A、B 两种型号家用净水器各购进了多少台;

(2) 为使每台 B 型号家用净水器的毛利润是 A 型号的 2 倍, 且保证售完这 160 台家用净水器的毛利润不低于 11000 元, 求每台 A 型号家用净水器的售价至少是多少元. (注: 毛利润 = 售价 - 进价)

20. (10 分) (2015•潍坊) 某校了解九年级学生近两个月“推荐书目”的阅读情况, 随机抽取了该年级的部分学生, 调查了他们每人“推荐书目”的阅读本数. 设每名学生的阅读本数为 n , 并按以下规定分为四档: 当 $n < 3$ 时, 为“偏少”; 当 $3 \leq n < 5$ 时, 为“一般”; 当 $5 \leq n < 8$ 时, 为“良好”; 当 $n \geq 8$ 时, 为“优秀”. 将调查结果统计后绘制成不完整的统计图表:

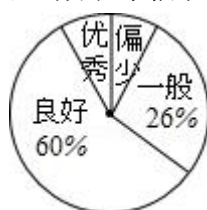
阅读本数 n (本)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
人数 (名)	1	2	6	7	12	x	7	y	1

请根据以上信息回答下列问题:

(1) 分别求出统计表中的 x 、 y 的值；

(2) 估计该校九年级 400 名学生中为“优秀”档次的人数；

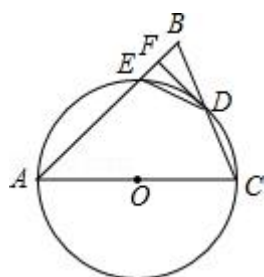
(3) 从被调查的“优秀”档次的学生中随机抽取 2 名学生介绍读书体会，请用列表或画树状图的方法求抽取的 2 名学生中有 1 名阅读本数为 9 的概率.



21. (10 分) (2015•潍坊) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D ，交 AB 于点 E ，过点 D 作 $DF \perp AB$ ，垂足为 F ，连接 DE .

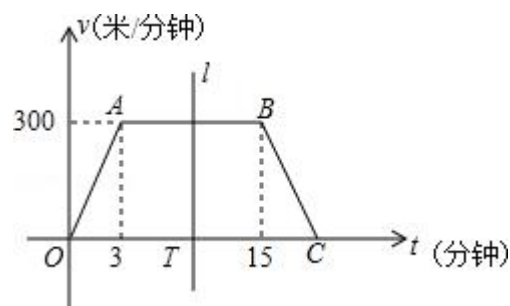
(1) 求证：直线 DF 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若 $AE=7$ ， $BC=6$ ，求 AC 的长.



22. (11 分) (2015•潍坊) “低碳生活，绿色出行”的理念正逐渐被人们所接受，越来越多的人选择骑自行车上下班. 王叔叔某天骑自行车上班从家出发到单位过程中行进速度 v (米/分钟) 随时间 t (分钟) 变化的函数图象大致如图所示，图象由三条线段 OA 、 AB 和 BC 组成. 设线段 OC 上有一动点 $T(t, 0)$ ，直线 l 左侧部分的面积即为 t 分钟内王叔叔行进的路程 s (米).

- (1) ①当 $t=2$ 分钟时，速度 $v=$ _____米/分钟，路程 $s=$ _____米；
 ②当 $t=15$ 分钟时，速度 $v=$ _____米/分钟，路程 $s=$ _____米.
 (2) 当 $0 \leq t \leq 3$ 和 $3 < t \leq 15$ 时，分别求出路程 s (米) 关于时间 t (分钟) 的函数解析式；
 (3) 求王叔叔该天上班从家出发行进了 750 米时所用的时间 t .



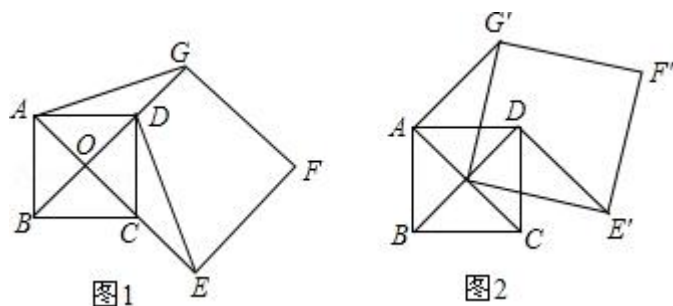
23. (12 分) (2015•潍坊) 如图 1，点 O 是正方形 $ABCD$ 两对角线的交点，分别延长 OD 到点 G ， OC 到点 E ，使 $OG=2OD$ ， $OE=2OC$ ，然后以 OG 、 OE 为邻边作正方形 $OEFG$ ，连接 AG ， DE .

- (1) 求证： $DE \perp AG$ ；

(2) 正方形 $ABCD$ 固定，将正方形 $OEFG$ 绕点 O 逆时针旋转 α 角 ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) 得到正方形 $OE'F'G'$ ，如图 2.

①在旋转过程中，当 $\angle OAG'$ 是直角时，求 α 的度数；

②若正方形 $ABCD$ 的边长为1，在旋转过程中，求 AF' 长的最大值和此时 α 的度数，直接写出结果不必说明理由.

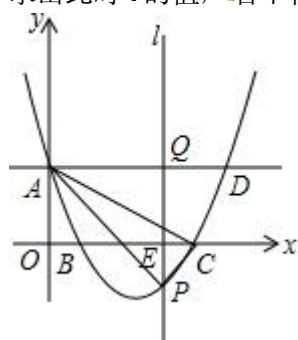


24. (14 分) (2015•潍坊) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=mx^2-8mx+4m+2$ ($m > 2$) 与 y 轴的交点为 A ，与 x 轴的交点分别为 $B(x_1, 0)$ ， $C(x_2, 0)$ ，且 $x_2 - x_1 = 4$ ，直线 $AD \parallel x$ 轴，在 x 轴上有一动点 $E(t, 0)$ 过点 E 作平行于 y 轴的直线 l 与抛物线、直线 AD 的交点分别为 P 、 Q .

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 当 $0 < t \leq 8$ 时, 求 $\triangle APC$ 面积的最大值;

(3) 当 $t > 2$ 时, 是否存在点 P , 使以 A 、 P 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 相似? 若存在, 求出此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



2015 年山东省潍坊市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对的 3 分，选错、不选或选出的答案超出一个均记 0 分．）

1.（3 分）（2015•潍坊）在 $|-2|$ ， 2^0 ， 2^{-1} ， $\sqrt{2}$ 这四个数中，最大的数是（ ）

A $|-2|$ B 2^0 C 2^{-1} D $\sqrt{2}$

考点：实数大小比较；零指数幂；负整数指数幂．

分析：正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，首先求出 $|-2|$ ， 2^0 ， 2^{-1} 的值是多少，然后根据实数比较大小的方法判断即可．

解答：解： $|-2|=2$ ， $2^0=1$ ， $2^{-1}=0.5$ ，
 $\therefore 0.5 < 1 < \sqrt{2} < 2$ ，
 $\therefore 2^{-1} < 2^0 < \sqrt{2} < |-2|$ ，
 $\therefore$ 在 $|-2|$ ， 2^0 ， 2^{-1} ， $\sqrt{2}$ 这四个数中，最大的数是 $|-2|$ ．
 故选：A．

点评：（1）此题主要考查了实数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：正实数 $> 0 >$ 负实数，两个负实数绝对值大的反而小．

