

山东省淄博市 2015 年中考数学试卷

一、选择题：本题共 12 小题，在每小题所给出的四个选项中，只有一个是正确的。每小题 4 分，错选、不选或选出的答案超过一个，均记零分。

1. (4 分) (2015•淄博) 比 -2015 小 1 的数是 ()

A -2014

B 2014

C -2016

D 2016

考点：有理数的减法.

分析：根据题意列式即可求得结果.

解答：解：-2015-1=-2016.

故选 C.

点评：本题考查了有理数的减法，熟记有理数的减法的法则是解题的关键.

2. (4 分) (2015•淄博) 下列式子中正确的是 ()

A $(\frac{1}{3})^{-2} = -9$

B $(-2)^3 = -6$

C $\sqrt{(-2)^2} = -2$

D $(-3)^0 = 1$

考点：二次根式的性质与化简；有理数的乘方；零指数幂；负整数指数幂.

分析：根据二次根式的性质与化简、有理数的乘方、零指数以及负整数指数幂逐一运算，判断即可.

解答：解：A、 $(\frac{1}{3})^{-2} = \frac{1}{(\frac{1}{3})^2} = 9$ ，故本项错误；

B、 $(-2)^3 = -8$ ，故本项错误；

C、 $\sqrt{(-2)^2} = 2$ ，故本项错误；

D、 $(-3)^0 = 1$ ，故本项正确，

故选：D.

点评：本题考查了二次根式的性质与化简、有理数的乘方、零指数以及负整数指数幂，熟练掌握运算法则是解题的关键.

3. (4 分) (2015•淄博) 将图 1 围成图 2 的正方体，则图 1 中的红心“♥”标志所在的正方形是正方体中的 ()

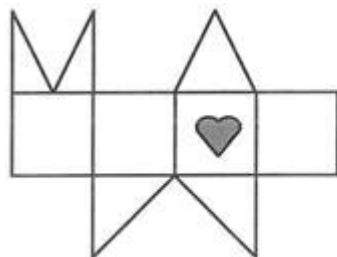


图1

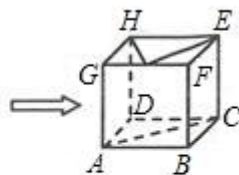


图2

A 面 CDHE

B 面 BCEF

C 面 ABFG

D 面 ADHG

考点：展开图折叠成几何体.

分析：

由平面图形的折叠及正方体的展开图解题. 注意找准红心“♥”标志所在的相邻面.

解答：

解：由图 1 中的红心“♥”标志，

可知它与等边三角形相邻，折叠成正方体是正方体中的面 CDHE.

故选 A.

点评：本题考查了正方体的展开图形，解题关键是从相邻面入手进行分析及解决问题.

4. (4 分) (2015•淄博) 已知 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, 则 x^2+xy+y^2 的值为 ()

A 2

B 4

C 5

D 7

考点：二次根式的化简求值.

分析：先把 x、y 的值代入原式，再根据二次根式的性质把原式进行化简即可.

解答：解：原式 = $(x+y)^2 - xy$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 - \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$= (\sqrt{5})^2 - \frac{5-1}{4}$$

$$= 5 - 1$$

$$= 4.$$

故选 B.

点评：本题考查的是二次根式的化简求值，熟知二次根式混合运算的法则是解答此题的关键.

5. (4 分) (2015•淄博) 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} mx+ny=8 \\ nx-my=1 \end{cases}$ 的解，则 $2m-n$ 的平方

根为 ()

A ± 2

B $\sqrt{2}$

C $\pm\sqrt{2}$

D 2

考点：二元一次方程组的解；平方根.

分析：由 $x=2$, $y=1$ 是二元一次方程组的解，将 $x=2$, $y=1$ 代入方程组求出 m 与 n 的值，进而求出 $2m-n$ 的值，利用平方根的定义即可求出 $2m-n$ 的平方根.

解答：

$$\text{解：} \because \text{将 } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \text{ 代入 } \begin{cases} mx+ny=8 \\ nx-my=1 \end{cases} \text{ 中，得： } \begin{cases} 2m+n=8 \\ 2n-m=1 \end{cases},$$

$$\text{解得： } \begin{cases} m=3 \\ n=2 \end{cases}$$

$$\therefore 2m - n = 6 - 2 = 4,$$

则 $2m - n$ 的平方根为 ± 2 .

故选: A.

点评: 此题考查了二元一次方程组的解, 以及平方根的定义, 解二元一次方程组的方法有两种: 加减消元法; 代入消元法.

6. (4 分) (2015•淄博) 某超市为了吸引顾客, 设计了一种促销活动: 在一个不透明的箱子里放有 4 个相同的小球, 球上分别标有“0 元”、“10 元”、“20 元”、“30 元”的字样. 规定: 顾客在本超市一次性消费满 200 元, 就可以从箱子里先后摸出两个小球 (每一次摸出后不放回). 某顾客刚好消费 200 元, 则该顾客所获得购物券的金额不低于 30 元的概率 ()

A $\frac{1}{3}$

B $\frac{1}{2}$

C $\frac{2}{3}$

D $\frac{3}{4}$

考点: 列表法与树状图法.

分析: 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏地列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件.

解答: 解: 列表:

第二次 第一次	0	10	20	30
0	--	10	20	30
10	10	--	30	40
20	20	30	--	50
30	30	40	50	--

从上表可以看出, 共有 12 种可能结果, 其中大于或等于 30 元共有 8 种可能结果,

$$\text{因此 } P(\text{不低于 } 30 \text{ 元}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

故选: C.

点评: 本题主要考查用列表法或树状图求概率. 解决本题的关键是弄清题意, 满 200 元可以摸两次, 但摸出一个后不放回, 概率在变化. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

7. (4 分) (2015•淄博) 若锐角 α 满足 $\cos \alpha < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $\tan \alpha < \sqrt{3}$, 则 α 的范围是 ()

A $30^\circ < \alpha < 45^\circ$

B $45^\circ < \alpha < 60^\circ$

C $60^\circ < \alpha < 90^\circ$

D $30^\circ < \alpha < 60^\circ$

考点: 锐角三角函数的增减性.

专题: 应用题.

