

2015 年山东省泰安市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 20 道小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个，均记零分）

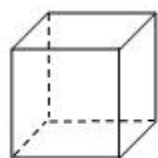
1. (3 分) (2015•泰安) 若 $(\quad) - (-2) = 3$ ，则括号内的数是 $(\quad)$

- A. -1 B. 1 C. 5 D. -5

2. (3 分) (2015•泰安) 下列计算正确的是 $(\quad)$

- A. $a^4 + a^4 = a^8$ B. $(a^3)^4 = a^7$
C. $12a^6b^4 \div 3a^2b^{-2} = 4a^4b^2$ D. $(-a^3b)^2 = a^6b^2$

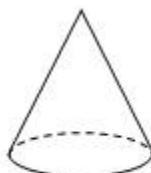
3. (3 分) (2015•泰安) 下列四个几何体：



①正方体



②球



③圆锥



④圆柱

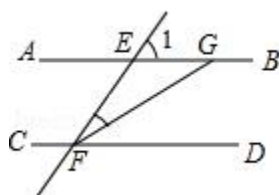
其中左视图与俯视图相同的几何体共有 $(\quad)$

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. (3 分) (2015•泰安) 地球的表面积约为 510000000km^2 ，将 510000000 用科学记数法表示为 $(\quad)$

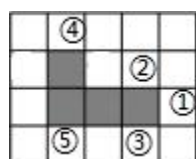
- A. 0.51×10^9 B. 5.1×10^9 C. 5.1×10^8 D. 0.51×10^7

5. (3 分) (2015•泰安) 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 58^\circ$ ，FG 平分 $\angle EFD$ ，则 $\angle FGB$ 的度数等于 $(\quad)$



- A. 122° B. 151° C. 116° D. 97°

6. (3 分) (2015•泰安) 如图，在方格纸中，随机选择标有序号①②③④⑤中的一个小正方形涂黑，与图中阴影部分构成轴对称图形的概率是 $(\quad)$



- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

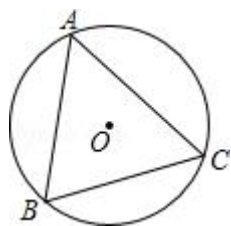
7. (3分) (2015•泰安) 小亮的妈妈用 28 元钱买了甲、乙两种水果, 甲种水果每千克 4 元, 乙种水果每千克 6 元, 且乙种水果比甲种水果少买了 2 千克, 求小亮妈妈两种水果各买了多少千克? 设小亮妈妈买了甲种水果 x 千克, 乙种水果 y 千克, 则可列方程组为 ()

- A. $\begin{cases} 4x+6y=28 \\ x=y+2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4y+6x=28 \\ x=y+2 \end{cases}$
C. $\begin{cases} 4x+6y=28 \\ x=y-2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4y+6x=28 \\ x=y-2 \end{cases}$

8. (3分) (2015•泰安) 化简: $(a+\frac{3a-4}{a-3})(1-\frac{1}{a-2})$ 的结果等于 ()

- A. $a-2$ B. $a+2$ C. $\frac{a-2}{a-3}$ D. $\frac{a-3}{a-2}$

9. (3分) (2015•泰安) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle B=60^\circ$, $\odot O$ 的半径为 4, 则 AC 的长等于 ()

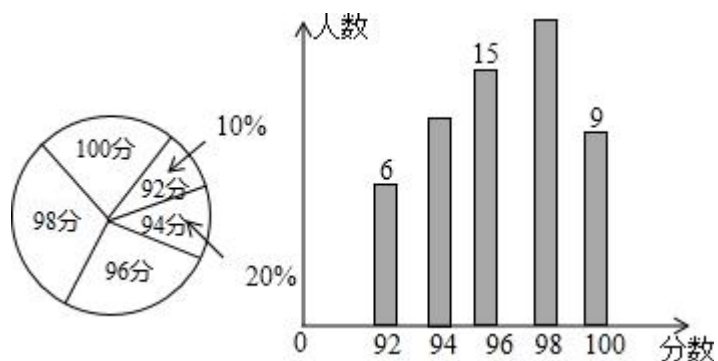


- A. $4\sqrt{3}$ B. $6\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 8

10. (3分) (2015•泰安) 若十位上的数字比个位上的数字、百位上的数字都大的三位数叫做中高数, 如 796 就是一个“中高数”. 若十位上数字为 7, 则从 3、4、5、6、8、9 中任选两数, 与 7 组成“中高数”的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

11. (3分) (2015•泰安) 某单位若干名职工参加普法知识竞赛, 将成绩制成如图所示的扇形统计图和条形统计图, 根据图中提供的信息, 这些职工成绩的中位数和平均数分别是 ()

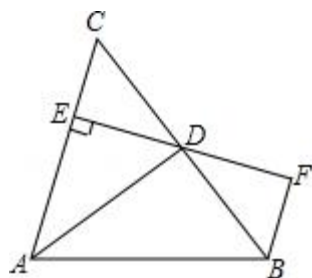


- A. 94 分, 96 分 B. 96 分, 96 分 C. 94 分, 96.4 分 D. 96 分, 96.4 分

12. (3 分) (2015•泰安) 不等式组 $\begin{cases} 4x - 3 > 2x - 6 \\ \frac{2}{5} - x \geq -\frac{3}{5} \end{cases}$ 的整数解的个数为 ()

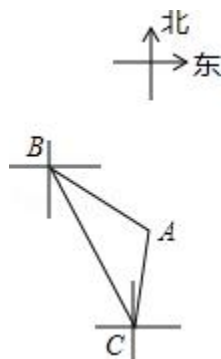
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

13. (3 分) (2015•泰安) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AC$, 垂足为 E, $BF \parallel AC$ 交 ED 的延长线于点 F, 若 BC 恰好平分 $\angle ABF$, $AE = 2BF$. 给出下列四个结论: ① $DE = DF$; ② $DB = DC$; ③ $AD \perp BC$; ④ $AC = 3BF$, 其中正确的结论共有 ()



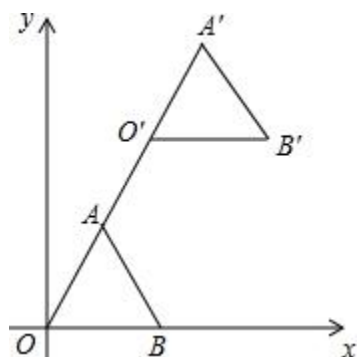
- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

14. (3 分) (2015•泰安) 如图, 轮船从 B 处以每小时 60 海里的速度沿南偏东 20° 方向匀速航行, 在 B 处观测灯塔 A 位于南偏东 50° 方向上, 轮船航行 40 分钟到达 C 处, 在 C 处观测灯塔 A 位于北偏东 10° 方向上, 则 C 处与灯塔 A 的距离是 ()



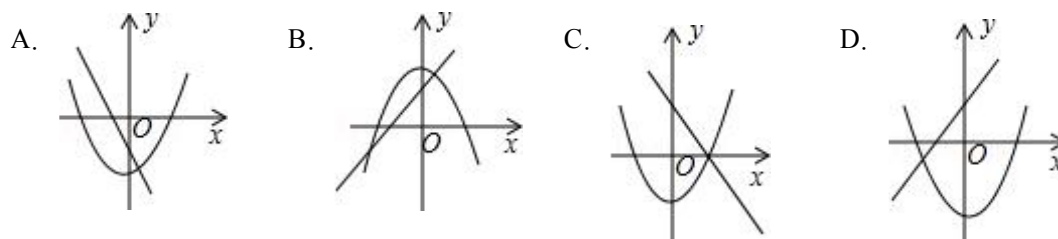
- A. 20 海里 B. 40 海里 C. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ 海里 D. $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ 海里

15. (3分) (2015•泰安) 如图, 在平面直角坐标系中, 正三角形 OAB 的顶点 B 的坐标为 $(2, 0)$, 点 A 在第一象限内, 将 $\triangle OAB$ 沿直线 OA 的方向平移至 $\triangle O'A'B'$ 的位置, 此时点 A' 的横坐标为 3, 则点 B' 的坐标为 ()

