

2014 年山东省济宁市中考数学试卷

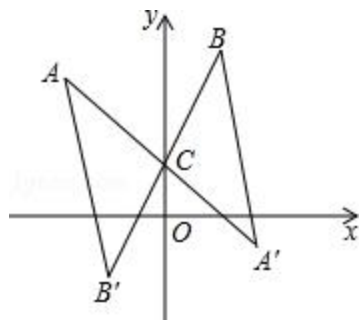
一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1. (3 分) (2014•济宁) 实数 1, -1 , $-\frac{1}{2}$, 0, 四个数中, 最小的数是 ()
- A. 0 B. 1 C. -1 D. $-\frac{1}{2}$
2. (3 分) (2014•济宁) 化简 $-5ab+4ab$ 的结果是 ()
- A. -1 B. a C. b D. $-ab$
3. (3 分) (2014•济宁) 把一条弯曲的公路改成直道, 可以缩短路程. 用几何知识解释其道理正确的是 ()
- A. 两点确定一条直线 B. 垂线段最短
- C. 两点之间线段最短 D. 三角形两边之和大于第三边
4. (3 分) (2014•济宁) 函数 $y=\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ 中的自变量 x 的取值范围是 ()
- A. $x \geq 0$ B. $x \neq -1$ C. $x > 0$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq -1$
5. (3 分) (2014•济宁) 如果圆锥的母线长为 5cm, 底面半径为 2cm, 那么这个圆锥的侧面积为 ()
- A. 10cm^2 B. $10\pi\text{cm}^2$ C. 20cm^2 D. $20\pi\text{cm}^2$
6. (3 分) (2014•济宁) 从总体中抽取一部分数据作为样本去估计总体的某种属性. 下面叙述正确的是 ()
- A. 样本容量越大, 样本平均数就越大
- B. 样本容量越大, 样本的方差就越大
- C. 样本容量越大, 样本的极差就越大
- D. 样本容量越大, 对总体的估计就越准确
7. (3 分) (2014•济宁) 如果 $ab > 0$, $a+b < 0$, 那么下面各式: ① $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, ② $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = 1$, ③ $\sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}} = -b$, 其中正确的是 ()
- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③
8. (3 分) (2014•济宁) “如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有两个公共点, 那么一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根.”请根据你对这句话的理解, 解决下面问题:

若 m 、 n ($m < n$) 是关于 x 的方程 $1 - (x - a)(x - b) = 0$ 的两根, 且 $a < b$, 则 a 、 b 、 m 、 n 的大小关系是 ()

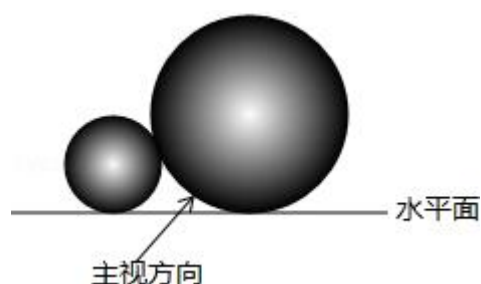
- A. $m < a < b < n$ B. $a < m < n < b$ C. $a < m < b < n$ D. $m < a < n < b$

9. (3分) (2014•济宁) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 $C(0, 1)$ 旋转 180° 得到 $\triangle A'B'C$, 设点 A 的坐标为 (a, b) , 则点 A' 的坐标为 ()



- A. $(-a, -b)$ B. $(-a, -b-1)$ C. $(-a, -b+1)$ D. $(-a, -b+2)$

10. (3分) (2014•济宁) 如图, 两个直径分别为 36cm 和 16cm 的球, 靠在一起放在同一水平面上, 组成如图所示的几何体, 则该几何体的俯视图的圆心距是 ()

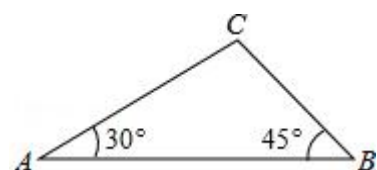


- A. 10cm . B. 24cm C. 26cm D. 52cm

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分.

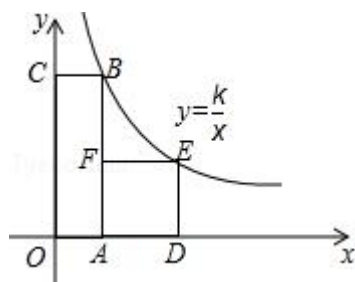
11. (3分) (2014•济宁) 如果从一卷粗细均匀的电线上截取 1 米长的电线, 称得它的质量为 a 克, 再称得剩余电线的质量为 b 克, 那么原来这卷电线的总长度是_____米.

12. (3分) (2014•济宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, 则 AB 的长为_____.

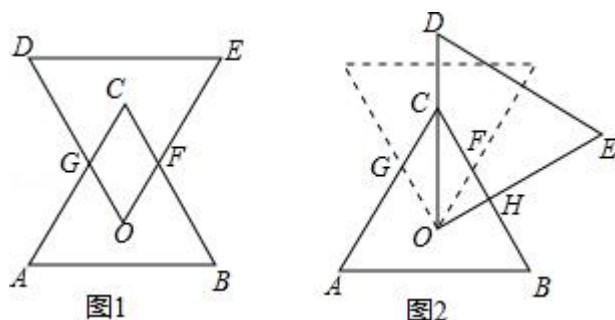


13. (3分) (2014•济宁) 若一元二次方程 $ax^2=b$ ($ab>0$) 的两个根分别是 $m+1$ 与 $2m-4$, 则 $\frac{b}{a}$ = _____.

14. (3分) (2014•济宁) 如图, 四边形 OABC 是矩形, ADEF 是正方形, 点 A、D 在 x 轴的正半轴上, 点 C 在 y 轴的正半轴上, 点 F 在 AB 上, 点 B、E 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, $OA=1$, $OC=6$, 则正方形 ADEF 的边长为 _____.



15. (3分) (2014•济宁) 如图 (1), 有两个全等的正三角形 ABC 和 ODE, 点 O、C 分别为 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEO$ 的重心; 固定点 O, 将 $\triangle ODE$ 顺时针旋转, 使得 OD 经过点 C, 如图 (2), 则图 (2) 中四边形 OGCF 与 $\triangle OCH$ 面积的比为 _____.



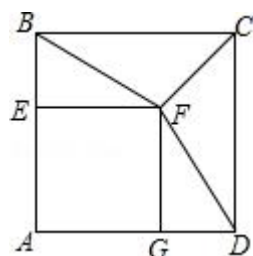
三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 55 分.