分析: 先由特殊角的三角函数值及余弦函数随锐角的增大而减小, 得出 $45^\circ < \alpha < 90^\circ$; 再由特殊角的三角函数值及正切函数随锐角的增大而增大, 得出 $0 < \alpha < 60^\circ$; 从而得出 $45^\circ < \alpha < 60^\circ$.

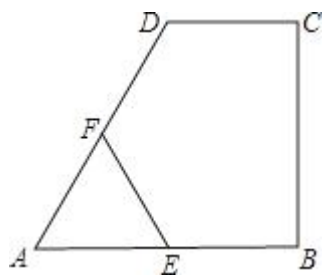
解答: 解: $\because \alpha$ 是锐角,

$$\therefore \cos \alpha > 0,$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos \alpha &< \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \therefore 0 < \cos \alpha &< \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \text{又} \because \cos 90^\circ &= 0, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \therefore 45^\circ &< \alpha < 90^\circ; \\ \therefore \alpha &\text{是锐角}, \\ \therefore \tan \alpha &> 0, \\ \therefore \tan \alpha &< \sqrt{3}, \\ \therefore 0 < \tan \alpha &< \sqrt{3}, \\ \text{又} \because \tan 0^\circ &= 0, \tan 60^\circ = \sqrt{3}, \\ 0 < \alpha &< 60^\circ; \\ \text{故 } 45^\circ &< \alpha < 60^\circ. \\ \text{故选 B.} \end{aligned}$$

点评：本题主要考查了余弦函数、正切函数的增减性与特殊角的余弦函数、正切函数值，熟记特殊角的三角函数值和了解锐角三角函数的增减性是解题的关键.

8. (4 分) (2015•淄博) 如图，在四边形 ABCD 中，DC // AB，CB ⊥ AB，AB=AD，CD= $\frac{1}{2}$ AB，点 E、F 分别为 AB、AD 的中点，则△AEF 与多边形 BCD FE 的面积之比为 ()



- A $\frac{1}{7}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{4}$

考点：相似三角形的判定与性质；三角形的面积；三角形中位线定理.

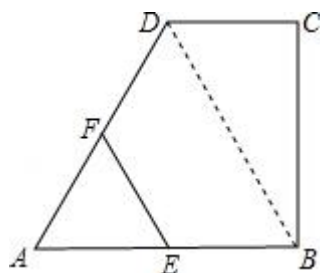
专题：压轴题.

分析：

根据三角形的中位线求出 $EF = \frac{1}{2}BD$ ， $EF \parallel BD$ ，推出 $\triangle AEF \sim \triangle ABD$ ，得出 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{1}{4}$ ，

求出 $\frac{S_{\triangle CDB}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2}DC \times BC}{\frac{1}{2}AB \times BC} = \frac{1}{2}$ ，即可求出△AEF 与多边形 BCD FE 的面积之比.

解答:



解: 连接 BD,
 $\because F, E$ 分别为 AD、AB 中点,
 $\therefore EF = \frac{1}{2}BD, EF \parallel BD,$
 $\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABD,$
 $\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABD}} = \left(\frac{EF}{BD}\right)^2 = \frac{1}{4},$
 $\therefore \triangle AEF$ 的面积: 四边形 EFDB 的面积 = 1: 3,

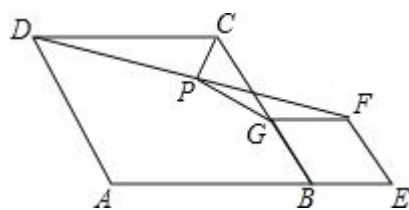
$\because CD = \frac{1}{2}AB, CB \perp DC, AB \parallel CD,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CDB}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2}DC \times BC}{\frac{1}{2}AB \times BC} = \frac{1}{2},$$

$\therefore \triangle AEF$ 与多边形 BCD FE 的面积之比为 1: (3+2) = 1: 5,
 故选 C.

点评: 本题考查了三角形的面积, 三角形的中位线等知识点的应用, 主要考查学生运用性质进行推理和计算的能力, 题目比较典型, 难度适中.

9. (4 分) (2015•淄博) 如图, 在菱形 ABCD 和菱形 BEFG 中, 点 A、B、E 在同一直线上, P 是线段 DF 的中点, 连接 PG, PC. 若 $\angle ABC = \angle BEF = 60^\circ$, 则 $\frac{PG}{PC} =$ ()



A $\sqrt{2}$

B $\sqrt{3}$

C $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D $\frac{\sqrt{3}}{3}$

考点: 菱形的性质; 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的判定与性质.

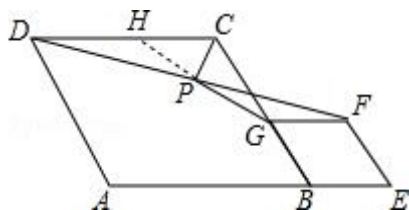
专题: 计算题; 压轴题.

分析: 可通过构建全等三角形求解. 延长 GP 交 DC 于 H, 可证三角形 DHP 和 PGF 全等, 已知的有 $DC \parallel GF$, 根据平行线间的内错角相等可得出两三角形中两组对应的角相等, 又有 $DP = PF$, 因此构成了全等三角形判定条件中的 (AAS), 于是两三角形全等, 那么 $HP = PG$, 可根据三角函数来得出 PG、CP 的比例关系.

解答: 解: 如图,

延长 GP 交 DC 于点 H,
 $\because P$ 是线段 DF 的中点,
 $\therefore FP=DP$,
 由题意可知 $DC \parallel GF$,
 $\therefore \angle GFP=\angle HDP$,
 $\therefore \angle GPF=\angle HPD$,
 $\therefore \triangle GFP \cong \triangle HDP$,
 $\therefore GP=HP$, $GF=HD$,
 $\because$ 四边形 ABCD 是菱形,
 $\therefore CD=CB$,
 $\therefore CG=CH$,
 $\therefore \triangle CHG$ 是等腰三角形,
 $\therefore PG \perp PC$, (三线合一)
 又 $\because \angle ABC=\angle BEF=60^\circ$,
 $\therefore \angle GCP=60^\circ$,
 $\therefore \frac{PG}{PC}=\sqrt{3}$;

故选 B.



