

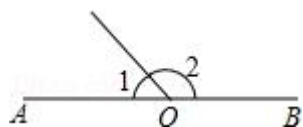
2014 年济南市中考数学试题

一、选择题 (共 15 小题, 每小题 3 分, 共 45 分)

1. (3 分) (2014•济南) 4 的算术平方根是 ()

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 16

2. (3 分) (2014•济南) 如图, 点 O 在直线 AB 上, 若 $\angle 1=40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 60° C. 140° D. 150°

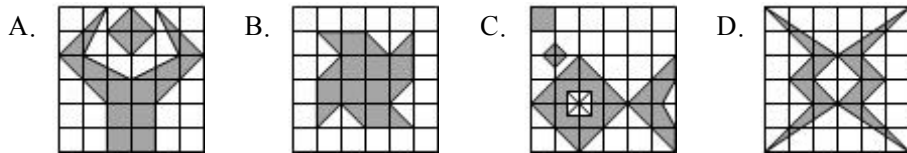
3. (3 分) (2014•济南) 下列运算中, 结果是 a^5 的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3$ B. $a^{10} \div a^2$ C. $(a^2)^3$ D. $(-a)^5$

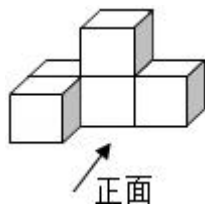
4. (3 分) (2014•济南) 我国成功发射了嫦娥三号卫星, 是世界上第三个实现月面软着陆和月面巡视探测的国家, 嫦娥三号探测器的发射总质量约为 3700 千克, 3700 用科学记数法表示为 ()

- A. 3.7×10^2 B. 3.7×10^3 C. 37×10^2 D. 0.37×10^4

5. (3 分) (2014•济南) 下列图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



6. (3 分) (2014•济南) 如图, 一个几何体由 5 个大小相同、棱长为 1 的小正方体搭成, 下列关于这个几何体的说法正确的是 ()



- A. 主视图的面积为 5 B. 左视图的面积为 3
C. 俯视图的面积为 3 D. 三种视图的面积都是 4

7. (3 分) (2014•济南) 化简 $\frac{m-1}{m} \div \frac{m-1}{m^2}$ 的结果是 ()

- A. m B. $\frac{1}{m}$ C. $m-1$ D. $\frac{1}{m-1}$

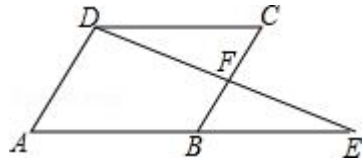
8. (3 分) (2014•济南) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 两对角线相等的四边形是矩形
 B. 两对角线互相平分的四边形是平行四边形
 C. 两对角线互相垂直的四边形是菱形
 D. 两对角线相等的四边形是等腰梯形

9. (3分) (2014•济南) 若一次函数 $y = (m-3)x + 5$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大, 则 ()

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m > 3$ D. $m < 3$

10. (3分) (2014•济南) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 延长 AB 到点 E , 使 $BE = AB$, 连接 DE 交 BC 于点 F , 则下列结论不一定成立的是 ()

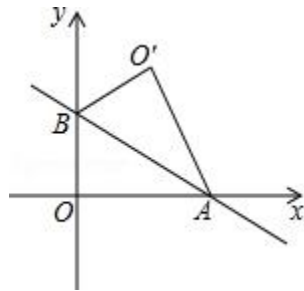


- A. $\angle E = \angle CDF$ B. $EF = DF$ C. $AD = 2BF$ D. $BE = 2CF$

11. (3分) (2014•济南) 学校新开设了航模、彩绘、泥塑三个社团, 如果征征、舟舟两名同学每人随机选择参加其中一个社团, 那么征征和舟舟选到同一社团的概率是 ()

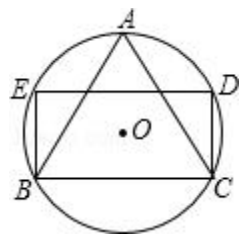
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

12. (3分) (2014•济南) 如图, 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 把 $\triangle AOB$ 沿直线 AB 翻折后得到 $\triangle AO'B$, 则点 O' 的坐标是 ()



- A. $(\sqrt{3}, 3)$ B. $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ C. $(2, 2\sqrt{3})$ D. $(2\sqrt{3}, 4)$

13. (3分) (2014•济南) 如图, $\odot O$ 的半径为 1, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接等边三角形, 点 D 、 E 在圆上, 四边形 $BCDE$ 为矩形, 这个矩形的面积是 ()



A. 2

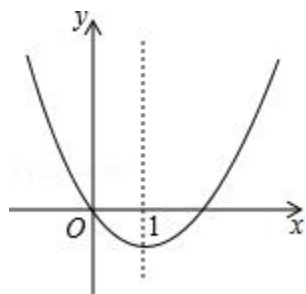
B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