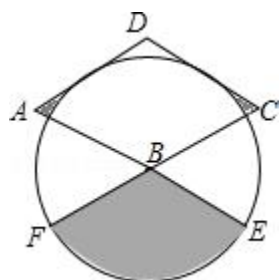


- A. $(4, 2\sqrt{3})$ B. $(3, 3\sqrt{3})$ C. $(4, 3\sqrt{3})$ D. $(3, 2\sqrt{3})$

16. (3分) (2015•泰安) 在同一坐标系中, 一次函数 $y = -mx + n^2$ 与二次函数 $y = x^2 + m$ 的图象可能是 ()



17. (3分) (2015•泰安) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle A = 60^\circ$, 以点 B 为圆心的圆与 AD 、 DC 相切, 与 AB 、 CB 的延长线分别相交于点 E 、 F , 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}$ B. $\sqrt{3} + \pi$ C. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$ D. $2\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}$

18. (3分) (2015•泰安) 下面每个表格中的四个数都是按相同规律填写的:

1	4	2	6	3	8	4	10	a	20
2	9	3	20	4	35	5	54	b	x
第1个	第2个	第3个	第4个						

根据此规律确定 x 的值为 ()

- A. 135 B. 170 C. 209 D. 252

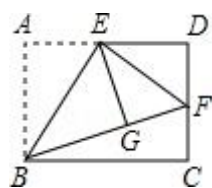
19. (3分) (2015•泰安) 某同学在用描点法画二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象时, 列出了下面的表格:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-11	-2	1	-2	-5	...

由于粗心, 他算错了其中一个 y 值, 则这个错误的数值是 ()

- A. -11 B. -2 C. 1 D. -5

20. (3分) (2015•泰安) 如图, 矩形 ABCD 中, E 是 AD 的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿直线 BE 折叠后得到 $\triangle GBE$, 延长 BG 交 CD 于点 F. 若 $AB=6$, $BC=4\sqrt{6}$, 则 FD 的长为 ()



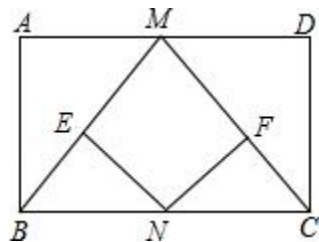
- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{3}$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

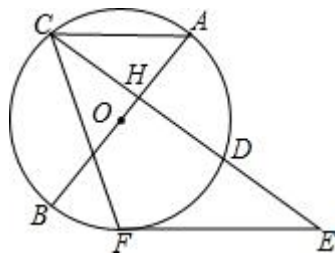
21. (3分) (2015•泰安) 分解因式: $9x^3 - 18x^2 + 9x =$ _____.

22. (3分) (2015•泰安) 方程: $(2x+1)(x-1) = 8(9-x) - 1$ 的根为_____.

23. (3分) (2015•泰安) 如图, 在矩形 ABCD 中, M、N 分别是边 AD、BC 的中点, E、F 分别是线段 BM、CM 的中点. 若 $AB=8$, $AD=12$, 则四边形 ENFM 的周长为_____.



24. (3分) (2015•泰安) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 且经过弦 CD 的中点 H, 过 CD 延长线上一点 E 作 $\odot O$ 的切线, 切点为 F. 若 $\angle ACF=65^\circ$, 则 $\angle E=$ _____.



三、解答题（本大题共 5 小题，满分 48 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤）

25. (8 分) (2015•泰安) 某服装店购进一批甲、乙两种款型时尚 T 恤衫，甲种款型共用了 7800 元，乙种款型共用了 6400 元，甲种款型的件数是乙种款型件数的 1.5 倍，甲种款型每件进价比乙种款型每件进价少 30 元.

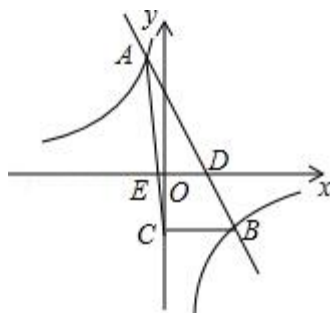
(1) 甲、乙两种款型的 T 恤衫各购进多少件?

(2) 商店进价提高 60% 标价销售，销售一段时间后，甲款型全部售完，乙款型剩余一半，商店决定对乙款型按标价的五折降价销售，很快全部售完，求售完这批 T 恤衫商店共获利多少元?

26. (8 分) (2015•泰安) 一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象相交于 A (- 1, 4), B (2, n) 两点，直线 AB 交 x 轴于点 D.

(1) 求一次函数与反比例函数的表达式;

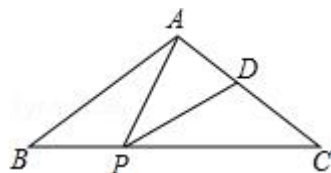
(2) 过点 B 作 $BC \perp y$ 轴，垂足为 C，连接 AC 交 x 轴于点 E，求 $\triangle AED$ 的面积 S.



27. (10 分) (2015•泰安) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 P 、 D 分别是 BC 、 AC 边上的点, 且 $\angle APD=\angle B$.

(1) 求证: $AC \cdot CD=CP \cdot BP$;

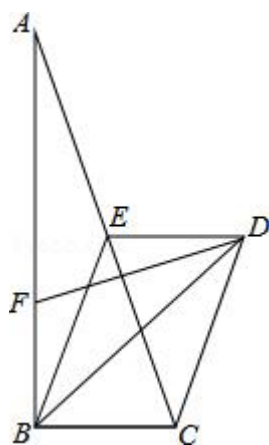
(2) 若 $AB=10$, $BC=12$, 当 $PD \parallel AB$ 时, 求 BP 的长.



28. (10 分) (2015•泰安) 如图, $\triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle ABC=90^\circ$, 四边形 $BCDE$ 是平行四边形, E 为 AC 中点, BD 平分 $\angle ABC$, 点 F 在 AB 上, 且 $BF=BC$. 求证:

(1) $DF=AE$;

(2) $DF \perp AC$.

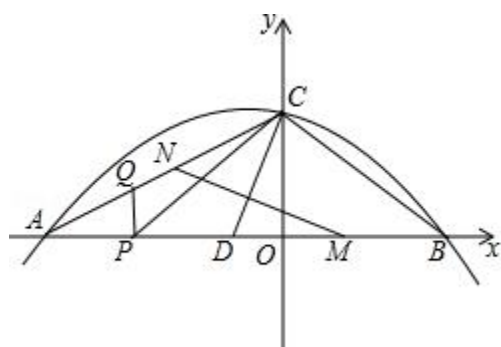


29. (12 分) (2015•泰安) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 为 x 轴的一交点为 $A(-6, 0)$, 与 y 轴的交点为 $C(0, 3)$, 且经过点 $G(-2, 3)$.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 是线段 OA 上一动点, 过 P 作平行于 y 轴的直线与 AC 交于点 Q , 设 $\triangle CPQ$ 的面积为 S , 求 S 的最大值;

(3) 若点 B 是抛物线与 x 轴的另一交点, 点 D 、 M 在线段 AB 上, 点 N 在线段 AC 上, $\angle DCB = \angle CDB$, CD 是 MN 的垂直平分线, 求点 M 的坐标.



2015 年山东省泰安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 20 道小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个，均记零分）

1. (3 分) (2015•泰安) 若 $(\quad) - (-2) = 3$ ，则括号内的数是 $(\quad)$
A. -1 B. 1 C. 5 D. -5

考点：有理数的加法.

专题：计算题.

分析：根据题意列出算式，计算即可得到结果.

解答：解：根据题意得： $3 + (-2) = 1$ ，

则 $1 - (-2) = 3$ ，

故选 B.