点评: 本题主要考查了菱形的性质, 以及全等三角形的判定等知识点, 根据已知和所求的条件正确的构建出相关的全等三角形是解题的关键.

10. (4 分) (2015•淄博) 若关于 x 的方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{x+m}{2-x} = 2$ 的解为正数, 则 m 的取值范围是

()

A $m < 6$

B $m > 6$

C $m < 6$ 且 $m \neq 0$

D $m > 6$ 且 $m \neq 8$

考点: 分式方程的解.

分析: 先得出分式方程的解, 再得出关于 m 的不等式, 解答即可.

解答: 解: 原方程化为整式方程得: $2 - x - m = 2(x - 2)$,

解得: $x = 2 - \frac{m}{3}$,

因为关于 x 的方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{x+m}{2-x} = 2$ 的解为正数,

可得: $2 - \frac{m}{3} > 0$,

解得: $m < 6$,

因为 $x=2$ 时原方程无解,

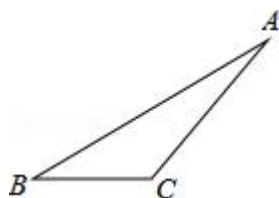
所以可得 $2 - \frac{m}{3} \neq 2$.

解得: $m \neq 0$.

故选 C.

点评: 此题考查分式方程, 关键是根据分式方程的解法进行分析.

11. (4 分) (2015•淄博) 如图是一块 $\triangle ABC$ 余料, 已知 $AB=20\text{cm}$, $BC=7\text{cm}$, $AC=15\text{cm}$, 现将余料裁剪成一个圆形材料, 则该圆的最大面积是 ()



A πcm^2

B $2\pi\text{cm}^2$

C $4\pi\text{cm}^2$

D $8\pi\text{cm}^2$

考点: 三角形的内切圆与内心.

分析: 当该圆为三角形内切圆时面积最大, 设内切圆半径为 r , 则该三角形面积可表示为:

$\frac{1}{2} \cdot r \cdot (AB+BC+AC) = 21r$, 利用三角形的面积公式可表示为 $\frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD$, 利用勾股定

理可得 AD , 易得三角形 ABC 的面积, 可得 r , 求得圆的面积.

解答: 解: 如图 1 所示,

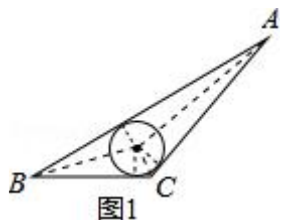


图1

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot (AB+BC+AC) = \frac{1}{2} \cdot r \cdot 42 = 21r,$$

过点 A 作 $AD \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 D, 如图 2,

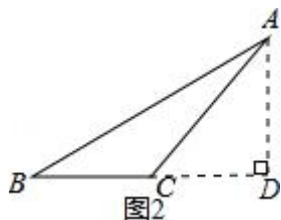


图2

设 $CD=x$,

由勾股定理得: 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 400 - (7+x)^2,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AD^2 = AC^2 - x^2 = 225 - x^2$,

$$\therefore 400 - (7+x)^2 = 225 - x^2,$$

解得: $x=9$,

$$\therefore AD=12,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 7 \times 12 = 42,$$

$$\therefore 21r = 42,$$

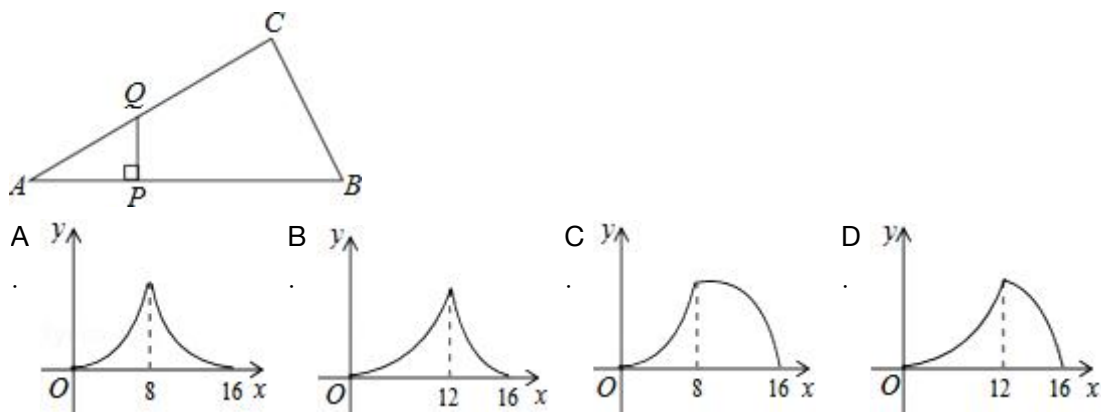
$$\therefore r = 2,$$

$$\text{该圆的最大面积为: } S = \pi r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)},$$

故选 C.

点评: 本题主要考查了三角形的内切圆的相关知识及勾股定理的运用, 运用三角形内切圆的半径表示三角形的面积是解答此题的关键.

12. (4 分) (2015•淄博) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 16$. 点 P 是斜边 AB 上一点. 过点 P 作 $PQ \perp AB$, 垂足为 P, 交边 AC (或边 CB) 于点 Q. 设 $AP = x$, $\triangle APQ$ 的面积为 y, 则 y 与 x 之间的函数图象大致是 ()



考点: 动点问题的函数图象.

分析: 首先过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D, 由 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 可求得 $\angle B$ 的度数与 AD 的长, 再分别从当 $0 \leq AD \leq 12$ 时与当 $12 < x \leq 16$ 时, 去分析求解即可求得答案.

解答: 解: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \angle A = 30^\circ, AB = 16,$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ, BC = \frac{1}{2}AB = 8,$$

$$\therefore \angle BCD = 30^\circ,$$

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$$\therefore AD = AB - BD = 12.$$

$$\text{如图 1, 当 } 0 \leq AD \leq 12 \text{ 时, } AP = x, PQ = AP \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{6}x^2;$$

$$\text{如图 2: 当 } 12 < x \leq 16 \text{ 时, } BP = AB - AP = 16 - x,$$

$$\therefore PQ = BP \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}(16 - x),$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3}(16 - x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 8\sqrt{3}x,$$

故选 D.

