

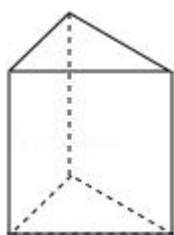
2014 年山东省聊城市中考数学试卷

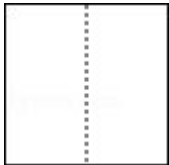
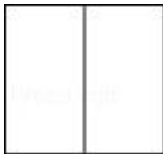
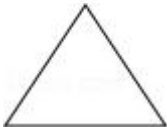
一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1. (3 分) (2014•聊城) 在 $-\frac{1}{2}$, 0, -2 , $\frac{1}{3}$, 1 这五个数中，最小的数为 ()

- A. 0 B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. $\frac{1}{3}$

2. (3 分) (2014•聊城) 如图是一个三棱柱的立体图形，它的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

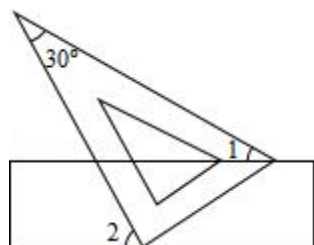
3. (3 分) (2014•聊城) 今年 5 月 10 日，在市委宣传部、市教育局等单位联合举办的“走复兴路，圆中国梦”中学生演讲比赛中，7 位评委给参赛选手张阳同学的打分如表：

评委代号	A	B	C	D	E	F	G
评分	90	92	86	92	90	95	92

则张阳同学得分的众数为 ()

- A. 95 B. 92 C. 90 D. 86

4. (3 分) (2014•聊城) 如图，将一块含有 30° 角的直角三角板的两个顶点叠放在矩形的两条对边上，如果 $\angle 1 = 27^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 53° B. 55° C. 57° D. 60°

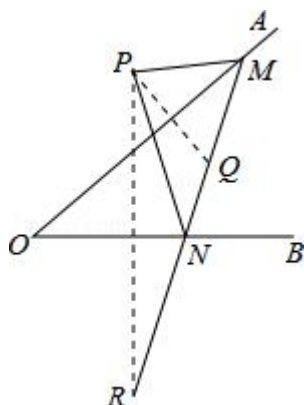
5. (3 分) (2014•聊城) 下列计算正确的是 ()

- A. $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ C. $5\sqrt{5} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

6. (3分) (2014•聊城) 用配方法解一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$), 此方程可变形为 ()

- A. $(x+\frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$ B. $(x+\frac{b}{2a})^2 = \frac{4ac-b^2}{4a^2}$
- C. $(x-\frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$ D. $(x-\frac{b}{2a})^2 = \frac{4ac-b^2}{4a^2}$

7. (3分) (2014•聊城) 如图, 点 P 是 $\angle AOB$ 外的一点, 点 M, N 分别是 $\angle AOB$ 两边上的点, 点 P 关于 OA 的对称点 Q 恰好落在线段 MN 上, 点 P 关于 OB 的对称点 R 落在 MN 的延长线上. 若 $PM=2.5\text{cm}$, $PN=3\text{cm}$, $MN=4\text{cm}$, 则线段 QR 的长为 ()

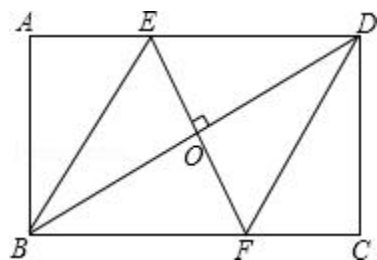


- A. 4.5 B. 5.5 C. 6.5 D. 7

8. (3分) (2014•聊城) 下列说法中不正确的是 ()

- A. 抛掷一枚硬币, 硬币落地时正面朝上是随机事件
- B. 把 4 个球放入三个抽屉中, 其中一个抽屉中至少有 2 个球是必然事件
- C. 任意打开七年级下册数学教科书, 正好是 97 页是确定事件
- D. 一个盒子中有白球 m 个, 红球 6 个, 黑球 n 个 (每个除了颜色外都相同). 如果从中任取一个球, 取得的是红球的概率与不是红球的概率相同, 那么 m 与 n 的和是 6

9. (3分) (2014•聊城) 如图, 在矩形 ABCD 中, 边 AB 的长为 3, 点 E, F 分别在 AD, BC 上, 连接 BE, DF, EF, BD. 若四边形 BEDF 是菱形, 且 $EF=AE+FC$, 则边 BC 的长为 ()



A. $2\sqrt{3}$

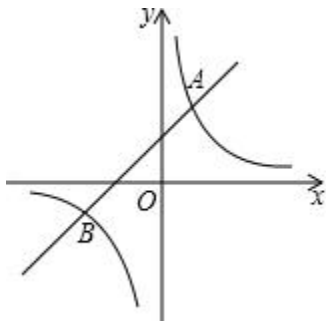
B. $3\sqrt{3}$

C. $6\sqrt{3}$

D. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$

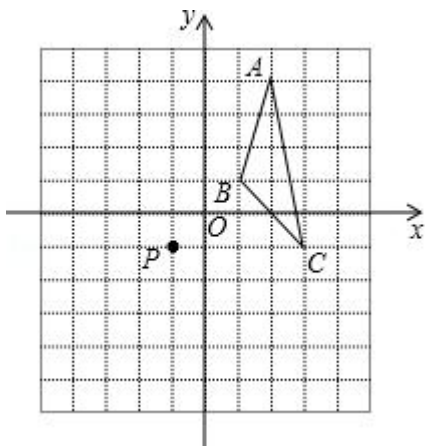
10. (3分) (2014•聊城) 如图, 一次函数 $y_1=k_1x+b$ 的图象和反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于

A (1, 2), B (-2, -1) 两点, 若 $y_1 < y_2$, 则 x 的取值范围是 ()



- A. $x < 1$ B. $x < -2$ C. $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$ D. $x < -2$ 或 $0 < x < 1$

11. (3分) (2014•聊城) 如图, 在平面直角坐标系中, 将 $\triangle ABC$ 绕点 P 旋转 180° , 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 则点 A_1 , B_1 , C_1 的坐标分别为 ()



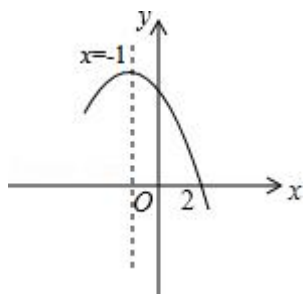
- A. $A_1(-4, -6)$, $B_1(-3, -3)$, $C_1(-5, -1)$
 B. $A_1(-6, -4)$, $B_1(-3, -3)$, $C_1(-5, -1)$
 C. $A_1(-4, -6)$, $B_1(-3, -3)$, $C_1(-1, -5)$
 D. $A_1(-6, -4)$, $B_1(-3, -3)$, $C_1(-1, -5)$

12. (3分) (2014•聊城) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象的一部分, $x=-1$ 是对称轴, 有下列判断:

① $b-2a=0$; ② $4a-2b+c < 0$; ③ $a-b+c = -9a$; ④若 $(-3, y_1)$, $(\frac{3}{2}, y_2)$ 是抛物线上两点,

则 $y_1 > y_2$,

其中正确的是 ()



A. ①②③

B. ①③④

C. ①②④

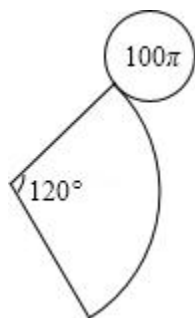
D. ②③④

二、填空题（本题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分。只要求填写最后结果）

13. (3 分) (2014•聊城) 不等式组 $\begin{cases} 2x - 5 \leq 3 \\ -\frac{1}{3}x < \frac{1}{2} \end{cases}$ 的解集是_____.

