

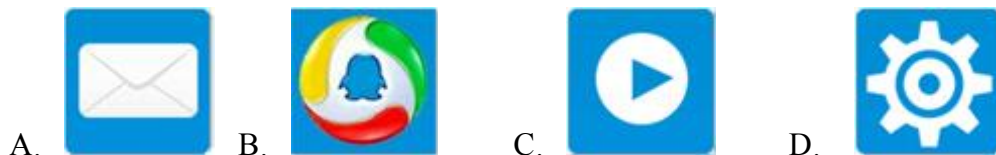
2014 山东烟台中考数学试卷

一、选择题 (本题共 12 小题, 每小题 3 分, 满分 36 分)

1. (2014 年山东烟台) -3 的绝对值等于 ()

- A. -3 B. 3 C. ± 3 D. $-\frac{1}{3}$

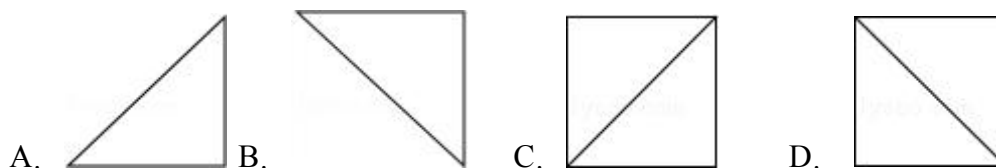
2. (2014 年山东烟台) 下列手机软件图标中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. (2014 年山东烟台) 烟台市通过扩消费、促投资、稳外需的协同发力, 激发了区域发展活力, 实现了经济平稳较快发展. 2013 年全市生产总值 (GDP) 达 5613 亿元. 该数据用科学记数法表示为 ()

- A. 5.613×10^{11} 元 B. 5.613×10^{12} 元
C. 56.13×10^{10} 元 D. 0.5613×10^{12} 元

4. (2014 年山东烟台) 如图是一个正方体截去一角后得到的几何体, 它的主视图是 ()

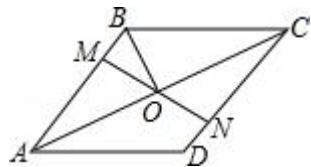


5. (2014 年山东烟台) 按如图的运算程序, 能使输出结果为 3 的 x, y 的值是 ()



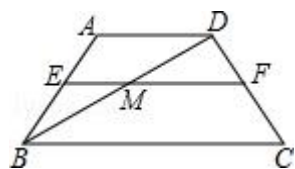
- A. $x=5, y=-2$ B. $x=3, y=-3$ C. $x=-4, y=2$ D. $x=-3, y=-9$
-

6. (2014 年山东烟台) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, M, N 分别在 AB, CD 上, 且 $AM=CN$, MN 与 AC 交于点 O , 连接 BO . 若 $\angle DAC=28^\circ$, 则 $\angle OBC$ 的度数为 ()



- A. 28° B. 52° C. 62° D. 72°

7. (2014 年山东烟台) 如图, 已知等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=CD=AD=3$, 梯形中位线 EF 与对角线 BD 相交于点 M , 且 $BD \perp CD$, 则 MF 的长为 ()



- A. 1.5 B. 3 C. 3.5 D. 4.5

8. (2014 年山东烟台) 关于 x 的方程 $x^2 - ax + 2a = 0$ 的两根的平方和是 5, 则 a 的值是 ()

- A. -1 或 5 B. 1 C. 5 D. -1

9. (2014 年山东烟台) 将一组数 $\sqrt{3}, \sqrt{6}, 3, 2\sqrt{3}, \sqrt{15}, \dots, 3\sqrt{10}$, 按下面的方式进行排列:

$\sqrt{3}, \sqrt{6}, 3, 2\sqrt{3}, \sqrt{15};$

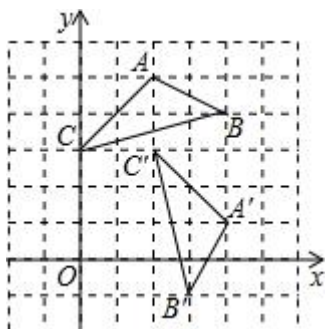
$3\sqrt{2}, \sqrt{21}, 2\sqrt{6}, 3\sqrt{3}, \sqrt{30};$

...

- 若 $2\sqrt{3}$ 的位置记为 $(1, 4)$, $2\sqrt{6}$ 的位置记为 $(2, 3)$, 则这组数中最大的有理数的位置记为 ()

- A. $(5, 2)$ B. $(5, 3)$ C. $(6, 2)$ D. $(6, 5)$

10. (2014 年山东烟台) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$, 则点 P 的坐标是 ()

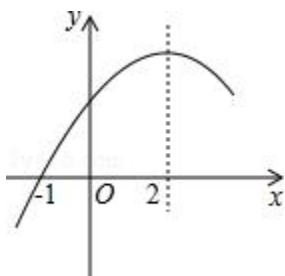


- A. (1, 1) B. (1, 2) C. (1, 3) D. (1, 4)

11. (2014 年山东烟台) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图, 图象过点 $(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x=2$, 下列结论:

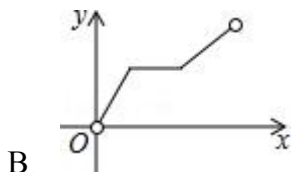
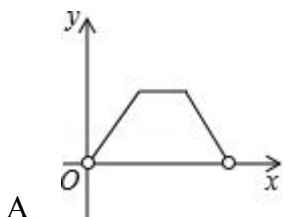
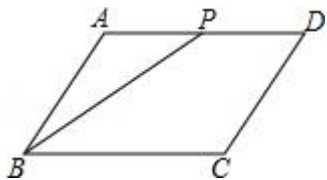
① $4a+b=0$; ② $9a+c > 3b$; ③ $8a+7b+2c > 0$; ④ 当 $x > -1$ 时, y 的值随 x 值的增大而增大.

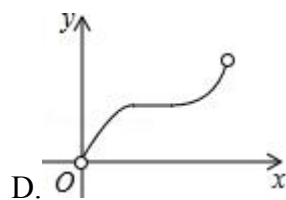
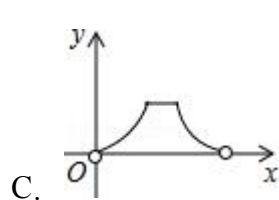
其中正确的结论有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

12. (2014 年山东烟台) 如图, 点 P 是 $\square ABCD$ 边上一动点, 沿 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ 的路径移动, 设 P 点经过的路径长为 x , $\triangle BAP$ 的面积是 y , 则下列能大致反映 y 与 x 的函数关系的图象是 ()





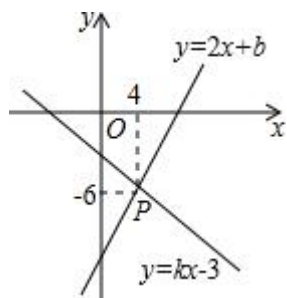
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13. (2014 年山东烟台) $(\sqrt{2}-1)^0 + (\frac{1}{2014})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

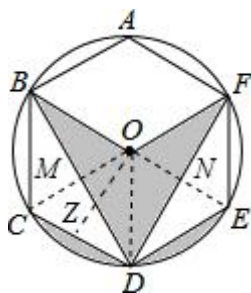
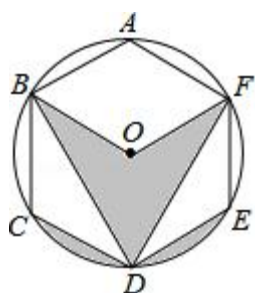
14. (2014 年山东烟台) 在函数 $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x+2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (2014 年山东烟台) 在一个不透明的袋子中装有若干个除颜色外形状大小完全相同的球，如果其中有 3 个白球，且摸出白球的概率是 $\frac{1}{4}$ ，那么袋子中共有球 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.