16. (6分) (2014•济宁) 已知 $x+y=xy$, 求代数式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - (1-x)(1-y)$ 的值.

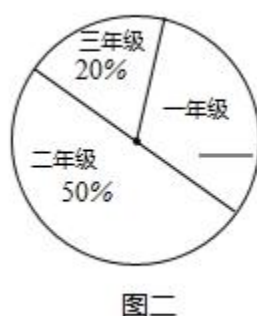
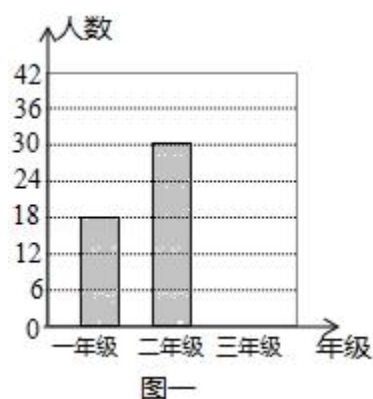
17. (6分) (2014•济宁) 如图, 正方形 AEFG 的顶点 E、G 在正方形 ABCD 的边 AB、AD 上, 连接 BF、DF.

(1) 求证: $BF=DF$;

(2) 连接 CF, 请直接写出 BE: CF 的值 (不必写出计算过程).



18. (7分) (2014•济宁) 山东省第二十三届运动会将于 2014 年在济宁举行. 下图是某大学未制作完整的三个年级省运会志愿者的统计图, 请你根据图中所给信息解答下列问题:



(1) 请你求出三年级有多少名省运会志愿者, 并将两幅统计图补充完整;

(2) 要求从一年级、三年级志愿者中各推荐一名队长候选人, 二年级志愿者中推荐两名队长候选人, 四名候选人中选出两人任队长, 用列表法或树形图, 求出两名队长都是二年级志愿者的概率是多少?

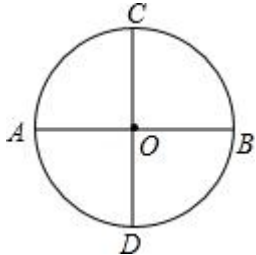
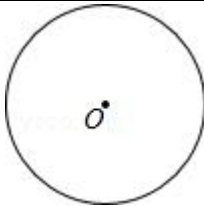
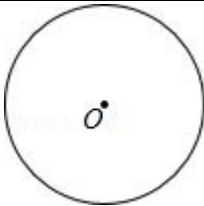
19. (8 分) (2014•济宁) 济宁市“五城同创”活动中，一项绿化工程由甲、乙两工程队承担. 已知甲工程队单独完成这项工作需 120 天，甲工程队单独工作 30 天后，乙工程队参与合做，两队又共同工作了 36 天完成.

- (1) 求乙工程队单独完成这项工作需要多少天?
- (2) 因工期的需要，将此项工程分成两部分，甲做其中一部分用了 x 天完成，乙做另一部分用了 y 天完成，其中 x 、 y 均为正整数，且 $x < 46$ ， $y < 52$ ，求甲、乙两队各做了多少天?

20. (8 分) (2014•济宁) 在数学活动课上，王老师发给每位同学一张半径为 6 个单位长度的圆形纸板，要求同学们:

- (1) 从带刻度的三角板、量角器和圆规三种作图工具中任意选取作图工具，把圆形纸板分成面积相等的四部分；
- (2) 设计的整个图案是某种对称图形.

王老师给出了方案一，请你用所学的知识再设计两种方案，并完成下面的设计报告.

名 称	四等分圆的面积		
方 案	方案一	方案二	方案三
选用的工具	带刻度的三角板		
画出示意图			
简述设计方案	作⊙O 两条互相垂直的直径 AB、CD，将⊙O 的面积分成相等的四份.		
指出对称性	既是轴对称图形又是中心对称图形		

21. (9分) (2014•济宁) 阅读材料:

已知, 如图 (1), 在面积为 S 的 $\triangle ABC$ 中, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, 内切圆 O 的半径为 r . 连接 OA 、 OB 、 OC , $\triangle ABC$ 被划分为三个小三角形.

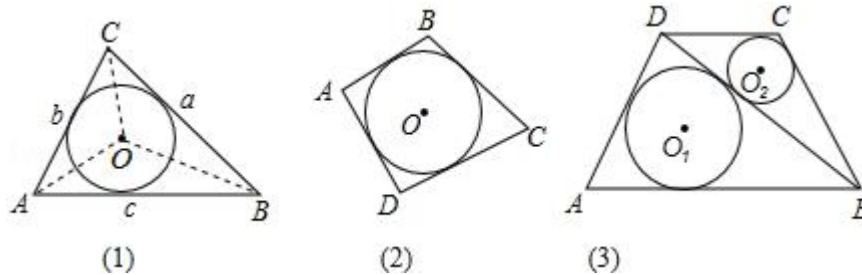
$$\because S = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}BC \cdot r + \frac{1}{2}AC \cdot r + \frac{1}{2}AB \cdot r = \frac{1}{2}(a+b+c)r.$$

$$\therefore r = \frac{2S}{a+b+c}.$$

(1) 类比推理: 若面积为 S 的四边形 $ABCD$ 存在内切圆 (与各边都相切的圆), 如图 (2), 各边长分别为 $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$, $AD=d$, 求四边形的内切圆半径 r ;

(2) 理解应用: 如图 (3), 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB=21$, $CD=11$, $AD=13$,

$\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 分别为 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ 的内切圆, 设它们的半径分别为 r_1 和 r_2 , 求 $\frac{r_1}{r_2}$ 的值.



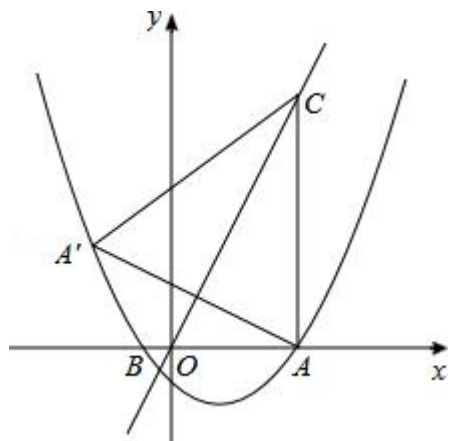
22. (11 分) (2014•济宁) 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A (5, 0)、 B (-1, 0)

两点, 过点 A 作直线 $AC \perp x$ 轴, 交直线 $y = 2x$ 于点 C ;

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 求点 A 关于直线 $y = 2x$ 的对称点 A' 的坐标, 判定点 A' 是否在抛物线上, 并说明理由;

(3) 点 P 是抛物线上一动点, 过点 P 作 y 轴的平行线, 交线段 CA' 于点 M , 是否存在这样的点 P , 使四边形 $PACM$ 是平行四边形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年山东省济宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1. (3 分) (2014•济宁) 实数 1, -1 , $-\frac{1}{2}$, 0, 四个数中，最小的数是 ()

- A. 0 B. 1 C. -1 D. $-\frac{1}{2}$

考点：实数大小比较.

