

2014 年山东省淄博市中考数学试卷

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 4 分)

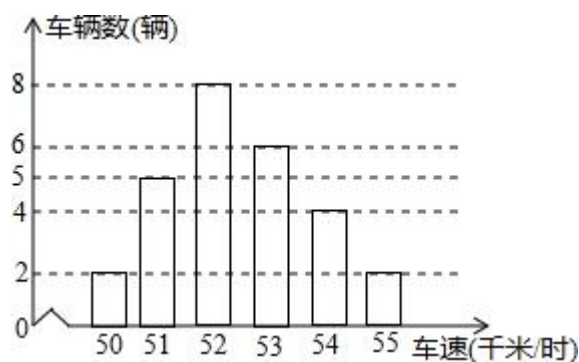
1. (4 分) (2014 年山东淄博) 计算 $(-3)^2$ 等于 ()

- A. -9 B. -6 C. 6 D. 9

2. (4 分) (2014 年山东淄博) 方程 $\frac{3}{x} - \frac{7}{x+1} = 0$ 解是 ()

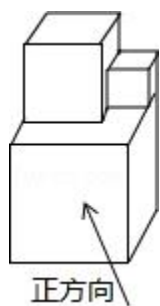
- A. $x = \frac{1}{4}$ B. $x = \frac{3}{4}$ C. $x = \frac{4}{3}$ D. $x = -1$

3. (4 分) (2014 年山东淄博) 如图是交警在一个路口统计的某个时段来往车辆的车速 (单位: 千米/时) 情况. 则这些车的车速的众数、中位数分别是 ()



- A. 8, 6 B. 8, 5 C. 52, 53 D. 52, 52

4. (4 分) (2014 年山东淄博) 如图是三个大小不等的正方体拼成的几何体, 其中两个较小正方体的棱长之和等于大正方体的棱长. 该几何体的主视图、俯视图和左视图的面积分别是 S_1 , S_2 , S_3 , 则 S_1 , S_2 , S_3 的大小关系是 ()



- A. $S_1 > S_2 > S_3$ B. $S_3 > S_2 > S_1$ C. $S_2 > S_3 > S_1$ D. $S_1 > S_3 > S_2$

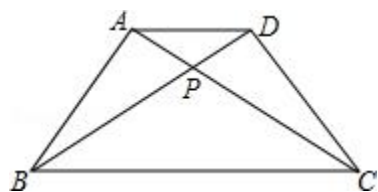
5. (4 分) (2014 年山东淄博) 一元二次方程 $x^2 + 2\sqrt{2}x - 6 = 0$ 的根是 ()

- A. $x_1 = x_2 = \sqrt{2}$ B. $x_1 = 0, x_2 = -2\sqrt{2}$
C. $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -3\sqrt{2}$ D. $x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = 3\sqrt{2}$

6. (4分) (2014年山东淄博) 当 $x=1$ 时, 代数式 $\frac{1}{2}ax^3 - 3bx + 4$ 的值是 7, 则当 $x=-1$ 时, 这个代数式的值是 ()

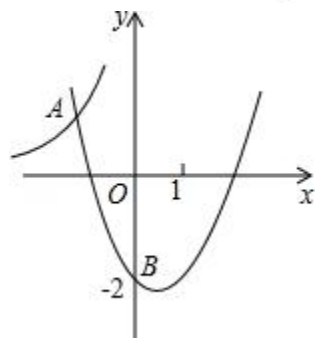
- A. 7 B. 3 C. 1 D. -7

7. (4分) (2014年山东淄博) 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 DB 相交于点 P , $\angle BAC = \angle CDB = 90^\circ$, $AB = AD = DC$. 则 $\cos \angle DPC$ 的值是 ()



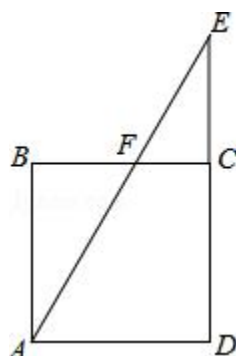
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. (4分) (2014年山东淄博) 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象过点 $B(0, -2)$. 它与反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象交于点 $A(m, 4)$, 则这个二次函数的解析式为 ()



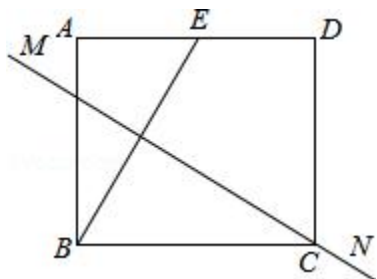
- A. $y = x^2 - x - 2$ B. $y = x^2 - x + 2$ C. $y = x^2 + x - 2$ D. $y = x^2 + x + 2$

9. (4分) (2014年山东淄博) 如图, $ABCD$ 是正方形场地, 点 E 在 DC 的延长线上, AE 与 BC 相交于点 F . 有甲、乙、丙三名同学同时从点 A 出发, 甲沿着 $A-B-F-C$ 的路径行走至 C , 乙沿着 $A-F-E-C-D$ 的路径行走至 D , 丙沿着 $A-F-C-D$ 的路径行走至 D . 若三名同学行走的速度都相同, 则他们到达各自的目的地先后顺序 (由先至后) 是 ()



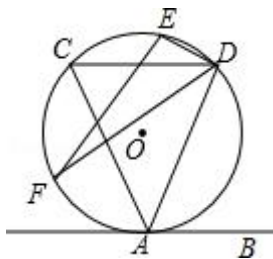
- A. 甲乙丙 B. 甲丙乙 C. 乙丙甲 D. 丙甲乙

10. (4分) (2014年山东淄博)如图, 矩形纸片 $ABCD$ 中, 点 E 是 AD 的中点, 且 $AE=1$, BE 的垂直平分线 MN 恰好过点 C . 则矩形的一边 AB 的长度为 ()



- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

11. (4分) (2014年山东淄博)如图, 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A , 弦 $CD \parallel AB$, E, F 为圆上的两点, 且 $\angle CDE = \angle ADF$. 若 $\odot O$ 的半径为 $\frac{5}{2}$, $CD=4$, 则弦 EF 的长为 ()



- A. 4 B. $2\sqrt{5}$ C. 5 D. 6

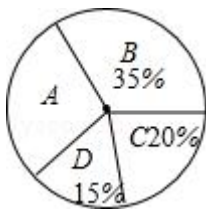
12. (4分) (2014年山东淄博)已知二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ ($a>0$), 其图象过点 $A(0, 2)$, $B(8, 3)$, 则 h 的值可以是 ()

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

二、填空题 (共5小题, 每小题4分, 满分20分)

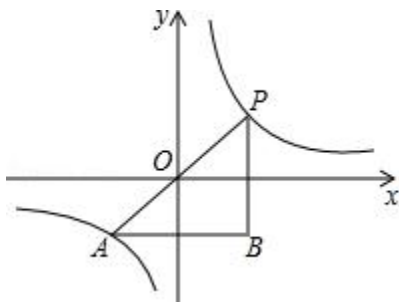
13. (4分) (2014年山东淄博)分解因式: $8(a^2+1) - 16a =$ _____.