点评：此题考查了有理数的加法，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

2. (3 分) (2015•泰安) 下列计算正确的是 $(\quad)$
A. $a^4 + a^4 = a^8$ B. $(a^3)^4 = a^7$
C. $12a^6b^4 \div 3a^2b^{-2} = 4a^4b^2$ D. $(-a^3b)^2 = a^6b^2$

考点：整式的除法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方.

专题：计算题.

分析：原式各项计算得到结果，即可做出判断.

解答：解：A、原式 $= 2a^4$ ，错误；

B、原式 $= a^{12}$ ，错误；

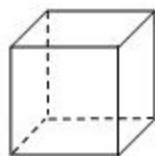
C、原式 $= 4a^4b^6$ ，错误；

D、原式 $= a^6b^2$ ，正确.

故选 D.

点评：此题考查了整式的除法，合并同类项，以及幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

3. (3 分) (2015•泰安) 下列四个几何体：



①正方体



②球



③圆锥



④圆柱

其中左视图与俯视图相同的几何体共有 $(\quad)$

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点: 简单几何体的三视图.

分析: 左视图、俯视图是分别从物体左面和上面看, 所得到的图形.

解答: 解: 正方体左视图、俯视图都是正方形, 左视图与俯视图相同;

球左视图、俯视图都是圆, 左视图与俯视图相同;

圆锥左视图、俯视图分别是三角形、有圆心的圆, 左视图与俯视图不相同;

圆柱左视图、俯视图分别是长方形、圆, 左视图与俯视图不相同;

即同一个几何体的左视图与俯视图相同的几何体共有 2 个.

故选 B.

点评: 本题考查了简单几何体的三视图, 掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

4. (3 分) (2015•泰安) 地球的表面积约为 510000000km^2 , 将 510000000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.51×10^9

B. 5.1×10^9

C. 5.1×10^8

D. 0.51×10^7

考点: 科学记数法—表示较大的数.

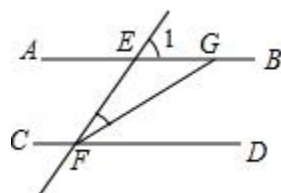
分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 510000000 有 9 位, 所以可以确定 $n=9-1=8$.

解答: 解: $510\,000\,000=5.1 \times 10^8$.

故选 C.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

5. (3 分) (2015•泰安) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1=58^\circ$, FG 平分 $\angle EFD$, 则 $\angle FGB$ 的度数等于 ()



A. 122°

B. 151°

C. 116°

D. 97°

考点: 平行线的性质.

分析: 根据两直线平行, 同位角相等求出 $\angle EFD$, 再根据角平分线的定义求出 $\angle GFD$, 然后根据两直线平行, 同旁内角互补解答.

解答: 解: $\because AB \parallel CD$, $\angle 1=58^\circ$,

$\therefore \angle EFD=\angle 1=58^\circ$,

$\because FG$ 平分 $\angle EFD$,

$\therefore \angle GFD=\frac{1}{2}\angle EFD=\frac{1}{2} \times 58^\circ=29^\circ$,

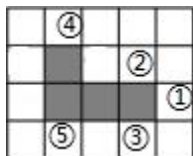
$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle FGB=180^\circ-\angle GFD=151^\circ$.

故选 B.

点评: 题考查了平行线的性质, 角平分线的定义, 比较简单, 准确识图并熟记性质是解题的关键.

6. (3分) (2015•泰安) 如图, 在方格纸中, 随机选择标有序号①②③④⑤中的一个小正方形涂黑, 与图中阴影部分构成轴对称图形的概率是 ()



- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

考点: 概率公式; 轴对称图形.

分析: 由随机选择标有序号①②③④⑤中的一个小正方形涂黑, 共有 5 种等可能的结果, 使与图中阴影部分构成轴对称图形的有 3 种情况, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: $\because$ 在方格纸中, 随机选择标有序号①②③④⑤中的一个小正方形涂黑, 共有 5 种等可能的结果, 使与图中阴影部分构成轴对称图形的有②④⑤, 3 种情况,

$\therefore$ 使与图中阴影部分构成轴对称图形的概率是: $3 \div 5 = \frac{3}{5}$.

故选 C.

点评: 此题考查了概率公式的应用. 注意用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比. 也考查了轴对称图形的定义.

7. (3分) (2015•泰安) 小亮的妈妈用 28 元钱买了甲、乙两种水果, 甲种水果每千克 4 元, 乙种水果每千克 6 元, 且乙种水果比甲种水果少买了 2 千克, 求小亮妈妈两种水果各买了多少千克? 设小亮妈妈买了甲种水果 x 千克, 乙种水果 y 千克, 则可列方程组为 ()

- A. $\begin{cases} 4x+6y=28 \\ x=y+2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4y+6x=28 \\ x=y+2 \end{cases}$
C. $\begin{cases} 4x+6y=28 \\ x=y-2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4y+6x=28 \\ x=y-2 \end{cases}$

考点: 由实际问题抽象出二元一次方程组.

分析: 设小亮妈妈买了甲种水果 x 千克, 乙种水果 y 千克, 根据两种水果共花去 28 元, 乙种水果比甲种水果少买了 2 千克, 据此列方程组.

解答: 解: 设小亮妈妈买了甲种水果 x 千克, 乙种水果 y 千克,

由题意得 $\begin{cases} 4x+6y=28 \\ x=y+2 \end{cases}$.

故选 A.

点评: 本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程组.

8. (3分) (2015•泰安) 化简: $(a + \frac{3a-4}{a-3})(1 - \frac{1}{a-2})$ 的结果等于 ()

- A. $a-2$ B. $a+2$ C. $\frac{a-2}{a-3}$ D. $\frac{a-3}{a-2}$

考点: 分式的混合运算.

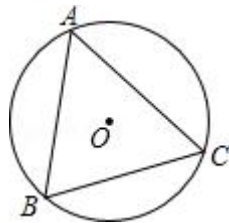
专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加减法则计算, 约分即可得到结果.

解答: 解:
$$\frac{a(a-3)+3a-4}{a-3} \cdot \frac{a-2-1}{a-2}$$
$$= \frac{(a+2)(a-2)}{a-3} \cdot \frac{a-3}{a-2}$$
$$= a+2.$$
故选 B.

点评: 此题考查了分式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

9. (3 分) (2015•泰安) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle B=60^\circ$, $\odot O$ 的半径为 4, 则 AC 的长等于 ()



- A. $4\sqrt{3}$ B. $6\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 8

考点: 垂径定理; 含 30 度角的直角三角形; 勾股定理; 圆周角定理.

分析: 首先连接 OA, OC, 过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D, 由圆周角定理可求得 $\angle AOC$ 的度数, 进而可在构造的直角三角形中, 根据勾股定理求得弦 AC 的一半, 由此得解.

解答: 解: 连接 OA, OC, 过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D,

$$\because \angle AOC = 2\angle B, \text{ 且 } \angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC,$$

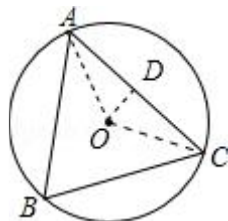
$$\therefore \angle COD = \angle B = 60^\circ;$$

在 $\text{Rt}\triangle COD$ 中, $OC=4$, $\angle COD=60^\circ$,

$$\therefore CD = \frac{\sqrt{3}}{2}OC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = 2CD = 4\sqrt{3}.$$

故选 A.



点评: 此题主要考查了三角形的外接圆以及勾股定理的应用, 还涉及到圆周角定理、垂径定理以及直角三角形的性质等知识, 难度不大.

10. (3分) (2015•泰安) 若十位上的数字比个位上的数字、百位上的数字都大的三位数叫做中高数，如 796 就是一个“中高数”. 若十位上数字为 7，则从 3、4、5、6、8、9 中任选两数，与 7 组成“中高数”的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

考点: 列表法与树状图法.

专题: 新定义.