（2）此题还考查了负整数指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：

① $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ （ $a \neq 0$ ， p 为正整数）；②计算负整数指数幂时，一定要根据负整数指数幂

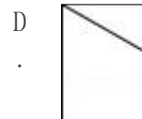
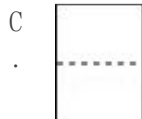
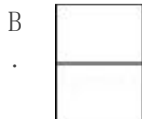
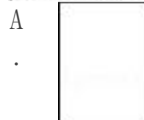
的意义计算；③当底数是分数时，只要把分子、分母颠倒，负指数就可变为正指数．

（3）此题还考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $a^0 = 1$ （ $a \neq 0$ ）；② $0^0 \neq 1$ ．

2.（3 分）（2015•潍坊）如图所示几何体的左视图是（ ）



正视方向



考点：简单组合体的三视图．

分析：找到从左面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在左视图中．

解：从左面看可得矩形中间有一条横着的虚线．
 答：故选 C．
 点：本题考查了三视图的知识，左视图是从物体的左面看得到的视图．
 评：

3. (3 分) (2015•潍坊) 2015 年 5 月 17 日是第 25 个全国助残日，今年全国助残日的主题是“关注孤独症儿童，走向美好未来”．第二次全国残疾人抽样调查结果显示，我国 0～6 岁精神残疾儿童约为 11.1 万人．11.1 万用科学记数法表示为 ()

- A 1.11×10^4 B 11.1×10^4 C 1.11×10^5 D 1.11×10^6

考：科学记数法—表示较大的数．

点：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数．确定 n 的值
 分：时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数
 析：相同．当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数．

解：解：将 11.1 万用科学记数法表示为 1.11×10^5 ．

答：故选 C．

点：此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中
 评： $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4. (3 分) (2015•潍坊) 如图汽车标志中不是中心对称图形的是 ()



考：中心对称图形．

点：根据中心对称图形的概念求解．
 分：根据中心对称图形的概念求解．
 析：

解：解：A、是中心对称图形．故错误；

答：B、不是中心对称图形．故正确；

C、是中心对称图形．故错误；

D、是中心对称图形．故错误．

故选 B．

点：本题考查了中心对称图形的概念：中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后
 评：与原图重合．

5. (3 分) (2015•潍坊) 下列运算正确的是 ()

- A $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B $3x^2y - x^2y = 3$
 C $\frac{a^2 + b^2}{a + b} = a + b$ D $(a^2b)^3 = a^6b^3$

考：幂的乘方与积的乘方；合并同类项；约分；二次根式的加减法．

点：A：根据二次根式的加减法的运算方法判断即可．
 分：B：根据合并同类项的方法判断即可．
 析：C：根据约分的方法判断即可．

故选 B．

D: 根据积的乘方的运算方法判断即可.

解: $\because \sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$,

答: $\therefore$ 选项 A 不正确;

$\because 3x^2y - x^2y = 2x^2y$,

$\therefore$ 选项 B 不正确;

$\therefore \frac{a^2+b^2}{a+b} \neq \frac{(a+b)^2}{a+b} = a+b$,

$\therefore$ 选项 C 不正确;

$\therefore (a^2b)^3 = a^6b^3$,

$\therefore$ 选项 D 正确.

故选: D.

点 (1) 此题主要考查了幂的乘方和积的乘方, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明

评: 确: ① $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是正整数); ② $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数).

(2) 此题还考查了二次根式的加减法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确二次根式的加减法的步骤: ①如果有括号, 根据去括号法则去掉括号. ②把不是最简二次根式的二次根式进行化简. ③合并被开方数相同的二次根式.

(3) 此题还考查了合并同类项, 以及约分的方法的应用, 要熟练掌握.

6. (3 分) (2015•潍坊) 不等式组 $\begin{cases} 2x > -1 \\ -3x+9 \geq 0 \end{cases}$ 的所有整数解的和是 ()

A 2

B 3

C 5

D 6

考 一元一次不等式组的整数解.

点:

分 先求出不等式组的解集, 再求出不等式组的整数解, 最后求出答案即可.

析:

解: $\begin{cases} 2x > -1 \text{ ①} \\ -3x+9 \geq 0 \text{ ②} \end{cases}$

答: $\therefore$ 解不等式①得: $x > -\frac{1}{2}$,

解不等式②得: $x \leq 3$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-\frac{1}{2} < x \leq 3$,

$\therefore$ 不等式组的整数解为 0, 1, 2, 3,

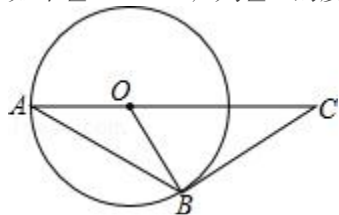
$0+1+2+3=6$,

故选 D.

点 本题考查了解一元一次不等式组, 求不等式组的整数解的应用, 解此题的关键是求

评: 出不等式组的解集, 难度适中.

7. (3 分) (2015•潍坊) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, AO 的延长线交过点 B 的 $\odot O$ 的切线于点 C, 如果 $\angle ABO = 20^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数是 ()



A 70°

B 50°

C 45°

D 20°

考点：切线的性质．

分析：

由 BC 是 $\odot O$ 的切线， OB 是 $\odot O$ 的半径，得到 $\angle OBC=90^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle A=\angle ABO=20^\circ$ ，由外角的性质得到 $\angle BOC=40^\circ$ ，即可求得 $\angle C=50^\circ$ ．

解： $\because BC$ 是 $\odot O$ 的切线， OB 是 $\odot O$ 的半径，

答： $\therefore \angle OBC=90^\circ$ ，

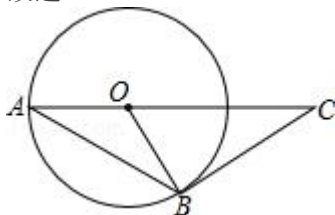
$\because OA=OB$ ，

$\therefore \angle A=\angle ABO=20^\circ$ ，

$\therefore \angle BOC=40^\circ$ ，

$\therefore \angle C=50^\circ$ ．

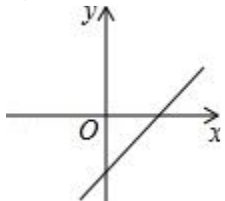
故选 B．



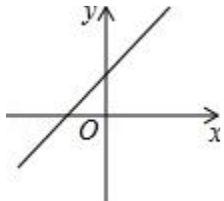
点评： 本题考查了切线的性质，等腰三角形的性质，掌握定理是解题的关键．

8. (3分) (2015•潍坊) 若式子 $\sqrt{k-1} + (k-1)^0$ 有意义，则一次函数 $y=(k-1)x+1-k$ 的图象可能是 ()

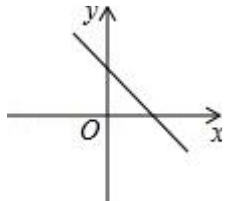
A



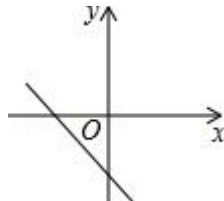
B



C



D



考点：一次函数图象与系数的关系；零指数幂；二次根式有意义的条件．

分析：

首先根据二次根式中的被开方数是非负数，以及 $a^0=1 (a \neq 0)$ ，判断出 k 的取值范围，然后判断出 $k-1$ 、 $1-k$ 的正负，再根据一次函数的图象与系数的关系，判断出一次函数 $y=(k-1)x+1-k$ 的图象可能是哪个即可．