14. (4分) (2014年山东淄博)某实验中学九年级(1)班全体同学的综合素质评价“运动与健康”方面的等级统计如图所示, 其中评价为“A”所在扇形的圆心角是_____度.

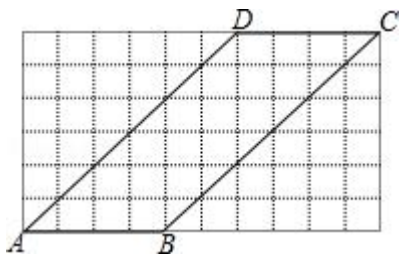


15. (4分) (2014年山东淄博)已知 $\square ABCD$, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 请你添加一个适当的条件, 使 $\square ABCD$ 成为一个菱形, 你添加的条件是_____.

16. (4分) (2014年山东淄博)关于 x 的反比例函数 $y = \frac{a+4}{x}$ 的图象如图, A 、 P 为该图象上的点, 且关于原点成中心对称. $\triangle PAB$ 中, $PB \parallel y$ 轴, $AB \parallel x$ 轴, PB 与 AB 相交于点 B . 若 $\triangle PAB$ 的面积大于 12, 则关于 x 的方程 $(a-1)x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ 的根的情况是_____.



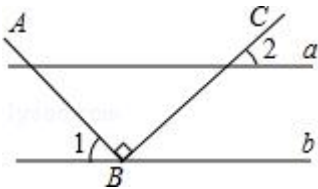
17. (4分) (2014年山东淄博)如图, 在正方形网格中有一边长为 4 的平行四边形 $ABCD$, 请将其剪拼成一个有一边长为 6 的矩形. (要求: 在答题卡的图中画出裁剪线即可)



三、解答题 (共 7 小题, 共 52 分)

18. (5分) (2014年山东淄博)计算: $\frac{ab+b^2}{5ab^2} \cdot \frac{15a^2b}{a^2-b^2}$.

19. (5 分) (2014 年山东淄博)如图, 直线 $a \parallel b$, 点 B 在直线 b 上, 且 $AB \perp BC$, $\angle 1 = 55^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数.



20. (8 分) (2014 年山东淄博)节能灯根据使用寿命分成优等品、正品和次品三个等级, 其中使用寿命大于或等于 8000 小时的节能灯是优等品, 使用寿命小于 6000 小时的节能灯是次品, 其余的节能灯是正品. 质检部门对某批次的一种节能灯 (共 200 个) 的使用寿命进行追踪调查, 并将结果整理成此表.

- (1) 根据分布表中的数据, 在答题卡上写出 a , b , c 的值;
- (2) 某人从这 200 个节能灯中随机购买 1 个, 求这种节能灯恰好不是次品的概率.

寿命 (小时)	频数	频率
$4000 \leq t \leq 5000$	10	0.05
$5000 \leq t < 6000$	20	a
$6000 \leq t < 7000$	80	0.40
$7000 \leq t < 8000$	b	0.15
$8000 \leq t < 9000$	60	c
合计	200	1

21. (8 分) (2014 年山东淄博)为鼓励居民节约用电, 某省试行阶段电价收费制, 具体执行方案如表:

档次	每户每月用电数 (度)	执行电价 (元/度)
第一档	小于等于 200	0.55
第二档	大于 200 小于 400	0.6
第三档	大于等于 400	0.85

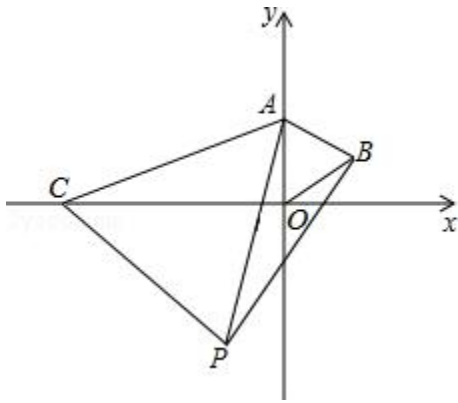
例如: 一户居民七月份用电 420 度, 则需缴电费 $420 \times 0.85 = 357$ (元).

某户居民五、六月份共用电 500 度, 缴电费 290.5 元. 已知该用户六月份用电量大于五月份, 且五、六月份的用电量均小于 400 度. 问该户居民五、六月份各月电多少度?

22. (8 分) (2014 年山东淄博)如图, 在直角坐标系中, 点 A 的坐标是 (0,3), 点 C 是 x 轴上的一个动点, 点 C 在 x 轴上移动时, 始终保持 $\triangle ACP$ 是等边三角形. 当点 C 移动到点 O 时, 得到等边三角形 AOB (此时点 P 与点 B 重合).

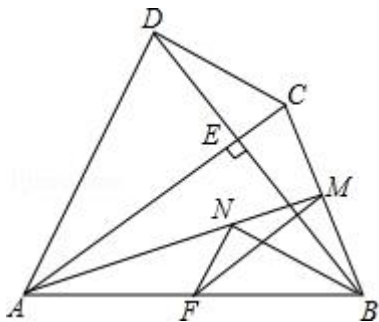
(1) 点 C 在移动的过程中, 当等边三角形 ACP 的顶点 P 在第三象限时 (如图), 求证: $\triangle AOC \cong \triangle ABP$; 由此你发现什么结论?

(2) 求点 C 在 x 轴上移动时, 点 P 所在函数图象的解析式.



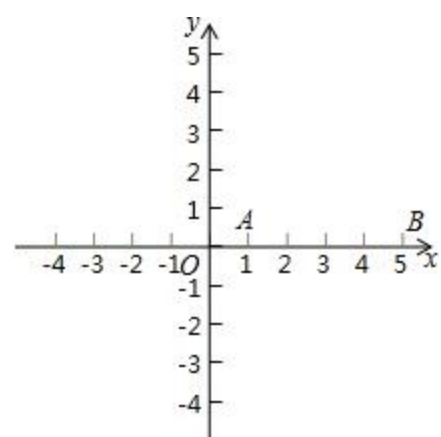
23. (9 分) (2014 年山东淄博)如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AC \perp BD$ 交 BD 于点 E , 点 F, M 分别是 AB, BC 的中点, BN 平分 $\angle ABE$ 交 AM 于点 N , $AB=AC=BD$. 连接 MF, NF .

- (1) 判断 $\triangle BMN$ 的形状, 并证明你的结论;
- (2) 判断 $\triangle MFN$ 与 $\triangle BDC$ 之间的关系, 并说明理由.



24. (9 分) (2014 年山东淄博)如图, 点 A 与点 B 的坐标分别是 $(1, 0)$, $(5, 0)$, 点 P 是该直角坐标系内的一个动点.

- (1) 使 $\angle APB=30^\circ$ 的点 P 有_____个;
- (2) 若点 P 在 y 轴上, 且 $\angle APB=30^\circ$, 求满足条件的点 P 的坐标;
- (3) 当点 P 在 y 轴上移动时, $\angle APB$ 是否有最大值? 若有, 求点 P 的坐标, 并说明此时 $\angle APB$ 最大的理由; 若没有, 也请说明理由.