分析: 首先根据题意列出表格，然后由表格即可求得所有等可能的结果与与 7 组成“中高数”的情况，再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解：列表得：

9	379	479	579	679	879	—
8	378	478	578	678	—	978
6	376	476	576	—	876	976
5	375	475	—	675	875	975
4	374	—	574	674	874	974
3	—	473	573	673	873	973
	3	4	5	6	8	9

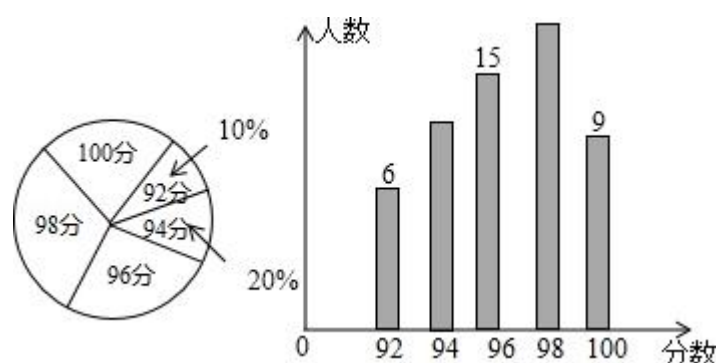
∴ 共有 30 种等可能的结果，与 7 组成“中高数”的有 12 种情况，

∴ 与 7 组成“中高数”的概率是： $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$.

故选 C.

点评: 此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

11. (3分) (2015•泰安) 某单位若干名职工参加普法知识竞赛，将成绩制成如图所示的扇形统计图和条形统计图，根据图中提供的信息，这些职工成绩的中位数和平均数分别是 ()



- A. 94 分, 96 分 B. 96 分, 96 分 C. 94 分, 96.4 分 D. 96 分, 96.4 分

考点: 中位数；扇形统计图；条形统计图；算术平均数.

分析: 首先利用扇形图以及条形图求出总人数，进而求得每个小组的人数，然后根据中位数的定义求出这些职工成绩的中位数，利用加权平均数公式求出这些职工成绩的平均数.

解答: 解：总人数为 $6 \div 20\% = 60$ (人),

则 94 分的有 $60 \times 20\% = 12$ (人),
 98 分的有 $60 - 6 - 12 - 15 - 9 = 18$ (人),
 第 30 与 31 个数据都是 96 分, 这些职工成绩的中位数是 $(96+96) \div 2 = 96$;
 这些职工成绩的平均数是 $(92 \times 6 + 94 \times 12 + 96 \times 15 + 98 \times 18 + 100 \times 9) \div 60$
 $= (552 + 1128 + 1440 + 1764 + 900) \div 60$
 $= 5784 \div 60$
 $= 96.4$.

故选: D.

点评: 本题考查了统计图及中位数的定义: 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数; 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数. 解题的关键是从统计图中获取正确的信息并求出各个小组的人数. 同时考查了平均数的计算.

12. (3 分) (2015•泰安) 不等式组 $\begin{cases} 4x - 3 > 2x - 6 \\ \frac{2}{5} - x \geq -\frac{3}{5} \end{cases}$ 的整数解的个数为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

考点: 一元一次不等式组的整数解.

分析: 先求出两个不等式的解集, 再求其公共解, 然后写出所有的整数解即可求出个数.

解答: 解: $\begin{cases} 4x - 3 > 2x - 6 \text{ ①} \\ \frac{2}{5} - x \geq -\frac{3}{5} \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得, $x > -\frac{3}{2}$,

解不等式②得, $x \leq 1$,

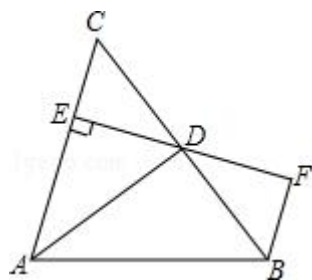
所以, 不等式组的解集是 $-\frac{3}{2} < x \leq 1$,

所以, 不等式组的整数解有 -1 、 0 、 1 共 3 个.

故选 C.

点评: 本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解).

13. (3 分) (2015•泰安) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AC$, 垂足为 E, $BF \parallel AC$ 交 ED 的延长线于点 F, 若 BC 恰好平分 $\angle ABF$, $AE = 2BF$. 给出下列四个结论: ① $DE = DF$; ② $DB = DC$; ③ $AD \perp BC$; ④ $AC = 3BF$, 其中正确的结论共有 ()



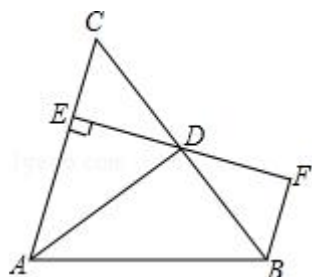
- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

考点: 全等三角形的判定与性质；角平分线的性质；相似三角形的判定与性质.

分析: 根据等腰三角形的性质三线合一得到 $BD=CD$, $AD \perp BC$, 故②③正确；通过 $\triangle CDE \cong \triangle DBF$, 得到 $DE=DF$, $CE=BF$, 故①④正确.

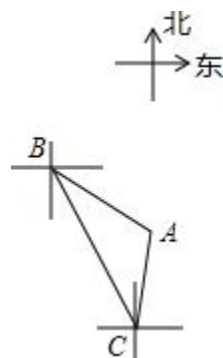
解答: 解: $\because BF \parallel AC$,
 $\therefore \angle C = \angle CBF$,
 $\because BC$ 平分 $\angle ABF$,
 $\therefore \angle ABC = \angle CBF$,
 $\therefore \angle C = \angle ABC$,
 $\therefore AB = AC$,
 $\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,
 $\therefore BD = CD$, $AD \perp BC$, 故②③正确,
 在 $\triangle CDE$ 与 $\triangle DBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle C = \angle CBF \\ CD = BD \\ \angle EDC = \angle BDF \end{cases},$$
 $\therefore \triangle CDE \cong \triangle DBF$,
 $\therefore DE = DF$, $CE = BF$, 故①正确;
 $\therefore AE = 2BF$,
 $\therefore AC = 3BF$, 故④正确.
 故选 A.



点评: 本题考查了全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，平行线的性质，掌握等腰三角形的性质三线合一解题的关键.

14. (3 分) (2015•泰安) 如图，轮船从 B 处以每小时 60 海里的速度沿南偏东 20° 方向匀速航行，在 B 处观测灯塔 A 位于南偏东 50° 方向上，轮船航行 40 分钟到达 C 处，在 C 处观测灯塔 A 位于北偏东 10° 方向上，则 C 处与灯塔 A 的距离是 ()



A. 20 海里

B. 40 海里

C. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ 海里

D. $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ 海里

考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析: 作 $AM \perp BC$ 于 M . 由题意得, $\angle DBC=20^\circ$, $\angle DBA=50^\circ$, $BC=60 \times \frac{40}{60}=40$ 海里,

$\angle NCA=10^\circ$, 则 $\angle ABC=\angle ABD-\angle CBD=30^\circ$. 由 $BD \parallel CN$, 得出 $\angle BCN=\angle DBC=20^\circ$, 那么 $\angle ACB=\angle ACN+\angle BCN=30^\circ=\angle ABC$, 根据等角对等边得出 $AB=AC$, 由等腰三角形三线合一的性质得到 $CM=\frac{1}{2}BC=20$ 海里. 然后在直角 $\triangle ACM$ 中, 利用余弦函数的

定义得出 $AC=\frac{CM}{\cos \angle ACM}$, 代入数据计算即可.

解答: 解: 如图, 作 $AM \perp BC$ 于 M .

由题意得, $\angle DBC=20^\circ$, $\angle DBA=50^\circ$, $BC=60 \times \frac{40}{60}=40$ 海里, $\angle NCA=10^\circ$,

则 $\angle ABC=\angle ABD-\angle CBD=50^\circ-20^\circ=30^\circ$.