解： $\because$ 式子 $\sqrt{k-1} + (k-1)^0$ 有意义，

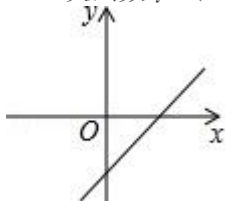
答：

$$\therefore \begin{cases} k-1 \geq 0 \\ k-1 \neq 0 \end{cases}$$

解得 $k > 1$ ，

$\therefore k-1 > 0$ ， $1-k < 0$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y=(k-1)x+1-k$ 的图象可能是：



故选：A．

点 (1) 此题主要考查了一次函数的图象与系数的关系，要熟练掌握，解答此题的关

评： 键是要明确：当 $b > 0$ 时， $(0, b)$ 在 y 轴的正半轴上，直线与 y 轴交于正半轴；当 $b < 0$ 时， $(0, b)$ 在 y 轴的负半轴，直线与 y 轴交于负半轴。

(2) 此题还考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)；② $0^0 \neq 1$ 。

(3) 此题还考查了二次根式有意义的条件，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：二次根式中的被开方数是非负数。

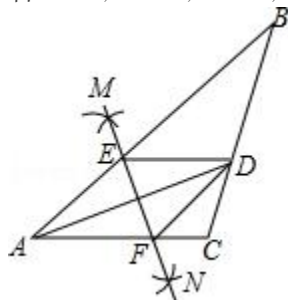
9. (3分) (2015•潍坊) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ ，按如下步骤作图：

第一步，分别以点 A 、 D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AD$ 的长为半径在 AD 两侧作弧，交于两点 M 、 N ；

第二步，连接 MN 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ；

第三步，连接 DE 、 DF 。

若 $BD=6$ ， $AF=4$ ， $CD=3$ ，则 BE 的长是 ()



A 2

B 4

C 6

D 8

考 平行线分线段成比例；菱形的判定与性质；作图—基本作图。

点：

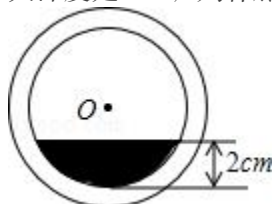
分 根据已知得出 MN 是线段 AD 的垂直平分线，推出 $AE=DE$ ， $AF=DF$ ，求出 $DE \parallel AC$ ， $DF \parallel AE$ ，
析： 得出四边形 $AEDF$ 是菱形，根据菱形的性质得出 $AE=DE=DF=AF$ ，根据平行线分线段成比例定理得出 $\frac{BD}{CD} = \frac{BE}{AE}$ ，代入求出即可。

解 解： $\because$ 根据作法可知： MN 是线段 AD 的垂直平分线，

答： $\therefore AE=DE$ ， $AF=DF$ ，
 $\therefore \angle EAD = \angle EDA$ ，
 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ，
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ，
 $\therefore \angle EDA = \angle CAD$ ，
 $\therefore DE \parallel AC$ ，
同理 $DF \parallel AE$ ，
 $\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是菱形，
 $\therefore AE=DE=DF=AF$ ，
 $\therefore AF=4$ ，
 $\therefore AE=DE=DF=AF=4$ ，
 $\because DE \parallel AC$ ，
 $\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BE}{AE}$ ，
 $\because BD=6$ ， $AE=4$ ， $CD=3$ ，
 $\therefore \frac{6}{3} = \frac{BE}{4}$ ，
 $\therefore BE=8$ ，
故选 D。

点 本题考查了平行线分线段成比例定理，菱形的性质和判定，线段垂直平分线性质，
 评： 等腰三角形的性质的应用，能根据定理四边形 AEDF 是菱形是解此题的关键，注意：一组平行线截两条直线，所截得的对应线段成比例。

10. (3 分) (2015•潍坊) 将一盛有不足半杯水的圆柱形玻璃水杯拧紧杯盖后放倒，水平放置在桌面上，水杯的底面如图所示，已知水杯内径（图中小圆的直径）是 8cm，水的最大深度是 2cm，则杯底有水部分的面积是（ ）



- A. $(\frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ B. $(\frac{16}{3}\pi - 8\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ C. $(\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ D. $(\frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

考 垂径定理的应用；扇形面积的计算。

点：

分 作 $OD \perp AB$ 于 C ，交小 $\odot O$ 于 D ，则 $CD=2$ ，由垂径定理可知 $AC=CB$ ，利用正弦函数求
 析： 得 $\angle OAC=30^\circ$ ，进而求得 $\angle AOB=120^\circ$ ，利用勾股定理即可求出 AB 的值，从而利用 $S_{\text{扇形}} - S_{\triangle AOB}$ 求得杯底有水部分的面积。

解 解：作 $OD \perp AB$ 于 C ，交小 $\odot O$ 于 D ，则 $CD=2$ ， $AC=BC$ ，

答： $\because OA=OD=4$ ， $CD=2$ ，

$\therefore OC=2$ ，

在 $\text{RT}\triangle AOC$ 中， $\sin \angle OAC = \frac{OC}{OA} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \angle OAC=30^\circ$ ，

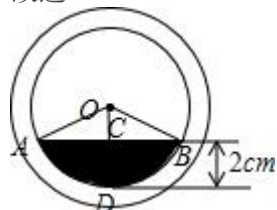
$\therefore \angle AOB=120^\circ$ ，

$AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore AB=4\sqrt{3}$ ，

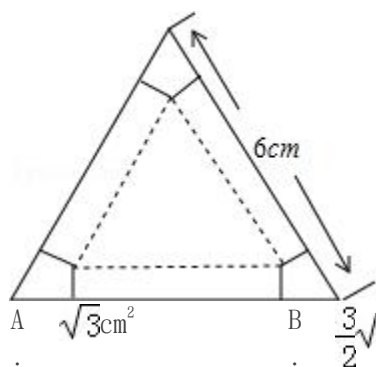
$\therefore$ 杯底有水部分的面积 $= S_{\text{扇形}} - S_{\triangle AOB} = \frac{120\pi \times 4^2}{360} - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = (\frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

故选 A.



点 本题考查的是垂径定理的应用及勾股定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角
 评： 形是解答此题的关键。

11. (3 分) (2015•潍坊) 如图，有一块边长为 6cm 的正三角形纸板，在它的三个角处分别截去一个彼此全等的筝形，再沿图中的虚线折起，做成一个无盖的直三棱柱纸盒，则该纸盒侧面积的最大值是（ ）



C $\frac{9}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$

D $\frac{27}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$

考点：二次函数的应用；展开图折叠成几何体；等边三角形的性质。

分析：

如图，由等边三角形的性质可以得出 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ ，由三个筝形全等就可以得出 $AD = BE = BF = CG = CH = AK$ ，根据折叠后是一个三棱柱就可以得出 $DO = PE = PF = QG = QH = OK$ ，四边形 ODEP、四边形 PFGQ、四边形 QHKO 为矩形，且全等。连结 AO 证明 $\triangle AOD \cong \triangle AOK$ 就可以得出 $\angle OAD = \angle OAK = 30^\circ$ ，设 $OD = x$ ，则 $AO = 2x$ ，由勾股定理就可以求出 $AD = \sqrt{3}x$ ，由矩形的面积公式就可以表示纸盒的侧面积，由二次函数的性质就可以求出结论。