14. (3 分) (2014•聊城) 因式分解: $4a^3 - 12a^2 + 9a =$ _____.

15. (3 分) (2014•聊城) 如图，圆锥的表面展开图由一扇形和一个圆组成，已知圆的面积为 100π ，扇形的圆心角为 120° ，这个扇形的面积为_____.

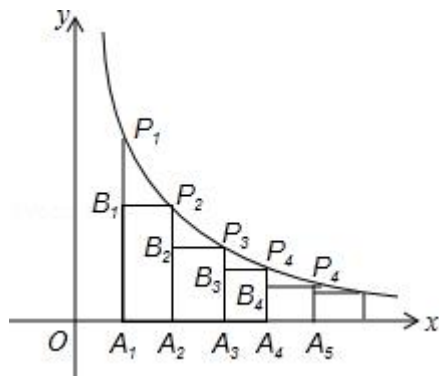


16. (3 分) (2014•聊城) 如图，有四张卡片（形状、大小和质地都相同），正面分别写有字母 A、B、C、D 和一个不同的算式，将这四张卡片背面向上洗匀，从中随机抽取两张卡片，这两张卡片上的算式只有一个正确的概率是_____.

$2-3=1$ A	$2 \times (-3) = -6$ B
$(-3)^2 = 6$ C	$\sqrt{9} = 3$ D

17. (3 分) (2014•聊城) 如图，在 x 轴的正半轴上依次间隔相等的距离取点 $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$ 分别过这些点做 x 轴的垂线与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象相交于点 $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots, P_n$ 作 $P_2B_1 \perp A_1P_1, P_3B_2 \perp A_2P_2, P_4B_3 \perp A_3P_3, \dots, P_nB_{n-1} \perp A_{n-1}P_{n-1}$ ，垂足分别为 $B_1, B_2,$

$B_3, B_4, \dots, B_{n-1}$, 连接 $P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4, \dots, P_{n-1}P_n$, 得到一组 $Rt\triangle P_1B_1P_2, Rt\triangle P_2B_2P_3, Rt\triangle P_3B_3P_4, \dots, Rt\triangle P_{n-1}B_{n-1}P_n$, 则 $Rt\triangle P_{n-1}B_{n-1}P_n$ 的面积为_____.



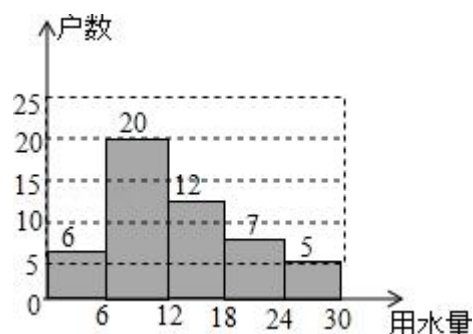
三、解答题（本题共 8 个小题，共 69 分．解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤）

18. (7 分) (2014•聊城) 解分式方程: $\frac{2+x}{2-x} + \frac{16}{x^2-4} = -1$.

19. (8 分) (2014•聊城) 为提高居民的节水意识，向阳小区开展了“建设节水型社区，保障用水安全”为主题的节水宣传活动，小莹同学积极参与小区的宣传活动，并对小区 300 户家庭用水情况进行了抽样调查，他在 300 户家庭中，随机调查了 50 户家庭 5 月份的用水量情况，结果如图所示．

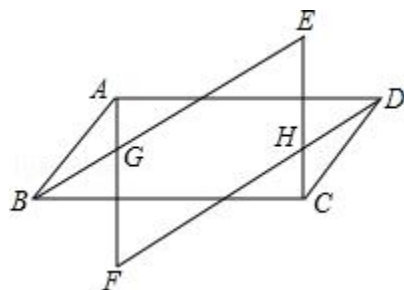
(1) 试估计该小区 5 月份用水量不高于 12t 的户数占小区总户数的百分比；

(2) 把图中每组用水量的值用该组的中间值（如 0~6 的中间值为 3）来替代，估计改小区 5 月份的用水量．

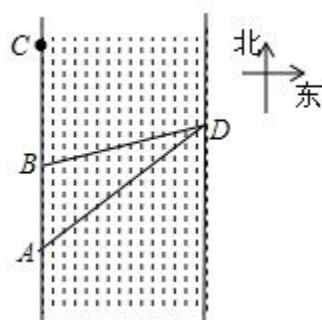


20. (8 分) (2014•聊城) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 作 $AF \parallel CE$, $BE \parallel DF$, AF 交 BE 与 G 点, 交 DF 与 F 点, CE 交 DF 于 H 点、交 BE 于 E 点.

求证: $\triangle EBC \cong \triangle FDA$.



21. (8 分) (2014•聊城) 如图, 美丽的徒骇河宛如一条玉带穿城而过, 沿河两岸的滨河大道和风景带称为我市的一道新景观. 在数学课外实践活动中, 小亮在河西岸滨河大道一段 AC 上的 A, B 两点处, 利用测角仪分别对东岸的观景台 D 进行了测量, 分别测得 $\angle DAC = 60^\circ$, $\angle DBC = 75^\circ$. 又已知 $AB = 100$ 米, 求观景台 D 到徒骇河西岸 AC 的距离约为多少米 (精确到 1 米). ($\tan 60^\circ \approx 1.73$, $\tan 75^\circ \approx 3.73$)



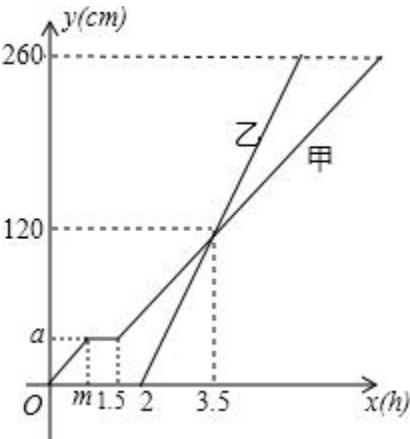
22. (8 分) (2014•聊城) 某服装店用 6000 元购进 A, B 两种新式服装, 按标价售出后可获得毛利润 3800 元 (毛利润=售价 - 进价), 这两种服装的进价、标价如表所示:

类型 价格	A 型	B 型
进价 (元/件)	60	100
标价 (元/件)	100	160

- (1) 这两种服装各购进的件数;
- (2) 如果 A 中服装按标价的 8 折出售, B 中服装按标价的 7 折出售, 那么这批服装全部售完后, 服装店比按标价出售少收入多少元?

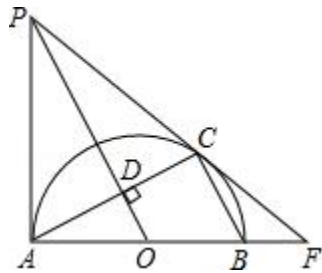
23. (8 分) (2014•聊城) 甲、乙两车从 A 地驶向 B 地, 并以各自的速度匀速行驶, 甲车比乙车早行驶 2h, 并且甲车途中休息了 0.5h, 如图是甲乙两车行驶的距离 y (km) 与时间 x (h) 的函数图象.

- (1) 求出图中 m, a 的值;
- (2) 求出甲车行驶路程 y (km) 与时间 x (h) 的函数解析式, 并写出相应的 x 的取值范围;
- (3) 当乙车行驶多长时间时, 两车恰好相距 50km.



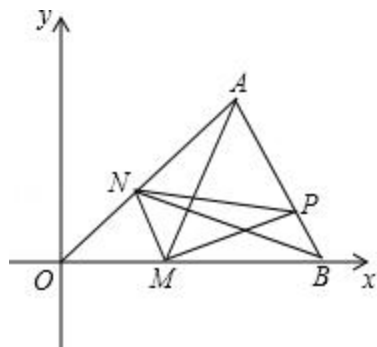
24. (10 分) (2014•聊城) 如图, AB , AC 分别是半 $\odot O$ 的直径和弦, $OD \perp AC$ 于点 D , 过点 A 作半 $\odot O$ 的切线 AP , AP 与 OD 的延长线交于点 P . 连接 PC 并延长与 AB 的延长线交于点 F .