$\because BD \parallel CN$,

$\therefore \angle BCN=\angle DBC=20^\circ$,

$\therefore \angle ACB=\angle ACN+\angle BCN=10^\circ+20^\circ=30^\circ$,

$\therefore \angle ACB=\angle ABC=30^\circ$,

$\therefore AB=AC$,

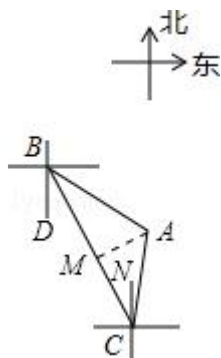
$\because AM \perp BC$ 于 M ,

$\therefore CM=\frac{1}{2}BC=20$ 海里.

在直角 $\triangle ACM$ 中, $\because \angle AMC=90^\circ$, $\angle ACM=30^\circ$,

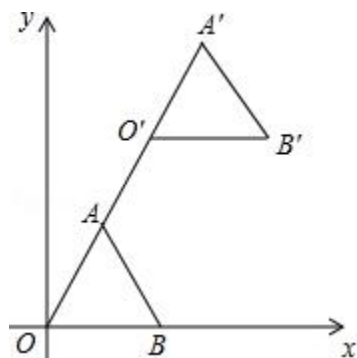
$\therefore AC=\frac{CM}{\cos \angle ACM}=\frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{40\sqrt{3}}{3}$ (海里).

故选 D.



点评: 本题考查了解直角三角形的应用-方向角问题, 平行线的性质, 等腰三角形的判定与性质, 余弦函数的定义, 难度适中. 求出 $CM=\frac{1}{2}BC=20$ 海里是解题的关键.

15. (3分) (2015•泰安) 如图, 在平面直角坐标系中, 正三角形 OAB 的顶点 B 的坐标为 $(2, 0)$, 点 A 在第一象限内, 将 $\triangle OAB$ 沿直线 OA 的方向平移至 $\triangle O'A'B'$ 的位置, 此时点 A' 的横坐标为 3, 则点 B' 的坐标为 ()



- A. $(4, 2\sqrt{3})$ B. $(3, 3\sqrt{3})$ C. $(4, 3\sqrt{3})$ D. $(3, 2\sqrt{3})$

考点: 坐标与图形变化-平移; 等边三角形的性质.

分析: 作 $AM \perp x$ 轴于点 M . 根据等边三角形的性质得出 $OA=OB=2$, $\angle AOB=60^\circ$, 在直角 $\triangle OAM$ 中利用含 30° 角的直角三角形的性质求出 $OM=\frac{1}{2}OA=1$, $AM=\sqrt{3}OM=\sqrt{3}$, 则 $A(1, \sqrt{3})$, 直线 OA 的解析式为 $y=\sqrt{3}x$, 将 $x=3$ 代入, 求出 $y=3\sqrt{3}$, 那么 $A'(3, 3\sqrt{3})$, 由一对对应点 A 与 A' 的坐标求出平移规律, 再根据此平移规律即可求出点 B' 的坐标.

解答: 解: 如图, 作 $AM \perp x$ 轴于点 M .

$\because$ 正三角形 OAB 的顶点 B 的坐标为 $(2, 0)$,

$\therefore OA=OB=2$, $\angle AOB=60^\circ$,

$\therefore OM=\frac{1}{2}OA=1$, $AM=\sqrt{3}OM=\sqrt{3}$,

$\therefore A(1, \sqrt{3})$,

$\therefore$ 直线 OA 的解析式为 $y=\sqrt{3}x$,

$\therefore$ 当 $x=3$ 时, $y=3\sqrt{3}$,

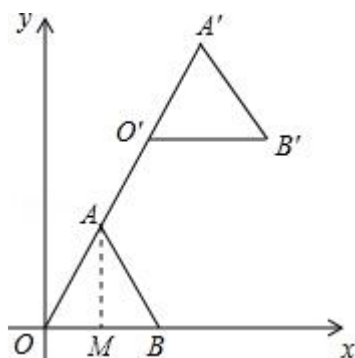
$\therefore A'(3, 3\sqrt{3})$,

$\therefore$ 将点 A 向右平移 2 个单位, 再向上平移 $2\sqrt{3}$ 个单位后可得 A' ,

$\therefore$ 将点 $B(2, 0)$ 向右平移 2 个单位, 再向上平移 $2\sqrt{3}$ 个单位后可得 B' ,

$\therefore$ 点 B' 的坐标为 $(4, 2\sqrt{3})$,

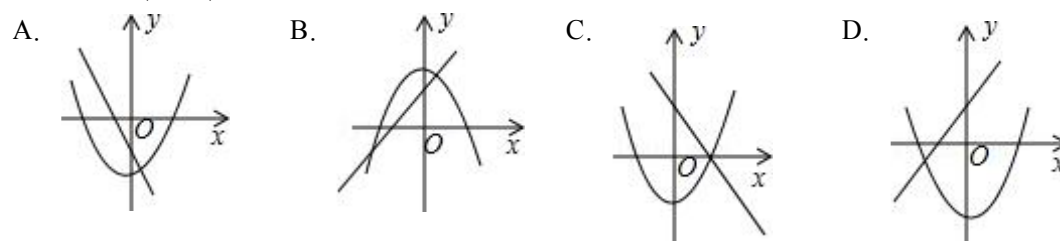
故选 A.



点评: 本题考查了坐标与图形变化-平移, 在平面直角坐标系中, 图形的平移与图形上某点

的平移相同. 平移中点的变化规律是: 横坐标右移加, 左移减; 纵坐标上移加, 下移减. 也考查了等边三角形的性质, 含 30° 角的直角三角形的性质. 求出点 A' 的坐标是解题的关键.

16. (3 分) (2015•泰安) 在同一坐标系中, 一次函数 $y = -mx + n^2$ 与二次函数 $y = x^2 + m$ 的图象可能是 ()



考点: 二次函数的图象; 一次函数的图象.

分析: 本题可先由一次函数 $y = -mx + n^2$ 图象得到字母系数的正负, 再与二次函数 $y = x^2 + m$ 的图象相比较看是否一致.

解答: 解: A、由直线与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴上可知, $n^2 < 0$, 错误;

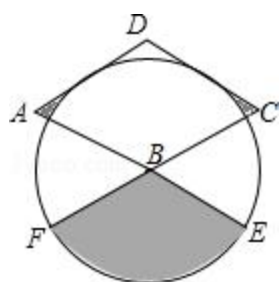
B、由抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上可知, $m > 0$, 由直线可知, $-m > 0$, 错误;

C、由抛物线 y 轴的交点在 y 轴的负半轴上可知, $m < 0$, 由直线可知, $-m < 0$, 错误;

D、由抛物线 y 轴的交点在 y 轴的负半轴上可知, $m < 0$, 由直线可知, $-m > 0$, 正确, 故选 D.

点评: 本题考查抛物线和直线的性质, 用假设法来搞定这种数形结合题是一种很好的方法, 难度适中.

17. (3 分) (2015•泰安) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle A = 60^\circ$, 以点 B 为圆心的圆与 AD 、 DC 相切, 与 AB 、 CB 的延长线分别相交于点 E 、 F , 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}$ B. $\sqrt{3} + \pi$ C. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$ D. $2\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}$

考点: 扇形面积的计算; 菱形的性质; 切线的性质.

分析: 设 AD 与圆的切点为 G , 连接 BG , 通过解直角三角形求得圆的半径, 然后根据扇形的面积公式求得三个扇形的面积, 进而就可求得阴影的面积.

解答: 解: 设 AD 与圆的切点为 G , 连接 BG ,

$\therefore BG \perp AD$,

$\therefore \angle A = 60^\circ$, $BG \perp AD$,

$$\therefore \angle ABG=30^{\circ},$$

$$\text{在直角}\triangle ABG\text{中, } BG=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}, AG=1,$$

$$\therefore \text{圆 } B \text{ 的半径为 } \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABG}=\frac{1}{2}\times 1\times \sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

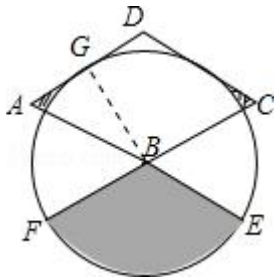
$$\text{在菱形 } ABCD \text{ 中, } \angle A=60^{\circ}, \text{ 则 } \angle ABC=120^{\circ},$$

$$\therefore \angle EBF=120^{\circ},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}}=(S_{\triangle ABG}-S_{\text{扇形 } ABG})+S_{\text{扇形 } FBE}=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{30\pi\times 3}{360}\right)$$

$$+\frac{120\times \pi\times (\sqrt{3})^2}{360}=\sqrt{3}+\frac{\pi}{2}.$$

故选 A.