分析：根据正数 $> 0 >$ 负数，几个负数比较大小时，绝对值越大的负数越小解答即可.

解答：解：根据正数 $> 0 >$ 负数，几个负数比较大小时，绝对值越大的负数越小，

$$\text{可得 } 1 > 0 > -\frac{1}{2} > -1,$$

所以在 1, -1 , $-\frac{1}{2}$, 0 中，最小的数是 -1 .

故选：C.

点评：此题主要考查了正、负数、0 和负数间的大小比较. 几个负数比较大小时，绝对值越大的负数越小，

2. (3 分) (2014•济宁) 化简 $-5ab+4ab$ 的结果是 ()

- A. -1 B. a C. b D. $-ab$

考点：合并同类项.

分析：根据合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变作答.

解答：解： $-5ab+4ab = (-5+4)ab = -ab$

故选：D.

点评：本题考查了合并同类项的法则. 注意掌握合并同类项时把系数相加减，字母与字母的指数不变，属于基础题.

3. (3 分) (2014•济宁) 把一条弯曲的公路改成直道，可以缩短路程. 用几何知识解释其道理正确的是 ()

- A. 两点确定一条直线 B. 垂线段最短
C. 两点之间线段最短 D. 三角形两边之和大于第三边

考点：线段的性质：两点之间线段最短.

专题：应用题.

分析：此题为数学知识的应用，由题意把一条弯曲的公路改成直道，肯定要尽量缩短两地之间的里程，就用到两点间线段最短定理.

解答：解：要想缩短两地之间的里程，就尽量是两地在一条直线上，因为两点间线段最短.

故选 C.

点评： 本题考查了线段的性质，牢记线段的性质是解题关键.

4. (3 分) (2014•济宁) 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ 中的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 0$ B. $x \neq -1$ C. $x > 0$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq -1$

考点： 函数自变量的取值范围.

分析： 根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于 0，分母不等于 0，可以求出 x 的范围.

解答： 解：根据题意得： $x \geq 0$ 且 $x+1 \neq 0$ ，
解得 $x \geq 0$ ，
故选：A.

点评： 本题考查了自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

5. (3 分) (2014•济宁) 如果圆锥的母线长为 5cm，底面半径为 2cm，那么这个圆锥的侧面积为 ()

- A. 10cm^2 B. $10\pi\text{cm}^2$ C. 20cm^2 D. $20\pi\text{cm}^2$

考点： 圆锥的计算.

分析： 圆锥的侧面积=底面周长 $\times$ 母线长 $\div 2$.

解答： 解：圆锥的侧面积= $2\pi \times 2 \times 5 \div 2 = 10\pi$.
故选 B.

点评： 本题考查了圆锥的计算，解题的关键是知道圆锥的侧面积的计算方法.

6. (3 分) (2014•济宁) 从总体中抽取一部分数据作为样本去估计总体的某种属性. 下面叙述正确的是 ()

- A. 样本容量越大，样本平均数就越大
B. 样本容量越大，样本的方差就越大
C. 样本容量越大，样本的极差就越大
D. 样本容量越大，对总体的估计就越准确

考点： 用样本估计总体.

分析： 用样本频率估计总体分布的过程中，估计的是否准确与总体的数量无关，只与样本容量在总体中所占的比例有关，对于同一个总体，样本容量越大，估计的越准确.

解答： 解： $\because$ 用样本频率估计总体分布的过程中，
估计的是否准确与总体的数量无关，
只与样本容量在总体中所占的比例有关，
 $\therefore$ 样本容量越大，估计的越准确.
故选：D.

点评： 此题考查了抽样和样本估计总体的实际应用，注意在一个总体中抽取一定的样本估计总体，估计的是否准确，只与样本在总体中所占的比例有关.

7. (3分) (2014•济宁) 如果 $ab > 0$, $a+b < 0$, 那么下面各式: ① $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, ② $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = 1$, ③ $\sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}} = -b$, 其中正确的是 ()
- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

考点: 二次根式的乘除法.

分析: 由 $ab > 0$, $a+b < 0$ 先求出 $a < 0$, $b < 0$, 再进行根号内的运算.

解答: 解: $\because ab > 0$, $a+b < 0$,

$$\therefore a < 0, b < 0$$

① $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, 被开方数应 ≥ 0 , a, b 不能做被开方数所以①是错误的,

② $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = 1$, $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}} = \sqrt{1} = 1$ 是正确的,

③ $\sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}} = -b$, $\sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{ab} \div \frac{\sqrt{ab}}{-b} = \sqrt{ab} \times \frac{-b}{\sqrt{ab}} = -b$ 是正确的.

故选: B.

点评: 本题是考查二次根式的乘除法, 解答本题的关键是明确 $a < 0$, $b < 0$.

8. (3分) (2014•济宁) “如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴有两个公共点, 那么一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根.”请根据你对这句话的理解, 解决下面问题: 若 m, n ($m < n$) 是关于 x 的方程 $1 - (x-a)(x-b) = 0$ 的两根, 且 $a < b$, 则 a, b, m, n 的大小关系是 ()

- A. $m < a < b < n$ B. $a < m < n < b$ C. $a < m < b < n$ D. $m < a < n < b$

考点: 抛物线与 x 轴的交点.

分析: 依题意画出函数 $y = (x-a)(x-b)$ 图象草图, 根据二次函数的增减性求解.

解答: 解: 依题意, 画出函数 $y = (x-a)(x-b)$ 的图象, 如图所示.

函数图象为抛物线, 开口向上, 与 x 轴两个交点的横坐标分别为 a, b ($a < b$).