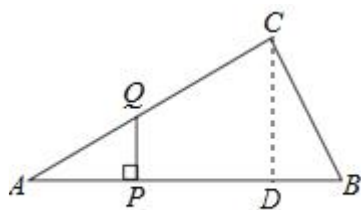


图1

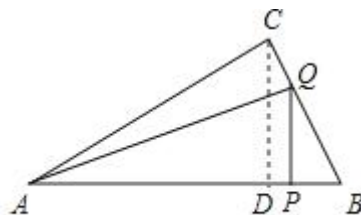


图2

点评：此题考查了动点问题，注意掌握含 30° 直角三角形的性质与二次函数的性质；注意掌握分类讨论思想的应用.

二、填空题：本题共 5 小题，满分 15 分. 只要求填写最后结果，每小题填对得 4 分.

13. (3 分) (2015•淄博) 计算： $\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{27} = \underline{3}$.

考点：二次根式的乘除法.

分析：根据二次根式的乘法法则计算.

解答：解：原式 $= \sqrt{\frac{1}{3} \times 27}$

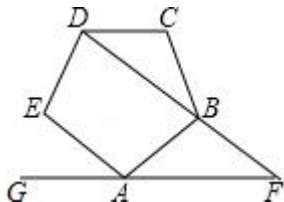
$$= \sqrt{9}$$

$$= 3.$$

故填 3.

点评：主要考查了二次根式的乘法运算. 二次根式的乘法法则 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

14. (3 分) (2015•淄博) 如图，已知正五边形 ABCDE，AF $\parallel$ CD，交 DB 的延长线于点 F，则 $\angle DFA = \underline{36}$ 度.



考点：多边形内角与外角；平行线的性质.

分析：首先求得正五边形内角 $\angle C$ 的度数，然后根据 $CD = CB$ 求得 $\angle CDB$ 的度数，然后利用平行线的性质求得 $\angle DFA$ 的度数即可.

解答：解： $\because$ 正五边形的外角为 $360^\circ \div 5 = 72^\circ$,

$$\therefore \angle C = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ,$$

$$\because CD = CB,$$

$$\therefore \angle CDB = 36^\circ,$$

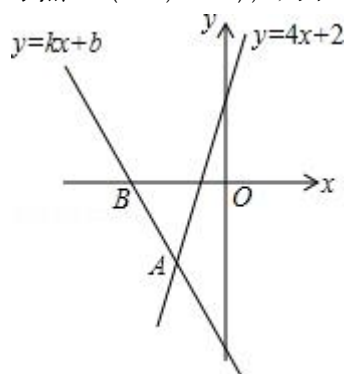
$$\because AF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DFA = \angle CDB = 36^\circ,$$

故答案为：36.

点评：本题考查了多边形的内角和外角及平行线的性质，解题的关键是求得正五边形的内角.

15. (3分) (2015•淄博) 如图, 经过点 $B(-2, 0)$ 的直线 $y=kx+b$ 与直线 $y=4x+2$ 相交于点 $A(-1, -2)$, 则不等式 $4x+2 < kx+b < 0$ 的解集为 $-2 < x < -1$.



考点: 一次函数与一元一次不等式.

分析: 由图象得到直线 $y=kx+b$ 与直线 $y=4x+2$ 的交点 A 的坐标 $(-1, -2)$ 及直线 $y=kx+b$ 与 x 轴的交点坐标, 观察直线 $y=4x+2$ 落在直线 $y=kx+b$ 的下方且直线 $y=kx+b$ 落在 x 轴下方的部分对应的 x 的取值即为所求.

解答: 解: $\because$ 经过点 $B(-2, 0)$ 的直线 $y=kx+b$ 与直线 $y=4x+2$ 相交于点 $A(-1, -2)$,
 $\therefore$ 直线 $y=kx+b$ 与直线 $y=4x+2$ 的交点 A 的坐标为 $(-1, -2)$, 直线 $y=kx+b$ 与 x 轴的交点坐标为 $B(-2, 0)$,

又 $\because$ 当 $x < -1$ 时, $4x+2 < kx+b$,

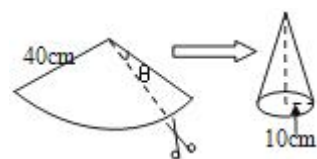
当 $x > -2$ 时, $kx+b < 0$,

$\therefore$ 不等式 $4x+2 < kx+b < 0$ 的解集为 $-2 < x < -1$.

故答案为: $-2 < x < -1$.

点评: 本题考查了一次函数与一元一次不等式的关系: 从函数的角度看, 就是寻求使一次函数 $y=ax+b$ 的值大于 (或小于) 0 的自变量 x 的取值范围; 从函数图象的角度看, 就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上 (或下) 方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

16. (3分) (2015•淄博) 现有一张圆心角为 108° , 半径为 40cm 的扇形纸片, 小红剪去圆心角为 θ 的部分扇形纸片后, 将剩下的纸片制作成一个底面半径为 10cm 的圆锥形纸帽 (接缝处不重叠), 则剪去的扇形纸片的圆心角 θ 为 18° .



考点: 圆锥的计算.

分析: 已知扇形底面半径是 10cm , 就可以知道展开图扇形的弧长是 $20\pi\text{cm}$, 根据弧长公式 $l=n\pi r \div 180$ 得到.

解答: 解: $20\pi = \frac{n\pi \cdot 40}{180}$, 解得: $n=90^\circ$,

$\therefore$ 扇形彩纸片的圆心角是 108°

$\therefore$ 剪去的扇形纸片的圆心角为 $108^\circ - 90^\circ = 18^\circ$.

剪去的扇形纸片的圆心角为 18° .

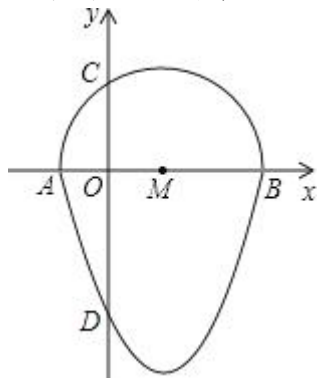
故答案为: 18° .