14. (3分) (2014•济南) 现定义一种变换: 对于一个由有限数组成的序列 S_0 , 将其中的每个数换成该数在 S_0 中出现的次数, 可得到一个新序列 S_1 , 例如序列 S_0 : (4, 2, 3, 4, 2), 通过变换可生成新序列 S_1 : (2, 2, 1, 2, 2), 若 S_0 可以为任意序列, 则下面的序列可作为 S_1 的是 ()

A. (1, 2, 1, 2, 2) B. (2, 2, 2, 3, 3)

C. (1, 1, 2, 2, 3) D. (1, 2, 1, 1, 2)

15. (3分) (2014•济南) 二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象如图, 对称轴为直线 $x=1$, 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx-t=0$ (t 为实数) 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有解, 则 t 的取值范围是 ()

A. $t \geq -1$ B. $-1 \leq t < 3$ C. $-1 < t < 8$ D. $3 < t < 8$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

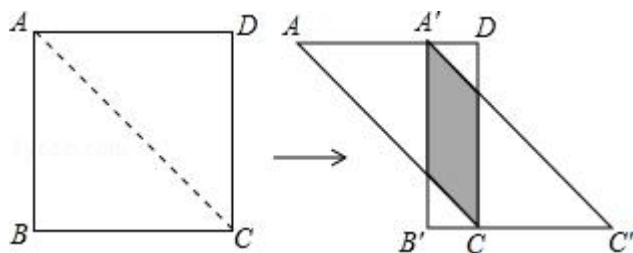
16. (3分) (2014•济南) $|-7-3| = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. (3分) (2014•济南) 分解因式: $x^2+2x+1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

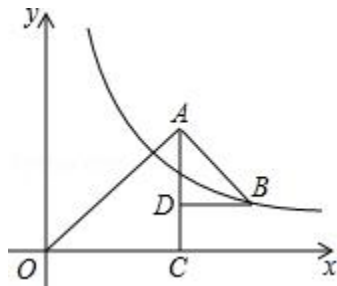
18. (3分) (2014•济南) 在一个不透明的口袋中, 装有若干个除颜色不同其余都相同的球, 如果口袋中装有 3 个红球且摸到红球的概率为 $\frac{1}{5}$, 那么口袋中球的总个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. (3分) (2014•济南) 若代数式 $\frac{1}{x-2}$ 和 $\frac{3}{2x+1}$ 的值相等, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. (3分) (2014•济南) 如图, 将边长为 12 的正方形 ABCD 沿其对角线 AC 剪开, 再把 $\triangle ABC$ 沿着 AD 方向平移, 得到 $\triangle A'B'C'$, 当两个三角形重叠部分的面积为 32 时, 它移动的距离 AA' 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



21. (3 分) (2014•济南) 如图, $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACO = \angle ADB = 90^\circ$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图象经过点 B. 若 $OA^2 - AB^2 = 12$, 则 k 的值为_____.



三、解答题 (共 7 小题, 共 57 分)

22. (7 分) (2014•济南) (1) 化简: $(a+3)(a-3) + a(4-a)$

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} x-3 < 1 \\ 4x-4 \geq x+2 \end{cases}$$

23. (7 分) (2014•济南) (1) 如图 1, 四边形 ABCD 是矩形, 点 E 是边 AD 的中点, 求证: $EB = EC$.

- (2) 如图 2, AB 与 $\odot O$ 相切于点 C, $\angle A = \angle B$, $\odot O$ 的半径为 6, $AB = 16$, 求 OA 的长.

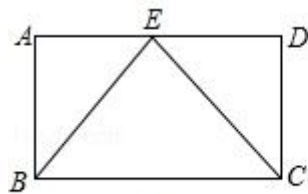


图1

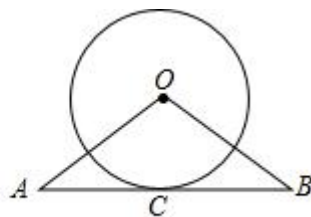


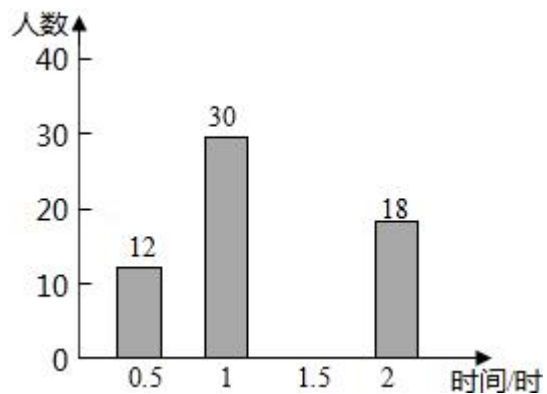
图2

24. (8 分) (2014•济南) 2014 年世界杯足球赛在巴西举行, 小李在网上预定了小组赛和淘汰赛两个阶段的球票共 10 张, 总价为 5800 元, 其中小组赛球票每张 550 元, 淘汰赛球票每张 700 元, 问小李预定了小组赛和淘汰赛的球票各多少张?