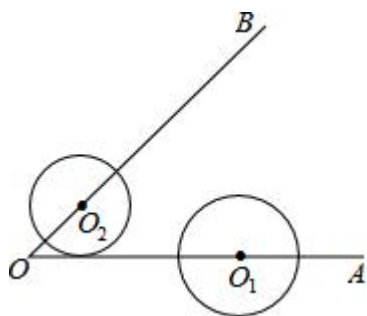
16. (2014 年山东烟台) 如图，已知函数 $y=2x+b$ 与函数 $y=kx-3$ 的图象交于点 P ，则不等式 $kx-3 > 2x+b$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. (2014 年山东烟台) 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\odot O$ 的半径为 4，则阴影部分的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



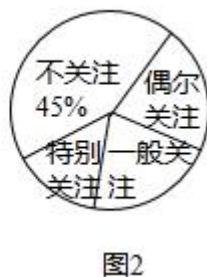
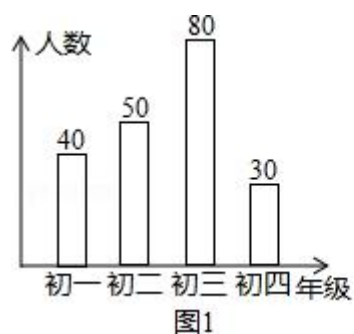
18. (2014 年山东烟台) 如图， $\angle AOB=45^\circ$ ，点 O_1 在 OA 上， $OO_1=7$ ， $\odot O_1$ 的半径为 2，点 O_2 在射线 OB 上运动，且 $\odot O_2$ 始终与 OA 相切，当 $\odot O_2$ 和 $\odot O_1$ 相切时， $\odot O_2$ 的半径等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 66 分）

19. (2014 年山东烟台) 先化简，再求值： $\frac{x^2+2x+1}{2x-6} \div (x - \frac{1-3x}{x-3})$ ，其中 x 为数据 0, -1, -3, 1, 2 的极差.

20. (2014 年山东烟台) 2014 年世界杯足球赛 6 月 12 日 - 7 月 13 日在巴西举行，某初中学校为了了解本校 2400 名学生对本次世界杯的关注程度，以便做好引导和教育work，随机抽取了 200 名学生进行调查，按年级人数和关注程度，分别绘制了条形统计图（图 1）和扇形统计图（图 2）.

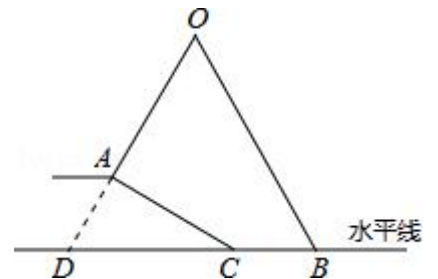
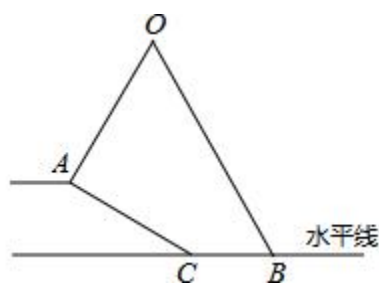


(1) 四个年级被调查人数的中位数是多少？

(2) 如果把“特别关注”、“一般关注”、“偶尔关注”都统计成关注，那么全校关注本届世界杯的学生大约有多少名？

(3) 在这次调查中，初四年级共有甲、乙、丙、丁四人“特别关注”本届世界杯，现准备从四人中随机抽取两人进行座谈，请用列表法或画树状图的方法求出抽取的两人恰好是甲和乙的概率.

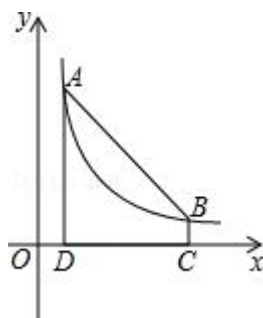
21. (2014 年山东烟台) 小明坐于堤边垂钓，如图，河堤 AC 的坡角为 30° ，AC 长 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 米，钓竿 AO 的倾斜角是 60° ，其长为 3 米，若 AO 与钓鱼线 OB 的夹角为 60° ，求浮漂 B 与河堤下端 C 之间的距离.



22. (2014 年山东烟台) 如图，点 A (m, 6)，B (n, 1) 在反比例函数图象上，AD ⊥ x 轴于点 D，BC ⊥ x 轴于点 C，DC=5.

(1) 求 m, n 的值并写出反比例函数的表达式；

(2) 连接 AB，在线段 DC 上是否存在一点 E，使 $\triangle ABE$ 的面积等于 5？若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由.



23. (2014 年山东烟台) 山地自行车越来越受到中学生的喜爱, 各种品牌相继投放市场, 某车行经营的 A 型车去年销售总额为 5 万元, 今年每辆销售价比去年降低 400 元, 若卖出的数量相同, 销售总额将比去年减少 20%.

(1) 今年 A 型车每辆售价多少元? (用列方程的方法解答)

(2) 该车计划新进一批 A 型车和新款 B 型车共 60 辆, 且 B 型车的进货数量不超过 A 型车数量的两倍, 应如何进货才能使这批车获利最多?

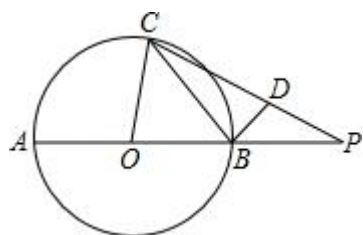
A, B 两种型号车的进货和销售价格如下表:

	A 型车	B 型车
进货价格 (元)	1100	1400
销售价格 (元)	今年的销售价格	2000

24. (2014 年山东烟台) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 延长 AB 至 P, 使 $BP=OB$,

BD 垂直于弦 BC, 垂足为点 B, 点 D 在 PC 上. 设 $\angle PCB=\alpha$, $\angle POC=\beta$.

求证: $\tan\alpha \cdot \tan\frac{\beta}{2} = \frac{1}{3}$.



25. (2014 年山东烟台) 在正方形 $ABCD$ 中, 动点 E, F 分别从 D, C 两点同时出发, 以相同的速度在直线 DC, CB 上移动.

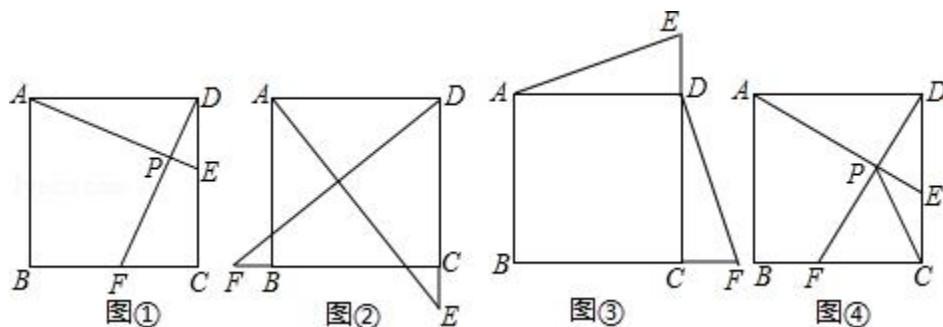
(1) 如图①, 当点 E 自 D 向 C , 点 F 自 C 向 B 移动时, 连接 AE 和 DF 交于点 P , 请你写出 AE 与 DF 的位置关系, 并说明理由;

(2) 如图②, 当 E, F 分别移动到边 DC, CB 的延长线上时, 连接 AE 和 DF ,

(1) 中的结论还成立吗? (请你直接回答“是”或“否”, 不需证明)

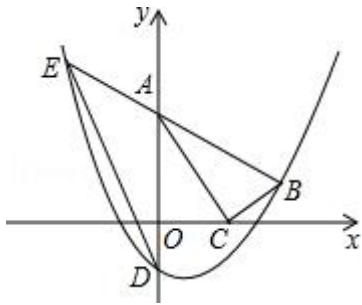
(3) 如图③, 当 E, F 分别在边 CD, BC 的延长线上移动时, 连接 AE, DF , (1) 中的结论还成立吗? 请说明理由;

(4) 如图④, 当 E, F 分别在边 DC, CB 上移动时, 连接 AE 和 DF 交于点 P , 由于点 E, F 的移动, 使得点 P 也随之运动, 请你画出点 P 运动路径的草图. 若 $AD=2$, 试求出线段 CP 的最小值.