- (1) 求证: PC 是半 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\angle CAB=30^\circ$, $AB=10$, 求线段 BF 的长.



25. (12 分) (2014•聊城) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(4, 3)$, $O(0, 0)$, $B(6, 0)$. 点 M 是 OB 边上异于 O , B 的一动点, 过点 M 作 $MN \parallel AB$, 点 P 是 AB 边上的任意点, 连接 AM , PM , PN , BN . 设点 $M(x, 0)$, $\triangle PMN$ 的面积为 S .

- (1) 求出 OA 所在直线的解析式, 并求出点 M 的坐标为 $(1, 0)$ 时, 点 N 的坐标;
- (2) 求出 S 关于 x 的函数关系式, 写出 x 的取值范围, 并求出 S 的最大值;
- (3) 若 $S: S_{\triangle ANB}=2: 3$ 时, 求出此时 N 点的坐标.



2014 年山东省聊城市中考数学试卷

参考答案与试题解析

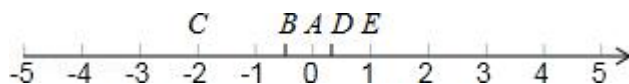
一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1. (3 分) (2014•聊城) 在 $-\frac{1}{2}$, 0, -2, $\frac{1}{3}$, 1 这五个数中，最小的数为 ()
- A. 0 B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. $\frac{1}{3}$

考点: 有理数大小比较.

分析: 用数轴法，将各选项数字标于数轴之上即可解本题.

解答: 解：画一个数轴，将 $A=0$ 、 $B=-\frac{1}{2}$ 、 $C=-2$ 、 $D=\frac{1}{3}$ 、 $E=1$ 标于数轴之上，
可得：

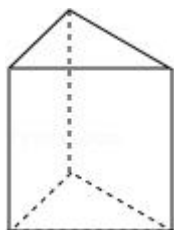


∵ C 点位于数轴最左侧，是最小的数

故选 C.

点评: 本题考查了数轴法比较有理数大小的方法，牢记数轴法是解题的关键.

2. (3 分) (2014•聊城) 如图是一个三棱柱的立体图形，它的主视图是 ()



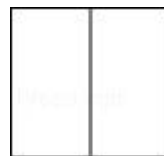
A.



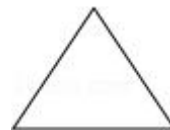
B.



C.



D.



考点: 简单几何体的三视图.

分析: 根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

解答: 解：从正面看是矩形，看不见的棱用虚线表示，
故选：B.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图，注意看不到的棱用虚线表示.

3. (3 分) (2014•聊城) 今年 5 月 10 日，在市委宣传部、市教育局等单位联合举办的“走复兴路，圆中国梦”中学生演讲比赛中，7 位评委给参赛选手张阳同学的打分如表：

评委代号	A	B	C	D	E	F	G
------	---	---	---	---	---	---	---

评分	90	92	86	92	90	95	92
----	----	----	----	----	----	----	----

则张阳同学得分的众数为 ()

- A. 95 B. 92 C. 90 D. 86

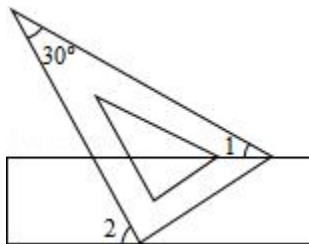
考点: 众数

分析: 根据众数的定义, 从表中找出出现次数最多的数即为众数.

解答: 解: 张阳同学共有 7 个得分, 其中 92 分出现 3 次, 次数最多, 故张阳得分的众数为 92 分. 故选 B.

点评: 考查了众数的概念: 一组数据中出现次数最多的数叫该组数据的众数.

4. (3 分) (2014•聊城) 如图, 将一块含有 30° 角的直角三角板的两个顶点叠放在矩形的两条对边上, 如果 $\angle 1=27^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数为 ()

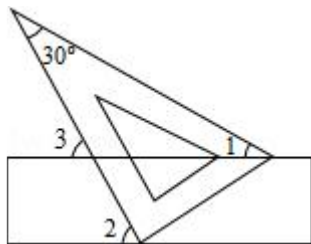


- A. 53° B. 55° C. 57° D. 60°

考点: 平行线的性质.

分析: 根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出 $\angle 3$, 再根据两直线平行, 同位角相等可得 $\angle 2=\angle 3$.

解答: 解: 由三角形的外角性质, $\angle 3=30^\circ+\angle 1=30^\circ+27^\circ=57^\circ$,
 $\because$ 矩形的对边平行,
 $\therefore \angle 2=\angle 3=57^\circ$.
 故选 C.



点评: 本题考查了平行线的性质, 三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质, 熟记性质是解题的关键.

5. (3 分) (2014•聊城) 下列计算正确的是 ()

- A. $2\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ C. $5\sqrt{5}-2\sqrt{2}=3\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

考点: 二次根式的加减法; 二次根式的乘除法.

分析: 根据二次根式的乘除, 可判断 A、D, 根据二次根式的加减, 可判断 B、C.

解答: 解: A、 $2\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}=2\times 3\sqrt{3}\times \sqrt{3}=18$, 故 A 错误;
 B、被开方数不能相加, 故 B 错误;

C、被开方数不能相减，故 C 错误；

D、 $\sqrt{2} \div \sqrt{3} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{3 \times 3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，故 D 正确；

故选：D.

点评： 本题考查了二次根式的加减，注意被开方数不能相加减.

6. (3 分) (2014•聊城) 用配方法解一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)，此方程可变形为 ()

A.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

B.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{4ac - b^2}{4a^2}$$

C.

$$\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

D.

$$\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{4ac - b^2}{4a^2}$$

考点： 解一元二次方程-配方法

分析： 先移项，把二次项系数化成 1，再配方，最后根据完全平方公式得出即可.

解答： 解： $ax^2+bx+c=0$,

$$ax^2+bx = -c,$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

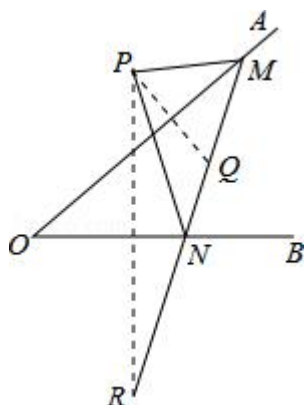
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2,$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2},$$

故选 A.

点评： 本题考查了用配方法解一元二次方程的应用，解此题的关键是能正确配方，题目比较好，难度适中.

7. (3 分) (2014•聊城) 如图，点 P 是 $\angle AOB$ 外的一点，点 M, N 分别是 $\angle AOB$ 两边上的点，点 P 关于 OA 的对称点 Q 恰好落在线段 MN 上，点 P 关于 OB 的对称点 R 落在 MN 的延长线上. 若 $PM=2.5\text{cm}$, $PN=3\text{cm}$, $MN=4\text{cm}$ ，则线段 QR 的长为 ()



A. 4.5

B. 5.5

C. 6.5

D. 7

考点：轴对称的性质

分析：利用轴对称图形的性质得出 $PM=MQ$ ， $PN=NR$ ，进而利用 $MN=4\text{cm}$ ，得出 NQ 的长，即可得出 QR 的长.