解答：

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ ， $AB = BC = AC$ 。

$\therefore$ 筝形 $ADOK \cong$ 筝形 $BEPF \cong$ 筝形 $AGQH$ ，

$\therefore AD = BE = BF = CG = CH = AK$ 。

$\therefore$ 折叠后是一个三棱柱，

$\therefore DO = PE = PF = QG = QH = OK$ ，四边形 ODEP、四边形 PFGQ、四边形 QHKO 都为矩形。

$\therefore \angle ADO = \angle AKO = 90^\circ$ 。

连结 AO，

在 $\text{Rt} \triangle AOD$ 和 $\text{Rt} \triangle AOK$ 中，

$$\begin{cases} AO = AO \\ OD = OK \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt} \triangle AOD \cong \text{Rt} \triangle AOK$ (HL)。

$\therefore \angle OAD = \angle OAK = 30^\circ$ 。

设 $OD = x$ ，则 $AO = 2x$ ，由勾股定理就可以求出 $AD = \sqrt{3}x$ ，

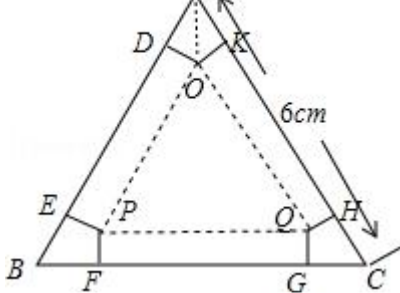
$\therefore DE = 6 - 2\sqrt{3}x$ ，

$\therefore$ 纸盒侧面积 $= 3x(6 - 2\sqrt{3}x) = -6\sqrt{3}x^2 + 18x$ ，

$$= -6\sqrt{3}\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore$ 当 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时，纸盒侧面积最大为 $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ 。

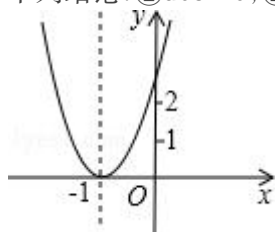
故选 C。



点评：本题考查了等边三角形的性质的运用，全等三角形的判定及性质的运用，勾股定理的运用，矩形的面积公式的运用，二次函数的性质的运用，解答时表示出纸盒的侧

面积是关键.

12. (3分) (2015•潍坊) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c+2$ 的图象如图所示, 顶点为 $(-1, 0)$, 下列结论: ① $abc < 0$; ② $b^2 - 4ac = 0$; ③ $a > 2$; ④ $4a - 2b + c > 0$. 其中正确结论的个数是()



A 1 B 2 C 3 D 4

考点: 二次函数图象与系数的关系.

分析:

①首先根据抛物线开口向上, 可得 $a > 0$; 然后根据对称轴在 y 轴左边, 可得 $b > 0$; 最后根据抛物线与 y 轴的交点在 x 轴的上方, 可得 $c > 0$, 据此判断出 $abc > 0$ 即可.

②根据二次函数 $y=ax^2+bx+c+2$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 可得 $\Delta=0$, 即 $b^2 - 4ac=0$.

③首先根据对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -1$, 可得 $b=2a$, 然后根据 $b^2 - 4ac=0$, 确定出 a 的取值范围即可.

④根据对称轴是 $x = -1$, 而且 $x=0$ 时, $y > 2$, 可得 $x = -2$ 时, $y > 2$, 据此判断即可.

解:

答:

$\because$ 抛物线开口向上,

$\therefore a > 0$,

$\because$ 对称轴在 y 轴左边,

$\therefore b > 0$,

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴的上方,

$\therefore c+2 > 2$,

$\therefore c > 0$,

$\therefore abc > 0$,

$\therefore$ 结论①不正确;

$\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c+2$ 的图象与 x 轴只有一个交点,

$\therefore \Delta=0$,

即 $b^2 - 4ac=0$,

$\therefore$ 结论②正确;

$\because$ 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -1$,

$\therefore b=2a$,

$\because b^2 - 4ac=0$,

$\therefore 4a^2 - 4ac=0$,

$\therefore a=c$,

$\because c > 0$,

$\therefore a > 0$,

$\therefore$ 结论③不正确;

$\because$ 对称轴是 $x = -1$, 而且 $x=0$ 时, $y > 2$,

$\therefore x = -2$ 时, $y > 2$,

$\therefore 4a - 2b + c + 2 > 2$,

$$\therefore 4a - 2b + c > 0.$$

$\therefore$ 结论④正确.

综上, 可得

正确结论的个数是 2 个: ②④.

故选: B.

点 此题主要考查了二次函数的图象与系数的关系, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要
评: 明确: ①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; ②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异) ③常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 只要求填写最后结果.)

13. (3 分) (2015•潍坊) “植树节”时, 九年级一班 6 个小组的植树棵数分别是: 5, 7, 3, x , 6, 4. 已知这组数据的众数是 5, 则该组数据的平均数是 5 .

考 算术平均数; 众数. _

点:

分 首先根据众数为 5 得出 $x=5$, 然后根据平均数的概念求解.

析:

解 解: $\because$ 这组数据的众数是 5,

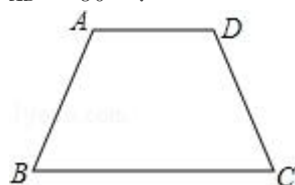
答: $\therefore x=5$,

$$\text{则平均数为: } \frac{5+7+3+5+6+4}{6} = 5.$$

故答案为: 5.

点 本题考查了众数和平均数的知识, 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数; 平均
评: 数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

14. (3 分) (2015•潍坊) 如图, 等腰梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $BC=50$, $AB=20$, $\angle B=60^\circ$, 则 $AD=$ 30 .



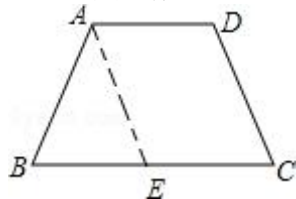
考 等腰梯形的性质. _

点:

分 首先作辅助线: 过点 A 作 $AE \parallel CD$ 交 BC 于点 E, 根据等腰梯形的性质, 易得四边形
析: AECD 是平行四边形, 根据平行四边形的对边相等, 即可得 $AE=CD=AB=20$, $AD=EC$, 易得 $\triangle ABE$ 是等边三角形, 即可求得 AD 的长.

解 解: 过点 A 作 $AE \parallel CD$ 交 BC 于点 E,

答:



$$\therefore AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 AECD 是平行四边形,

$$\therefore AE=CD=AB=20, AD=EC,$$

$\therefore \angle B=60^\circ$,
 $\therefore BE=AB=AE=20$,
 $\therefore AD=BC-CE=50-20=30$.

故答案为：30

点 此题考查了等腰梯形的性质、平行四边形的判定与性质以及等边三角形的性质．解
 评： 题的关键是注意平移梯形的一腰是梯形题目中常见的辅助线．

15. (3 分) (2015•潍坊) 因式分解： $ax^2-7ax+6a= a(x-1)(x-6)$.

考 因式分解-十字相乘法等；因式分解-提公因式法. _

点:

专 计算题.

题:

分 原式提取 a，再利用十字相乘法分解即可.