2014 年山东省淄博市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 4 分)

1. (4 分) (2014 年山东淄博) 计算 $(-3)^2$ 等于 ()

- A. -9 B. -6 C. 6 D. 9

【考点】 有理数的乘方.

【分析】 根据负数的偶次幂等于正数, 可得答案.

【解答】 解: 原式 $= 3^2$

$= 9$.

故选: D.

【点评】 本题考查了有理数的乘方, 负数的偶次幂是正数.

2. (4 分) (2014 年山东淄博) 方程 $\frac{3}{x} - \frac{7}{x+1} = 0$ 解是 ()

- A. $x = \frac{1}{4}$ B. $x = \frac{3}{4}$ C. $x = \frac{4}{3}$ D. $x = -1$

【考点】 解分式方程.

【专题】 计算题.

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】 解: 去分母得: $3x+3-7x=0$,

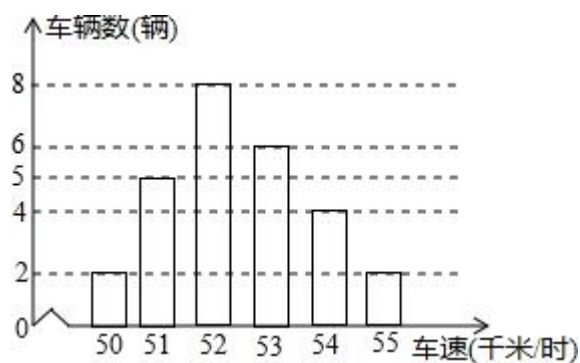
解得: $x = \frac{3}{4}$,

经检验 $x = \frac{3}{4}$ 是分式方程的解.

故选 B

【点评】 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

3. (4 分) (2014 年山东淄博) 如图是交警在一个路口统计的某个时段来往车辆的车速 (单位: 千米/时) 情况. 则这些车的车速的众数、中位数分别是 ()



- A. 8, 6 B. 8, 5 C. 52, 53 D. 52, 52

【考点】频数（率）分布直方图；中位数；众数.

【专题】计算题.

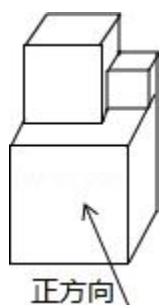
【分析】找出出现次数最多的速度即为众数，将车速按照从小到大顺序排列，求出中位数即可.

【解答】解：根据题意得：这些车的车速的众数 52 千米/时，
车速分别为 50, 50, 51, 51, 51, 51, 51, 52, 52, 52, 52, 52, 52, 52, 52, 53, 53, 53, 53, 53, 53, 54, 54, 54, 54, 55, 55,
中间的为 52，即中位数为 52 千米/时，
则这些车的车速的众数、中位数分别是 52, 52.

故选 D

【点评】此题考查了频数（率）分布直方图，中位数，以及众数，弄清题意是解本题的关键.

4. (4 分) (2014 年山东淄博)如图是三个大小不等的正方体拼成的几何体，其中两个较小正方体的棱长之和等于大正方体的棱长. 该几何体的主视图、俯视图和左视图的面积分别是 S_1 , S_2 , S_3 , 则 S_1 , S_2 , S_3 的大小关系是 ()



- A. $S_1 > S_2 > S_3$ B. $S_3 > S_2 > S_1$ C. $S_2 > S_3 > S_1$ D. $S_1 > S_3 > S_2$

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图,从上面看得到的图形是俯视图,从左面看得到的图形是左视图,根据边角面积的大小,可得答案.

【解答】解:主视图的面积是三个正方形的面积,左视图是两个正方形的面积,俯视图是一个正方形的面积,

$$S_1 > S_3 > S_2,$$

故选: D.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图,分别得出三视图是解题关键.

5. (4 分) (2014 年山东淄博)一元二次方程 $x^2 + 2\sqrt{2}x - 6 = 0$ 的根是 ()

A. $x_1 = x_2 = \sqrt{2}$

B. $x_1 = 0, x_2 = -2\sqrt{2}$

C. $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -3\sqrt{2}$

D. $x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = 3\sqrt{2}$

【考点】解一元二次方程-公式法.

【分析】找出方程中二次项系数 a , 一次项系数 b 及常数项 c , 再根据

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ 将 } a, b \text{ 及 } c \text{ 的值代入计算, 即可求出原方程的解.}$$

【解答】解: $\because a=1, b=2\sqrt{2}, c=-6$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2\sqrt{2} \pm \sqrt{8+24}}{2} = \frac{-2\sqrt{2} \pm 4\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \pm 2\sqrt{2},$$

$$\therefore x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -3\sqrt{2};$$

故选 C.

【点评】此题考查了利用公式法求一元二次方程的解,利用公式法解一元二次方程时,首先将方程化为一般形式,找出二次项系数,一次项系数及常数项,计算出根的判别式,当根的判别式大于等于 0 时,将 a, b 及 c 的值代入求根公式即可求出原方程的解.

6. (4 分) (2014 年山东淄博)当 $x=1$ 时,代数式 $\frac{1}{2}ax^3 - 3bx + 4$ 的值是 7, 则当 $x=-1$ 时,这个代数式的值是 ()

A. 7

B. 3

C. 1

D. -7

【考点】代数式求值.

【专题】整体思想.

【分析】把 $x=1$ 代入代数式求值 a 、 b 的关系式，再把 $x=-1$ 代入进行计算即可得解.

【解答】解： $x=1$ 时， $\frac{1}{2}ax^3 - 3bx + 4 = \frac{1}{2}a - 3b + 4 = 7$,

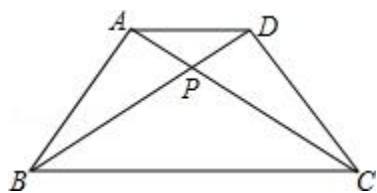
解得 $\frac{1}{2}a - 3b = 3$,

当 $x=-1$ 时， $\frac{1}{2}ax^3 - 3bx + 4 = -\frac{1}{2}a + 3b + 4 = -3 + 4 = 1$.

故选 C.

【点评】本题考查了代数式求值，整体思想的利用是解题的关键.

7. (4分) (2014年山东淄博)如图，等腰梯形 ABCD 中，对角线 AC、DB 相交于点 P， $\angle BAC = \angle CDB = 90^\circ$ ， $AB = AD = DC$. 则 $\cos \angle DPC$ 的值是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】等腰梯形的性质.

【分析】先根据等腰三角形的性质得出 $\angle DAB + \angle BAC = 180^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，故可得出 $\angle DAP = \angle ACB$ ， $\angle ADB = \angle ABD$ ，再由 $AB = AD = DC$ 可知 $\angle ABD = \angle ADB$ ， $\angle DAP = \angle ACD$ ，所以 $\angle DAP = \angle ABD = \angle DBC$ ，再根据 $\angle BAC = \angle CDB = 90^\circ$ 可知， $3\angle ABD = 90^\circ$ ，故 $\angle ABD = 30^\circ$ ，再由直角三角形的性质求出 $\angle DPC$ 的度数，进而得出结论.