点评：本题综合考查有关扇形和圆锥的相关计算．解题思路：解决此类问题时要紧紧抓住两者之间的两个对应关系：

(1) 圆锥的母线长等于侧面展开图的扇形半径；

(2) 圆锥的底面周长等于侧面展开图的扇形弧长．正确对这两个关系的记忆是解题的关键．

17. (3分) (2015•淄博) 如图，我们把一个半圆与抛物线的一部分围成的封闭图形称为“果圆”．已知点 A、B、C、D 分别是“果圆”与坐标轴的交点，抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$ ，AB 为半圆的直径，则这个“果圆”被 y 轴截得的弦 CD 的长为 $3+\sqrt{3}$ ．



考点：二次函数综合题．

分析：连接 AC，BC，有抛物线的解析式可求出 A，B，C 的坐标，进而求出 AO，BO，DO 的长，在直角三角形 ACB 中，利用射影定理可求出 CO 的长，进而可求出 CD 的长．

解答：解：连接 AC，BC，

∵ 抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$ ，

∴ 点 D 的坐标为 (0, -3)，

∴ OD 的长为 3，

设 $y=0$ ，则 $0=x^2-2x-3$ ，

解得： $x=-1$ 或 3 ，

∴ A (-1, 0)，B (3, 0)

∴ AO=1，BO=3，

∴ AB 为半圆的直径，

∴ $\angle ACB=90^\circ$ ，

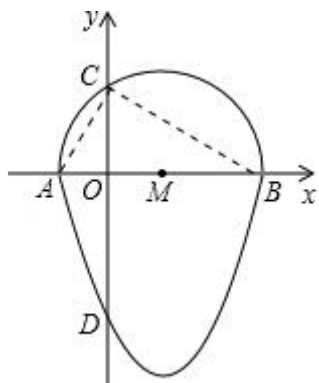
∴ $CO \perp AB$ ，

∴ $CO^2=AO \cdot BO=3$ ，

∴ $CO=\sqrt{3}$ ，

∴ $CD=CO+OD=3+\sqrt{3}$ ，

故答案为： $3+\sqrt{3}$ ．



点评：本题是二次函数综合题型，主要考查了抛物线与坐标轴的交点问题、解一元二次方程、圆周角定理、射影定理，读懂题目信息，理解“果圆”的定义是解题的关键.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 52 分．解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

18. (4 分) (2015•淄博) 解不等式组： $\begin{cases} 2x+3>1 \\ 8-2x\leq x-1 \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.

考点：解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

分析：先求出每个不等式的解集，再找出不等式组的解集，最后在数轴上表示出来即可.

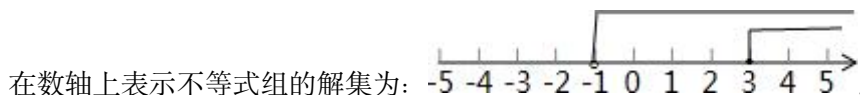
解答：

$$\text{解：} \begin{cases} 2x+3>1 \text{ ①} \\ 8-2x\leq x-1 \text{ ②} \end{cases}$$

$\therefore$ 解不等式①得： $x>-1$,

解不等式②得： $x\geq 3$,

$\therefore$ 不等式组的解集是 $x\geq 3$,

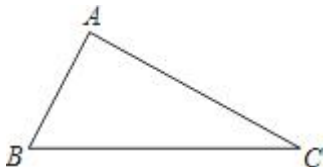


点评：本题考查了解一元一次不等式（组），在数轴上表示不等式组的解集的应用，解此题的关键是求出不等式组的解集.

19. (4 分) (2015•淄博) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=4\text{cm}$ ， $AC=6\text{cm}$.

(1) 作图：作 BC 边的垂直平分线分别交与 AC ， BC 于点 D ， E （用尺规作图法，保留作图痕迹，不要求写作法）；

(2) 在 (1) 的条件下，连结 BD ，求 $\triangle ABD$ 的周长.



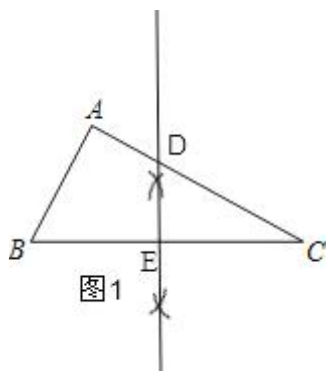
考点：作图—复杂作图.

分析：(1) 运用作垂直平分线的方法作图，

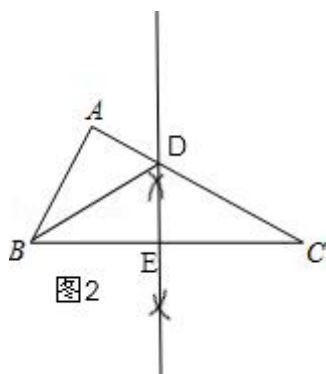
(2) 运用垂直平分线的性质得出 $BD=DC$ ，利用 $\triangle ABD$ 的周长 $=AB+BD+AD=AB+AC$

即可求解.

解答: 解: (1) 如图 1,



(2) 如图 2,



$\because DE$ 是 BC 边的垂直平分线,

$\therefore BD=DC$,

$\because AB=4\text{cm}$, $AC=6\text{cm}$.

$\therefore \triangle ABD$ 的周长 $=AB+BD+AD=AB+AC=4+6=10\text{cm}$.

点评: 本题主要考查了作图 - 复杂作图及垂直平分线的性质, 解题的关键是熟记作垂直平分线的方法.

20. (9 分) (2015•淄博) 某中学为落实市教育局提出的“全员育人, 创办特色学校”的会议精神, 决心打造“书香校园”, 计划用不超过 1900 本科技类书籍和 1620 本人文类书籍, 组建中、小型两类图书角共 30 个. 已知组建一个中型图书角需科技类书籍 80 本, 人文类书籍 50 本; 组建一个小型图书角需科技类书籍 30 本, 人文类书籍 60 本.