26. (2014 年山东烟台) 如图, 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的顶点 A, C 分别在 y 轴, x 轴上, $\angle ACB=90^\circ$, $OA=\sqrt{3}$, 抛物线 $y=ax^2-ax-a$ 经过点 $B(2, \frac{\sqrt{3}}{3})$, 与 y 轴交于点 D .

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 点 B 关于直线 AC 的对称点是否在抛物线上? 请说明理由;
- (3) 延长 BA 交抛物线于点 E , 连接 ED , 试说明 $ED \parallel AC$ 的理由.



2014 山东烟台中考数学试卷

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (2014 年山东烟台) -3 的绝对值等于 ()

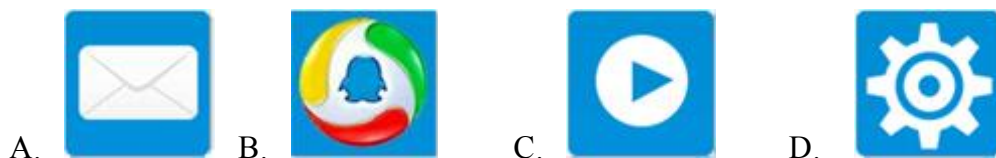
- A. -3 B. 3 C. ± 3 D. $-\frac{1}{3}$

【分析】 根据绝对值的性质解答即可.

【解答】 $|-3|=3$. 故选 B.

【点评】 此题考查了绝对值的性质: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (2014 年山东烟台) 下列手机软件图标中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【分析】 根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形, 以及轴对称图形的定义即可判断出.

【解答】 A、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, $\therefore$ 此图形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故此选项错误;

B、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, $\therefore$ 此图形不是中心对称图形, 也不是轴对称图形, 故此选项错误;

C、此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, 此图形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故此选项错误;

D、 $\because$ 此图形旋转 180° 后能与原图形重合, $\therefore$ 此图形是中心对称图形, 也是轴对称图形, 故此选项正确. 故选: D.

【点评】 此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义, 根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

3. (2014 年山东烟台) 烟台市通过扩消费、促投资、稳外需的协同发力, 激发了区域发展活力, 实现了经济平稳较快发展. 2013 年全市生产总值 (GDP) 达 5613 亿元. 该数据用科学记数法表示为 ()

A. 5.613×10^{11} 元

B. 5.613×10^{12} 元

C. 56.13×10^{10} 元

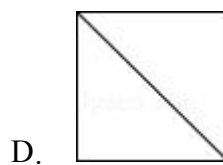
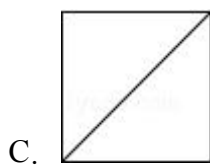
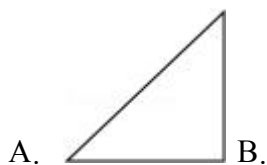
D. 0.5613×10^{12} 元

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

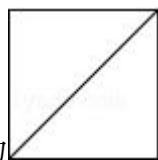
【解答】 将 5613 亿元用科学记数法表示为: 5.613×10^{11} 元. 故选: A.

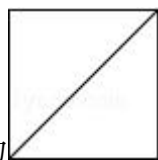
【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (2014 年山东烟台) 如图是一个正方体截去一角后得到的几何体, 它的主视图是 ()



【分析】 根据主视图是从正面看到的图形判定则可.



【解答】 从正面看, 主视图为 . 故选: C.

【点评】 本题考查了三视图的知识, 根据主视图是从物体的正面看得到的视图得出是解题关键.

5. (2014 年山东烟台) 按如图的运算程序, 能使输出结果为 3 的 x, y 的值是()



- A. $x=5, y=-2$ B. $x=3, y=-3$ C. $x=-4, y=2$ D. $x=-3, y=-9$

【分析】 根据运算程序列出方程, 再根据二元一次方程的解的定义对各选项分析判断利用排除法求解.

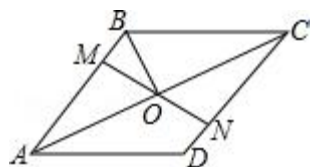
【解答】 由题意得, $2x - y = 3$, A、 $x=5$ 时, $y=7$, 故本选项错误;

B、 $x=3$ 时, $y=3$, 故本选项错误; C、 $x=-4$ 时, $y=-11$, 故本选项错误;

D、 $x=-3$ 时, $y=-9$, 故本选项正确. 故选 D.

【点评】 本题考查了代数式求值, 主要利用了二元一次方程的解, 理解运算程序列出方程是解题的关键.

6. (2014 年山东烟台) 如图, 在菱形 ABCD 中, M, N 分别在 AB, CD 上, 且 $AM=CN$, MN 与 AC 交于点 O, 连接 BO. 若 $\angle DAC=28^\circ$, 则 $\angle OBC$ 的度数为()



- A. 28° B. 52° C. 62° D. 72°

【分析】 根据菱形的性质以及 $AM=CN$, 利用 ASA 可得 $\triangle AMO \cong \triangle CNO$, 可得 $AO=CO$, 然后可得 $BO \perp AC$, 继而可求得 $\angle OBC$ 的度数.

【解答】 $\because$ 四边形 ABCD 为菱形, $\therefore AB \parallel CD, AB=BC$,

$\therefore \angle MAO = \angle NCO, \angle AMO = \angle CNO$,

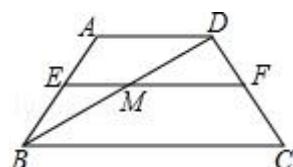
在 $\triangle AMO$ 和 $\triangle CNO$ 中, $\therefore \begin{cases} \angle MAO = \angle NCO \\ AM = CN \\ \angle AMO = \angle CNO \end{cases}, \therefore \triangle AMO \cong \triangle CNO \text{ (ASA)},$

$\therefore AO=CO, \because AB=BC, \therefore BO \perp AC, \therefore \angle BOC=90^\circ, \because \angle DAC=28^\circ,$

$\therefore \angle BCA = \angle DAC = 28^\circ, \therefore \angle OBC = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$. 故选 C.

【点评】本题考查了菱形的性质和全等三角形的判定和性质，注意掌握菱形对边平行以及对角线相互垂直的性质.

7. (2014 年山东烟台) 如图, 已知等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=CD=AD=3$, 梯形中位线 EF 与对角线 BD 相交于点 M , 且 $BD \perp CD$, 则 MF 的长为 ()



- A. 1.5 B. 3 C. 3.5 D. 4.5

【分析】根据等腰梯形的性质, 可得 $\angle ABC$ 与 $\angle C$ 的关系, $\angle ABD$ 与 $\angle ADB$ 的关系, 根据等腰三角形的性质, 可得 $\angle ABD$ 与 $\angle ADB$ 的关系, 根据直角三角形的性质, 可得 BC 的长, 再根据三角形的中位线, 可得答案.

【解答】已知等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=CD=AD=3$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C, \angle ABD = \angle ADB, \angle ADB = \angle BDC. \therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\angle C = 2\angle DBC.$$

$$\because BD \perp CD, \therefore \angle BDC = 90^\circ, \therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C = 30^\circ, BC = 2DC = 2 \times 3 = 6.$$

$\because EF$ 是梯形中位线, $\therefore MF$ 是三角形 BCD 的中位线, $\therefore MF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$, 故选: B.