【解答】解： $\because$ 梯形 ABCD 是等腰梯形，

$\therefore \angle DAB + \angle BAC = 180^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle DAP = \angle ACB, \quad \angle ADB = \angle ABD,$$

$$\because AB = AD = DC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB, \quad \angle DAP = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle ABD = \angle DBC,$$

$$\because \angle BAC = \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore 3\angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 30^\circ,$$

在 $\triangle ABP$ 中,

$$\because \angle ABD = 30^\circ, \quad \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 60^\circ,$$

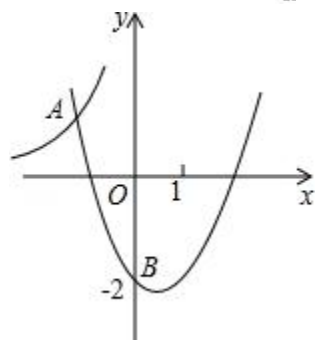
$$\therefore \angle DPC = 60^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle DPC = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

故选 A.

【点评】 本题考查的是等腰梯形的性质, 熟知等腰梯形同一底上的两个角相等是解答此题的关键.

8. (4分) (2014年山东淄博) 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象过点 $B(0, -2)$. 它与反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象交于点 $A(m, 4)$, 则这个二次函数的解析式为 ()



- A. $y = x^2 - x - 2$ B. $y = x^2 - x + 2$ C. $y = x^2 + x - 2$ D. $y = x^2 + x + 2$

【考点】 待定系数法求二次函数解析式; 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】计算题.

【分析】将 A 坐标代入反比例解析式求出 m 的值，确定出 A 的坐标，将 A 与 B 坐标代入二次函数解析式求出 b 与 c 的值，即可确定出二次函数解析式.

【解答】解：将 A (m, 4) 代入反比例解析式得： $4 = -\frac{8}{m}$ ，即 $m = -2$ ，

$\therefore A (-2, 4)$ ，

将 A (-2, 4)，B (0, -2) 代入二次函数解析式得：
$$\begin{cases} 4 - 2b + c = 4 \\ c = -2 \end{cases}$$
，

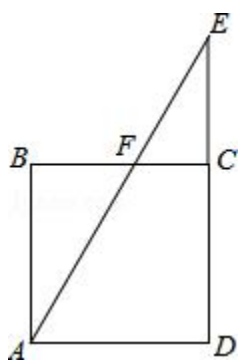
解得： $b = -1$ ， $c = -2$ ，

则二次函数解析式为 $y = x^2 - x - 2$.

故选 A.

【点评】此题考查 1 待定系数法求二次函数解析式，以及反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

9. (4 分) (2014 年山东淄博)如图，ABCD 是正方形场地，点 E 在 DC 的延长线上，AE 与 BC 相交于点 F. 有甲、乙、丙三名同学同时从点 A 出发，甲沿着 A - B - F - C 的路径行走至 C，乙沿着 A - F - E - C - D 的路径行走至 D，丙沿着 A - F - C - D 的路径行走至 D. 若三名同学行走的速度都相同，则他们到达各自的目的地先后顺序 (由先至后) 是 ()



- A. 甲乙丙 B. 甲丙乙 C. 乙丙甲 D. 丙甲乙

【考点】正方形的性质；线段的性质：两点之间线段最短；比较线段的长短.

【分析】根据正方形的性质得出 $AB=BC=CD=AD$ ， $\angle B=\angle ECF$ ，根据直角三角形得出 $AF>AB$ ， $EF>CF$ ，分别求出甲、乙、丙行走的距离，再比较即可.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB=BC=CD=AD, \angle B=90^\circ,$$

甲行走的距离是 $AB+BF+CF=AB+BC=2AB$;

乙行走的距离是 $AF+EF+EC+CD$;

丙行走的距离是 $AF+FC+CD$,

$$\because \angle B=\angle ECF=90^\circ,$$

$$\therefore AF>AB, EF>CF,$$

$$\therefore AF+FC+CD>2AB, AF+FC+CD<AF+EF+EC+CD,$$

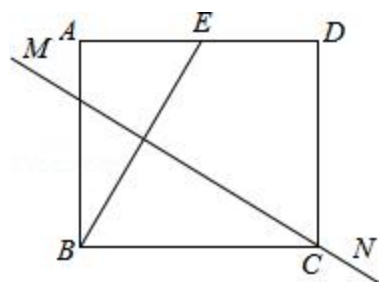
$\therefore$ 甲比丙先到，丙比乙先到，

即顺序是甲丙乙，

故选 B.

【点评】本题考查了正方形的性质，直角三角形的性质的应用，题目比较典型，难度适中.

10. (4 分) (2014 年山东淄博)如图，矩形纸片 $ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点，且 $AE=1$ ， BE 的垂直平分线 MN 恰好过点 C . 则矩形的一边 AB 的长度为 ()



A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

【考点】勾股定理；线段垂直平分线的性质；矩形的性质.

【分析】本题要依靠辅助线的帮助，连接 CE ，首先利用线段垂直平分线的性质证明 $BC=EC$. 求出 EC 后根据勾股定理即可求解.

【解答】解：如图，连接 EC.

$\because$ FC 垂直平分 BE,

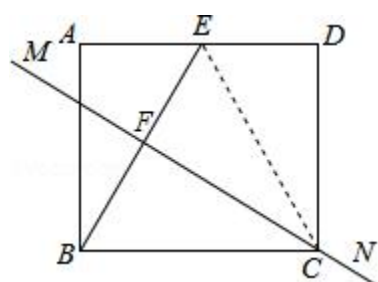
$\therefore BC=EC$ (线段垂直平分线的性质)

又 $\because$ 点 E 是 AD 的中点, $AE=1$, $AD=BC$,

故 $EC=2$

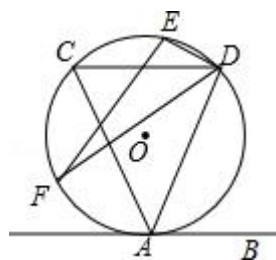
利用勾股定理可得 $AB=CD=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

故选: C.



【点评】本题考查的是勾股定理、线段垂直平分线的性质以及矩形的性质, 本题的关键是要画出辅助线, 证明 $BC=EC$ 后易求解. 本题难度中等.

11. (4 分) (2014 年山东淄博)如图, 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A, 弦 $CD \parallel AB$, E, F 为圆上的两点, 且 $\angle CDE = \angle ADF$. 若 $\odot O$ 的半径为 $\frac{5}{2}$, $CD=4$, 则弦 EF 的长为 ()



A. 4

B. $2\sqrt{5}$

C. 5

D. 6

【考点】切线的性质.

【分析】首先连接 OA, 并反向延长交 CD 于点 H, 连接 OC, 由直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A, 弦 $CD \parallel AB$, 可求得 OH 的长, 然后由勾股定理求得 AC 的长, 又由 $\angle CDE = \angle ADF$, 可证得 $EF=AC$, 继而求得答案.