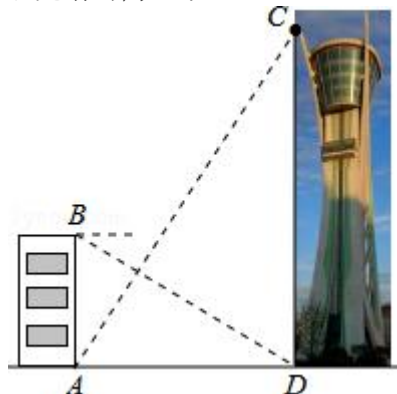
析:

解 解：原式= $a(x^2-7x+6)=a(x-1)(x-6)$,

答： 故答案为： $a(x-1)(x-6)$

点 此题考查了因式分解-十字相乘法，以及提取公因式法，熟练掌握因式分解的方法
 评： 是解本题的关键.

16. (3 分) (2015•潍坊) 观光塔是潍坊市区的标志性建筑，为测量其高度，如图，一人
 先在附近一楼房的底端 A 点处观测观光塔顶端 C 处的仰角是 60° ，然后爬到该楼房顶端 B
 点处观测观光塔底部 D 处的俯角是 30° ．已知楼房高 AB 约是 45m，根据以上观测数据可求
 观光塔的高 CD 是 135 m.



考 解直角三角形的应用-仰角俯角问题. _

点:

分 根据“爬到该楼房顶端 B 点处观测观光塔底部 D 处的俯角是 30° ”可以求出 AD 的长，
 析： 然后根据“在一楼房的底端 A 点处观测观光塔顶端 C 处的仰角是 60° ”可以求出 CD 的
 长.

解 解： $\therefore$ 爬到该楼房顶端 B 点处观测观光塔底部 D 处的俯角是 30° ,

答： $\therefore \angle ADB=30^\circ$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中，

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{AD},$$

$$\text{解得, } \frac{45}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AD=45\sqrt{3},$$

$\therefore$ 在一楼房的底端 A 点处观测观光塔顶端 C 处的仰角是 60° ,

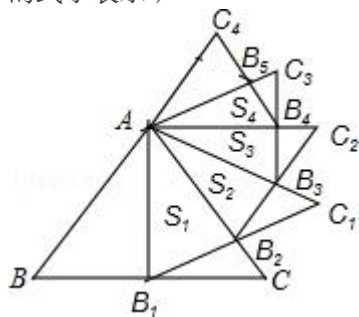
$\therefore$ 在 $Rt\triangle ACD$ 中，

$$CD=AD \cdot \tan 60^\circ = 45\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 135 \text{ 米.}$$

故答案为 135 米.

点 本题考查了解直角三角形的应用——仰角、俯角问题，要求学生能借助仰角、俯角
评： 构造直角三角形并解直角三角形.

17. (3 分) (2015·潍坊) 如图，正 $\triangle ABC$ 的边长为 2，以 BC 边上的高 AB_1 为边作正 $\triangle AB_1C_1$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle AB_1C_1$ 公共部分的面积记为 S_1 ；再以正 $\triangle AB_1C_1$ 边 B_1C_1 上的高 AB_2 为边作正 $\triangle AB_2C_2$ ， $\triangle AB_1C_1$ 与 $\triangle AB_2C_2$ 公共部分的面积记为 S_2 ；...，以此类推，则 $S_n = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^n$. (用含 n 的式子表示)



考 等边三角形的性质.

点:

专 规律型.

题:

分 由 AB_1 为边长为 2 的等边三角形 ABC 的高，利用三线合一得到 B_1 为 BC 的中点，求
析： 出 BB_1 的长，利用勾股定理求出 AB_1 的长，进而求出 S_1 ，同理求出 S_2 ，依此类推，
得到 S_n .

解 解： $\because$ 等边三角形 ABC 的边长为 2， $AB_1 \perp BC$ ，

答： $\therefore BB_1 = 1$ ， $AB = 2$ ，

根据勾股定理得： $AB_1 = \sqrt{3}$ ，

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^1;$$

$\because$ 等边三角形 AB_1C_1 的边长为 $\sqrt{3}$ ， $AB_2 \perp B_1C_1$ ，

$$\therefore B_1B_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}, AB_1 = \sqrt{3},$$

根据勾股定理得： $AB_2 = \frac{3}{2}$ ，

$$\therefore S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^2;$$

依此类推， $S_n = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

点 此题考查了等边三角形的性质，属于规律型试题，熟练掌握等边三角形的性质是解
评： 本题的关键.

18. (3 分) (2015·潍坊) 正比例函数 $y_1 = mx$ ($m > 0$) 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的

图象交于点 $A(n, 4)$ 和点 B ， $AM \perp y$ 轴，垂足为 M . 若 $\triangle AMB$ 的面积为 8，则满足 $y_1 > y_2$ 的实数 x 的取值范围是 $-2 < x < 0$ 或 $x > 2$.

考点：反比例函数与一次函数的交点问题．

分析：由反比例函数图象的对称性可得：点 A 和点 B 关于原点对称，再根据 $\triangle AMB$ 的面积为 8 列出方程 $\frac{1}{2} \times 4n \times 2 = 8$ ，解方程求出 n 的值，然后利用图象可知满足 $y_1 > y_2$ 的实数 x 的取值范围．

解答：解：∵ 正比例函数 $y_1 = mx$ ($m > 0$) 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 A

(n, 4) 和点 B,

∴ B (-n, -4).

∵ $\triangle AMB$ 的面积为 8,

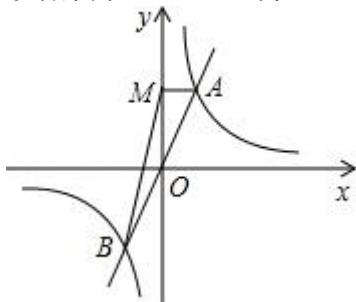
∴ $\frac{1}{2} \times 4n \times 2 = 8$,

解得 $n = 2$,

∴ A (2, 4), B (-2, -4).

由图形可知，当 $-2 < x < 0$ 或 $x > 2$ 时，正比例函数 $y_1 = mx$ ($m > 0$) 的图象在反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象的上方，即 $y_1 > y_2$.

故答案为 $-2 < x < 0$ 或 $x > 2$.



点评：本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题，三角形的面积，反比例函数的对称性，体现了数形结合的思想．

三、解答题（本大题共 6 小题，共 66 分．解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．）

19. (9 分) (2015•潍坊) 为提高饮水质量，越来越多的居民选购家用净水器．一商场抓住商机，从厂家购进了 A、B 两种型号家用净水器共 160 台，A 型号家用净水器进价是 150 元/台，B 型号家用净水器进价是 350 元/台，购进两种型号的家用净水器共用去 36000 元．

(1) 求 A、B 两种型号家用净水器各购进了多少台；

(2) 为使每台 B 型号家用净水器的毛利润是 A 型号的 2 倍，且保证售完这 160 台家用净水器的毛利润不低于 11000 元，求每台 A 型号家用净水器的售价至少是多少元．（注：毛利润 = 售价 - 进价）

考点：一元一次不等式的应用；二元一次方程组的应用．

点：

分析：(1) 设 A 种型号家用净水器购进了 x 台，B 种型号家用净水器购进了 y 台，根据“购进了 A、B 两种型号家用净水器共 160 台，购进两种型号的家用净水器共用去 36000 元．”列出方程组解答即可；