解答：解：∵ 点 P 关于 OA 的对称点 Q 恰好落在线段 MN 上，点 P 关于 OB 的对称点 R 落在 MN 的延长线上，

$$\therefore PM=MQ, PN=NR,$$

$$\therefore PM=2.5\text{cm}, PN=3\text{cm}, MN=4\text{cm},$$

$$\therefore RN=3\text{cm}, MQ=2.5\text{cm}, NQ=MN - MQ=4 - 2.5=1.5 \text{ (cm)},$$

$$\text{则线段 } QR \text{ 的长为: } RN+NQ=3+1.5=4.5 \text{ (cm)}.$$

故选：A.

点评：此题主要考查了轴对称图形的性质，得出 $PM=MQ$ ， $PN=NR$ 是解题关键.

8. (3 分) (2014•聊城) 下列说法中不正确的是 ()

- A. 抛掷一枚硬币，硬币落地时正面朝上是随机事件
- B. 把 4 个球放入三个抽屉中，其中一个抽屉中至少有 2 个球是必然事件
- C. 任意打开七年级下册数学教科书，正好是 97 页是确定事件
- D. 一个盒子中有白球 m 个，红球 6 个，黑球 n 个 (每个除了颜色外都相同). 如果从中任取一个球，取得的是红球的概率与不是红球的概率相同，那么 m 与 n 的和是 6

考点：随机事件；概率公式

分析：根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念以及概率的求法即可作出判断.

解答：解：A. 抛掷一枚硬币，硬币落地时正面朝上是随机事件，此说法正确；

B. 把 4 个球放入三个抽屉中，其中一个抽屉中至少有 2 个球是必然事件，此说法正确；

C. 任意打开七年级下册数学教科书，正好是 97 页是不确定事件，故此说法错误；

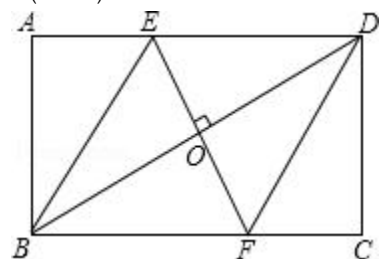
D. $P(\text{红球}) = \frac{\text{红球的个数}}{\text{总个数}}$ ，取得的是红球的概率与不是红球的概率相同，所以 $m+n=6$ ，

此说法正确.

故选：C.

点评：考查了随机事件，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念以及概率的求法. 必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

9. (3 分) (2014•聊城) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，边 AB 的长为 3，点 E , F 分别在 AD , BC 上，连接 BE , DF , EF , BD . 若四边形 $BEDF$ 是菱形，且 $EF=AE+FC$ ，则边 BC 的长为 ()



A. $2\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{3}$

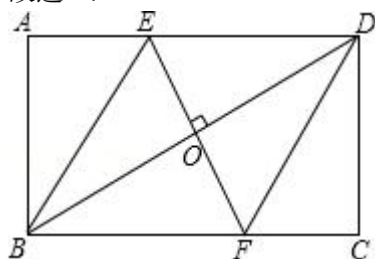
C. $6\sqrt{3}$

D. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$

考点：矩形的性质；菱形的性质.

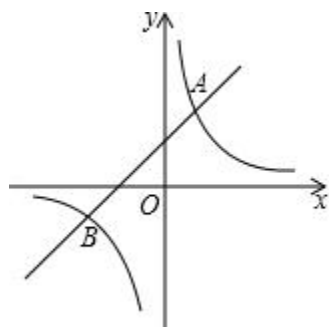
分析：根据矩形的性质和菱形的性质得 $\angle ABE = \angle EBD = \angle DBC = 30^\circ$ ， $AB = BO = 3$ ，因为四边形 BEDF 是菱形，所以 BE，AE 可求出进而可求出 BC 的长.

解答：解： $\because$ 四边形 ABCD 是矩形，
 $\therefore \angle A = 90^\circ$ ，
即 $BA \perp BF$ ，
 $\because$ 四边形 BEDF 是菱形，
 $\therefore EF \perp BD$ ， $\angle EBO = \angle DBF$ ，
 $\therefore AB = BO = 3$ ， $\angle ABE = \angle EBO$ ，
 $\therefore \angle ABE = \angle EBD = \angle DBC = 30^\circ$ ，
 $\therefore BE = \frac{BO}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}$ ，
 $\therefore BF = BE = 2\sqrt{3}$ ，
 $\because EF = AE + FC$ ， $AE = CF$ ， $EO = FO$
 $\therefore CF = AE = \sqrt{3}$ ，
 $\therefore BC = BF + CF = 3\sqrt{3}$ ，
故选 B.



点评：本题考查了矩形的性质、菱形的性质以及在直角三角形中 30° 角所对的直角边是斜边的一半，解题的关键是求出 $\angle ABE = \angle EBD = \angle DBC = 30^\circ$.

10. (3 分) (2014•聊城) 如图，一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 的图象和反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A (1, 2)，B (-2, -1) 两点，若 $y_1 < y_2$ ，则 x 的取值范围是 ()



A. $x < 1$ B. $x < -2$ C. $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$ D. $x < -2$ 或 $0 < x < 1$

考点：反比例函数与一次函数的交点问题.

分析：根据一次函数图象位于反比例函数图象的下方，可得不等式的解.

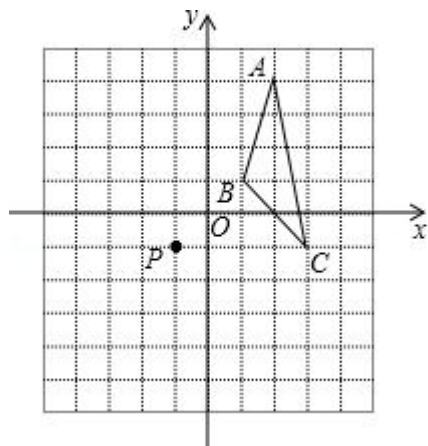
解答：解：一次函数图象位于反比例函数图象的下方.，

$x < -2$ ，或 $0 < x < 1$ ，

故选：D.

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，一次函数图象位于反比例函数图象的下方是解题关键.

11. (3分) (2014•聊城) 如图，在平面直角坐标系中，将 $\triangle ABC$ 绕点P旋转 180° ，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，则点 A_1 ， B_1 ， C_1 的坐标分别为 ()

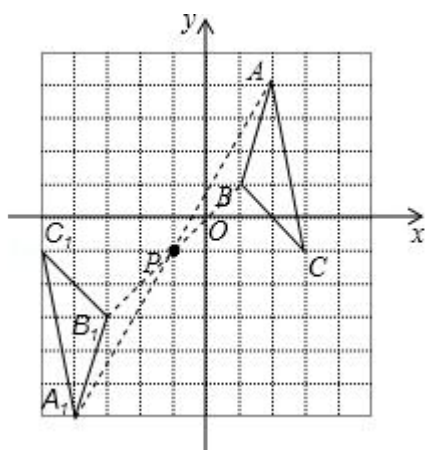


- A. $A_1(-4, -6)$, $B_1(-3, -3)$, $C_1(-5, -1)$ B. $A_1(-6, -4)$, $B_1(-3, -3)$, $C_1(-5, -1)$
 C. $A_1(-4, -6)$, $B_1(-3, -3)$, $C_1(-1, -5)$ D. $A_1(-6, -4)$, $B_1(-3, -3)$, $C_1(-1, -5)$

考点: 坐标与图形变化-旋转.

分析: 根据网格结构找出点A、B、C关于点P的对称点 A_1 ， B_1 ， C_1 的位置，再根据平面直角坐标系写出坐标即可.

解答: 解: $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示， $A_1(-4, -6)$ ， $B_1(-3, -3)$ ， $C_1(-5, -1)$.
 故选 A.



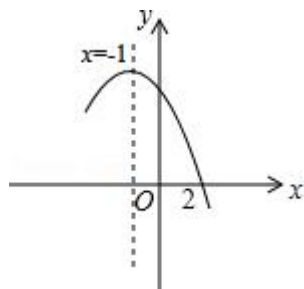
点评: 本题考查了坐标与图形变化 - 旋转，熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键.