(1) 符合题意的组建方案有几种? 请你帮学校设计出来;

(2) 若组建一个中型图书角的费用是 860 元, 组建一个小型图书角的费用是 570 元, 试说明 (1) 中哪种方案费用最低, 最低费用是多少元?

考点: 一元一次不等式组的应用.

分析: (1) 设组建中型两类图书角 x 个、小型两类图书角 $(30-x)$ 个, 由于组建中、小型两类图书角共 30 个, 已知组建一个中型图书角需科技类书籍 80 本, 人文类书籍 50 本; 组建一个小型图书角需科技类书籍 30 本, 人文类书籍 60 本. 若组建一个中型图书角的费用是 860 本, 组建一个小型图书角的费用是 570 本, 因此可以列出不等式

$$\text{组} \begin{cases} 80x+30(30-x) \leq 1900 \\ 50x+60(30-x) \leq 1620 \end{cases}, \text{解不等式组然后去整数即可求解.}$$

(2) 根据 (1) 求出的数, 分别计算出每种方案的费用即可.

解答: 解: (1) 设组建中型图书角 x 个, 则组建小型图书角为 $(30 - x)$ 个.

$$\text{由题意, 得} \begin{cases} 80x + 30(30 - x) \leq 1900 \\ 50x + 60(30 - x) \leq 1620 \end{cases},$$

$$\text{化简得} \begin{cases} 50x \leq 1000 \\ 10x \geq 180 \end{cases},$$

解这个不等式组, 得 $18 \leq x \leq 20$.

由于 x 只能取整数, $\therefore x$ 的取值是 18, 19, 20.

当 $x=18$ 时, $30 - x=12$; 当 $x=19$ 时, $30 - x=11$; 当 $x=20$ 时, $30 - x=10$.

故有三种组建方案:

方案一, 中型图书角 18 个, 小型图书角 12 个;

方案二, 中型图书角 19 个, 小型图书角 11 个;

方案三, 中型图书角 20 个, 小型图书角 10 个.

(2) 方案一的费用是: $860 \times 18 + 570 \times 12 = 22320$ (元);

方案二的费用是: $860 \times 19 + 570 \times 11 = 22610$ (元);

方案三的费用是: $860 \times 20 + 570 \times 10 = 22900$ (元).

故方案一费用最低, 最低费用是 22320 元.

点评: 此题主要考查了一元一次不等式组在实际生活中的应用, 解题的关键是首先正确理解题意, 然后根据题目的数量关系列出不等式组解决问题, 同时也利用了一次函数.

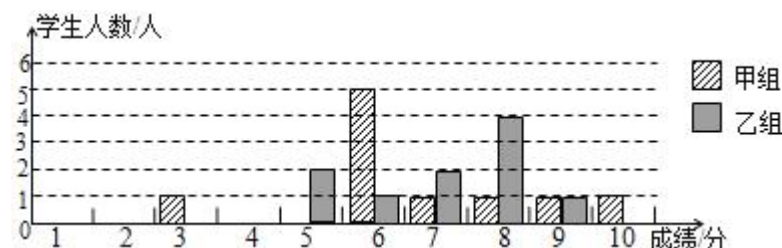
21. (10 分) (2015•淄博) 某校团委举办了一次“中国梦, 我的梦”演讲比赛, 满分 10 分, 学生得分均为整数, 成绩达 6 分以上为合格, 达到 9 分以上 (含 9 分) 为优秀. 这次竞赛中甲、乙两组学生成绩分布的条形统计图如下.

(1) 补充完成下列的成绩统计分析表:

组别	平均分	中位数	方差	合格率	优秀率
甲	6.7	6	3.41	90%	20%
乙	7.1	7.5	1.69	80%	10%

(2) 小明同学说: “这次竞赛我得了 7 分, 在我们小组中排名属中游略偏上!” 观察上表可知, 小明是 甲 组学生; (填“甲”或“乙”)

(3) 甲组同学说他们组的合格率、优秀率均高于乙组, 所以他们组的成绩好于乙组. 但乙组同学不同意甲组同学的说法, 认为他们组的成绩要好于甲组. 请你给出两条支持乙组同学观点的理由.



考点: 条形统计图; 算术平均数; 中位数; 方差.

专题: 计算题.

分析: (1) 先根据条形统计图写出甲乙两组的成绩, 然后分别计算甲的中位数, 乙的平均

数和方差;

(2) 比较两组的中位数进行判断;

(3) 通过乙组的平均数、中位数或方差进行说明.

解答: 解: (1) 甲组: 3, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 中位数为 6;

乙组: 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 平均数=7.1, $S_{乙}^2=1.69$;

(2) 因为甲组的中位数为 6, 所以 7 分在甲组排名属中游略偏上;

故答案为 6, 7.1, 1.69; 甲;

(3) 乙组的平均数高于甲组; 乙组的中位数高于甲组, 所以乙组的成绩要好于甲组.

点评: 本题考查了条形统计图: 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较. 也考查了中位数和方差.

22. (10 分) (2015·淄博) 如图 1 是一把折叠椅子, 图 2 是椅子完全打开支稳后的侧面示意图, 其中 AD 和 BC 表示两根较粗的钢管, EG 表示座板平面, EG 和 BC 相交于点 F, MN 表示地面所在的直线, $EG \parallel MN$, EG 距 MN 的高度为 42cm, $AB=43$ cm, $CF=42$ cm, $\angle DBA=60^\circ$, $\angle DAB=80^\circ$. 求两根较粗钢管 AD 和 BC 的长. (结果精确到 0.1cm. 参考数据: $\sin 80^\circ \approx 0.98$, $\cos 80^\circ \approx 0.17$, $\tan 80^\circ \approx 5.67$, $\sin 60^\circ \approx 0.87$, $\cos 60^\circ \approx 0.5$, $\tan 60^\circ \approx 1.73$)



图 1

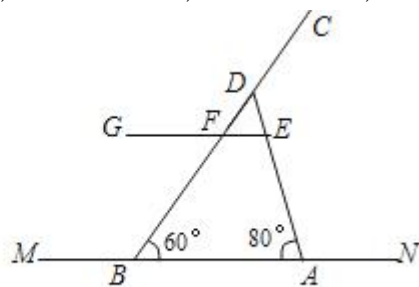


图 2

考点: 解直角三角形的应用.