(2) 设每台 A 型号家用净水器的毛利润是 a 元，则每台 B 型号家用净水器的毛利润是 2a 元，根据保证售完这 160 台家用净水器的毛利润不低于 11000 元，列出不等式解答即可．

解答：解：(1) 设 A 种型号家用净水器购进了 x 台，B 种型号家用净水器购进了 y 台，

$$\begin{cases} x+y=160 \\ 150x+350y=36000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=100 \\ y=60 \end{cases}$$

答：A 种型号家用净水器购进了 100 台，B 种型号家用净水器购进了 60 台。

(2) 设每台 A 型号家用净水器的毛利润是 a 元，则每台 B 型号家用净水器的毛利润是 2a 元，

由题意得 $100a+60 \times 2a \geq 11000$,

解得 $a \geq 50$,

$150+50=200$ (元)。

答：每台 A 型号家用净水器的售价至少是 200 元。

点 此题考查一元一次不等式组的实际运用，二元一次方程组的实际运用，找出题目蕴
评： 含的数量关系与不等关系是解决问题的关键。

20. (10 分) (2015·潍坊) 某校了解九年级学生近两个月“推荐书目”的阅读情况，随机抽取了该年级的部分学生，调查了他们每人“推荐书目”的阅读本数。设每名学生的阅读本数为 n，并按以下规定分为四档：当 $n < 3$ 时，为“偏少”；当 $3 \leq n < 5$ 时，为“一般”；当 $5 \leq n < 8$ 时，为“良好”；当 $n \geq 8$ 时，为“优秀”。将调查结果统计后绘制成不完整的统计图表：

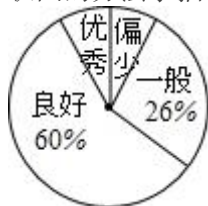
阅读本数 n(本)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
人数(名)	1	2	6	7	12	x	7	y	1

请根据以上信息回答下列问题：

(1) 分别求出统计表中的 x、y 的值；

(2) 估计该校九年级 400 名学生中为“优秀”档次的人数；

(3) 从被调查的“优秀”档次的学生中随机抽取 2 名学生介绍读书体会，请用列表或画树状图的方法求抽取的 2 名学生中有 1 名阅读本数为 9 的概率。



考 列表法与树状图法；用样本估计总体；扇形统计图。

点：

分 (1) 首先求得总分数，然后即可求得 x 和 y 的值；

析： (2) 首先求得样本中的优秀率，然后用样本估计总体即可；

(3) 列表将所有等可能的结果列举出来，然后利用概率公式求解即可。

解 解：(1) 由表可知被调查学生中“一般”档次的有 13 人，所占比例是 26%，所以共调
答： 查的学生数是 $13 \div 26\% = 50$ ，

则调查学生中“良好”档次的人数为 $50 \times 60\% = 30$ ，

$\therefore x = 30 - (12 + 7) = 11$ ，

$y = 50 - (1 + 2 + 6 + 7 + 12 + 11 + 7 + 1) = 3$ 。

(2) 由样本数据可知“优秀”档次所占的百分比为 $\frac{3+1}{50} = 8\%$ ，

$\therefore$ 估计九年级 400 名学生中为优秀档次的人数为 $400 \times 8\% = 32$ ；

(3) 用 A、B、C 表示阅读本数是 8 的学生，用 D 表示阅读 9 本的学生，列表得到：

	A	B	C	D
A		A	A	A
B		B	C	D
C	B		B	B
D	A		C	D

C	C	C	C
A	B		D
D	D	D	
A	B	C	

由列表可知，共 12 种等可能的结果，其中所抽取的 2 名学生中有 1 名阅读本数为 9 的有 6 种，

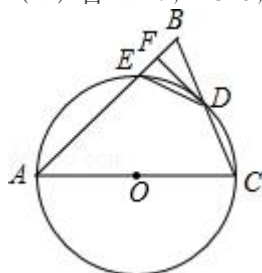
所以抽取的 2 名学生中有 1 名阅读本数为 9 的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$;

点 考查了列表与树状图法求概率、用样本估计总体及扇形统计图的知识，解题的关键
评： 是能够通过列表将所有等可能的结果列举出来，难度不大。

21. (10 分) (2015·潍坊) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D ，交 AB 于点 E ，过点 D 作 $DF \perp AB$ ，垂足为 F ，连接 DE 。

(1) 求证：直线 DF 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若 $AE=7$ ， $BC=6$ ，求 AC 的长。



考 切线的判定；相似三角形的判定与性质。

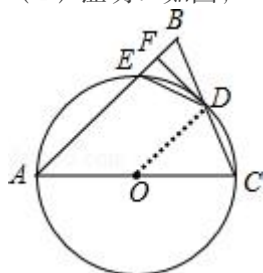
点：

分 (1) 连接 OD ，利用 $AB=AC$ ， $OD=OC$ ，证得 $OD \parallel AB$ ，易证 $DF \perp OD$ ，故 DF 为 $\odot O$ 的切线；

析： (2) 证得 $\triangle BED \sim \triangle BCA$ ，求得 BE ，利用 $AC=AB=AE+BE$ 求得答案即可。

解 (1) 证明：如图，

答：



连接 OD 。

$\because AB=AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$\because OD=OC$,

$\therefore \angle ODC = \angle C$,

$\therefore \angle ODC = \angle B$,

$\therefore OD \parallel AB$,

$\because DF \perp AB$,

$\therefore OD \perp DF$,

$\because$ 点 D 在 $\odot O$ 上，

$\therefore$ 直线 DF 与 $\odot O$ 相切；

(2) 解： $\because$ 四边形 $ACDE$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，

$\therefore \angle AED + \angle ACD = 180^\circ$,

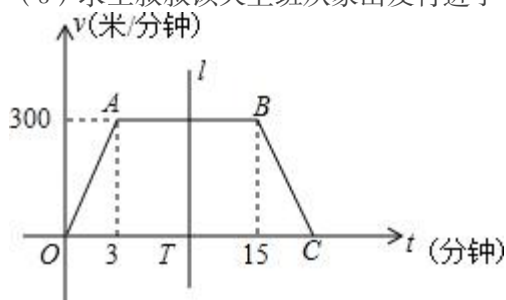
$\because \angle AED + \angle BED = 180^\circ$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BED = \angle ACD, \\
&\therefore \angle B = \angle B, \\
&\therefore \triangle BED \sim \triangle BCA, \\
&\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{BE}{BC}, \\
&\therefore OD \parallel AB, AO = CO, \\
&\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC = 3, \\
&\text{又} \because AE = 7, \\
&\therefore \frac{3}{7+BE} = \frac{BE}{6}, \\
&\therefore BE = 2, \\
&\therefore AC = AB = AE + BE = 7 + 2 = 9.
\end{aligned}$$

点 此题考查切线的判定，三角形相似的判定与性质，要证某线是圆的切线，已知此线
 评： 过圆上某点，连接圆心和这点（即为半径），再证垂直即可。

22. (11 分) (2015·潍坊) “低碳生活，绿色出行”的理念正逐渐被人们所接受，越来越多的人选择骑自行车上下班。王叔叔某天骑自行车上班从家出发到单位过程中行进速度 v （米/分钟）随时间 t （分钟）变化的函数图象大致如图所示，图象由三条线段 OA、AB 和 BC 组成。设线段 OC 上有一动点 $T(t, 0)$ ，直线 l 左侧部分的面积即为 t 分钟内王叔叔行进的路程 s （米）。