12. (3分) (2014•聊城) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象的一部分， $x=-1$ 是对称轴，有下列判断:

- ① $b-2a=0$; ② $4a-2b+c < 0$; ③ $a-b+c = -9a$; ④若 $(-3, y_1)$ ， $(\frac{3}{2}, y_2)$ 是抛物线上两点，

则 $y_1 > y_2$,

其中正确的是 ()



A. ①②③

B. ①③④

C. ①②④

D. ②③④

考点：二次函数图象与系数的关系.

分析：利用二次函数图象的相关知识 with 函数系数的联系，需要根据图形，逐一判断.

解答：解：∵ 抛物线的对称轴是直线 $x = -1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -1,$$

$$b = 2a,$$

$$\therefore b - 2a = 0, \therefore \text{①正确};$$

∵ 抛物线的对称轴是直线 $x = -1$ ，和 x 轴的一个交点是 $(2, 0)$,

∴ 抛物线和 x 轴的另一个交点是 $(-4, 0)$,

∴ 把 $x = -2$ 代入得: $y = 4a - 2b + c > 0$, ∴ ②错误;

∵ 图象过点 $(2, 0)$ ，代入抛物线的解析式得: $4a + 2b + c = 0$,

$$\text{又} \because b = 2a,$$

$$\therefore c = -4a - 2b = -8a,$$

$$\therefore a - b + c = a - 2a - 8a = -9a, \therefore \text{③正确};$$

∵ 抛物线和 x 轴的交点坐标是 $(2, 0)$ 和 $(-4, 0)$ ，抛物线的对称轴是直线 $x = -1$,

∴ 点 $(-3, y_1)$ 关于对称轴的对称点的坐标是 $(1, y_1)$,

$$\therefore \left(\frac{3}{2}, y_2\right), 1 < \frac{3}{2},$$

$$\therefore y_1 > y_2, \therefore \text{④正确};$$

即正确的有①③④,

故选 B.

点评：此题主要考查了二次函数图象与系数的关系，在解题时要注意二次函数的系数与其图象的形状，对称轴，特殊点的关系，也要掌握在图象上表示一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解的方法. 同时注意特殊点的运用.

二、填空题 (本题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分. 只要求填写最后结果)

13. (3 分) (2014•聊城) 不等式组 $\begin{cases} 2x - 5 \leq 3 \\ -\frac{1}{3}x < \frac{1}{2} \end{cases}$ 的解集是 $-\frac{3}{2} < x \leq 4$.

考点：解一元一次不等式组.

分析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

解答:
$$\begin{cases} 2x - 5 \leq 3 \text{ ①} \\ -\frac{1}{3}x < \frac{1}{2} \text{ ②} \end{cases},$$

由①得, $x \leq 4$,

由②得, $x > -\frac{3}{2}$,

故此不等式组的解集为: $-\frac{3}{2} < x \leq 4$.

故答案为: $-\frac{3}{2} < x \leq 4$.

点评: 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

14. (3 分) (2014•聊城) 因式分解: $4a^3 - 12a^2 + 9a = \underline{a(2a-3)^2}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

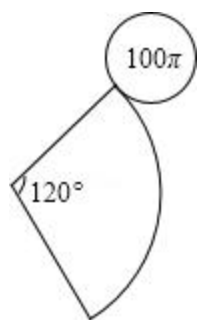
分析: 先提取公因式 a , 再根据完全平方公式进行二次分解.

解答: 解: $4a^3 - 12a^2 + 9a$,
 $= a(4a^2 - 12a + 9)$,
 $= a(2a - 3)^2$.

故答案为: $a(2a - 3)^2$.

点评: 本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解, 注意分解要彻底.

15. (3 分) (2014•聊城) 如图, 圆锥的表面展开图由一扇形和一个圆组成, 已知圆的面积为 100π , 扇形的圆心角为 120° , 这个扇形的面积为 $\underline{300\pi}$.



考点: 圆锥的计算; 扇形面积的计算.

分析: 首先根据底面圆的面积求得底面的半径, 然后结合弧长公式求得扇形的半径, 然后利用扇形的面积公式求得侧面积即可.

解答: 解: $\because$ 底面圆的面积为 100π ,
 $\therefore$ 底面圆的半径为 10,
 $\therefore$ 扇形的弧长等于圆的周长为 20π ,
 设扇形的母线长为 r ,

$$\text{则 } \frac{120\pi r}{180} = 20\pi,$$

解得：母线长为 30，
 $\therefore$ 扇形的面积为 $\pi rl = \pi \times 10 \times 30 = 300\pi$ ，
 故答案为： 300π 。

点评： 本题考查了圆锥的计算及扇形的面积的计算，解题的关键是牢记计算公式。

16. (3 分) (2014•聊城) 如图，有四张卡片 (形状、大小和质地都相同)，正面分别写有字母 A、B、C、D 和一个不同的算式，将这四张卡片背面向上洗匀，从中随机抽取两张卡片，这两张卡片上的算式只有一个正确的概率是 $\frac{2}{3}$ 。

$2-3=1$ A	$2 \times (-3) = -6$ B
$(-3)^2 = 6$ C	$\sqrt{9} = 3$ D

考点： 列表法与树状图法。

分析： 首先此题需要两步完成，直接运用树状图法或者采用列表法，再根据列举求出所用可能数，再求出只有一次正确的情况数根据概率公式解答即可。

解答： 解：列表如下：

第 1 次 第 2 次	A	B	C	D
A		BA	CA	DA
B	AB		CB	DB
C	AC	BC		DC
D	AD	BD	CD	

由表可知一共有 12 种情况，其中抽取的两张卡片上的算式只有一个正确的有 8 种，

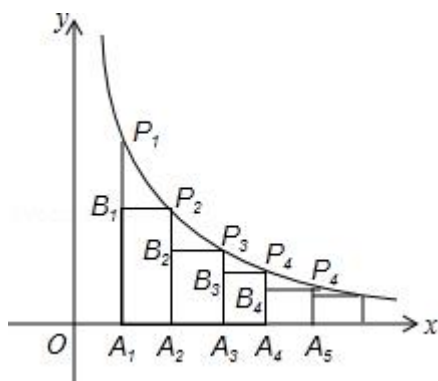
所以两张卡片上的算式只有一个正确的概率 $= \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ ，

故答案为： $\frac{2}{3}$ 。

点评： 此题考查的是用列表法或树状图法求概率。列表法可以不重复不遗漏地列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比。

17. (3 分) (2014•聊城) 如图，在 x 轴的正半轴上依次间隔相等的距离取点 $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$ 分别过这些点做 x 轴的垂线与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象相交于点 $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots, P_n$

作 $P_2B_1 \perp A_1P_1, P_3B_2 \perp A_2P_2, P_4B_3 \perp A_3P_3, \dots, P_nB_{n-1} \perp A_{n-1}P_{n-1}$ ，垂足分别为 $B_1, B_2, B_3, B_4, \dots, B_{n-1}$ ，连接 $P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4, \dots, P_{n-1}P_n$ ，得到一组 $Rt\triangle P_1B_1P_2, Rt\triangle P_2B_2P_3, Rt\triangle P_3B_3P_4, \dots, Rt\triangle P_{n-1}B_{n-1}P_n$ ，则 $Rt\triangle P_{n-1}B_{n-1}P_n$ 的面积为 $\frac{1}{2n(n-1)}$ 。



考点：反比例函数系数 k 的几何意义.

专题：规律型.