【解答】解：连接 OA，并反向延长交 CD 于点 H，连接 OC，

$\because$ 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A，

$\therefore OA \perp AB$ ，

$\because$ 弦 $CD \parallel AB$ ，

$\therefore AH \perp CD$ ，

$\therefore CH = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ ，

$\because \odot O$ 的半径为 $\frac{5}{2}$ ，

$\therefore OA = OC = \frac{5}{2}$ ，

$\therefore OH = \sqrt{OC^2 - CH^2} = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore AH = OA + OH = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$ ，

$\therefore AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = 2\sqrt{5}$ 。

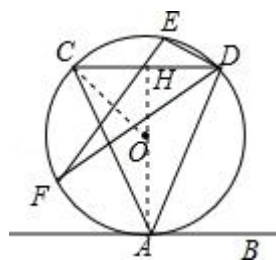
$\because \angle CDE = \angle ADF$ ，

$\therefore \widehat{CE} = \widehat{AF}$ ，

$\therefore \widehat{EF} = \widehat{AC}$ ，

$\therefore EF = AC = 2\sqrt{5}$ 。

故选 B。



【点评】此题考查了切线的性质、圆周角定理、垂径定理以及勾股定理等知识. 此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意掌握数形结合思想的应用.

12. (4 分) (2014 年山东淄博) 已知二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ ($a > 0$)，其图象过点 A (0, 2)，B (8, 3)，则 h 的值可以是 ()

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

【考点】二次函数的性质.

【专题】计算题.

【分析】根据抛物线的顶点式得到抛物线的对称轴为直线 $x=h$ ，由于所给数据都是正数，所以当对称轴在 y 轴的右侧时，比较点 A 和点 B 到对称轴的距离可得到 $h < 4$.

【解答】解：∵ 抛物线的对称轴为直线 $x=h$,

∴ 当对称轴在 y 轴的右侧时，A (0, 2) 到对称轴的距离比 B (8, 3) 到对称轴的距离小，

∴ $x=h < 4$.

故选 D.

【点评】本题考查了二次函数的性质：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ ，对称轴直线 $x=-\frac{b}{2a}$ ，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图

象具有如下性质：①当 $a > 0$ 时，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的开口向上， $x < -\frac{b}{2a}$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x > -\frac{b}{2a}$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x = -\frac{b}{2a}$ 时， y

取得最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ ，即顶点是抛物线的最低点. ②当 $a < 0$ 时，抛物线 $y=ax^2+bx+c$

($a \neq 0$) 的开口向下， $x < -\frac{b}{2a}$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x > -\frac{b}{2a}$ 时， y 随 x 的

增大而减小； $x = -\frac{b}{2a}$ 时， y 取得最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ ，即顶点是抛物线的最高点.

二、填空题 (共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分)

13. (4 分) (2014 年山东淄博) 分解因式： $8(a^2+1) - 16a = \underline{8(a-1)^2}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 8，进而利用完全平方公式分解因式得出即可.

【解答】解： $8(a^2+1) - 16a$

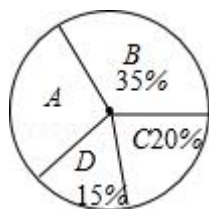
$$=8(a^2+1-2a)$$

$$=8(a-1)^2.$$

故答案为： $8(a-1)^2$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，熟练应用完全平方公式是解题关键.

14. (4分) (2014年山东淄博)某实验中学九年级(1)班全体同学的综合素质评价“运动与健康”方面的等级统计如图所示，其中评价为“A”所在扇形的圆心角是 108 度.



【考点】扇形统计图.

【分析】首先计算出A部分所占百分比，再利用 360° 乘以百分比可得答案.

【解答】解：A所占百分比： $100\% - 15\% - 20\% - 35\% = 30\%$,

圆心角： $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$,

故答案为：108.

【点评】此题主要考查了扇形统计图，关键是掌握圆心角度数 $= 360^\circ \times$ 所占百分比.

15. (4分) (2014年山东淄博)已知 $\square ABCD$ ，对角线AC，BD相交于点O，请你添加一个适当的条件，使 $\square ABCD$ 成为一个菱形，你添加的条件是 AD=DC.

【考点】菱形的判定；平行四边形的性质.

【专题】开放型.

【分析】根据菱形的定义得出答案即可.

【解答】解： $\because$ 邻边相等的平行四边形是菱形，

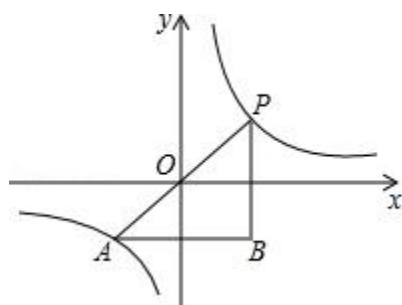
$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的对角线AC、BD相交于点O，试添加一个条件：可以为：

AD=DC;

故答案为：AD=DC.

【点评】此题主要考查了菱形的判定以及平行四边形的性质，根据菱形的定义得出是解题关键.

16. (4分) (2014年山东淄博)关于 x 的反比例函数 $y = \frac{a+4}{x}$ 的图象如图，A、P 为该图象上的点，且关于原点成中心对称. $\triangle PAB$ 中， $PB \parallel y$ 轴， $AB \parallel x$ 轴，PB 与 AB 相交于点 B. 若 $\triangle PAB$ 的面积大于 12，则关于 x 的方程 $(a-1)x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ 的根的情况是 没有实数根.



【考点】根的判别式；反比例函数的性质.

【分析】由比例函数 $y = \frac{a+4}{x}$ 的图象位于一、三象限得出 $a+4 > 0$ ，A、P 为该图象上的点，且关于原点成中心对称，得出 $2xy > 12$ ，进一步得出 $a+4 > 6$ ，由此确定 a 的取值范围，进一步利用根的判别式判定方程根的情况即可.

【解答】解：∵反比例函数 $y = \frac{a+4}{x}$ 的图象位于一、三象限，

$$\therefore a+4 > 0, a > -4,$$

∵A、P 关于原点成中心对称， $PB \parallel y$ 轴， $AB \parallel x$ 轴， $\triangle PAB$ 的面积大于 12，

$$\therefore 2xy > 12,$$

$$\text{即 } a+4 > 6, a > 2$$

$$\therefore a > 2.$$

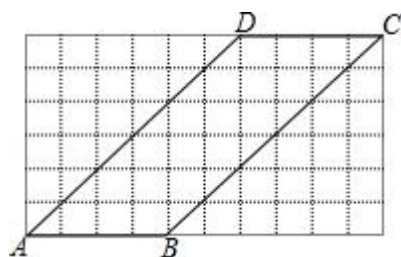
$$\therefore \Delta = (-1)^2 - 4(a-1) \times \frac{1}{4} = 2 - a < 0,$$

∴关于 x 的方程 $(a-1)x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ 没有实数根.

故答案为：没有实数根.

【点评】此题综合考查了反比例函数的图形与性质，一元二次方程根的判别式，注意正确判定 a 的取值范围是解决问题的关键.