【点评】本题考查了等腰梯形的性质, 利用了等腰梯形的性质, 直角三角形的性质, 三角形的中位线的性质.

8. (2014 年山东烟台) 关于 x 的方程 $x^2 - ax + 2a = 0$ 的两根的平方和是 5, 则 a 的值是 ()

- A. -1 或 5 B. 1 C. 5 D. -1

【分析】 设方程的两根为 x_1, x_2 , 根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2=a$, $x_1 \cdot x_2=2a$, 由于 $x_1^2+x_2^2=5$, 变形得到 $(x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2=5$, 则 $a^2 - 4a - 5=0$, 然后解方程, 满足 $\Delta \geq 0$ 的 a 的值为所求.

【解答】 设方程的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1+x_2=a$, $x_1 \cdot x_2=2a$, $\because x_1^2+x_2^2=5$,
 $\therefore (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2=5$, $\therefore a^2 - 4a - 5=0$, $\therefore a_1=5$, $a_2=-1$,
 $\because \Delta=a^2 - 8a \geq 0$, $\therefore a=-1$. 故选: D.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系: 若方程的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$. 也考查了一元二次方程的根的判别式.

9. (2014 年山东烟台) 将一组数 $\sqrt{3}, \sqrt{6}, 3, 2\sqrt{3}, \sqrt{15}, \dots, 3\sqrt{10}$, 按下面的方式进行排列:

$\sqrt{3}, \sqrt{6}, 3, 2\sqrt{3}, \sqrt{15};$

$3\sqrt{2}, \sqrt{21}, 2\sqrt{6}, 3\sqrt{3}, \sqrt{30};$

...

若 $2\sqrt{3}$ 的位置记为 (1, 4), $2\sqrt{6}$ 的位置记为 (2, 3), 则这组数中最大的有理数的位置记为 ()

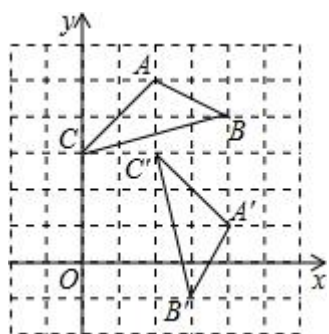
A. (5, 2) B. (5, 3) C. (6, 2) D. (6, 5)

【分析】 根据观察, 可得 $\sqrt{3n}$, 根据排列方式, 可得每行 5 个, 根据有序数对的表示方法, 可得答案.

【解答】 $3\sqrt{10}=\sqrt{90}=\sqrt{3 \times 30}$, $3\sqrt{10}$ 得被开方数是 $\sqrt{3}$ 得被开方数的 30 倍,
 $3\sqrt{10}$ 在第六行的第五个, 即 (6, 5), 故选: D.

【点评】 本题考查了实数, 利用了有序数对表示数的位置, 发现被开方数之间的关系是解题关键.

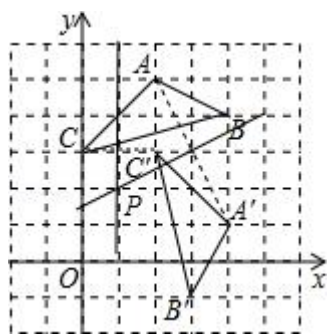
10. (2014 年山东烟台) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$, 则点 P 的坐标是 ()



- A. (1, 1) B. (1, 2) C. (1, 3) D. (1, 4)

【分析】 先根据旋转的性质得到点 A 的对应点为点 A' , 点 B 的对应点为点 B' , 再根据旋转的性质得到旋转中心在线段 AA' 的垂直平分线, 也在线段 BB' 的垂直平分线, 即两垂直平分线的交点为旋转中心.

【解答】 $\because$ 将 $\triangle ABC$ 以某点为旋转中心, 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$,
 $\therefore$ 点 A 的对应点为点 A' , 点 B 的对应点为点 B' ,
 作线段 AA' 和 BB' 的垂直平分线, 它们的交点为 $P(1, 2)$, $\therefore$ 旋转中心的坐标为 $(1, 2)$. 故选 B.

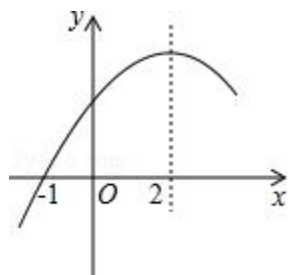


【点评】 本题考查了坐标与图形变化 - 旋转: 图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如: 30° , 45° , 60° , 90° , 180° .

11. (2014 年山东烟台) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图, 图象过点 $(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x=2$, 下列结论:

① $4a+b=0$ ；② $9a+c>3b$ ；③ $8a+7b+2c>0$ ；④当 $x>-1$ 时， y 的值随 x 值的增大而增大.

其中正确的结论有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】根据抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=2$ ，则有 $4a+b=0$ ；观察函数图象得到当 $x=-3$ 时，函数值小于0，则 $9a-3b+c<0$ ，即 $9a+c<3b$ ；由于 $x=-1$ 时， $y=0$ ，则 $a-b+c=0$ ，易得 $c=-5a$ ，所以 $8a+7b+2c=8a-28a-10a=-30a$ ，再根据抛物线开口向下得 $a<0$ ，于是有 $8a+7b+2c>0$ ；由于对称轴为直线 $x=2$ ，根据二次函数的性质得到当 $x>2$ 时， y 随 x 的增大而减小.

【解答】 $\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=2$ ， $\therefore b=-4a$ ，即 $4a+b=0$ ，所以①正确；

$\because$ 当 $x=-3$ 时， $y<0$ ， $\therefore 9a-3b+c<0$ ，即 $9a+c<3b$ ，所以②错误；

$\because$ 抛物线与 x 轴的一个交点为 $(-1, 0)$ ， $\therefore a-b+c=0$ ，

而 $b=-4a$ ， $\therefore a+4a+c=0$ ，即 $c=-5a$ ， $\therefore 8a+7b+2c=8a-28a-10a=-30a$ ，

$\because$ 抛物线开口向下， $\therefore a<0$ ， $\therefore 8a+7b+2c>0$ ，所以③正确；

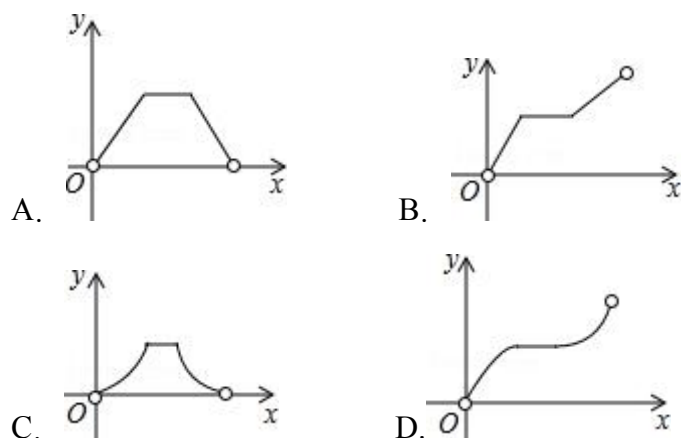
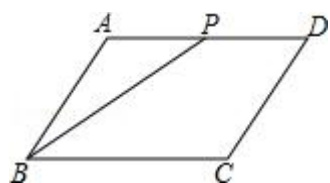
$\because$ 对称轴为直线 $x=2$ ，

$\therefore$ 当 $-1<x<2$ 时， y 的值随 x 值的增大而增大，当 $x>2$ 时， y 随 x 的增大而减小，所以④错误. 故选 B.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$)，二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小，当 $a>0$ 时，抛物线向上开口；当

$a < 0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置，当 a 与 b 同号时（即 $ab > 0$ ），对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时（即 $ab < 0$ ），对称轴在 y 轴右；常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点。抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$ ；抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定， $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点。

12. (2014 年山东烟台) 如图，点 P 是 $\square ABCD$ 边上一动点，沿 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ 的路径移动，设 P 点经过的路径长为 x ， $\triangle BAP$ 的面积是 y ，则下列能大致反映 y 与 x 的函数关系的图象是 ()



【分析】分三段来考虑点 P 沿 $A \rightarrow D$ 运动， $\triangle BAP$ 的面积逐渐变大；点 P 沿 $D \rightarrow C$ 移动， $\triangle BAP$ 的面积不变；点 P 沿 $C \rightarrow B$ 的路径移动， $\triangle BAP$ 的面积逐渐减小，据此选择即可。

【解答】点 P 沿 $A \rightarrow D$ 运动， $\triangle BAP$ 的面积逐渐变大；点 P 沿 $D \rightarrow C$ 移动， $\triangle BAP$ 的面积不变；

点 P 沿 $C \rightarrow B$ 的路径移动， $\triangle BAP$ 的面积逐渐减小。故选：A.