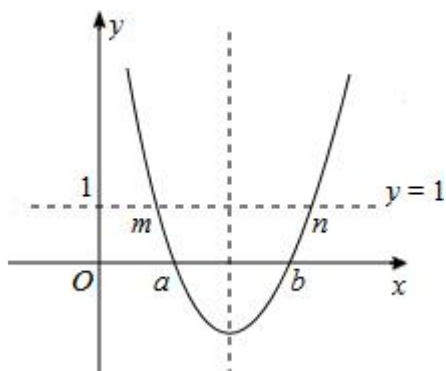
方程 $1 - (x-a)(x-b) = 0$ 转化为 $(x-a)(x-b) = 1$, 方程的两根是抛物线 $y = (x-a)(x-b)$ 与直线 $y=1$ 的两个交点.

由 $m < n$, 可知对称轴左侧交点横坐标为 m , 右侧为 n .

由抛物线开口向上, 则在对称轴左侧, y 随 x 增大而减少, 则有 $m < a$; 在对称轴右侧, y 随 x 增大而增大, 则有 $b < n$.

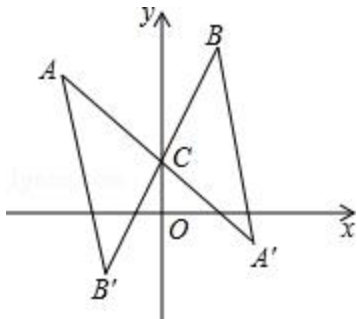
综上所述, 可知 $m < a < b < n$.

故选 A.



点评: 本题考查了二次函数与一元二次方程的关系, 考查了数形结合的数学思想. 解题时, 画出函数草图, 由函数图象直观形象地得出结论, 避免了繁琐复杂的计算.

9. (3 分) (2014•济宁) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 $C(0, 1)$ 旋转 180° 得到 $\triangle A'B'C$, 设点 A 的坐标为 (a, b) , 则点 A' 的坐标为 ()



- A. $(-a, -b)$ B. $(-a, -b-1)$ C. $(-a, -b+1)$ D. $(-a, -b+2)$

考点: 坐标与图形变化-旋转.

分析: 设点 A' 的坐标是 (x, y) , 根据旋转变换的对应点关于旋转中心对称, 再根据中点公式列式求解即可.

解答: 解: 根据题意, 点 A 、 A' 关于点 C 对称,

设点 A' 的坐标是 (x, y) ,

$$\text{则 } \frac{a+x}{2}=0, \frac{b+y}{2}=1,$$

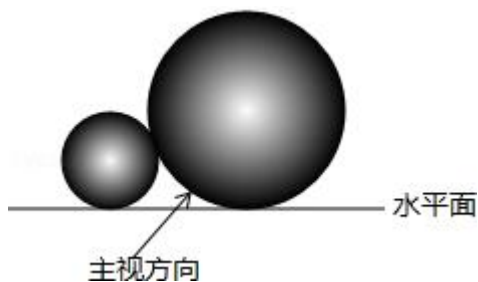
$$\text{解得 } x=-a, y=-b+2,$$

$$\therefore \text{点 } A' \text{ 的坐标是 } (-a, -b+2).$$

故选: D.

点评: 本题考查了利用旋转进行坐标与图形的变化, 根据旋转的性质得出点 A 、 A' 关于点 C 成中心对称是解题的关键, 还需注意中点公式的利用, 也是容易出错的地方.

10. (3 分) (2014•济宁) 如图, 两个直径分别为 36cm 和 16cm 的球, 靠在一起放在同一水平面上, 组成如图所示的几何体, 则该几何体的俯视图的圆心距是 ()



A. 10cm.

B. 24cm

C. 26cm

D. 52cm

考点：简单组合体的三视图；勾股定理；圆与圆的位置关系.

分析：根据两球相切，可得球心距，根据两圆相切，可得圆心距是半径的和，根据勾股定理，可得答案.

解答：解：球心距是 $(36+16) \div 2=26$ ，
两球半径之差是 $(36-16) \div 2=10$ ，
俯视图的圆心距是 $\sqrt{26^2-10^2}=24\text{cm}$ ，

故选：B.

点评：本题考查了简单组合体的三视图，利用勾股定理是解题关键.

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分.

11. (3 分) (2014•济宁) 如果从一卷粗细均匀的电线上截取 1 米长的电线，称得它的质量为 a 克，再称得剩余电线的质量为 b 克，那么原来这卷电线的总长度是 $\frac{b}{a}+1$ 米.

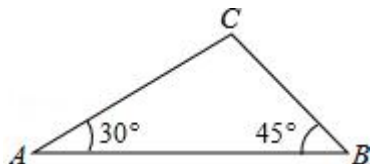
考点：列代数式 (分式).

分析：这卷电线的总长度=截取的 1 米+剩余电线的长度.

解答：解：根据 1 米长的电线，称得它的质量为 a 克，只需根据剩余电线的质量除以 a ，即可知道剩余电线的长度. 故总长度是 $(\frac{b}{a}+1)$ 米.

点评：注意代数式的正确书写，还要注意后边有单位，故该代数式要带上括号. 解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量的等量关系.

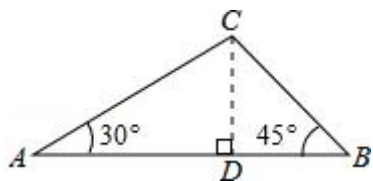
12. (3 分) (2014•济宁) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=45^\circ$ ， $AC=2\sqrt{3}$ ，则 AB 的长为 $3+\sqrt{3}$.



考点：解直角三角形.

分析：过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D ，求出 $\angle BCD=\angle B$ ，推出 $BD=CD$ ，根据含 30° 度角的直角三角形求出 CD ，根据勾股定理求出 AD ，相加即可求出答案.

解答：解：过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D ，



$$\therefore \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore CD = BD,$$

$$\because \angle A = 30^\circ, AC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = \sqrt{3},$$

$$\therefore BD = CD = \sqrt{3},$$

$$\text{由勾股定理得: } AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 3,$$

$$\therefore AB = AD + BD = 3 + \sqrt{3}.$$

$$\text{故答案为: } 3 + \sqrt{3}.$$

点评: 本题考查了勾股定理, 等腰三角形的性质和判定, 含 30° 角的直角三角形性质等知识点的应用, 关键是构造直角三角形, 题目具有一定的代表性, 是一道比较好的题目.

13. (3分) (2014•济宁) 若一元二次方程 $ax^2=b$ ($ab>0$) 的两个根分别是 $m+1$ 与 $2m-4$,

$$\text{则 } \frac{b}{a} = \underline{4}.$$

考点: 解一元二次方程-直接开平方法.