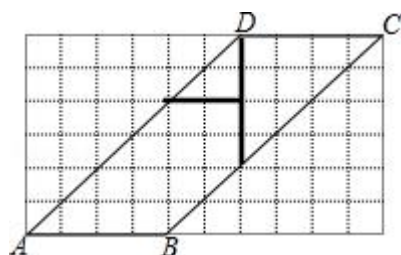
17. (4 分) (2014 年山东淄博)如图，在正方形网格中有一边长为 4 的平行四边形 ABCD，请将其剪拼成一个有一边长为 6 的矩形. (要求：在答题卡的图中画出裁剪线即可)



【考点】作图—应用与设计作图；图形的剪拼.

【分析】如图先过 D 点向下剪出一个三角形放在平行四边形的左边，再在剪去 D 点下面两格的小正方形放在右面，就组成了一人矩形.

【解答】解：如图：



【点评】本题一方面考查了学生的动手操作能力，另一方面考查了学生的空间想象能力，重视知识的发生过程，让学生体验学习的过程.

三、解答题 (共 7 小题，共 52 分)

18. (5 分) (2014 年山东淄博)计算： $\frac{ab+b^2}{5ab^2} \cdot \frac{15a^2b}{a^2-b^2}$.

【考点】分式的乘除法.

【专题】计算题.

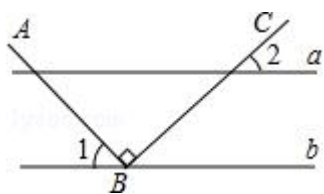
【分析】原式约分即可得到结果.

【解答】 解：原式 $= \frac{b(a+b)}{5ab^2} \cdot \frac{15a^2b}{(a+b)(a-b)}$

$$= \frac{3a}{a-b}.$$

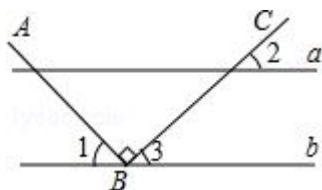
【点评】 此题考查了分式的乘法，熟练掌握运算是解本题的关键.

19. (5分) (2014年山东淄博)如图，直线 $a \parallel b$ ，点 B 在直线 b 上，且 $AB \perp BC$ ， $\angle 1 = 55^\circ$ ，求 $\angle 2$ 的度数.



【考点】 平行线的性质.

【分析】 根据垂直定义和邻补角求出 $\angle 3$ ，根据平行线的性质得出 $\angle 2 = \angle 3$ ，代入求出即可.



【解答】 解：

$$\because AB \perp BC,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 35^\circ,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 35^\circ.$$

【点评】 本题考查了垂直定义，平行线的性质的应用，注意：两直线平行，同位角相等.

20. (8分) (2014年山东淄博)节能灯根据使用寿命分成优等品、正品和次品三个等级,其中使用寿命大于或等于8000小时的节能灯是优等品,使用寿命小于6000小时的节能灯是次品,其余的节能灯是正品.质检部门对某批次的一种节能灯(共200个)的使用寿命进行追踪调查,并将结果整理成此表.

(1) 根据分布表中的数据,在答题卡上写出a, b, c的值;

(2) 某人从这200个节能灯中随机购买1个,求这种节能灯恰好不是次品的概率.

寿命(小时)	频数	频率
$4000 \leq t \leq 5000$	10	0.05
$5000 \leq t < 6000$	20	a
$6000 \leq t < 7000$	80	0.40
$7000 \leq t < 8000$	b	0.15
$8000 \leq t < 9000$	60	c
合计	200	1

【考点】 频数(率)分布表; 概率公式.

【分析】 (1) 由频率分布表中的数据,根据频率=频数÷数据总数及频数=数据总数×频率即可求出a、b、c的值;

(2) 根据频率分布表中的数据,用不是次品的节能灯个数除以节能灯的总个数即可求解.

【解答】 解: (1) 根据频率分布表中的数据,得

$$a = \frac{20}{200} = 0.1,$$

$$b = 200 \times 0.15 = 30,$$

$$c = \frac{60}{200} = 0.3;$$

(II) 设“此人购买的节能灯恰好不是次品”为事件A.

由表可知：这批灯泡中优等品有 60 个，正品有 110 个，次品有 30 个，
所以此人购买的节能灯恰好不是次品的概率为 $P(A) = \frac{60+110}{200} = 0.85$.

【点评】 本题考查了读频数（率）分布表的能力和利用统计图获取信息的能力及古典概型的概率，用到的知识点：频率=频数÷数据总数，概率=所有出现的情况数与总数之比.

21. (8 分) (2014 年山东淄博)为鼓励居民节约用电，某省试行阶段电价收费制，具体执行方案如表：

档次	每户每月用电数（度）	执行电价（元/度）
第一档	小于等于 200	0.55
第二档	大于 200 小于 400	0.6
第三档	大于等于 400	0.85

例如：一户居民七月份用电 420 度，则需缴电费 $420 \times 0.85 = 357$ （元）.

某户居民五、六月份共用电 500 度，缴电费 290.5 元. 已知该用户六月份用电量大于五月份，且五、六月份的用电量均小于 400 度. 问该户居民五、六月份各月电多少度？

【考点】 二元一次方程组的应用.

【分析】 某户居民五、六月份共用电 500 度，就可以得出每月用电量不可能都在第一档，分情况讨论，当 5 月份用电量为 x 度 ≤ 200 度，6 月份用电 $(500 - x)$ 度，当 5 月份用电量为 x 度 > 200 度，六月份用电量为 $(500 - x)$ 度 $> x$ 度，分别建立方程求出其解即可.

【解答】 解：当 5 月份用电量为 x 度 ≤ 200 度，6 月份用电 $(500 - x)$ 度，由题意，得

$$0.55x + 0.6(500 - x) = 290.5,$$

解得： $x = 190$,

$$\therefore 6 \text{ 月份用电 } 500 - x = 310 \text{ 度}.$$

当 5 月份用电量为 x 度 > 200 度，六月份用电量为 $(500 - x)$ 度，由题意，得

$$0.6x + 0.6(500 - x) = 290.5,$$

$300 = 290.5$, 原方程无解.

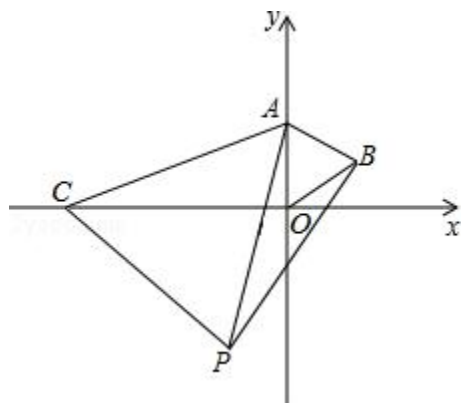
$\therefore$ 5 月份用电量为 190 度, 6 月份用电 310 度.

【点评】 本题考查了列一元一次方程解实际问题的运用, 一元一次方程的解法的运用, 分类讨论思想的运用, 解答时由总价=单价 $\times$ 数量是关键.

22. (8 分) (2014 年山东淄博) 如图, 在直角坐标系中, 点 A 的坐标是 (0, 3), 点 C 是 x 轴上的一个动点, 点 C 在 x 轴上移动时, 始终保持 $\triangle ACP$ 是等边三角形. 当点 C 移动到点 O 时, 得到等边三角形 AOB (此时点 P 与点 B 重合).