【点评】 本题主要考查了动点问题的函数图象. 注意分段考虑.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. (2014 年山东烟台) $(\sqrt{2}-1)^{0} + (\frac{1}{2014})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【分析】 分别根据 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

【解答】 原式=1+2014=2015. 故答案为: 2015.

【点评】 本题考查的是实数的运算, 熟知 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则是解答此题的关键.

14. (2014 年山东烟台) 在函数 $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x+2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【分析】 根据二次根式的性质和分式的意义, 被开方数大于等于 0, 分母不等于 0, 就可以求解.

【解答】 根据二次根式有意义, 分式有意义得: $1-x \geq 0$ 且 $x+2 \neq 0$, 解得: $x \leq 1$ 且 $x \neq -2$.

【点评】 本题考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0; 二次根式的被开方数是非负数.

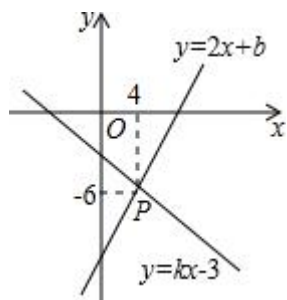
15. (2014 年山东烟台) 在一个不透明的袋子中装有若干个除颜色外形状大小完全相同的球, 如果其中有 3 个白球, 且摸出白球的概率是 $\frac{1}{4}$, 那么袋子中共有球 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.

【分析】 设袋中共有球 x 个, 根据概率公式列出等式解答.

【解答】 设袋中共有球 x 个, $\because$ 有 3 个白球, 且摸出白球的概率是 $\frac{1}{4}$,
 $\therefore \frac{3}{x} = \frac{1}{4}$, 解得 $x=12$ (个). 故答案为: 12.

【点评】 本题考查了概率公式, 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

16. (2014 年山东烟台) 如图, 已知函数 $y=2x+b$ 与函数 $y=kx-3$ 的图象交于点 P, 则不等式 $kx-3 > 2x+b$ 的解集是_____.



【分析】 把 P 分别代入函数 $y=2x+b$ 与函数 $y=kx-3$ 求出 k, b 的值, 再求不等式 $kx-3 > 2x+b$ 的解集.

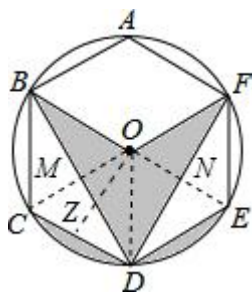
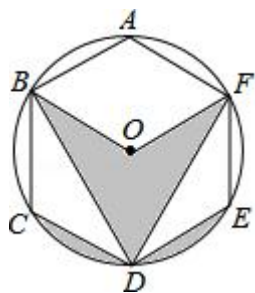
【解答】 把 P (4, -6) 代入 $y=2x+b$ 得, $-6=2 \times 4+b$

解得, $b=-14$ 把 P (4, -6) 代入 $y=kx-3$ 解得, $k=-\frac{3}{4}$

把 $b=-14$, $k=-\frac{3}{4}$ 代入 $kx-3 > 2x+b$ 得 $-\frac{3}{4}x-3 > 2x-14$ 解得 $x < 4$. 故答案为: $x < 4$.

【点评】 本题主要考查一次函数和一元一次不等式, 解题的关键是求出 k, b 的值求解集.

17. (2014 年山东烟台) 如图, 正六边形 ABCDEF 内接于 $\odot O$, 若 $\odot O$ 的半径为 4, 则阴影部分的面积等于_____.



【分析】 先正确作辅助线, 构造扇形和等边三角形、直角三角形, 分别求出两个弓形的面积和两个三角形面积, 即可求出阴影部分的面积.

【解答】 连接 OC、OD、OE, OC 交 BD 于 M, OE 交 DF 于 N, 过 O 作 $OZ \perp CD$ 于 Z,

∵六边形 ABCDEF 是正六边形,

∴BC=CD=DE=EF, $\angle BOC=\angle COD=\angle DOE=\angle EOF=60^\circ$,

由垂径定理得: $OC \perp BD$, $OE \perp DF$, $BM=DM$, $FN=DN$,

∴在 $Rt\triangle BMO$ 中, $OB=4$, $\angle BOM=60^\circ$,

∴ $BM=OB \times \sin 60^\circ=2\sqrt{3}$, $OM=OB \cdot \cos 60^\circ=2$, ∴ $BD=2BM=4\sqrt{3}$,

∴ $\triangle BDO$ 的面积是 $\frac{1}{2} \times BD \times OM = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$, 同理 $\triangle FDO$ 的面积是 $4\sqrt{3}$;

∵ $\angle COD=60^\circ$, $OC=OD=4$, ∴ $\triangle COD$ 是等边三角形, ∴ $\angle OCD=\angle ODC=60^\circ$,

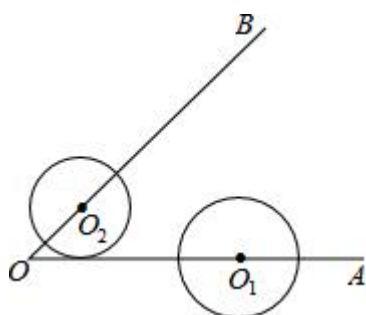
在 $Rt\triangle CZO$ 中, $OC=4$, $OZ=OC \times \sin 60^\circ=2\sqrt{3}$,

∴ $S_{\text{扇形} OCD} - S_{\triangle COD} = \frac{60\pi \times 4^2}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}$,

∴阴影部分的面积是: $4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} + \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} = \frac{16}{3}\pi$, 故答案为: $\frac{16}{3}\pi$.

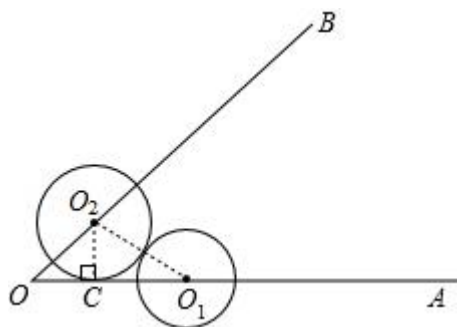
【点评】 本题考查了正多边形与圆及扇形的面积的计算的应用, 解题的关键是求出两个弓形和两个三角形面积, 题目比较好, 难度适中.

18. (2014 年山东烟台) 如图, $\angle AOB=45^\circ$, 点 O_1 在 OA 上, $OO_1=7$, $\odot O_1$ 的半径为 2, 点 O_2 在射线 OB 上运动, 且 $\odot O_2$ 始终与 OA 相切, 当 $\odot O_2$ 和 $\odot O_1$ 相切时, $\odot O_2$ 的半径等于_____.