点评: 此题主要考查了菱形的性质以及切线的性质以及扇形面积等知识, 正确利用菱形的性质和切线的性质求出圆的半径是解题关键.

18. (3 分) (2015•泰安) 下面每个表格中的四个数都是按相同规律填写的:

1	4	2	6	3	8	4	10	a	20
2	9	3	20	4	35	5	54	b	x
第1个	第2个	第3个	第4个						

根据此规律确定 x 的值为 ()

A. 135

B. 170

C. 209

D. 252

考点: 规律型: 数字的变化类.

分析: 首先根据图示, 可得第 n 个表格的左上角的数等于 n , 左下角的数等于 $n+1$; 然后根据 $4-1=3$, $6-2=4$, $8-3=5$, $10-4=6$, ..., 可得从第一个表格开始, 右上角的数与左上角的数的差分别是 3、4、5、..., $n+2$, 据此求出 a 的值是多少; 最后根据每个表格中右下角的数等于左下角的数与右上角的数的积加上左上角的数, 求出 x 的值是多少即可.

解答: 解: $\because a+(a+2)=20$,

$$\therefore a=9,$$

$$\therefore b=a+1,$$

$$\therefore b=a+1=9+1=10,$$

$$\therefore x=20b+a$$

$$=20\times 10+9$$

$$=200+9$$

$$=209$$

故选：C.

点评：此题主要考查了探寻数字规律问题，注意观察总结出规律，并能正确的应用规律.

19. (3分) (2015•泰安) 某同学在用描点法画二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象时，列出了下面的表格：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-11	-2	1	-2	-5	...

由于粗心，他算错了其中一个 y 值，则这个错误的数值是 ()

- A. -11 B. -2 C. 1 D. -5

考点：二次函数的图象.

分析：根据关于对称轴对称的自变量对应的函数值相等，可得答案.

解答：解：由函数图象关于对称轴对称，得

$(-1, -2)$ ， $(0, 1)$ ， $(1, 2)$ 在函数图象上，

把 $(-1, -2)$ ， $(0, 1)$ ， $(1, -2)$ 代入函数解析式，得

$$\begin{cases} a-b+c=-2 \\ c=1 \\ a+b+c=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-3 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases},$$

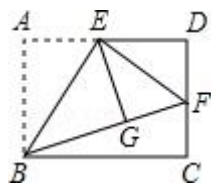
函数解析式为 $y=-3x^2+1$

$x=2$ 时 $y=-11$,

故选：D.

点评：本题考查了二次函数图象，利用函数图象关于对称轴对称是解题关键.

20. (3分) (2015•泰安) 如图，矩形 ABCD 中，E 是 AD 的中点，将 $\triangle ABE$ 沿直线 BE 折叠后得到 $\triangle GBE$ ，延长 BG 交 CD 于点 F. 若 $AB=6$ ， $BC=4\sqrt{6}$ ，则 FD 的长为 ()



- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{3}$

考点：翻折变换 (折叠问题).

分析：根据点 E 是 AD 的中点以及翻折的性质可以求出 $AE=DE=EG$ ，然后利用“HL”证明

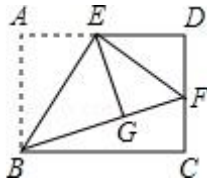
$\triangle EDF$ 和 $\triangle EGF$ 全等，根据全等三角形对应边相等可证得 $DF=GF$ ；设 $FD=x$ ，表示出

FC、BF，然后在 $Rt\triangle BCF$ 中，利用勾股定理列式进行计算即可得解.

解答：解： $\because$ E 是 AD 的中点，

$\therefore AE=DE$,
 $\because \triangle ABE$ 沿 BE 折叠后得到 $\triangle GBE$,
 $\therefore AE=EG$, $AB=BG$,
 $\therefore ED=EG$,
 $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中,
 $\therefore \angle A=\angle D=90^\circ$,
 $\therefore \angle EGF=90^\circ$,
 $\because$ 在 $Rt\triangle EDF$ 和 $Rt\triangle EGF$ 中,

$$\begin{cases} ED=EG \\ EF=EF \end{cases}$$
,
 $\therefore Rt\triangle EDF \cong Rt\triangle EGF$ (HL),
 $\therefore DF=FG$,
 设 $DF=x$, 则 $BF=6+x$, $CF=6-x$,
 在 $Rt\triangle BCF$ 中, $(4\sqrt{6})^2 + (6-x)^2 = (6+x)^2$,
 解得 $x=4$.
 故选: B.



点评: 本题考查了矩形的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理的应用, 翻折的性质, 熟记性质, 找出三角形全等的条件 $EF=EC$ 是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

21. (3 分) (2015•泰安) 分解因式: $9x^3 - 18x^2 + 9x = \underline{9x(x-1)^2}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

分析: 首先提取公因式 $9x$, 进而利用完全平方公式分解因式得出即可.

解答: 解: $9x^3 - 18x^2 + 9x$

$$= 9x(x^2 - 2x + 1)$$

$$= 9x(x-1)^2.$$

故答案为: $9x(x-1)^2$.

点评: 此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式, 熟练应用完全平方公式是解题关键.

22. (3 分) (2015•泰安) 方程: $(2x+1)(x-1) = 8(9-x) - 1$ 的根为 $\underline{-8 \text{ 或 } \frac{9}{2}}$.

考点: 解一元二次方程-因式分解法.

分析: 首先去括号, 进而合并同类项, 再利用十字相乘法分解因式得出即可.

解答: 解: $(2x+1)(x-1) = 8(9-x) - 1$

$$\text{整理得: } 2x^2 - x - 1 = 72 - 8x - 1$$

$$2x^2 + 7x - 72 = 0,$$

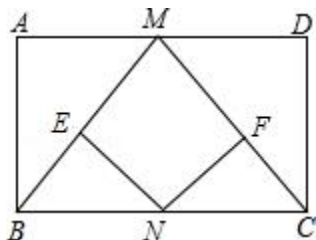
则 $(x+8)(2x-9)=0$,

解得: $x_1=-8$, $x_2=\frac{9}{2}$.

故答案为: -8 或 $\frac{9}{2}$.

点评: 此题主要考查了因式分解法解方程, 正确利用十字相乘法分解因式是解题关键.

23. (3分) (2015•泰安) 如图, 在矩形 ABCD 中, M、N 分别是边 AD、BC 的中点, E、F 分别是线段 BM、CM 的中点. 若 $AB=8$, $AD=12$, 则四边形 ENFM 的周长为 20.



考点: 三角形中位线定理; 勾股定理; 矩形的性质.

分析: 根据 M 是边 AD 的中点, 得 $AM=DM=6$, 根据勾股定理得出 $BM=CM=10$, 再根据 E、F 分别是线段 BM、CM 的中点, 即可得出 $EM=FM=5$, 再根据 N 是边 BC 的中点, 得出 $EN=FN$, $EN=FM$, 从而得出四边形 ENFM 的周长.

解答: 解: $\because$ M、N 分别是边 AD、BC 的中点, $AB=8$, $AD=12$,

$\therefore AM=DM=6$,

$\because$ 四边形 ABCD 为矩形,

$\therefore \angle A=\angle D=90^\circ$,

$\therefore BM=CM=10$,

$\because$ E、F 分别是线段 BM、CM 的中点,

$\therefore EM=FM=5$,

$\therefore$ EN, FN 都是 $\triangle BCM$ 的中位线,

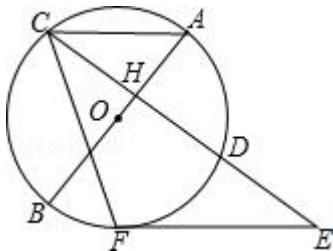
$\therefore EN=FN=5$,

$\therefore$ 四边形 ENFM 的周长为 $5+5+5+5=20$,

故答案为 20.