分析：根据反比例函数图象上点的坐标特征和三角形面积公式得到 $\text{Rt}\triangle P_1B_1P_2$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times a \times (\frac{1}{a} - \frac{1}{2a})$, $\text{Rt}\triangle P_2B_2P_3$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times a \times (\frac{1}{2a} - \frac{1}{3a})$, $\text{Rt}\triangle P_3B_3P_4$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times a \times (\frac{1}{3a} - \frac{1}{4a})$, 由此得出 $\triangle P_{n-1}B_{n-1}P_n$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times a \times [\frac{1}{(n-1)a} - \frac{1}{na}]$, 化简即可.

解答：解：设 $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{n-2}A_{n-1} = a$,

$\because x=a$ 时, $y=\frac{1}{a}$, $\therefore P_1$ 的坐标为 $(a, \frac{1}{a})$,

$\because x=2a$ 时, $y=2 \times \frac{1}{a}$, $\therefore P_2$ 的坐标为 $(2a, \frac{1}{2a})$,

$\therefore \text{Rt}\triangle P_1B_1P_2$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times a \times (\frac{1}{a} - \frac{1}{2a})$,

$\text{Rt}\triangle P_2B_2P_3$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times a \times (\frac{1}{2a} - \frac{1}{3a})$,

$\text{Rt}\triangle P_3B_3P_4$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times a \times (\frac{1}{3a} - \frac{1}{4a})$,

...

$\therefore \triangle P_{n-1}B_{n-1}P_n$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times a \times [\frac{1}{(n-1)a} - \frac{1}{na}] = \frac{1}{2} \times 1 \times (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}) = \frac{1}{2n(n-1)}$.

故答案为 $\frac{1}{2n(n-1)}$.

点评：本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征和三角形面积公式，有一定难度.

三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 69 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

18. (7 分) (2014•聊城) 解分式方程: $\frac{2+x}{2-x} + \frac{16}{x^2-4} = -1$.

考点：解分式方程.

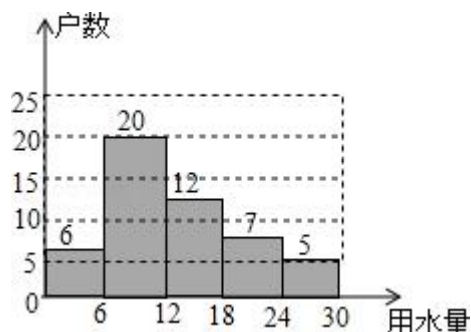
分析：解分式方程一定要注意要验根. 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

解答：解：去分母得： $-(x+2)^2+16=4-x^2$ ，
 去括号得： $-x^2-4x-4+16=4-x^2$ ，
 解得： $x=2$ ，
 经检验 $x=2$ 是增根，分式方程无解。

点评：此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解。

19. (8分) (2014•聊城) 为提高居民的节水意识，向阳小区开展了“建设节水型社区，保障用水安全”为主题的节水宣传活动，小莹同学积极参与小区的宣传活动，并对小区 300 户家庭用水情况进行了抽样调查，他在 300 户家庭中，随机调查了 50 户家庭 5 月份的用水量情况，结果如图所示。

- (1) 试估计该小区 5 月份用水量不高于 12t 的户数占小区总户数的百分比；
- (2) 把图中每组用水量的值用该组的中间值（如 0~6 的中间值为 3）来替代，估计改小区 5 月份的用水量。



考点：频数（率）分布直方图；用样本估计总体。

分析： (1) 用用水量不高于 12t 的户数除以抽查的总的户数即可求出该小区 5 月份用水量不高于 12t 的户数占小区总户数的百分比；

(2) 用该组的中间值乘以户数，求出总的用水量，再除以抽查的户数求出每户的平均用水量，最后乘以该小区总的户数即可得出答案。

解答：解：(1) 根据题意得：

$$\frac{6+20}{50} \times 100\% = 52\%;$$

答：该小区 5 月份用水量不高于 12t 的户数占小区总户数的百分比是 52%；

(2) 根据题意得：

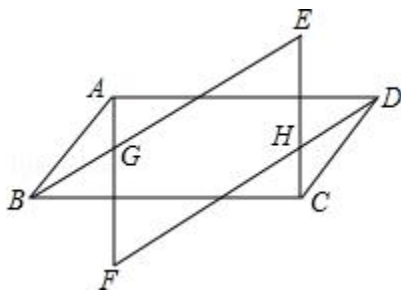
$$300 \times (3 \times 6 + 9 \times 20 + 15 \times 12 + 21 \times 7 + 27 \times 5) \div 50 = 3960 \text{ (吨)},$$

答：改小区 5 月份的用水量是 3960 吨。

点评： 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题。

20. (8分) (2014•聊城) 如图，四边形 ABCD 是平行四边形，作 $AF \parallel CE$ ， $BE \parallel DF$ ，AF 交 BE 与 G 点，交 DF 与 F 点，CE 交 DF 于 H 点、交 BE 于 E 点。

求证： $\triangle EBC \cong \triangle FDA$ 。



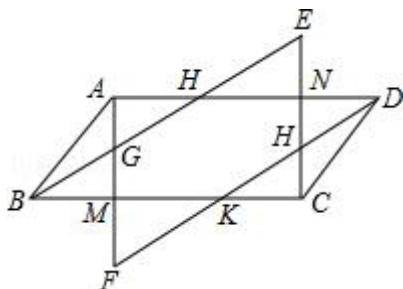
考点：平行四边形的性质；全等三角形的判定.

专题：证明题.

分析：根据平行三边的性质可知： $AD=BC$ ，由平行四边形的判定方法易证四边形 BHDK 和四边形 AMCN 是平行四边形，所以看得 $\angle FAD=\angle ECB$ ， $\angle ADF=\angle EBC$ ，进而证明： $\triangle EBC\cong\triangle FDA$.

解答：证明： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，
 $\therefore AD=BC$ ， $AD\parallel BC$ ，
 $\therefore AF\parallel CE$ ， $BE\parallel DF$ ，
 $\therefore$ 四边形 BHDK 和四边形 AMCN 是平行四边形，
 $\therefore \angle FAD=\angle ECB$ ， $\angle ADF=\angle EBC$ ，
 在 $\triangle EBC$ 和 $\triangle FDA$ 中，

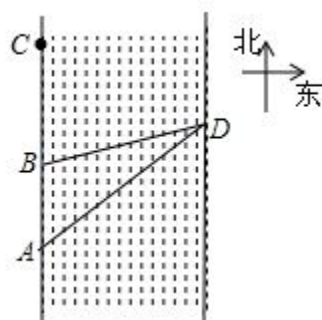
$$\begin{cases} \angle EBC=\angle ADF \\ BC=AD \\ \angle BCE=\angle DAF \end{cases}$$
 $\therefore \triangle EBC\cong\triangle FDA$.



点评：本题考查了平行四边形的判定以及全等三角形的判定，在全等三角形的 5 种判定方法中，选用哪一种方法，取决于题目中的已知条件，若已知两边对应相等，则找它们的夹角或第三边；若已知两角对应相等，则必须再找一组对边对应相等，且要是两角的夹边，若已知一边一角，则找另一组角，或找这个角的另一组对应邻边.

21. (8 分) (2014•聊城) 如图，美丽的徒骇河宛如一条玉带穿城而过，沿河两岸的滨河大道和风景带称为我市的一道新景观. 在数学课外实践活动中，小亮在河西岸滨河大道一段 AC 上的 A, B 两点处，利用测角仪分别对东岸的观景台 D 进行了测量，分别测得 $\angle DAC=60^\circ$ ， $\angle DBC=75^\circ$. 又已知 $AB=100$ 米，求观景台 D 到徒骇河西岸 AC 的距离约为多少米 (精确

到 1 米). ($\tan 60^\circ \approx 1.73$, $\tan 75^\circ \approx 3.73$)



考点: 解直角三角形的应用.