专题: 应用题.

分析: 作 $FH \perp AB$ 于 H, $DQ \perp AB$ 于 Q, 如图 2, $FH=42$ cm, 先在 $Rt\triangle BFH$ 中, 利用 $\angle FBH$ 的正弦计算出 $BF \approx 48.28$, 则 $BC=BF+CF \approx 90.3$ (cm), 再分别在 $Rt\triangle BDQ$ 和

$Rt\triangle ADQ$ 中, 利用正切定义用 DQ 表示出 BQ 和 AQ, 得 $BQ = \frac{DQ}{\tan 60^\circ}$, $AQ = \frac{DQ}{\tan 80^\circ}$,

则利用 $BQ+AQ=AB=43$ 得到 $\frac{DQ}{\tan 60^\circ} + \frac{DQ}{\tan 80^\circ} = 43$, 解得 $DQ \approx 56.999$, 然后在

$Rt\triangle ADQ$ 中, 利用 $\sin \angle DAQ$ 的正弦可求出 AD 的长.

解答: 解: 作 $FH \perp AB$ 于 H, $DQ \perp AB$ 于 Q, 如图 2, $FH=42$ cm,

在 $Rt\triangle BFH$ 中, $\therefore \sin \angle FBH = \frac{FH}{BF}$,

$$\therefore BF = \frac{42}{\sin 60^\circ} \approx 48.28,$$

$$\therefore BC = BF + CF = 48.28 + 42 \approx 90.3 \text{ (cm)};$$

在 $Rt\triangle BDQ$ 中, $\therefore \tan \angle DBQ = \frac{DQ}{BQ}$,

$$\therefore BQ = \frac{DQ}{\tan 60^\circ},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADQ \text{ 中, } \therefore \tan \angle DAQ = \frac{DQ}{AQ},$$

$$\therefore AQ = \frac{DQ}{\tan 80^\circ},$$

$$\therefore BQ + AQ = AB = 43,$$

$$\therefore \frac{DQ}{\tan 60^\circ} + \frac{DQ}{\tan 80^\circ} = 43, \text{ 解得 } DQ \approx 56.999,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADQ \text{ 中, } \therefore \sin \angle DAQ = \frac{DQ}{AD},$$

$$\therefore AD = \frac{56.999}{\sin 80^\circ} \approx 58.2 \text{ (cm)}.$$

答：两根较粗钢管 AD 和 BC 的长分别为 58.2cm、90.3cm.

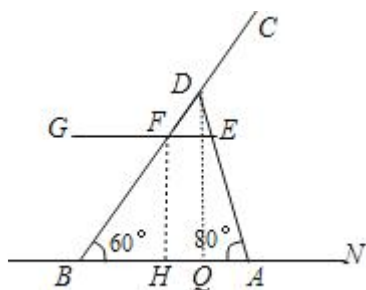


图2

点评：本题考查了解直角三角形的应用：将实际问题抽象为数学问题（画出平面图形，构造出直角三角形转化为解直角三角形问题）。根据题目已知特点选用适当锐角三角函数或边角关系去解直角三角形，得到数学问题的答案，再转化得到实际问题的答案。

23. (10 分) (2015•淄博) 如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，有一过点 C 的动圆 $\odot O$ 与斜边 AB 相切于动点 P，连接 CP.

- (1) 当 $\odot O$ 与直角边 AC 相切时，如图 2 所示，求此时 $\odot O$ 的半径 r 的长；
- (2) 随着切点 P 的位置不同，弦 CP 的长也会发生变化，试求出弦 CP 的长的取值范围.
- (3) 当切点 P 在何处时， $\odot O$ 的半径 r 有最大值？试求出这个最大值.

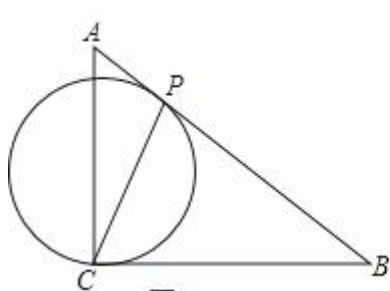


图1

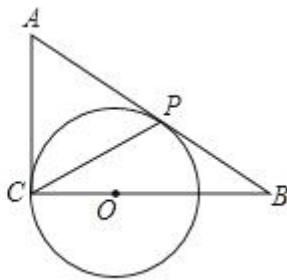


图2

考点：圆的综合题.

分析：(1) 先根据勾股定理求出 AB 的长，再由切线的性质求出 PB 的长，过 P 作 $PQ \perp BC$ 于 Q，过 O 作 $OR \perp PC$ 于 R，根据 $PQ \parallel AC$ 得出 PC 的长，再由 $\triangle COR \sim \triangle CPQ$ 即可得出 r 的值；

(2) 根据最短 PC 为 AB 边上的高, 最大 PC=BC=4 即可得出结论;

(3) 当 P 与 B 重合时, 圆最大. 这时, O 在 BD 的垂直平分线上, 过 O 作 $OD \perp BC$ 于 D, 由 $BD = \frac{1}{2}BC = 2$, 由于 AB 是切线可知 $\angle ABO = 90^\circ$,

$\angle ABD + \angle OBD = \angle BOD + \angle OBD = 90^\circ$, 故可得出 $\angle ABC = \angle BOD$, 根据锐角三角函数的定义即可得出结论.