【分析】 作 $O_2C \perp OA$ 于点 C , 连接 O_1O_2 , 设 $O_2C=r$, 根据 $\odot O_1$ 的半径为 2, $OO_1=7$, 表示出 $O_1O_2=r+2$, $O_1C=7-r$, 利用勾股定理列出有关 r 的方程求解即可.

【解答】 如图, 作 $O_2C \perp OA$ 于点 C , 连接 O_1O_2 ,



设 $O_2C=r$, $\because \angle AOB=45^\circ$, $\therefore OC=O_2C=r$,

$\because \odot O_1$ 的半径为 2, $OO_1=7$,

$\therefore O_1O_2=r+2$, $O_1C=7-r$,

$\therefore (7-r)^2+r^2=(r+2)^2$, 解得: $r=3$ 或 15 ,

故答案为: 3 或 15.

【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系, 解题的关键是正确的作出图形, 难度中等.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 66 分)

19. (2014 年山东烟台) 先化简, 再求值: $\frac{x^2+2x+1}{2x-6} \div (x - \frac{1-3x}{x-3})$, 其中 x 为数

据 0, -1, -3, 1, 2 的极差.

【分析】 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 求出数据的极差确定出 x , 代入计算即可求出值.

【解答】 原式

$$= \frac{(x+1)^2}{2(x-3)} \div \frac{x(x-3) - 1 + 3x}{x-3} = \frac{(x+1)^2}{2(x-3)} \cdot \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+1}{2x-2},$$

当 $x=2 - (-3)=5$ 时, 原式 $= \frac{5+1}{10-2} = \frac{3}{4}$.

【点评】 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (2014 年山东烟台) 2014 年世界杯足球赛 6 月 12 日 - 7 月 13 日在巴西举行, 某初中学校为了了解本校 2400 名学生对本次世界杯的关注程度, 以便做好引导

和教育工作，随机抽取了 200 名学生进行调查，按年级人数和关注程度，分别绘制了条形统计图（图 1）和扇形统计图（图 2）.

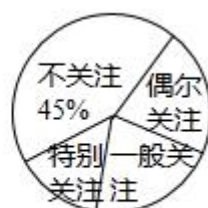
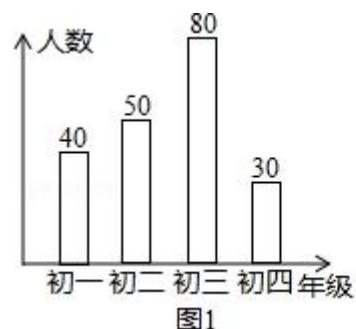


图2

- (1) 四个年级被调查人数的中位数是多少？
- (2) 如果把“特别关注”、“一般关注”、“偶尔关注”都统计成关注，那么全校关注本届世界杯的学生大约有多少名？
- (3) 在这次调查中，初四年级共有甲、乙、丙、丁四人“特别关注”本届世界杯，现准备从四人中随机抽取两人进行座谈，请用列表法或画树状图的方法求出抽取的两人恰好是甲和乙的概率.

【分析】 (1) 根据条形统计图中的数据，找出中位数即可；

(2) 根据扇形统计图找出关注本届世界杯的百分比，乘以 2400 即可得到结果；

(3) 画树状图得出所有等可能的情况数，找出恰好是甲与乙的情况，即可确定出所求概率.

【解答】 (1) 四个年级被抽出的人数由小到大排列为 30，40，50，80，

$\therefore$ 中位数为 $\frac{40+50}{2}=45$ (人)；

(2) 根据题意得： $2400 \times (1 - 45\%) = 1320$ (人)，

则该校关注本届世界杯的学生大约有 1320 人；

(3) 画树状图，如图所示：

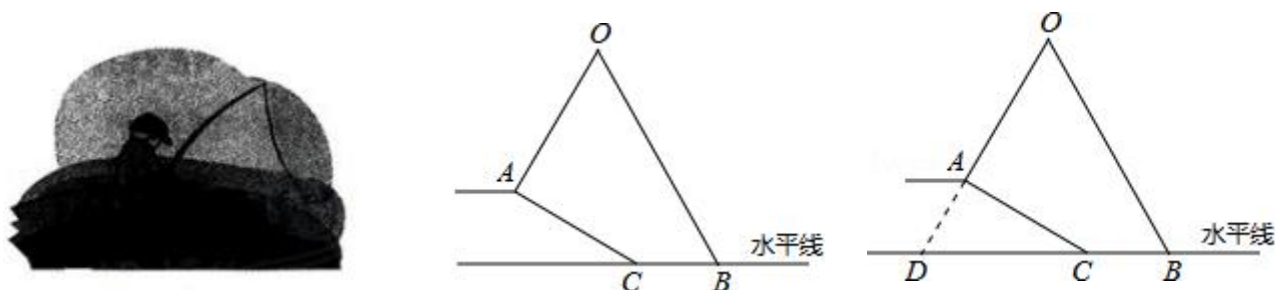


所有等可能的情况有 12 种，其中恰好是甲与乙的情况有 2 种，

则 $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

21. (2014 年山东烟台) 小明坐于堤边垂钓，如图，河堤 AC 的坡角为 30° ，AC 长 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 米，钓竿 AO 的倾斜角是 60° ，其长为 3 米，若 AO 与钓鱼线 OB 的夹角为 60° ，求浮漂 B 与河堤下端 C 之间的距离.



【分析】 延长 OA 交 BC 于点 D. 先由倾斜角定义及三角形内角和定理求出 $\angle CAD = 180^\circ - \angle ODB - \angle ACD = 90^\circ$ ，解 $\text{Rt}\triangle ACD$ ，得出 $AD = AC \cdot \tan \angle ACD = \frac{3}{2}$ 米， $CD = 2AD = 3$ 米，再证明 $\triangle BOD$ 是等边三角形，得到 $BD = OD = OA + AD = 4.5$ 米，然后根据 $BC = BD - CD$ 即可求出浮漂 B 与河堤下端 C 之间的距离.

【解答】 延长 OA 交 BC 于点 D. $\because$ AO 的倾斜角是 60° ，
 $\therefore \angle ODB = 60^\circ$. $\because \angle ACD = 30^\circ$ ， $\therefore \angle CAD = 180^\circ - \angle ODB - \angle ACD = 90^\circ$.
 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $AD = AC \cdot \tan \angle ACD = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{2}$ (米)，
 $\therefore CD = 2AD = 3$ 米，又 $\because \angle O = 60^\circ$ ， $\therefore \triangle BOD$ 是等边三角形，
 $\therefore BD = OD = OA + AD = 3 + \frac{3}{2} = 4.5$ (米)， $\therefore BC = BD - CD = 4.5 - 3 = 1.5$ (米).

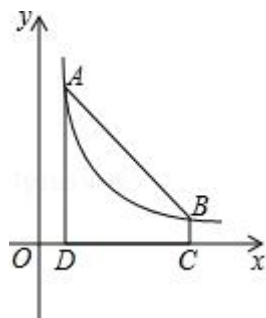
答：浮漂 B 与河堤下端 C 之间的距离为 1.5 米.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题，作出辅助线得到 $\text{Rt}\triangle ACD$ 是解题的关键.

22. (2014 年山东烟台) 如图, 点 A (m, 6), B (n, 1) 在反比例函数图象上, AD ⊥ x 轴于点 D, BC ⊥ x 轴于点 C, DC=5.

(1) 求 m, n 的值并写出反比例函数的表达式;

(2) 连接 AB, 在线段 DC 上是否存在一点 E, 使 △ABE 的面积等于 5? 若存在, 求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 根据题意列出关于 m 与 n 的方程组, 求出方程组的解得到 m 与 n 的值, 确定出 A 与 B 坐标, 设出反比例函数解析式, 将 A 坐标代入即可确定出解析式;

(2) 存在, 设 E (x, 0), 表示出 DE 与 CE, 连接 AE, BE, 三角形 ABE 面积 = 四边形 ABCD 面积 - 三角形 ADE 面积 - 三角形 BCE 面积, 求出即可.