分析: 如图, 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E. 通过解 $\text{Rt}\triangle EAD$ 和 $\text{Rt}\triangle EBD$ 分别求得 AE、BE 的长度, 然后根据图示知: $AB = AE - BE = 100$, 把相关线段的长度代入列出关于 ED 的方程 $\frac{ED}{\tan 60^\circ} - \frac{ED}{\tan 75^\circ} = 100$.

通过解该方程求得 ED 的长度.

解答: 解: 如图, 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E.

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle EAD$ 中, $\angle DAE = 60^\circ$,

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{ED}{AE},$$

$$\therefore AE = \frac{ED}{\tan 60^\circ}$$

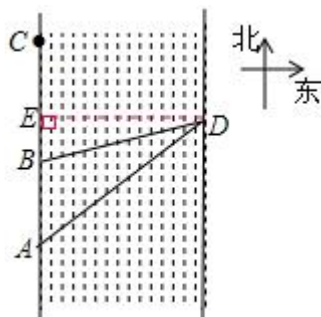
同理, 在 $\text{Rt}\triangle EBD$ 中, 得到 $EB = \frac{ED}{\tan 75^\circ}$.

又 $\because AB = 100$ 米,

$$\therefore AE - EB = 100 \text{ 米, 即 } \frac{ED}{\tan 60^\circ} - \frac{ED}{\tan 75^\circ} = 100.$$

$$\text{则 } ED = \frac{100 \times \tan 60^\circ \times \tan 75^\circ}{\tan 75^\circ - \tan 60^\circ} \approx \frac{100 \times 1.73 \times 3.73}{3.73 - 1.73} \approx 323 \text{ (米)}.$$

答: 观景台 D 到徒骇河西岸 AC 的距离约为 323 米.



点评: 本题考查了解直角三角形的应用. 主要是正切概念及运算, 关键把实际问题转化为数学问题加以计算.

22. (8 分) (2014•聊城) 某服装店用 6000 元购进 A, B 两种新式服装, 按标价售出后可获得毛利润 3800 元 (毛利润=售价-进价), 这两种服装的进价、标价如表所示:

类型	A 型	B 型
价格		
进价 (元/件)	60	100
标价 (元/件)	100	160

(1) 这两种服装各购进的件数;

(2) 如果 A 中服装按标价的 8 折出售, B 中服装按标价的 7 折出售, 那么这批服装全部售完后, 服装店比按标价出售少收入多少元?

考点: 二元一次方程组的应用.

分析: (1) 设 A 种服装购进 x 件, B 种服装购进 y 件, 由总价=单价 $\times$ 数量和利润=售价 - 进价建立方程组求出其解即可;

(2) 分别求出打折后的价格, 再根据总利润=A 种服装的利润+B 中服装的利润, 求出其解即可.

解答: 解: (1) 设 A 种服装购进 x 件, B 种服装购进 y 件, 由题意, 得

$$\begin{cases} 60x+100y=6000 \\ 40x+60y=3800 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=50 \\ y=30 \end{cases}.$$

答: A 种服装购进 50 件, B 种服装购进 30 件;

(2) 由题意, 得

$$\begin{aligned} & 3800 - 50(100 \times 0.8 - 60) - 30(160 \times 0.7 - 100) \\ &= 3800 - 1000 - 360 \\ &= 2440 \text{ (元)}. \end{aligned}$$

答: 服装店比按标价出售少收入 2440 元.

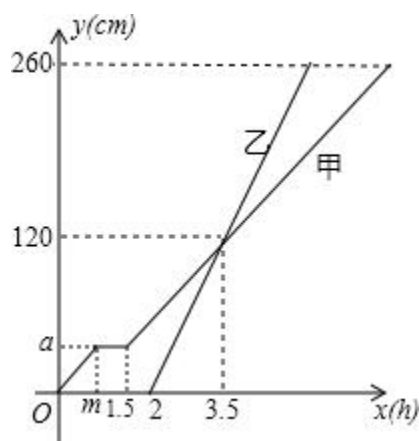
点评: 本题考查了销售问题的数量关系的运用, 列二元一次方程组解实际问题的运用, 解答时由销售问题的数量关系建立二元一次方程组是关键.

23. (8 分) (2014•聊城) 甲、乙两车从 A 地驶向 B 地, 并以各自的速度匀速行驶, 甲车比乙车早行驶 2h, 并且甲车途中休息了 0.5h, 如图是甲乙两车行驶的距离 y (km) 与时间 x (h) 的函数图象.

(1) 求出图中 m , a 的值;

(2) 求出甲车行驶路程 y (km) 与时间 x (h) 的函数解析式, 并写出相应的 x 的取值范围;

(3) 当乙车行驶多长时间时, 两车恰好相距 50km.



考点：一次函数的应用.

分析： (1) 根据路程÷时间=速度由函数图象就可以求出甲的速度求出 a 的值和 m 的值；
 (2) 由分段函数当 $0 \leq x \leq 1$, $1 < x \leq 1.5$, $1.5 < x \leq 7$ 由待定系数法就可以求出结论；
 (3) 先求出乙车行驶的路程 y 与时间 x 之间的解析式，由解析式之间的关系建立方程求出其解即可.

解答： 解：(1) 由题意，得

$$m = 1.5 - 0.5 = 1.$$

$$120 \div (3.5 - 0.5) = 40,$$

$$\therefore a = 40 \times 1 = 40.$$

答：a=40, m=1;

(2) 当 $0 \leq x \leq 1$ 时设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = k_1 x$ ，由题意，得

$$40 = k_1,$$

$$\therefore y = 40x$$

当 $1 < x \leq 1.5$ 时

$$y = 40;$$

当 $1.5 < x \leq 7$ 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = k_2 x + b$ ，由题意，得

$$\begin{cases} 40 = 1.5 k_2 + b \\ 120 = 3.5 k_2 + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_2 = 40 \\ b = -20 \end{cases},$$

$$\therefore y = 40x - 20.$$

$$y = \begin{cases} 40x & (0 \leq x \leq 1) \\ 40 & (1 < x \leq 1.5) \\ 40x - 20 & (1.5 < x \leq 7) \end{cases};$$

(3) 设乙车行驶的路程 y 与时间 x 之间的解析式为 $y = k_3 x + b_3$ ，由题意，得

$$\begin{cases} 0=2k_3+b_3 \\ 120=3.5k_3+b_3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_3=80 \\ b_3=-160 \end{cases},$$

$$\therefore y=80x-160.$$

当 $40x-20-50=80x-160$ 时,

$$\text{解得: } x=\frac{9}{4}.$$

当 $40x-20+50=80x-160$ 时,

$$\text{解得: } x=\frac{19}{4}.$$

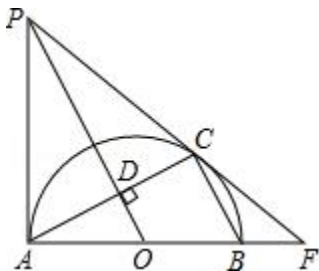
$$\frac{9}{4}-2=\frac{1}{4}, \quad \frac{19}{4}-2=\frac{11}{4}.$$

答: 乙车行驶 $\frac{1}{4}$ 小时或 $\frac{11}{4}$ 小时, 两车恰好相距 50km.

点评: 本题考出了行程问题的数量关系的运用, 待定系数法求一次函数的解析式的运用, 一次函数与一元一次方程的运用, 解答时求出一次函数的解析式是关键.

24. (10 分) (2014·聊城) 如图, AB, AC 分别是半⊙O 的直径和弦, OD⊥AC 于点 D, 过点 A 作半⊙O 的切线 AP, AP 与 OD 的延长线交于点 P. 连接 PC 并延长与 AB 的延长线交于点 F.

- (1) 求证: PC 是半⊙O 的切线;
- (2) 若 $\angle CAB=30^\circ$, AB=10, 求线段 BF 的长.



考点: 切线的判定与性质.