专题: 计算题.

分析: 利用直接开平方法得到 $x = \pm \sqrt{\frac{b}{a}}$, 得到方程的两个根互为相反数, 所以 $m+1+2m-4=0$, 解得

$m=1$, 则方程的两个根分别是 2 与 -2 , 则有 $\sqrt{\frac{b}{a}}=2$, 然后两边平方得到 $\frac{b}{a}=4$.

解答: 解: $\because x^2 = \frac{b}{a}$ ($ab>0$),

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{b}{a}},$$

$\therefore$ 方程的两个根互为相反数,

$$\therefore m+1+2m-4=0, \text{ 解得 } m=1,$$

$\therefore$ 一元二次方程 $ax^2=b$ ($ab>0$) 的两个根分别是 2 与 -2 ,

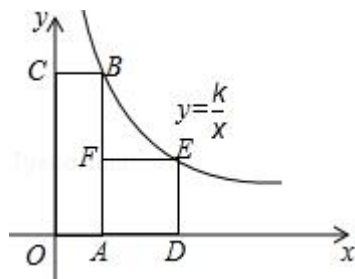
$$\therefore \sqrt{\frac{b}{a}}=2,$$

$$\therefore \frac{b}{a}=4.$$

故答案为 4 .

点评: 本题考查了解一元二次方程-直接开平方法: 形如 $x^2=p$ 或 $(nx+m)^2=p$ ($p \geq 0$) 的一元二次方程可采用直接开平方的方法解一元二次方程. 如果方程化成 $x^2=p$ 的形式, 那么可得 $x = \pm \sqrt{p}$; 如果方程能化成 $(nx+m)^2=p$ ($p \geq 0$) 的形式, 那么 $nx+m = \pm \sqrt{p}$.

14. (3分) (2014•济宁) 如图, 四边形 OABC 是矩形, ADEF 是正方形, 点 A、D 在 x 轴的正半轴上, 点 C 在 y 轴的正半轴上, 点 F 在 AB 上, 点 B、E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, OA=1, OC=6, 则正方形 ADEF 的边长为 2.



考点: 反比例函数图象上点的坐标特征; 解一元二次方程-因式分解法.

分析: 先确定 B 点坐标 (1, 6), 根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 $k=6$, 则反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$, 设 $AD=t$, 则 $OD=1+t$, 所以 E 点坐标为 $(1+t, t)$,

再利用根据反比例函数图象上点的坐标特征得 $(1+t) \cdot t=6$, 利用因式分解法可求出 t 的值.

解答: 解: $\because OA=1, OB=6$,
 $\therefore B$ 点坐标为 $(1, 6)$,
 $\therefore k=1 \times 6=6$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$,

设 $AD=t$, 则 $OD=1+t$,

$\therefore E$ 点坐标为 $(1+t, t)$,

$\therefore (1+t) \cdot t=6$,

整理为 $t^2+t-6=0$,

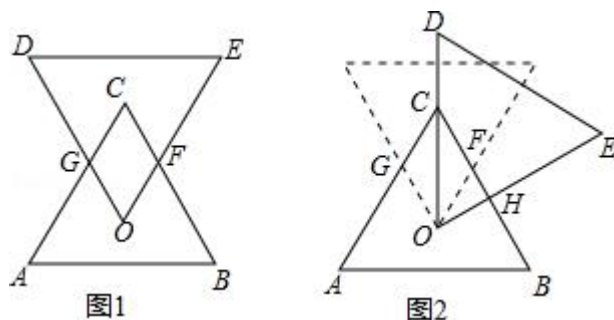
解得 $t_1=-3$ (舍去), $t_2=2$,

$\therefore$ 正方形 ADEF 的边长为 2.

故答案为 2.

点评: 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$.

15. (3分) (2014•济宁) 如图 (1), 有两个全等的正三角形 ABC 和 ODE, 点 O、C 分别为 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEO$ 的重心; 固定点 O, 将 $\triangle ODE$ 顺时针旋转, 使得 OD 经过点 C, 如图 (2), 则图 (2) 中四边形 OGCF 与 $\triangle OCH$ 面积的比为 4: 3.



考点：旋转的性质；三角形的重心；等边三角形的性质.

分析：设三角形的边长是 x ，则图 1 中四边形 $OGCF$ 是一个内角是 60° 的菱形，图 2 中 $\triangle OCH$ 是一个角是 30° 的直角三角形，分别求得两个图形的面积，即可求解.

解答：解：设三角形的边长是 x ，则高长是 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$.

图 1 中，阴影部分是一个内角是 60° 的菱形， $OC = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

另一条对角线长是： $FG = 2GH = 2 \times \frac{1}{2}OC \cdot \tan 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}x \cdot \tan 30^\circ = \frac{1}{3}x$.

则四边形 $OGCF$ 的面积是： $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{18}x^2$;

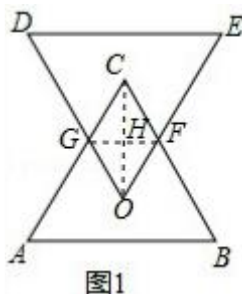
图 2 中， $OC = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

是一个角是 30° 的直角三角形.

则 $\triangle OCH$ 的面积 $= \frac{1}{2}OC \cdot \sin 30^\circ \cdot OC \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}x \cdot \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{24}x^2$.

四边形 $OGCF$ 与 $\triangle OCH$ 面积的比为： $\frac{\sqrt{3}}{18}x^2 : \frac{\sqrt{3}}{24}x^2 = 4 : 3$.

故答案为：4：3.



点评：本题主要考查了三角形的重心的性质，解直角三角形，以及菱形、直角三角形面积的计算，正确计算两个图形的面积是解决本题的关键.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 55 分.

16. (6 分) (2014•济宁) 已知 $x+y=xy$ ，求代数式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{(1-x)(1-y)}$ 的值.

考点：分式的化简求值.

分析：首先将所求代数式展开化简，然后整体代入即可求值.