点评: 本题考查了三角形的中位线, 勾股定理以及矩形的性质, 是中考常见的题型, 难度不大, 比较容易理解.

24. (3分) (2015•泰安) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 且经过弦 CD 的中点 H, 过 CD 延长线上一点 E 作 $\odot O$ 的切线, 切点为 F. 若 $\angle ACF=65^\circ$, 则 $\angle E=$ 50° .



考点: 切线的性质.

分析: 连接 DF, 连接 AF 交 CE 于 G, 由 AB 是 $\odot O$ 的直径, 且经过弦 CD 的中点 H, 得到

$\widehat{AC} = \widehat{AD}$, 由于 EF 是 $\odot O$ 的切线, 推出 $\angle GFE = \angle GFD + \angle DFE = \angle ACF = 65^\circ$ 根据外角的性质和圆周角定理得到 $\angle EFG = \angle EGF = 65^\circ$, 于是得到结果.

解答: 解: 连接 DF, 连接 AF 交 CE 于 G,

$\because$ AB 是 $\odot O$ 的直径, 且经过弦 CD 的中点 H,

$\therefore \widehat{AC} = \widehat{AD}$,

$\because$ EF 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle GFE = \angle GFD + \angle DFE = \angle ACF = 65^\circ$,

$\because \angle FGD = \angle FCD + \angle CFA$,

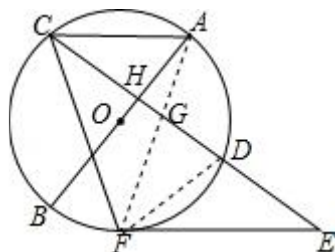
$\because \angle DFE = \angle DCF$,

$\angle GFD = \angle AFC$,

$\angle EFG = \angle EGF = 65^\circ$,

$\therefore \angle E = 180^\circ - \angle EFG - \angle EGF = 50^\circ$,

故答案为: 50° .



点评: 本题考查了切线的性质, 圆周角定理, 垂径定理, 正确的作出辅助线是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 5 小题, 满分 48 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

25. (8 分) (2015•泰安) 某服装店购进一批甲、乙两种款型时尚 T 恤衫, 甲种款型共用了 7800 元, 乙种款型共用了 6400 元, 甲种款型的件数是乙种款型件数的 1.5 倍, 甲种款型每件进价比乙种款型每件进价少 30 元.

(1) 甲、乙两种款型的 T 恤衫各购进多少件?

(2) 商店进价提高 60% 标价销售, 销售一段时间后, 甲款型全部售完, 乙款型剩余一半, 商店决定对乙款型按标价的五折降价销售, 很快全部售完, 求售完这批 T 恤衫商店共获利多少元?

考点: 分式方程的应用.

分析: (1) 可设乙种款型的 T 恤衫购进 x 件, 则甲种款型的 T 恤衫购进 $1.5x$ 件, 根据甲种款型每件进价比乙种款型每件进价少 30 元, 列出方程即可求解;

(2) 先求出甲款型的利润, 乙款型前面销售一半的利润, 后面销售一半的亏损, 再相加即可求解.

解答: 解: (1) 设乙种款型的 T 恤衫购进 x 件, 则甲种款型的 T 恤衫购进 $1.5x$ 件, 依题意有

$$\frac{7800}{1.5x} + 30 = \frac{6400}{x},$$

解得 $x = 40$,

经检验, $x=40$ 是原方程组的解, 且符合题意,

$$1.5x=60.$$

答: 甲种款型的 T 恤衫购进 60 件, 乙种款型的 T 恤衫购进 40 件;

$$(2) \frac{6400}{x}=160,$$

$$160-30=130 \text{ (元)},$$

$$130 \times 60\% \times 60 + 160 \times 60\% \times (40 \div 2) - 160 \times [1 - (1+60\%) \times 0.5] \times (40 \div 2)$$

$$=4680+1920-640$$

$$=5960 \text{ (元)}$$

答: 售完这批 T 恤衫商店共获利 5960 元.

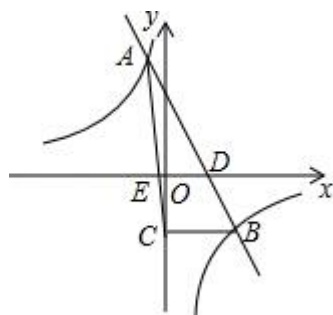
点评: 本题考查了列分式方程解实际问题的运用, 分式方程的解法的运用, 分析题意, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

26. (8 分) (2015·泰安) 一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象相交于 A (-1, 4), B

(2, n) 两点, 直线 AB 交 x 轴于点 D.

(1) 求一次函数与反比例函数的表达式;

(2) 过点 B 作 $BC \perp y$ 轴, 垂足为 C, 连接 AC 交 x 轴于点 E, 求 $\triangle AED$ 的面积 S.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 把 A (-1, 4) 代入反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 可得 m 的值, 即确定反比例函数的解析式;

再把 B (2, n) 代入反比例函数的解析式得到 n 的值; 然后利用待定系数法确定一次函数的解析式;

(2) 先由 $BC \perp y$ 轴, 垂足为 C 以及 B 点坐标确定 C 点坐标, 再利用待定系数法求出直线 AC 的解析式, 进一步求出点 E 的坐标, 然后计算得出 $\triangle AED$ 的面积 S.

解答: 解: (1) 把 A (-1, 4) 代入反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 得, $m=-1 \times 4=-4$,

所以反比例函数的解析式为 $y=-\frac{4}{x}$;

把 B (2, n) 代入 $y=-\frac{4}{x}$ 得, $2n=-4$,

解得 $n=-2$,

所以 B 点坐标为 (2, -2),

把 A (-1, 4) 和 B (2, -2) 代入一次函数 $y=kx+b$ 得,

$$\begin{cases} -k+b=4 \\ 2k+b=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=2 \end{cases},$$

所以一次函数的解析式为 $y = -2x + 2$;

(2) $\because BC \perp y$ 轴, 垂足为 C , $B(2, -2)$,

$\therefore C$ 点坐标为 $(0, -2)$.

设直线 AC 的解析式为 $y = px + q$,

$\because A(-1, 4), C(0, -2)$,

$$\therefore \begin{cases} -p+q=4 \\ q=-2 \end{cases},$$

$$\text{解} \begin{cases} p=-6 \\ q=-2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y = -6x - 2$,

当 $y=0$ 时, $-6x - 2 = 0$, 解答 $x = -\frac{1}{3}$,

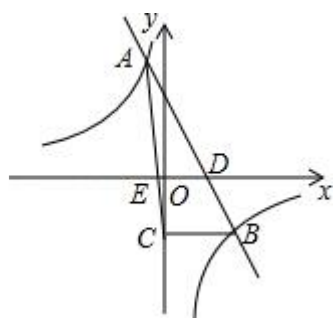
$\therefore E$ 点坐标为 $(-\frac{1}{3}, 0)$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -2x + 2$,

$\therefore$ 直线 AB 与 x 轴交点 D 的坐标为 $(1, 0)$,

$$\therefore DE = 1 - (-\frac{1}{3}) = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \triangle AED \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 4 = \frac{8}{3}.$$

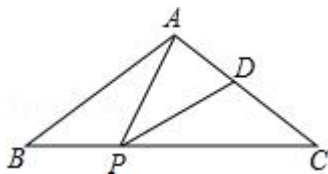


点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 利用待定系数法求反比例函数与一次函数的解析式, 三角形的面积, 正确求出函数的解析式是解题的关键.

27. (10 分) (2015•泰安) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 P 、 D 分别是 BC 、 AC 边上的点, 且 $\angle APD = \angle B$.