- (1) ①当 $t=2$ 分钟时，速度 $v=200$ 米/分钟，路程 $s=200$ 米；
 ②当 $t=15$ 分钟时，速度 $v=300$ 米/分钟，路程 $s=4050$ 米。
 (2) 当 $0 \leq t \leq 3$ 和 $3 < t \leq 15$ 时，分别求出路程 s （米）关于时间 t （分钟）的函数解析式；
 (3) 求王叔叔该天上班从家出发行进了 750 米时所用的时间 t 。



考 一次函数的应用。

点：

- 分 (1) ①根据图象得出直线 OA 的解析式，代入 $t=2$ 解答即可；
 析： ②根据图象得出 $t=15$ 时的速度，并计算其路程即可；
 (2) 利用待定系数法得出 $0 \leq t \leq 3$ 和 $3 < t \leq 15$ 时的解析式即可；
 (3) 根据当 $3 < t \leq 15$ 时的解析式，将 $y=750$ 代入解答即可。

解
 答：

解：(1) ①直线 OA 的解析式为： $y = \frac{300}{3}t = 100t$,

把 $t=2$ 代入可得： $y=200$ ；

路程 $S = \frac{1}{2} \times 2 \times 200 = 200$,

故答案为：200；200；

②当 $t=15$ 时，速度为定值 300，路程 $= \frac{1}{2} \times 3 \times 300 + (15 - 3) \times 300 = 4050$ ，

故答案为：300；4050；

(2) ①当 $0 \leq t \leq 3$ ，设直线 OA 的解析式为： $y=kt$ ，由图象可知点 A (3, 300)，
 $\therefore 300=3k$,

解得: $k=100$,

则解析式为: $y=100t$;

设 l 与 OA 的交点为 P , 则 $P(t, 100t)$,

$$\therefore S = S_{\triangle POI} = \frac{1}{2} \cdot t \cdot 100t = 50t^2,$$

②当 $3 < t \leq 15$ 时, 设 l 与 AB 的交点为 Q , 则 $Q(t, 300)$,

$$\therefore S = S_{\text{梯形} O A Q T} = \frac{1}{2} (t - 3 + t) \times 300 = 300t - 450,$$

(3) $\because$ 当 $0 \leq t \leq 3$, S 最大 $= 50 \times 9 = 450$,

$\therefore 750 > 50$,

$\therefore$ 当 $3 < t \leq 15$ 时, $450 < S \leq 4050$,

则令 $750 = 300t - 450$,

解得: $t=4$.

故王叔叔该天上班从家出发行进了 750 米时所用的时间 4 分钟.

点 此题考查一次函数的应用, 关键是根据图象进行分析, 同时利用待定系数法得出解
评: 析式.

23. (12 分) (2015·潍坊) 如图 1, 点 O 是正方形 $ABCD$ 两对角线的交点, 分别延长 OD 到点 G , OC 到点 E , 使 $OG=2OD$, $OE=2OC$, 然后以 OG 、 OE 为邻边作正方形 $OEFG$, 连接 AG , DE .

(1) 求证: $DE \perp AG$;

(2) 正方形 $ABCD$ 固定, 将正方形 $OEFG$ 绕点 O 逆时针旋转 α 角 ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) 得到正方形 $OE'F'G'$, 如图 2.

①在旋转过程中, 当 $\angle OAG'$ 是直角时, 求 α 的度数;

②若正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 在旋转过程中, 求 AF' 长的最大值和此时 α 的度数, 直接写出结果不必说明理由.

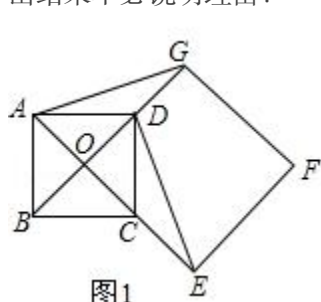


图1

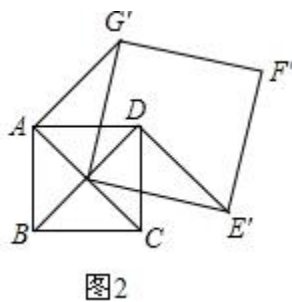


图2

考 几何变换综合题.

点:

分 (1) 延长 ED 交 AG 于点 H , 易证 $\triangle AOG \cong \triangle DOE$, 得到 $\angle AGO = \angle DEO$, 然后运用等
析: 量代换证明 $\angle AHE = 90^\circ$ 即可;

(2) ①在旋转过程中, $\angle OAG'$ 成为直角有两种情况: α 由 0° 增大到 90° 过程中, 当 $\angle OAG' = 90^\circ$ 时, $\alpha = 30^\circ$, α 由 90° 增大到 180° 过程中, 当 $\angle OAG' = 90^\circ$ 时, $\alpha = 150^\circ$;

②当旋转到 A 、 O 、 F' 在一条直线上时, AF' 的长最大, $AF' = AO + OF' = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2$, 此时 $\alpha = 315^\circ$.

解: (1) 如图 1, 延长 ED 交 AG 于点 H ,

答: $\because$ 点 O 是正方形 $ABCD$ 两对角线的交点,

$\therefore OA = OD$, $OA \perp OD$,

$\therefore OG = OE$,

在 $\triangle AOG$ 和 $\triangle DOE$ 中,

$$\begin{cases} OA = OD \\ \angle AOG = \angle DOE = 90^\circ \\ OG = OE \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOG \cong \triangle DOE$,
 $\therefore \angle AGO = \angle DEO$,
 $\therefore \angle AGO + \angle GAO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AGO + \angle DEO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AHE = 90^\circ$,

即 $DE \perp AG$;

(2) ①在旋转过程中, $\angle OAG'$ 成为直角有两种情况:

(I) α 由 0° 增大到 90° 过程中, 当 $\angle OAG' = 90^\circ$ 时,

$$\therefore OA = OD = \frac{1}{2}OG = \frac{1}{2}OG',$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle OAG' \text{中}, \sin \angle AG'O = \frac{OA}{OG'} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle AG'O = 30^\circ,$$

$$\therefore OA \perp OD, OA \perp AG',$$

$$\therefore OD \parallel AG',$$

$$\therefore \angle DOG' = \angle AG'O = 30^\circ,$$

即 $\alpha = 30^\circ$;

(II) α 由 90° 增大到 180° 过程中, 当 $\angle OAG' = 90^\circ$ 时,

同理可求 $\angle BOG' = 30^\circ$,

$$\therefore \alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

综上所述, 当 $\angle OAG' = 90^\circ$ 时, $\alpha = 30^\circ$ 或 150° .