分析: (1) 连接 OC, 可以证得 $\triangle OAP \cong \triangle OCP$, 利用全等三角形的对应角相等, 以及切线的性质定理可以得到: $\angle OCP=90^\circ$, 即 $OC \perp PC$, 即可证得;

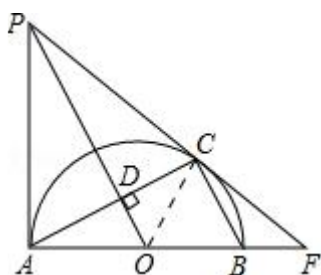
(2) 依据切线的性质定理可知 $OC \perp PE$, 然后通过解直角三角函数, 求得 OF 的值, 再减去圆的半径即可.

解答: (1) 证明: 连接 OC,
 $\because OD \perp AC$, OD 经过圆心 O,
 $\therefore AD=CD$,
 $\therefore PA=PC$,
 在 $\triangle OAP$ 和 $\triangle OCP$ 中,

$$\begin{cases} OA=OC \\ PA=PC \\ OP=OP \end{cases}$$

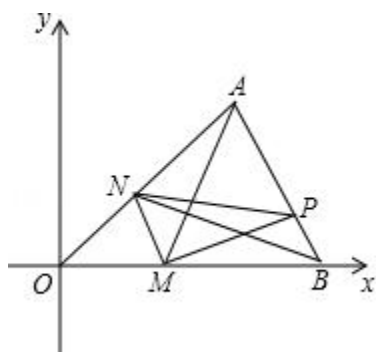
$\therefore \triangle OAP \cong \triangle OCP$ (SSS),
 $\therefore \angle OCP = \angle OAP$
 $\because PA$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore \angle OAP = 90^\circ$.
 $\therefore \angle OCP = 90^\circ$, 即 $OC \perp PC$
 $\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because AB$ 是直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,
 $\because \angle CAB = 30^\circ$,
 $\therefore \angle COF = 60^\circ$,
 $\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线, $AB = 10$,
 $\therefore OC \perp PF$, $OC = OB = \frac{1}{2}AB = 5$,
 $\therefore OF = \frac{OC}{\cos \angle COF} = \frac{5}{\cos 60^\circ} = 10$,
 $\therefore BF = OF - OB = 5$,



点评: 本题考查了切线的性质定理以及判定定理, 以及直角三角形三角函数的应用, 证明圆的切线的问题常用的思路是根据切线的判定定理转化成证明垂直的问题.

25. (12 分) (2014•聊城) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 的三个顶点的坐标分别是 A (4, 3), O (0, 0), B (6, 0). 点 M 是 OB 边上异于 O, B 的一动点, 过点 M 作 $MN \parallel AB$, 点 P 是 AB 边上的任意点, 连接 AM, PM, PN, BN. 设点 M (x, 0), $\triangle PMN$ 的面积为 S.
- (1) 求出 OA 所在直线的解析式, 并求出点 M 的坐标为 (1, 0) 时, 点 N 的坐标;
 - (2) 求出 S 关于 x 的函数关系式, 写出 x 的取值范围, 并求出 S 的最大值;
 - (3) 若 S: $S_{\triangle ANB} = 2: 3$ 时, 求出此时 N 点的坐标.



考点：一次函数综合题.

分析：（1）利用待定系数法求解析式即可；

（2）作 $AG \perp OB$ 于 G ， $NH \perp OB$ 于 H ，利用勾股定理先求得 AG 的长，然后根据三角形相似求得 NH ： $AG=OM$ ： OB ，得出 NH 的长，因为 $\triangle MBN$ 的面积= $\triangle PMN$ 的面积= S ，即可求得 S 与 x 的关系式.

（3）因为 $\triangle AMB$ 的面积= $\triangle ANB$ 的面积= $S_{\triangle ANB}$ ， $\triangle NMB$ 的面积= $\triangle NMP$ 的面积= S ，所以 NH ： $AG=2$ ：3，因为 ON ： $OA=NH$ ： AG ， OM ： $OB=ON$ ： OA ，所以 OM ： $OB=ON$ ： $OA=2$ ：3，进而求得 M 点的坐标，求得 MN 的解析式，然后求得直线 MN 与直线 OA 的交点即可.

解答：解：（1）设直线 OA 的解析式为 $y=k_1 x$ ， $\because A(4, 3)$ ，

$$\therefore 3=4k_1, \text{ 解得 } k_1=\frac{3}{4},$$

$$\therefore OA \text{ 所在的直线的解析式为: } y=\frac{3}{4}x,$$

$$\text{同理可求得直线 } AB \text{ 的解析式为: } y=-\frac{3}{2}x+9,$$

$$\because MN \parallel AB,$$

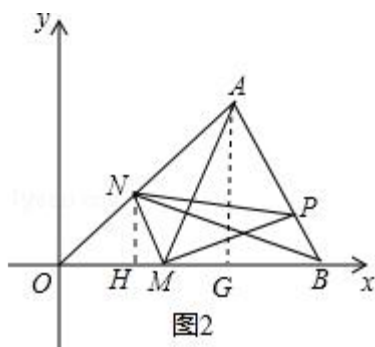
$$\therefore \text{设直线 } MN \text{ 的解析式为 } y=-\frac{3}{2}x+b, \text{ 把 } M(1, 0) \text{ 代入得: } b=\frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{直线 } MN \text{ 的解析式为 } y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2},$$

$$\text{解 } \begin{cases} y=\frac{3}{4}x \\ y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2} \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore N\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right).$$

（2）如图 2，作 $NH \perp OB$ 于 H ， $AG \perp OB$ 于 G ，则 $AG=3$.



$$\because MN \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle MBN \text{ 的面积} = \triangle PMN \text{ 的面积} = S,$$

$$\therefore \triangle OMN \sim \triangle OBA,$$

$$\therefore NH : AG = OM : OB,$$

$$\therefore NH : 3 = x : 6, \text{ 即 } NH = \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} MB \cdot NH = \frac{1}{2} x (6-x) \times \frac{1}{2} x = -\frac{1}{4} (x-3)^2 + \frac{9}{4} \quad (0 < x < 6),$$

$\therefore$ 当 $x=3$ 时, S 有最大值, 最大值为 $\frac{9}{4}$.

(3) 如图 2, $\because MN \parallel AB$,

$\therefore \triangle AMB$ 的面积 $= \triangle ANB$ 的面积 $= S_{\triangle ANB}$, $\triangle NMB$ 的面积 $= \triangle NMP$ 的面积 $= S$

$\therefore S: S_{\triangle ANB} = 2: 3$,

$\therefore \frac{1}{2} MB \cdot NH: \frac{1}{2} MB \cdot AG = 2: 3$, 即 $NH: AG = 2: 3$,

$\therefore AG \perp OB$ 于 G , $NH \perp OB$,

$\therefore NH \parallel AG$,

$\therefore ON: OA = NH: AG = 2: 3$,

$\because MN \parallel AB$,

$\therefore OM: OB = ON: OA = 2: 3$,

$\because OA = 6$,

$$\therefore \frac{OM}{6} = \frac{2}{3},$$

$\therefore OM = 4$,

$\therefore M(4, 0)$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为: $y = -\frac{3}{2}x + 9$,

$\therefore$ 设直线 MN 的解析式 $y = -\frac{3}{2}x + b$

$\therefore$ 代入得: $0 = -\frac{3}{2} \times 4 + b$,

解得 $b = 6$,

$\therefore$ 直线 MN 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + 6$,

$$\text{解} \begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ y = -\frac{3}{2}x + 6 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

$\therefore N(\frac{8}{3}, 2)$.

点评: 本题考查了待定系数法求解析式, 直线平行的性质, 三角形相似判定及性质, 同底等高的三角形面积相等, 相等面积的三角形的转化是本题的关键.