(1) 求证: $AC \cdot CD = CP \cdot BP$;

(2) 若 $AB=10$, $BC=12$, 当 $PD \parallel AB$ 时, 求 BP 的长.



考点: 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 易证 $\angle APD = \angle B = \angle C$, 从而可证到 $\triangle ABP \sim \triangle PCD$, 即可得到 $\frac{BP}{CD} = \frac{AB}{CP}$, 即

$AB \cdot CD = CP \cdot BP$, 由 $AB = AC$ 即可得到 $AC \cdot CD = CP \cdot BP$;

(2) 由 $PD \parallel AB$ 可得 $\angle APD = \angle BAP$, 即可得到 $\angle BAP = \angle C$, 从而可证到 $\triangle BAP \sim \triangle BCA$, 然后运用相似三角形的性质即可求出 BP 的长.

解答: 解: (1) $\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C$.

$\because \angle APD = \angle B, \therefore \angle APD = \angle B = \angle C$.

$\because \angle APC = \angle BAP + \angle B, \angle APC = \angle APD + \angle DPC,$

$\therefore \angle BAP = \angle DPC,$

$\therefore \triangle ABP \sim \triangle PCD,$

$\therefore \frac{BP}{CD} = \frac{AB}{CP},$

$\therefore AB \cdot CD = CP \cdot BP.$

$\because AB = AC,$

$\therefore AC \cdot CD = CP \cdot BP;$

(2) $\because PD \parallel AB, \therefore \angle APD = \angle BAP.$

$\because \angle APD = \angle C, \therefore \angle BAP = \angle C.$

$\because \angle B = \angle B,$

$\therefore \triangle BAP \sim \triangle BCA,$

$\therefore \frac{BA}{BC} = \frac{BP}{BA}.$

$\because AB = 10, BC = 12,$

$\therefore \frac{10}{12} = \frac{BP}{10},$

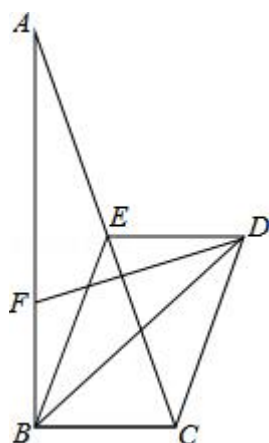
$\therefore BP = \frac{25}{3}.$

点评: 本题主要考查了相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、平行线的性质、三角形外角的性质等知识, 把证明 $AC \cdot CD = CP \cdot BP$ 转化为证明 $AB \cdot CD = CP \cdot BP$ 是解决第(1)小题的关键, 证到 $\angle BAP = \angle C$ 进而得到 $\triangle BAP \sim \triangle BCA$ 是解决第(2)小题的关键.

28. (10 分) (2015·泰安) 如图, $\triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle ABC = 90^\circ$, 四边形 BCDE 是平行四边形, E 为 AC 中点, BD 平分 $\angle ABC$, 点 F 在 AB 上, 且 $BF = BC$. 求证:

(1) $DF = AE$;

(2) $DF \perp AC$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 平行四边形的性质.

专题: 证明题.

分析: (1) 延长 DE 交 AB 于点 G, 连接 AD. 构建全等三角形 $\triangle AED \cong \triangle DFB$ (SAS), 则由该全等三角形的对应边相等证得结论;

(2) 设 AC 与 FD 交于点 O. 利用 (1) 中全等三角形的对应角相等, 等角的补角相等以及三角形内角和定理得到 $\angle EOD = 90^\circ$, 即 $DF \perp AC$.

解答: 证明: (1) 延长 DE 交 AB 于点 G, 连接 AD.

$\because$ 四边形 BCDE 是平行四边形,

$\therefore ED \parallel BC$, $ED = BC$.

$\because$ 点 E 是 AC 的中点, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore AG = BG$, $DG \perp AB$.

$\therefore AD = BD$,

$\therefore \angle BAD = \angle ABD$.

$\because$ BD 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABD = \angle BAD = 45^\circ$, 即 $\angle BDE = \angle ADE = 45^\circ$.

又 $BF = BC$,

$\therefore BF = DE$.

$\therefore$ 在 $\triangle AED$ 与 $\triangle DFB$ 中,
$$\begin{cases} AD = BD \\ \angle ADE = \angle DBF, \\ ED = FB \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle DFB$ (SAS),

$\therefore AE = DF$, 即 $DF = AE$;

(2) 设 AC 与 FD 交于点 O.

$\because$ 由 (1) 知, $\triangle AED \cong \triangle DFB$,

$\therefore \angle AED = \angle DFB$,

$\therefore \angle DEO = \angle DFG$.

$\because \angle DFG + \angle FDG = 90^\circ$,

$\therefore \angle DO + \angle EDO = 90^\circ$,

$\therefore \angle EOD = 90^\circ$, 即 $DF \perp AC$.

$$(1) \text{ 把 A、C、G 三点坐标代入抛物线解析式可得 } \begin{cases} 0=36a-6b+c \\ -3=c \\ 3=4a-2b+c \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{1}{8} \\ b=-\frac{1}{4} \\ c=3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{ 抛物线的表达式为 } y = -\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{4}x + 3;$$

$$(2) \because C(0, 3),$$

$$\therefore \text{ 可设直线 AC 解析式为 } y=kx+3,$$

$$\text{把 A 点坐标代入可得 } 0 = -6k+3, \text{ 解得 } k=\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{ 直线 AC 解析式为 } y=\frac{1}{2}x+3,$$

$$\text{设 P 点坐标为 } (x, 0) \ (x < 0), \text{ 则 Q 点坐标为 } (x, \frac{1}{2}x+3),$$

$$\therefore PQ=\frac{1}{2}x+3, \ PO=-x,$$

$$\therefore S=\frac{1}{2}PQ \cdot PO = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}x+3)(-x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{4}(x+3) + \frac{9}{4},$$

$$\therefore \triangle CPQ \text{ 的面积 } S \text{ 的最大值为 } \frac{9}{4};$$

$$(3) \text{ 当 } y=0 \text{ 时, } -\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{4}x + 3 = 0, \text{ 解得 } x = -6 \text{ 或 } x=4,$$

$$\therefore B \text{ 点坐标为 } (4, 0),$$

$$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\because \angle CDB = \angle DCB,$$

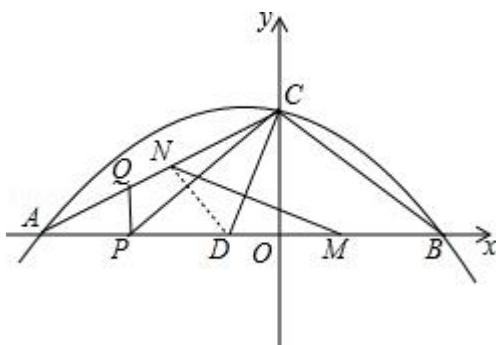
$$\therefore BD = BC = 5,$$

$$\therefore OD = BD - OB = 5 - 4 = 1,$$

$$\therefore D \text{ 点坐标为 } (-1, 0),$$

$$\therefore D \text{ 为 AB 中点},$$

如图, 连接 DN, 则 $DN=DM$, $\angle NDC = \angle MDC$,



$$\therefore \angle NDC = \angle DCB,$$

$$\therefore DN \parallel BC,$$

$$\therefore D \text{ 是 AB 中点},$$

$\therefore N$ 是 AC 中点,
 $\therefore DN$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,
 又 $DN=DM=\frac{1}{2}BC=\frac{5}{2}$,
 $\therefore OM=DM-OD=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$,
 $\therefore$ 点 M 坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$.

点评: 本题主要考查二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、二次函数的性质、等腰三角形的性质、线段垂直平分线的性质、平行线的判定和性质、三角形中位线等知识点. 在 (1) 中注意待定系数法的应用步骤, 在 (2) 中设出 P 点坐标, 表示出 PQ 、 OP 的长是解题的关键, 注意函数性质的应用, 在 (3) 中求得 D 点坐标和 DM 的长是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性质很强, 有一定的难度.