解答: 解: $\because x+y=xy$,

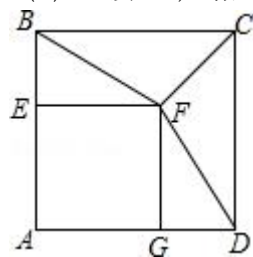
$$\begin{aligned} & \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = (1-x)(1-y) \\ & = \frac{y+x}{xy} = (1-x-y+xy) \\ & = \frac{x+y}{xy} = 1+x+y-xy \\ & = 1-1+0 \\ & = 0 \end{aligned}$$

点评: 此题考查了代数式求值, 利用了整体代入的思想, 是一道基本题型

17. (6分) (2014•济宁) 如图, 正方形 AEFG 的顶点 E、G 在正方形 ABCD 的边 AB、AD 上, 连接 BF、DF.

(1) 求证: $BF=DF$;

(2) 连接 CF, 请直接写出 BE: CF 的值 (不必写出计算过程).



考点: 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质.

分析: (1) 根据正方形的性质得出 $BE=DG$, 再利用 $\triangle BEF \cong \triangle DGF$ 求得 $BF=DF$,
(2) 由 $BF=DF$ 得点 F 在对角线 AC 上, 再运用平行线间线段的比求解.

解答: (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 和 AEFG 都是正方形,

$$\therefore AB=AD, AE=AG=EF=FG, \angle BEF=\angle DGF=90^\circ,$$

$$\therefore BE=AB-AE, DG=AD-AG, \therefore BE=DG,$$

在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle DGF$ 中,

$$\begin{cases} BF=DG \\ \angle BEF=\angle DGF \\ EF=GF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle DGF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BF=DF;$$

(2) 解: $\because BF=DF$

$\therefore$ 点 F 在对角线 AC 上

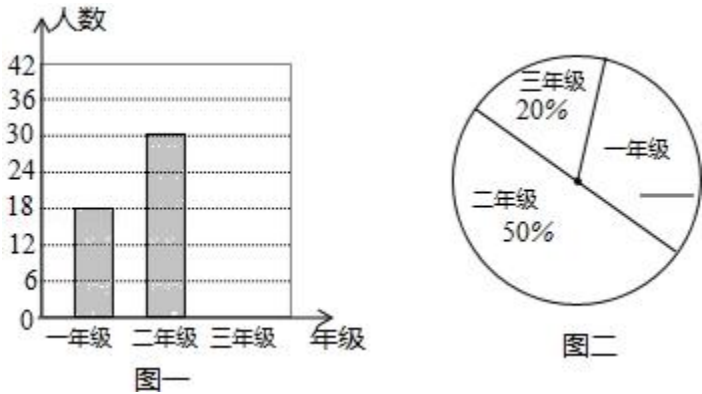
$$\because AD \parallel EF \parallel BC$$

$$\therefore BE: CF=AE: AF=AE: \sqrt{2}AE=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore BE: CF=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

点评: 本题主要考查正方形的性质及三角形全等的判定和性质, 要熟练掌握灵活应用.

18. (7 分) (2014•济宁) 山东省第二十三届运动会将于 2014 年在济宁举行. 下图是某大学未制作完整的三个年级省运会志愿者的统计图, 请你根据图中所给信息解答下列问题:



- 请你求出三年级有多少名省运会志愿者, 并将两幅统计图补充完整;
- 要求从一年级、三年级志愿者中各推荐一名队长候选人, 二年级志愿者中推荐两名队长候选人, 四名候选人中选出两人任队长, 用列表法或树形图, 求出两名队长都是二年级志愿者的概率是多少?

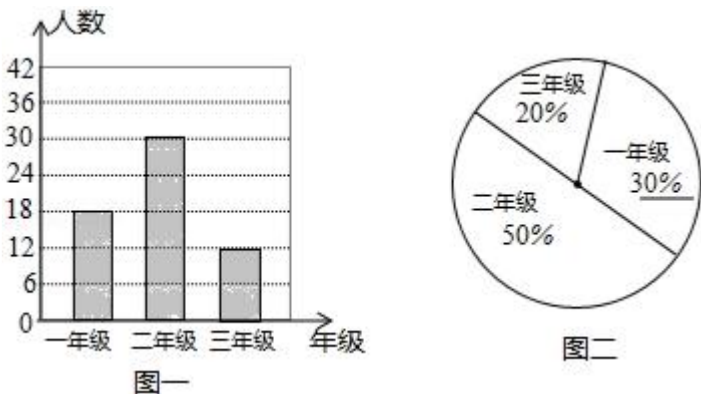
考点: 条形统计图; 扇形统计图; 列表法与树状图法.

专题: 数形结合.

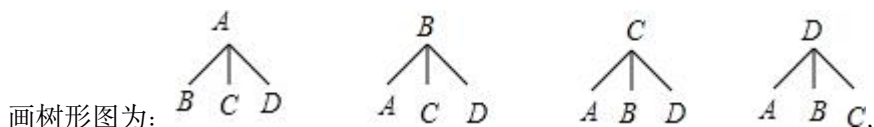
分析: (1) 先利用二年级志愿者的人数和它所占的百分比计算出志愿者的总人数为 60 人, 再用 60 乘以 20%得到三年级志愿者的人数, 然后用 100%分别减去二、三年级所占的百分比即可得到一年级志愿者的人数所占的百分比, 再把两幅统计图补充完整;

(2) 用 A 表示一年级队长候选人, B、C 表示二年级队长候选人, D 表示三年级队长候选人, 利用树状图展示所有 12 种等可能的结果, 再找出两人都是二年级志愿者的结果数, 然后利用概率公式计算.

解答: 解: (1) 三个年级省运会志愿者的总人数= $30 \div 50\% = 60$ (人),
 所以三年级志愿者的人数= $60 \times 20\% = 12$ (人);
 一年级志愿者的人数所占的百分比= $1 - 50\% - 20\% = 30\%$;
 如图所示:



- 用 A 表示一年级队长候选人, B、C 表示二年级队长候选人, D 表示三年级队长候选人,



共有 12 种等可能的结果，其中两人都是二年级志愿者的情况有两种，

$$\text{所以 } P(\text{两名队长都是二年级志愿者}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

点评： 本题考查了条形统计图：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来；从条形图可以很容易看出数据的大小，便于比较。也考查了扇形统计图、列表法与树状图法。

19. (8 分) (2014•济宁) 济宁市“五城同创”活动中，一项绿化工程由甲、乙两工程队承担. 已知甲工程队单独完成这项工作需 120 天，甲工程队单独工作 30 天后，乙工程队参与合做，两队又共同工作了 36 天完成.