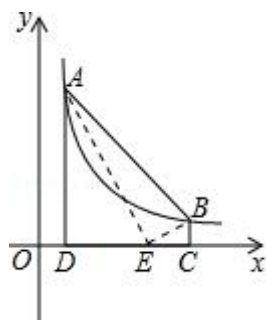
【解答】 (1) 由题意得: $\begin{cases} 6m=n \\ m+5=n \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} m=1 \\ n=6 \end{cases}$, $\therefore A (1, 6), B (6, 1)$,

设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 将 A (1, 6) 代入得: $k=6$, 则反比例解析式为 $y = \frac{6}{x}$;

(2) 存在, 设 E (x, 0), 则 $DE=x-1$, $CE=6-x$,

$\because AD \perp x$ 轴, $BC \perp x$ 轴, $\therefore \angle ADE = \angle BCE = 90^\circ$,

连接 AE, BE,



$$\text{则 } S_{\triangle ABE} = S_{\text{四边形 } ABCD} - S_{\triangle ADE} - S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} (BC+AD) \cdot DC - \frac{1}{2} DE \cdot AD - \frac{1}{2} CE \cdot BC = \frac{1}{2} \times (1+6) \times 5 - \frac{1}{2} (x-1) \times 6 - \frac{1}{2} (6-x) \times 1 = \frac{35}{2} - \frac{5}{2}x = 5, \text{ 解得: } x=5, \text{ 则 } E(5, 0).$$

【点评】此题考查了待定系数法求反比例函数解析式，反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

23. (2014 年山东烟台) 山地自行车越来越受到中学生的喜爱，各种品牌相继投放市场，某车行经营的 A 型车去年销售总额为 5 万元，今年每辆销售价比去年降低 400 元，若卖出的数量相同，销售总额将比去年减少 20%.

(1) 今年 A 型车每辆售价多少元？（用列方程的方法解答）

(2) 该车计划新进一批 A 型车和新款 B 型车共 60 辆，且 B 型车的进货数量不超过 A 型车数量的两倍，应如何进货才能使这批车获利最多？

A, B 两种型号车的进货和销售价格如下表:

	A 型车	B 型车
进货价格 (元)	1100	1400
销售价格 (元)	今年的销售价格	2000

【分析】(1) 设今年 A 型车每辆售价 x 元，则去年售价每辆为 (x+400) 元，由卖出的数量相同建立方程求出其解即可；

(2) 设今年新进 A 行 a 辆，则 B 型车 (60 - x) 辆，获利 y 元，由条件表示出 y 与 a 之间的关系式，由 a 的取值范围就可以求出 y 的最大值.

【解答】(1) 设今年 A 型车每辆售价 x 元，则去年售价每辆为 (x+400) 元，由题意，得

$$\frac{50000}{x+400} = \frac{50000(1-20\%)}{x}, \text{ 解得: } x=1600. \text{ 经检验, } x=1600 \text{ 是元方程的根.}$$

答: 今年 A 型车每辆售价 1600 元;

(2) 设今年新进 A 行 a 辆，则 B 型车 (60 - x) 辆，获利 y 元，由题意，得
 $y = (1600 - 1100) a + (2000 - 1400) (60 - a),$
 $y = -100a + 36000.$

$\therefore$ B 型车的进货数量不超过 A 型车数量的两倍, $\therefore 60 - a \leq 2a$,

$\therefore a \geq 20$. $\therefore y = -100a + 36000$. $\therefore k = -100 < 0$,

$\therefore y$ 随 a 的增大而减小. $\therefore a = 20$ 时, y 最大 = 34000 元.

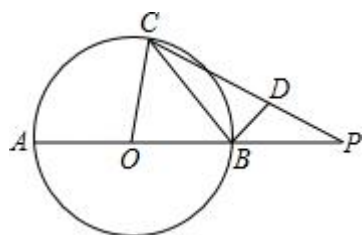
$\therefore$ B 型车的数量为: $60 - 20 = 40$ 辆.

$\therefore$ 当新进 A 型车 20 辆, B 型车 40 辆时, 这批车获利最大.

【点评】 本题考查了列分式方程解实际问题的运用, 分式方程的解法的运用, 一次函数的解析式的运用, 解答时由销售问题的数量关系求出一函数的解析式是关键.

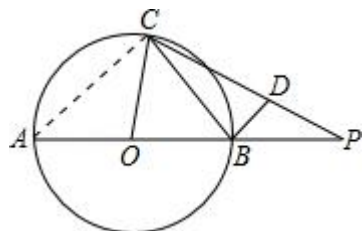
24. (2014 年山东烟台) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 延长 AB 至 P, 使 $BP = OB$, BD 垂直于弦 BC, 垂足为点 B, 点 D 在 PC 上. 设 $\angle PCB = \alpha$, $\angle POC = \beta$.

求证: $\tan \alpha \cdot \tan \frac{\beta}{2} = \frac{1}{3}$.



【分析】 连接 AC 先求出 $\triangle PBD \sim \triangle PAC$, 再求出 $\frac{PB}{PA} = \frac{1}{3}$, 最后得到 $\tan \alpha \cdot \tan \frac{\beta}{2} = \frac{1}{3}$.

证明: 连接 AC, 则 $\angle A = \frac{1}{2} \angle POC = \frac{\beta}{2}$,



$\therefore$ AB 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \tan \alpha = \frac{BD}{BC}$, $BD \parallel AC$,

$\therefore \angle BPD = \angle A$, $\therefore \angle P = \angle P$, $\therefore \triangle PBD \sim \triangle PAC$, $\therefore \frac{BD}{AC} = \frac{PB}{PA}$,

$\therefore PB = OB = OA$, $\therefore \frac{PB}{PA} = \frac{1}{3}$, $\therefore \tan \alpha \cdot \tan \frac{\beta}{2} = \frac{BD}{BC} \cdot \frac{BC}{AC} = \frac{BD}{AC} = \frac{1}{3}$.

【点评】本题主要考查了相似三角形的判定与性质及圆周角的知识，本题解题的关键是求出 $\triangle PBD \sim \triangle PAC$ ，再求出 $\tan \alpha \cdot \tan \frac{\beta}{2} = \frac{1}{3}$ 。

25. (2014 年山东烟台) 在正方形 ABCD 中，动点 E, F 分别从 D, C 两点同时出发，以相同的速度在直线 DC, CB 上移动。

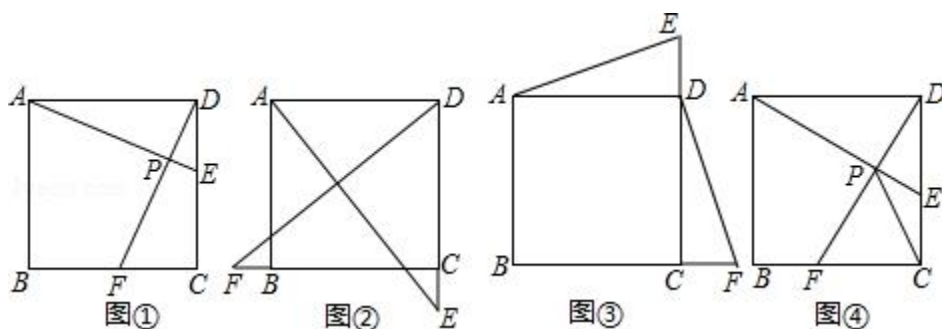
(1) 如图①，当点 E 自 D 向 C，点 F 自 C 向 B 移动时，连接 AE 和 DF 交于点 P，请你写出 AE 与 DF 的位置关系，并说明理由；