(1) 点 C 在移动的过程中, 当等边三角形 ACP 的顶点 P 在第三象限时 (如图), 求证: $\triangle AOC \cong \triangle ABP$; 由此你发现什么结论?

(2) 求点 C 在 x 轴上移动时, 点 P 所在函数图象的解析式.



【考点】 一次函数综合题.

【分析】 (1) 由等边三角形的性质易证 $AO=AB$, $AC=AP$, $\angle CAP=\angle OAB=60^\circ$; 然后由图示知 $\angle CAP+\angle PAO=\angle OAB+\angle PAO$, 即 $\angle CAO=\angle PAB$. 所以根据 SAS 证得结论;

(2) 利用 (1) 中的结论 $PB \perp AB$. 根据等边三角形的性质易求点 B 的坐标为 $B(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$. 再由旋转的性质得到当点 P 移动到 y 轴上的坐标是 (0, -3), 所以根据点 B、P 的坐标易求直线 BP 的解析式.

【解答】 (1) 证明: $\because \triangle AOB$ 与 $\triangle ACP$ 都是等边三角形,

$$\therefore AO=AB, AC=AP, \angle CAP=\angle OAB=60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAP+\angle PAO=\angle OAB+\angle PAO,$$

$$\therefore \angle CAO=\angle PAB,$$

在 $\triangle AOC$ 与 $\triangle ABP$ 中,

$$\begin{cases} AO=AB \\ \angle CAO=\angle PAB \\ AC=AP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle ABP \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore \angle COA=\angle PBA=90^\circ,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 在过点 } B \text{ 且与 } AB \text{ 垂直的直线上或 } PB \perp AB \text{ 或 } \angle ABP=90^\circ.$$

故结论是: 点 P 在过点 B 且与 AB 垂直的直线上或 $PB \perp AB$ 或 $\angle ABP=90^\circ$;

(2) 解: 点 P 在过点 B 且与 AB 垂直的直线上.

$$\because \triangle AOB \text{ 是等边三角形, } A(0, 3),$$

$$\therefore B\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

当点 C 移动到点 P 在 y 轴上时, 得 $P(0, -3)$.

设点 P 所在的直线方程为: $y=kx+b$ ($k \neq 0$). 把点 B 、 P 的坐标分别代入, 得

$$\begin{cases} \frac{3\sqrt{3}}{2}k+b=\frac{3}{2}, \\ b=-3 \end{cases}$$

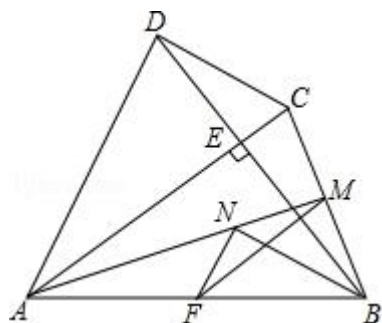
$$\text{解得 } \begin{cases} k=\sqrt{3} \\ b=-3 \end{cases},$$

所以点 P 所在的函数图象的解析式为: $y=\sqrt{3}x-3$.

【点评】 本题综合考查了待定系数法求一次函数解析式, 旋转的性质, 全等三角形的判定与性质等知识. 解答 (2) 题时, 求得点 P 位于 y 轴负半轴上的坐标是解题的关键.

23. (9分) (2014年山东淄博)如图, 四边形ABCD中, $AC \perp BD$ 交BD于点E, 点F, M分别是AB, BC的中点, BN平分 $\angle ABE$ 交AM于点N, $AB=AC=BD$. 连接MF, NF.

- (1) 判断 $\triangle BMN$ 的形状, 并证明你的结论;
- (2) 判断 $\triangle MFN$ 与 $\triangle BDC$ 之间的关系, 并说明理由.



【考点】相似三角形的判定与性质; 等腰直角三角形; 三角形中位线定理.

【分析】 (1) 根据等腰三角形的性质, 可得AM是高线、顶角的角平分线, 根据直角三角形的性质, 可得 $\angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$, 根据三角形外角的性质, 可得答案;

(2) 根据三角形中位线的性质, 可得MF与AC的关系, 根据等量代换, 可得MF与BD的关系, 根据等腰直角三角形, 可得BM与NM的关系, 根据等量代换, 可得NM与BC的关系, 根据同角的余角相等, 可得 $\angle CBD$ 与 $\angle NMF$ 的关系, 根据两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似, 可得答案.

【解答】 (1) 答: $\triangle BMN$ 是等腰直角三角形.

证明: $\because AB=AC$, 点M是BC的中点,

$\therefore AM \perp BC$, AM平分 $\angle BAC$.

$\because BN$ 平分 $\angle ABE$, $AC \perp BD$,

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$,

$\therefore \angle MNB = \angle NAB + \angle ABN = \frac{1}{2} (\angle BAE + \angle ABE) = 45^\circ$.

$\therefore \triangle BMN$ 是等腰直角三角形;

(2) 答: $\triangle MFN \sim \triangle BDC$.

证明: $\because$ 点 F, M 分别是 AB, BC 的中点,

$$\therefore FM \parallel AC, FM = \frac{1}{2}AC.$$

$$\because AC = BD,$$

$$\therefore FM = \frac{1}{2}BD, \text{ 即 } \frac{FM}{BD} = \frac{1}{2}.$$

$\because \triangle BMN$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore NM = BM = \frac{1}{2}BC, \text{ 即 } \frac{NM}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{FM}{BD} = \frac{NM}{BC}.$$

$$\because AM \perp BC,$$

$$\therefore \angle NMF + \angle FMB = 90^\circ.$$

$$\because FM \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle FMB.$$

$$\because \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle CBD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle CBD + \angle FMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NMF = \angle CBD.$$

$$\therefore \triangle MFN \sim \triangle BDC.$$

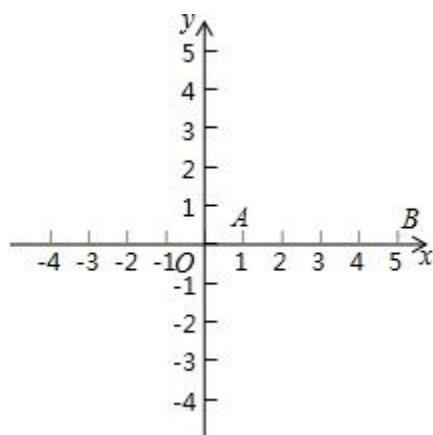
【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 利用了锐角是 45° 的直角三角形是等腰直角三角形, 两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似.

24. (9分) (2014年山东淄博)如图,点A与点B的坐标分别是(1, 0), (5, 0), 点P是该直角坐标系内的一个动点.

(1) 使 $\angle APB=30^\circ$ 的点P有无数个;

(2) 若点P在y轴上, 且 $\angle APB=30^\circ$, 求满足条件的点P的坐标;

(3) 当点P在y轴上移动时, $\angle APB$ 是否有最大值? 若有, 求点P的坐标, 并说明此时 $\angle APB$ 最大的理由; 若没有, 也请说明理由.