(1) 求乙工程队单独完成这项工作需要多少天？

(2) 因工期的需要，将此项工程分成两部分，甲做其中一部分用了 x 天完成，乙做另一部分用了 y 天完成，其中 x 、 y 均为正整数，且 $x < 46$ ， $y < 52$ ，求甲、乙两队各做了多少天？

考点： 分式方程的应用；一元一次不等式组的应用.

分析： (1) 设乙工程队单独完成这项工作需要 x 天，由题意列出分式方程，求出 x 的值即可；

(2) 首先根据题意列出 x 和 y 的关系式，进而求出 x 的取值范围，结合 x 和 y 都是正整数，即可求出 x 和 y 的值.

解答： 解：(1) 设乙工程队单独完成这项工作需要 x 天，由题意得

$$\frac{30}{120} + 36 \left(\frac{1}{120} + \frac{1}{x} \right) = 1, \text{ 解之得 } x=80,$$

经检验 $x=80$ 是原方程的解.

答：乙工程队单独做需要 80 天完成；

(2) 因为甲队做其中一部分用了 x 天，乙队做另一部分用了 y 天，

$$\text{所以 } \frac{x}{120} + \frac{y}{80} = 1, \text{ 即 } y = 80 - \frac{2}{3}x, \text{ 又 } x < 46, y < 52,$$

$$\text{所以 } \begin{cases} 80 - \frac{2}{3}x < 52 \\ x < 46 \end{cases}, \text{ 解之得 } 42 < x < 46,$$

因为 x 、 y 均为正整数，所以 $x=45$ ， $y=50$ ，

答：甲队做了 45 天，乙队做了 50 天.

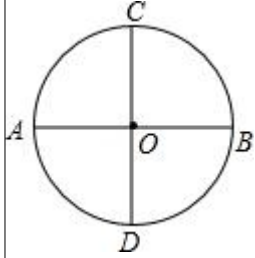
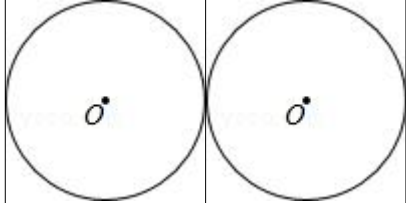
点评： 本题考查分式方程的应用，分析题意，找到合适的等量关系是解决问题的关键. 此题涉及的公式：工作总量=工作效率×工作时间.

20. (8 分) (2014•济宁) 在数学活动课上，王老师发给每位同学一张半径为 6 个单位长度的圆形纸板，要求同学们：

(1) 从带刻度的三角板、量角器和圆规三种作图工具中任意选取作图工具，把圆形纸板分成面积相等的四部分；

(2) 设计的整个图案是某种对称图形.

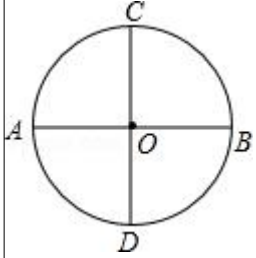
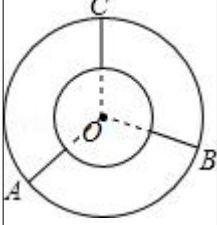
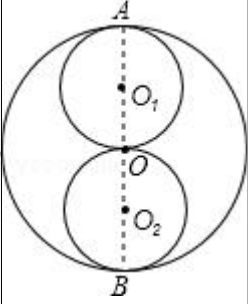
王老师给出了方案一，请你用所学的知识再设计两种方案，并完成下面的设计报告。

名 称	四等分圆的面积		
方 案	方案一	方案二	方案三
选用的工具	带刻度的三角板		
画出示意图			
简述设计方案	作 $\odot O$ 两条互相垂直的直径 AB 、 CD ，将 $\odot O$ 的面积分成相等的四份.		
指出对称性	既是轴对称图形又是中心对称图形		

考点：利用旋转设计图案；利用轴对称设计图案.

分析：根据圆的面积公式以及轴对称图形和中心对称图形定义分别分析得出即可.

解答：解：

名称	四等分圆的面积		
方案	方案一	方案二	方案三
选用的工具	带刻度的三角板	带刻度三角板、量角器、圆规.	带刻度三角板、圆规.
画出示意图			
简述设计方案	作 $\odot O$ 两条互相垂直的直径 AB 、 CD ，将 $\odot O$ 的面积分成相等的四份.	(1) 以点 O 为圆心，以 3 个单位长度为半径作圆； (2) 在大 $\odot O$ 上依次取三等分点 A 、 B 、 C ； (3) 连接 OA 、 OB 、 OC . 则小圆 O 与三等份圆环把 $\odot O$ 的面积四等分.	(4) 作 $\odot O$ 的一条直径 AB ； (5) 分别以 OA 、 OB 的中点为圆心，以 3 个单位长度为半径作 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ ； 则 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 和 $\odot O$ 中剩余的两部分把 $\odot O$ 的面积四等分.
指出对称性	既是轴对称图形又是中心对称图形.	轴对称图形	既是轴对称图形又

称性		是中心对称图形.
----	--	----------

点评: 此题主要考查了利用轴对称设计图案以及轴对称图形以及中心对称图形的性质, 熟练利用扇形面积公式是解题关键.

21. (9分) (2014•济宁) 阅读材料:

已知, 如图 (1), 在面积为 S 的 $\triangle ABC$ 中, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, 内切圆 O 的半径为 r . 连接 OA 、 OB 、 OC , $\triangle ABC$ 被划分为三个小三角形.

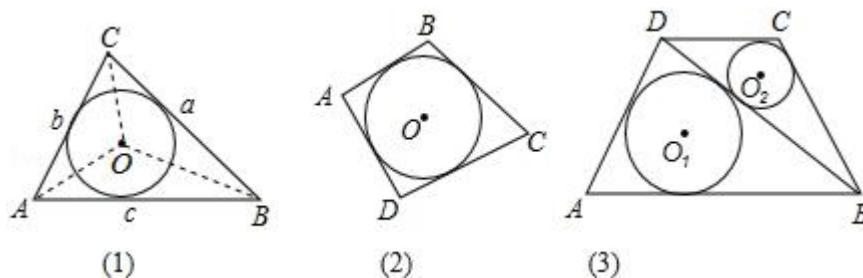
$$\because S = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}BC \cdot r + \frac{1}{2}AC \cdot r + \frac{1}{2}AB \cdot r = \frac{1}{2}(a+b+c)r.$$

$$\therefore r = \frac{2S}{a+b+c}.$$

(1) 类比推理: 若面积为 S 的四边形 $ABCD$ 存在内切圆 (与各边都相切的圆), 如图 (2), 各边长分别为 $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$, $AD=d$, 求四边形的内切圆半径 r ;

(2) 理解应用: 如图 (3), 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB=21$, $CD=11$, $AD=13$,

$\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 分别为 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ 的内切圆, 设它们的半径分别为 r_1 和 r_2 , 求 $\frac{r_1}{r_2}$ 的值.