(2) 如图②，当 E, F 分别移动到边 DC, CB 的延长线上时，连接 AE 和 DF，

(1) 中的结论还成立吗？（请你直接回答“是”或“否”，不需证明）

(3) 如图③，当 E, F 分别在边 CD, BC 的延长线上移动时，连接 AE, DF，(1) 中的结论还成立吗？请说明理由；

(4) 如图④，当 E, F 分别在边 DC, CB 上移动时，连接 AE 和 DF 交于点 P，由于点 E, F 的移动，使得点 P 也随之运动，请你画出点 P 运动路径的草图。若 $AD=2$ ，试求出线段 CP 的最小值。



【分析】(1) $AE=DF$, $AE \perp DF$. 先证得 $\triangle ADE \cong \triangle DCF$. 由全等三角形的性质得 $AE=DF$, $\angle DAE = \angle CDF$, 再由等角的余角相等可得 $AE \perp DF$;

(2) 是. 四边形 ABCD 是正方形，所以 $AD=DC$, $\angle ADE = \angle DCF = 90^\circ$, $DE=CF$, 所以 $\triangle ADE \cong \triangle DCF$, 于是 $AE=DF$, $\angle DAE = \angle CDF$, 因为 $\angle CDF + \angle ADF = 90^\circ$, $\angle DAE + \angle ADF = 90^\circ$, 所以 $AE \perp DF$;

(3) 成立. 由 (1) 同理可证 $AE=DF$, $\angle DAE=\angle CDF$, 延长 FD 交 AE 于点 G , 再由等角的余角相等可得 $AE \perp DF$;

(4) 由于点 P 在运动中保持 $\angle APD=90^\circ$, 所以点 P 的路径是一段以 AD 为直径的弧, 设 AD 的中点为 O , 连接 OC 交弧于点 P , 此时 CP 的长度最小, 再由勾股定理可得 OC 的长, 再求 CP 即可.

【解答】 (1) $AE=DF$, $AE \perp DF$. 理由: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD=DC$, $\angle ADC=\angle C=90^\circ$. $\because DE=CF$, $\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF$.

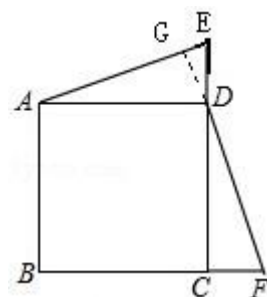
$\therefore AE=DF$, $\angle DAE=\angle CDF$, 由于 $\angle CDF+\angle ADF=90^\circ$,

$\therefore \angle DAE+\angle ADF=90^\circ$. $\therefore AE \perp DF$;

(2) 是;

(3) 成立.

理由: 由 (1) 同理可证 $AE=DF$, $\angle DAE=\angle CDF$
延长 FD 交 AE 于点 G ,

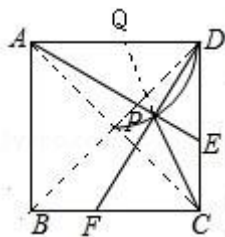


则 $\angle CDF+\angle ADG=90^\circ$,

$\therefore \angle ADG+\angle DAE=90^\circ$.

$\therefore AE \perp DF$;

(4) 如图:



由于点 P 在运动中保持 $\angle APD=90^\circ$,

$\therefore$ 点 P 的路径是一段以 AD 为直径的弧,

设 AD 的中点为 O , 连接 OC 交弧于点 P , 此时 CP 的长度最小,

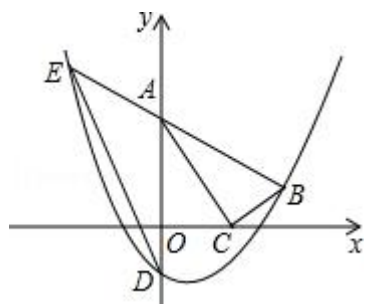
在 $Rt\triangle ODC$ 中, $OC=\sqrt{CD^2+OD^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$,

$\therefore CP=OC-OP=\sqrt{5}-1$.

【点评】 本题主要考查了四边形的综合知识. 综合性较强, 特别是第 (4) 题要认真分析.

26. (2014 年山东烟台) 如图, 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的顶点 A, C 分别在 y 轴, x 轴上, $\angle ACB=90^\circ$, $OA=\sqrt{3}$, 抛物线 $y=ax^2-ax-a$ 经过点 B $(2, \frac{\sqrt{3}}{3})$, 与 y 轴交于点 D.

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 点 B 关于直线 AC 的对称点是否在抛物线上? 请说明理由;
- (3) 延长 BA 交抛物线于点 E, 连接 ED, 试说明 $ED \parallel AC$ 的理由.



【分析】 (1) 把点 B 的坐标代入抛物线的表达式即可求得.

(2) 通过 $\triangle AOC \sim \triangle CFB$ 求得 OC 的值, 通过 $\triangle OCD \sim \triangle FCB$ 得出 $DC=CB$, $\angle OCD=\angle FCB$, 然后得出结论.

(3) 设直线 AB 的表达式为 $y=kx+b$, 求得与抛物线的交点 E 的坐标, 然后通过解三角函数求得结果.

【解答】 (1) 把点 B 的坐标代入抛物线的表达式, 得 $\frac{\sqrt{3}}{3}=a \times 2^2 - 2a - a$, 解得 $a=\frac{\sqrt{3}}{3}$,
 $\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(2) 连接 CD, 过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于点 F, 则 $\angle BCF + \angle CBF = 90^\circ$

$\because \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle ACO + \angle BCF = 90^\circ$, $\therefore \angle ACO = \angle CBF$,

$\because \angle AOC = \angle CFB = 90^\circ$, $\therefore \triangle AOC \sim \triangle CFB$, $\therefore \frac{AO}{CF} = \frac{OC}{BF}$,

设 $OC=m$, 则 $CF=2-m$, 则有 $\frac{\sqrt{3}}{2-\pi}=\frac{m}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$, 解得 $m=1$, $\therefore OC=OF=1$,

当 $x=0$ 时 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore OD=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore BF=OD$,

$\therefore \angle DOC=\angle BFC=90^\circ$, $\therefore \triangle OCD \sim \triangle FCB$, $\therefore DC=CB$, $\angle OCD=\angle FCB$,

$\therefore$ 点 B 、 C 、 D 在同一直线上,

$\therefore$ 点 B 与点 D 关于直线 AC 对称,

$\therefore$ 点 B 关于直线 AC 的对称点在抛物线上.

(3) 过点 E 作 $EG \perp y$ 轴于点 G , 设直线 AB 的表达式为 $y=kx+b$, 则 $\begin{cases} b=\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3}=2k+b \end{cases}$,

解得 $k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$, 代入抛物线的表达式 $-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{\sqrt{3}}{3}x-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

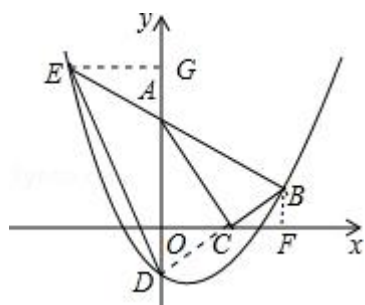
解得 $x=2$ 或 $x=-2$,

当 $x=-2$ 时 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}=-\frac{\sqrt{3}}{3} \times (-2)+\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(-2, \frac{5\sqrt{3}}{3})$, $\therefore \tan \angle EDG = \frac{EG}{DG} = \frac{2}{\frac{5\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \angle EDG=30^\circ$, $\therefore \tan \angle OAC = \frac{OC}{OA} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \angle OAC=30^\circ$,

$\therefore \angle OAC=\angle EDG$, $\therefore ED \parallel AC$.



【点评】 本题考查了待定系数法求解析式, 三角形相似的判定及性质, 以及对称轴的性质和解三角函数等知识的理解和掌握.