【考点】圆的综合题; 三角形的外角性质; 等边三角形的性质; 勾股定理; 矩形的判定与性质; 垂径定理; 圆周角定理; 切线的性质.

【专题】综合题; 探究型.

【分析】 (1) 已知点A、点B是定点, 要使 $\angle APB=30^\circ$, 只需点P在过点A、点B的圆上, 且弧AB所对的圆心角为 60° 即可, 显然符合条件的点P有无数个.

(2) 结合(1)中的分析可知: 当点P在y轴的正半轴上时, 点P是(1)中的圆与y轴的交点, 借助于垂径定理、等边三角形的性质、勾股定理等知识即可求出符合条件的点P的坐标; 当点P在y轴的负半轴上时, 同理可求出符合条件的点P的坐标.

(3) 由三角形外角的性质可证得: 在同圆或等圆中, 同弧所对的圆周角大于同弧所对的圆外角. 要 $\angle APB$ 最大, 只需构造过点A、点B且与y轴相切的圆, 切点就是使得 $\angle APB$ 最大的点P, 然后结合切线的性质、三角形外角的性质、矩形的判定与性质、勾股定理等知识即可解决问题.

【解答】解：(1) 以 AB 为边，在第一象限内作等边三角形 ABC，

以点 C 为圆心，AC 为半径作 $\odot C$ ，交 y 轴于点 P_1 、 P_2 。

在优弧 AP_1B 上任取一点 P，如图 1，

$$\text{则 } \angle APB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ.$$

$\therefore$ 使 $\angle APB = 30^\circ$ 的点 P 有无数个。

故答案为：无数。

(2) ①当点 P 在 y 轴的正半轴上时，

过点 C 作 $CG \perp AB$ ，垂足为 G，如图 1。

$\because$ 点 A (1, 0)，点 B (5, 0)，

$$\therefore OA=1, OB=5.$$

$$\therefore AB=4.$$

$\because$ 点 C 为圆心， $CG \perp AB$ ，

$$\therefore AG=BG=\frac{1}{2}AB=2.$$

$$\therefore OG=OA+AG=3.$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore AC=BC=AB=4.$$

$$\therefore CG = \sqrt{AC^2 - AG^2}$$

$$= \sqrt{4^2 - 2^2}$$

$$= 2\sqrt{3}.$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(3, 2\sqrt{3})$ 。

过点 C 作 $CD \perp y$ 轴，垂足为 D，连接 CP_2 ，如图 1，

$\because$ 点 C 的坐标为 $(3, 2\sqrt{3})$ ，

$$\therefore CD=3, OD=2\sqrt{3}.$$

$\because P_1, P_2$ 是 $\odot C$ 与 y 轴的交点,

$$\therefore \angle AP_1B = \angle AP_2B = 30^\circ.$$

$$\because CP_2 = CA = 4, CD = 3,$$

$$\therefore DP_2 = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}.$$

$\because$ 点 C 为圆心, $CD \perp P_1P_2$,

$$\therefore P_1D = P_2D = \sqrt{7}.$$

$$\therefore P_2 (0, 2\sqrt{3} - \sqrt{7}), P_1 (0, 2\sqrt{3} + \sqrt{7}).$$

②当点 P 在 y 轴的负半轴上时,

$$\text{同理可得: } P_3 (0, -2\sqrt{3} - \sqrt{7}), P_4 (0, -2\sqrt{3} + \sqrt{7}).$$

综上所述: 满足条件的点 P 的坐标有:

$$(0, 2\sqrt{3} - \sqrt{7}), (0, 2\sqrt{3} + \sqrt{7}), (0, -2\sqrt{3} - \sqrt{7}), (0, -2\sqrt{3} + \sqrt{7}).$$

(3) 当过点 A, B 的 $\odot E$ 与 y 轴相切于点 P 时, $\angle APB$ 最大.

①当点 P 在 y 轴的正半轴上时,

连接 EA , 作 $EH \perp x$ 轴, 垂足为 H , 如图 2.

$\because \odot E$ 与 y 轴相切于点 P ,

$$\therefore PE \perp OP.$$

$$\because EH \perp AB, OP \perp OH,$$

$$\therefore \angle EPO = \angle POH = \angle EHO = 90^\circ.$$

$\therefore$ 四边形 $OPEH$ 是矩形.

$$\therefore OP = EH, PE = OH = 3.$$

$$\therefore EA = 3.$$

$\because \angle EHA=90^\circ$, $AH=2$, $EA=3$,

$$\therefore EH=\sqrt{EA^2-AH^2}$$

$$=\sqrt{3^2-2^2}$$

$$=\sqrt{5}$$

$$\therefore OP=\sqrt{5}$$

$$\therefore P(0, \sqrt{5}).$$

②当点 P 在 y 轴的负半轴上时,

同理可得: $P(0, -\sqrt{5})$.

理由:

①若点 P 在 y 轴的正半轴上,

在 y 轴的正半轴上任取一点 M (不与点 P 重合),

连接 MA, MB, 交 $\odot E$ 于点 N, 连接 NA, 如图 2 所示.

$\because \angle ANB$ 是 $\triangle AMN$ 的外角,

$$\therefore \angle ANB > \angle AMB.$$

$$\because \angle APB = \angle ANB,$$

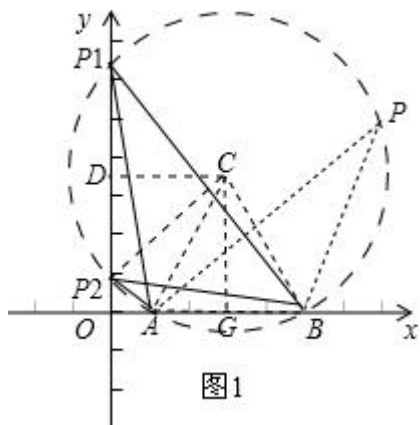
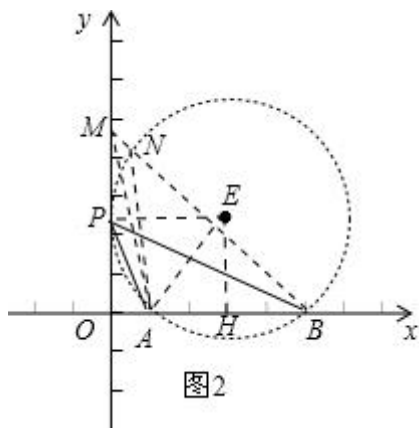
$$\therefore \angle APB > \angle AMB.$$

②若点 P 在 y 轴的负半轴上,

同理可证得: $\angle APB > \angle AMB$.

综上所述: 当点 P 在 y 轴上移动时, $\angle APB$ 有最大值,

此时点 P 的坐标为 $(0, \sqrt{5})$ 和 $(0, -\sqrt{5})$.



【点评】本题考查了垂径定理、圆周角定理、勾股定理、等边三角形的性质、矩形的判定与性质，切线的性质、三角形外角性质等知识，综合性强，同时也考查了创造性思维，有一定的难度，构造辅助圆是解决本题关键。