考点: 圆的综合题.

分析: (1) 已知已给出示例, 我们仿照例子, 连接 OA , OB , OC , OD , 则四边形被分为四个小三角形, 且每个三角形都以内切圆半径为高, 以四边形各边作底, 这与题目情形类似. 仿照证明过程, r 易得.

(2) (1) 中已告诉我们内切圆半径的求法, 如是我们再相比即得结果. 但求内切圆半径需首先知道三角形各边边长, 根据等腰梯形性质, 过点 D 作 AB 垂线, 进一步易得 BD 的长, 则

$$r_1, r_2, \frac{r_1}{r_2} \text{ 易得.}$$

解答: 解: (1) 如图 2, 连接 OA 、 OB 、 OC 、 OD .

$$\because S = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr + \frac{1}{2}dr = \frac{1}{2}(a+b+c+d)r,$$

$$\therefore r = \frac{2S}{a+b+c+d}.$$

(2) 如图 3, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ,

$\because$ 梯形 $ABCD$ 为等腰梯形,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}(AB - CD) = \frac{1}{2} \cdot (21 - 11) = 5,$$

$$\therefore EB=AB-AE=21-5=16.$$

在 $Rt\triangle AED$ 中,

$$\because AD=13, AE=5,$$

$$\therefore DE=12,$$

$$\therefore DB=\sqrt{DE^2+EB^2}=20.$$

$$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot DE=\frac{1}{2}\cdot 21\cdot 12=126,$$

$$S_{\triangle CDB}=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot DE=\frac{1}{2}\cdot 11\cdot 12=66,$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_2}=\frac{\frac{2S_{\triangle ABD}}{AB+BD+AD}}{\frac{2S_{\triangle CDB}}{CD+CB+DB}}=\frac{\frac{2\cdot 126}{21+20+13}}{\frac{2\cdot 66}{11+13+20}}=\frac{14}{9}.$$

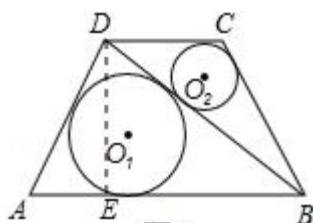


图 3

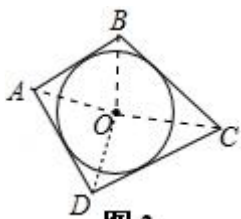


图 2

点评: 本题考查了学生的学习、理解、创新新知识的能力,同时考查了解直角三角形及等腰梯形等相关知识.这类创新性题目已经成为新课标热衷的考点,是一道值得练习的基础题,同时要求学生在日常的学习中要注重自我学习能力的培养.

22. (11 分) (2014·济宁) 如图, 抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A (5, 0)、B (-1, 0)

两点, 过点 A 作直线 $AC \perp x$ 轴, 交直线 $y=2x$ 于点 C;

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 求点 A 关于直线 $y=2x$ 的对称点 A' 的坐标, 判定点 A' 是否在抛物线上, 并说明理由;

(3) 点 P 是抛物线上一动点, 过点 P 作 y 轴的平行线, 交线段 CA' 于点 M, 是否存在这样的点 P, 使四边形 PACM 是平行四边形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

$\because \angle A'AE + \angle A'AC = 90^\circ, \angle ACD + \angle A'AC = 90^\circ,$

$\therefore \angle A'AE = \angle ACD.$

又 $\because \angle A'EA = \angle OAC = 90^\circ,$

$\therefore \text{Rt}\triangle A'EA \sim \text{Rt}\triangle OAC.$

$\therefore \frac{A'E}{OA} = \frac{AE}{AC} = \frac{AA'}{OC},$ 即 $\frac{A'E}{5} = \frac{AE}{10} = \frac{4\sqrt{5}}{5\sqrt{5}}$

$\therefore A'E = 4, AE = 8.$

$\therefore OE = AE - OA = 3.$

$\therefore$ 点 A' 的坐标为 $(-3, 4),$

当 $x = -3$ 时, $y = \frac{1}{4} \times (-3)^2 + 3 - \frac{5}{4} = 4.$

所以, 点 A' 在该抛物线上.

(3) 存在.

理由: 设直线 CA' 的解析式为 $y = kx + b,$

$$\text{则} \begin{cases} 5k + b = 10 \\ -3k + b = 4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ b = \frac{25}{4} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 CA' 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x + \frac{25}{4} \dots (9 \text{ 分})$

设点 P 的坐标为 $(x, \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{5}{4}),$ 则点 M 为 $(x, \frac{3}{4}x + \frac{25}{4}).$

$\because PM \parallel AC,$

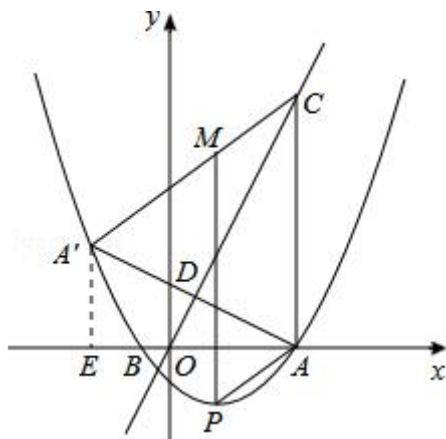
$\therefore$ 要使四边形 $PACM$ 是平行四边形, 只需 $PM = AC.$ 又点 M 在点 P 的上方,

$$\therefore (\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}) - (\frac{1}{4}x^2 - x - \frac{5}{4}) = 10.$$

解得 $x_1 = 2, x_2 = 5$ (不合题意, 舍去)

当 $x = 2$ 时, $y = -\frac{9}{4}.$

$\therefore$ 当点 P 运动到 $(2, -\frac{9}{4})$ 时, 四边形 $PACM$ 是平行四边形.



点评: 本题是二次函数的综合题型, 考查了二次函数的图象及性质、待定系数法、相似、平行四边

形、勾股定理、对称等知识点，涉及考点较多，有一定的难度。第（2）问的要点是求对称点 A' 的坐标，第（3）问的要点是利用平行四边形的定义列方程求解。