解答: (1) 解: 如图 1, $\because$ 在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

$\because AC$ 、AP 都是圆的, 圆心在 BC 上, $AP = AC = 3$,

$$\therefore PB = 2,$$

过 P 作 $PQ \perp BC$ 于 Q, 过 O 作 $OR \perp PC$ 于 R,

$\therefore PQ \parallel AC$,

$$\therefore \frac{PQ}{PB} = \frac{BQ}{BC} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore PQ = \frac{6}{5}, \quad BQ = \frac{8}{5},$$

$$\therefore CQ = BC - BQ = \frac{12}{5},$$

$$\therefore PC = \sqrt{PQ^2 + CQ^2} = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

$\because$ 点 O 是 CE 的中点,

$$\therefore CR = \frac{1}{2}PC = \frac{3\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \angle PCE = \angle PCE, \quad \angle CRO = \angle CQP,$$

$$\therefore \triangle COR \sim \triangle CPQ,$$

$$\therefore \frac{OC}{CR} = \frac{PC}{CQ}, \quad \text{即} \quad \frac{r}{\frac{3\sqrt{5}}{5}} = \frac{\frac{6\sqrt{5}}{5}}{\frac{12}{5}}, \quad \text{解得} \quad r = \frac{3}{2}.$$

(2) 解: $\because$ 最短 PC 为 AB 边上的高, 即 $PC = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$, 最大 PC=BC=4,

$$\therefore \frac{12}{5} \leq PC \leq 4;$$

(3) 解: 如图 2, 当 P 与 B 重合时, 圆最大. O 在 BD 的垂直平分线上, 过 O 作

$OD \perp BC$ 于 D, 由 $BD = \frac{1}{2}BC = 2$,

$\because AB$ 是切线,

$$\therefore \angle ABO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle OBD = \angle BOD + \angle OBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BOD,$$

$$\therefore \frac{BD}{OB} = \sin \angle BOD = \sin \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore OB = \frac{10}{3}, \text{ 即半径最大值为 } \frac{10}{3}.$$

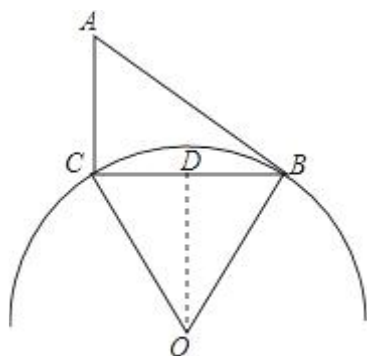


图2

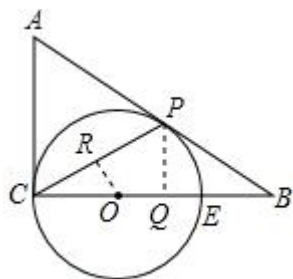


图1

点评：本题考查的是圆的综合题，熟知切线的性质、勾股定理、相似三角形的判定与性质等知识是解答此题的关键．

24. (10 分) (2015•淄博) (1) 抛物线 $m_1: y_1 = a_1x^2 + b_1x + c_1$ 中，函数 y_1 与自变量 x 之间的部分对应值如表：

x	...	-2	-1	1	2	4	5	...
y_1	...	-5	0	4	3	-5	-12	...

设抛物线 m_1 的顶点为 P ，与 y 轴的交点为 C ，则点 P 的坐标为 (1, 4)，点 C 的坐标为 (0, 3)．

(2) 将设抛物线 m_1 沿 x 轴翻折，得到抛物线 $m_2: y_2 = a_2x^2 + b_2x + c_2$ ，则当 $x = -3$ 时， $y_2 =$ 12．

(3) 在 (1) 的条件下，将抛物线 m_1 沿水平方向平移，得到抛物线 m_3 ．设抛物线 m_1 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，抛物线 m_3 与 x 轴交于 M, N 两点 (点 M 在点 N 的左侧)．过点 C 作平行于 x 轴的直线，交抛物线 m_3 于点 K ．问：是否存在以 A, C, K, M 为顶点的四边形是菱形的情形？若存在，请求出点 K 的坐标；若不存在，请说明理由．

考点：二次函数综合题．

专题：综合题．

分析：(1) 先利用待定系数法求出抛物线 m_1 的解析式为 $y_1 = -x^2 + 2x + 3$ ，再配成顶点式可得到 P 点坐标，然后计算自变量为 0 时的函数值即可得到 C 点坐标；

(2) 根据抛物线的几何变换得到抛物线 m_1 与抛物线 m_2 的二次项系数互为相反数，然后利用顶点式写出抛物线 m_2 的解析式，再计算自变量为 -3 时的函数值；

(3) 先确定 A 点坐标, 再根据平移的性质得到四边形 AMKC 为平行四边形, 根据菱形的判定方法, 当 $CA=CK$ 时, 四边形 AMKC 为菱形, 接着计算出 $AC=\sqrt{10}$, 则 $CK=\sqrt{10}$, 然后根据平移的方向不同得到 K 点坐标.

解答:

解: (1) 把 $(-1, 0)$, $(1, 4)$, $(2, 3)$ 分别代入 $y_1=a_1x^2+b_1x+c_1$ 得
$$\begin{cases} a_1 - b_1 + c_1 = 0 \\ a_1 + b_1 + c_1 = 4 \\ 4a_1 + 2b_1 + c_1 = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a_1 = -1 \\ b_1 = 2 \\ c_1 = 3 \end{cases}.$$

所以抛物线 m_1 的解析式为 $y_1 = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$, 则 P $(1, 4)$,
当 $x=0$ 时, $y=3$, 则 C $(0, 3)$;

(2) 因为抛物线 m_1 沿 x 轴翻折, 得到抛物线 m_2 ,
所以 $y_2 = (x-1)^2 - 4$, 当 $x=-3$ 时, $y_2 = (x+1)^2 - 4 = (-3-1)^2 - 4 = 12$.
故答案为 $(1, 4)$, $(0, 3)$, 12;

(3) 存在.

当 $y_1=0$ 时, $-x^2+2x+3=0$, 解得 $x_1=-1$, $x_2=3$, 则 A $(-1, 0)$, B $(0, 3)$,
 $\therefore$ 抛物线 m_1 沿水平方向平移, 得到抛物线 m_3 ,
 $\therefore CK \parallel AM$, $CK=AM$,
 $\therefore$ 四边形 AMKC 为平行四边形,

当 $CA=CK$ 时, 四边形 AMKC 为菱形, 而 $AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$, 则 $CK=\sqrt{10}$,

当抛物线 m_1 沿水平方向向右平移 $\sqrt{10}$ 个单位, 此时 K $(\sqrt{10}, 3)$; 当抛物线 m_1 沿水平方向向左平移 $\sqrt{10}$ 个单位, 此时 K $(-\sqrt{10}, 3)$.

点评: 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数的性质和菱形的判定; 会利用待定系数法求二次函数解析式; 会运用数形结合的数学思想方法解决问题.