②如图 3, 当旋转到 A、O、F' 在一条直线上时, AF' 的长最大,

$\therefore$ 正方形 ABCD 的边长为 1,

$$\therefore OA = OD = OC = OB = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore OG = 2OD,$$

$$\therefore OG' = OG = \sqrt{2},$$

$$\therefore OF' = 2,$$

$$\therefore AF' = AO + OF' = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2,$$

$$\therefore \angle COE' = 45^\circ,$$

$$\therefore \text{此时 } \alpha = 315^\circ.$$

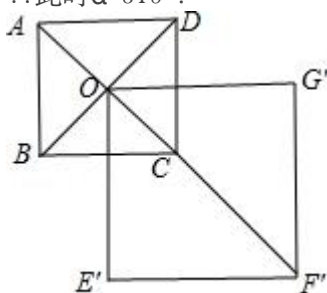


图3

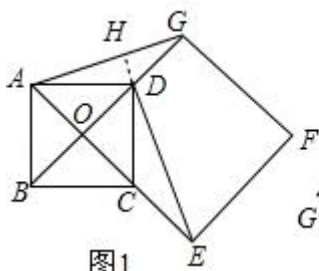


图1

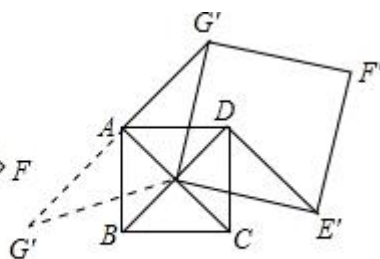


图2

点 本题主要考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、锐角三角函数、旋转变
 评: 换的性质的综合运用, 有一定的综合性, 分类讨论当 $\angle OAG'$ 是直角时, 求 α 的度数

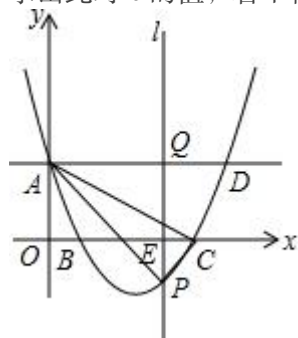
是本题的难点.

24. (14分) (2015·潍坊) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = mx^2 - 8mx + 4m + 2$ ($m > 0$) 与 y 轴的交点为 A , 与 x 轴的交点分别为 $B(x_1, 0)$, $C(x_2, 0)$, 且 $x_2 - x_1 = 4$, 直线 $AD \parallel x$ 轴, 在 x 轴上有一动点 $E(t, 0)$ 过点 E 作平行于 y 轴的直线 l 与抛物线、直线 AD 的交点分别为 P 、 Q .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当 $0 < t \leq 8$ 时, 求 $\triangle APC$ 面积的最大值;

(3) 当 $t > 2$ 时, 是否存在点 P , 使以 A 、 P 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 相似? 若存在, 求出此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



考 二次函数综合题.

点:

分 (1) 认真审题, 直接根据题意列出方程组, 求出 B 、 C 两点的坐标, 进而可求出抛物线的解析式;

析: (2) 分 $0 < t < 6$ 时和 $6 \leq t \leq 8$ 时两种情况进行讨论, 据此即可求出三角形的最大值;

(3) 分 $2 < t \leq 6$ 时和 $t > 6$ 时两种情况进行讨论, 再根据三角形相似的条件, 即可得解.

解: (1) 由题意知 x_1 、 x_2 是方程 $mx^2 - 8mx + 4m + 2 = 0$ 的两根,

答: $\therefore x_1 + x_2 = 8$,

$$\text{由} \begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_2 - x_1 = 4 \end{cases}$$

$$\text{解得:} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

$\therefore B(2, 0)$ 、 $C(6, 0)$

则 $4m - 16m + 4m + 2 = 0$,

解得: $m = \frac{1}{4}$,

$\therefore$ 该抛物线解析式为: $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$;

(2) 可求得 $A(0, 3)$

设直线 AC 的解析式为: $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} b = 3 \\ 6k + b = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x + 3$,

要构成 $\triangle APC$, 显然 $t \neq 6$, 分两种情况进行讨论:

①当 $0 < t < 6$ 时, 设直线 l 与 AC 交点为 F , 则: $F(t, -\frac{1}{2}t+3)$,

$$\therefore P(t, \frac{1}{4}t^2 - 2t + 3), \therefore PF = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t,$$

$$\therefore S_{\triangle APC} = S_{\triangle APF} + S_{\triangle CPF}$$

$$= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t \right) \cdot t + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t \right) \cdot (6-t)$$

$$= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t \right) \cdot 6$$

$$= -\frac{3}{4}(t-3)^2 + \frac{27}{4},$$

此时最大值为: $\frac{27}{4}$,

②当 $6 \leq t \leq 8$ 时, 设直线 l 与 AC 交点为 M , 则: $M(t, -\frac{1}{2}t+3)$,

$$\therefore P(t, \frac{1}{4}t^2 - 2t + 3), \therefore PM = \frac{1}{4}t^2 - \frac{3}{2}t,$$

$$\therefore S_{\triangle APC} = S_{\triangle APF} - S_{\triangle CPF} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}t^2 - \frac{3}{2}t \right) t - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}t^2 - \frac{3}{2}t \right) (t-6)$$

$$= \frac{3}{4}t^2 - \frac{9}{2}t$$

$$= \frac{3}{4}(t-3)^2 - \frac{27}{4},$$

当 $t=8$ 时, 取最大值, 最大值为: 12,

综上可知, 当 $0 < t \leq 8$ 时, $\triangle APC$ 面积的最大值为 12;

(3) 如图, 连接 AB , 则 $\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $AO=3$, $BO=2$,

$$Q(t, 3), P(t, \frac{1}{4}t^2 - 2t + 3),$$

①当 $2 < t \leq 6$ 时, $AQ=t$, $PQ = -\frac{1}{4}t^2 + 2t$,

若: $\triangle AOB \sim \triangle AQP$, 则: $\frac{AO}{AQ} = \frac{BO}{PQ}$,

$$\text{即: } \frac{3}{t} = \frac{2}{-\frac{1}{4}t^2 + 2t},$$

$$\therefore t=0 \text{ (舍)}, \text{ 或 } t=\frac{16}{3},$$

若 $\triangle AOB \sim \triangle PQA$, 则: $\frac{AO}{PQ} = \frac{OB}{AQ}$,

$$\text{即: } \frac{3}{-\frac{1}{4}t^2 + 2t} = \frac{2}{t},$$

$$\therefore t=0 \text{ (舍)} \text{ 或 } t=2 \text{ (舍)},$$

②当 $t > 6$ 时, $AQ'=t$, $PQ' = \frac{1}{4}t^2 - 2t$,

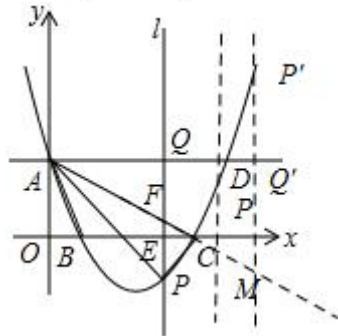
若: $\triangle AOB \sim \triangle AQP$, 则: $\frac{AO}{AQ'} = \frac{BO}{P'Q'}$,

$$\text{即: } \frac{3}{t} = \frac{2}{\frac{1}{4}t^2 - 2t},$$

$$\therefore t=0 \text{ (舍)}, \text{ 或 } t=\frac{32}{3},$$

$$\text{即: } \frac{2}{t} = \frac{3}{\frac{1}{4}t^2 - 2t},$$

$$\text{即: } \frac{2}{t} = \frac{3}{\frac{1}{4}t^2 - 2t},$$

$$\therefore t = \frac{16}{3} \text{ 或 } t = \frac{32}{3} \text{ 或 } t = 14.$$
$$\therefore t = \frac{16}{3} \text{ 或 } t = \frac{32}{3} \text{ 或 } t = 14.$$


点评: 本题主要考查了抛物线解析式的求法, 以及利用配方法等知识点求最值的问题, 还考查了三角形相似的问题, 是一道二次函数与几何问题结合紧密的题目, 要注意认真总结.