25. (8 分) (2014•济南) 在济南开展“美丽泉城，创卫我同行”活动中，某校倡议七年级学生利用双休日在各自社区参加义务劳动，为了解同学们劳动情况，学校随机调查了部分同学的劳动时间，并用得到的数据绘制不完整的统计图表，如图所示：

劳动时间 (时)	频数 (人数)	频率
0.5	12	0.12
1	30	0.3
1.5	x	0.4
2	18	y
合计	m	1

- (1) 统计表中的 $m=$ _____, $x=$ _____, $y=$ _____.
- (2) 被调查同学劳动时间的中位数是 _____ 时;
- (3) 请将频数分布直方图补充完整;
- (4) 求所有被调查同学的平均劳动时间.

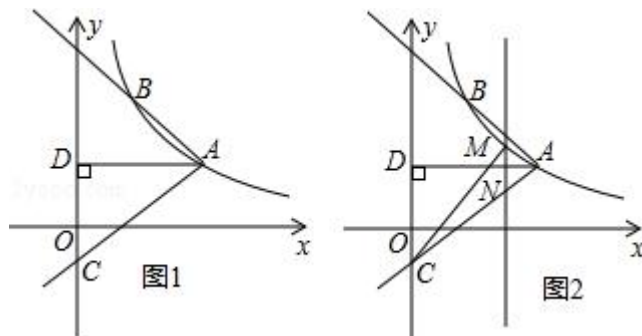


26. (9分) (2014•济南) 如图1, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A $(2\sqrt{3}, 1)$, 射线 AB 与反比例函数图象交于另一点 B $(1, a)$, 射线 AC 与 y 轴交于点 C, $\angle BAC = 75^\circ$, $AD \perp y$ 轴, 垂足为 D.

(1) 求 k 的值;

(2) 求 $\tan \angle DAC$ 的值及直线 AC 的解析式;

(3) 如图2, M 是线段 AC 上方反比例函数图象上一动点, 过 M 作直线 $l \perp x$ 轴, 与 AC 相交于点 N, 连接 CM, 求 $\triangle CMN$ 面积的最大值.



27. (9 分) (2014•济南) 如图 1, 有一组平行线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$, 正方形 $ABCD$ 的第四个顶点分别在 l_1, l_2, l_3, l_4 上, EG 过点 D 且垂直 l_1 于点 E , 分别交 l_2, l_4 于点 F, G , $EF=DG=1$, $DF=2$.

(1) $AE=$ _____, 正方形 $ABCD$ 的边长=_____;

(2) 如图 2, 将 $\angle AEG$ 绕点 A 顺时针旋转得到 $\angle AE'D'$, 旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 点 D' 在直线 l_3 上, 以 AD' 为边在 $E'D'$ 左侧作菱形 $AB'C'D'$, 使 B', C' 分别在直线 l_2, l_4 上

①写出 $\angle B'AD'$ 与 α 的数量关系并给出证明;

②若 $\alpha=30^\circ$, 求菱形 $AB'C'D'$ 的边长.

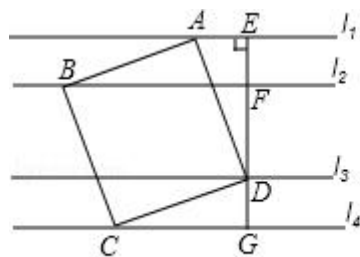


图1

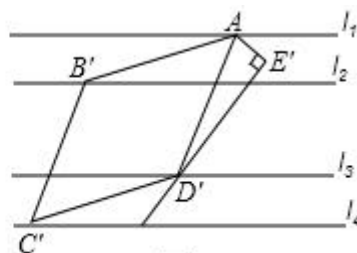


图2

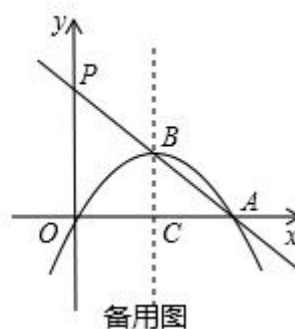
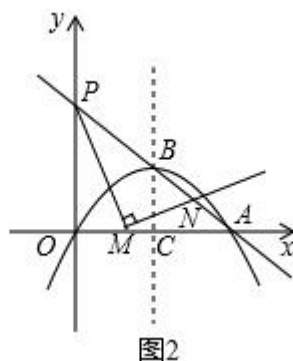
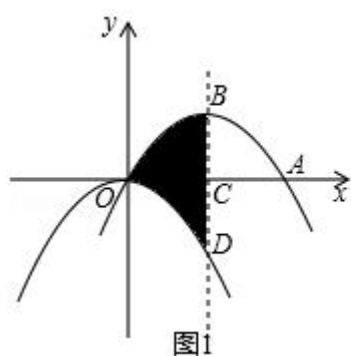
28. (9分) (2014•济南) 如图 1, 抛物线 $y = -\frac{3}{16}x^2$ 平移后过点 A (8, 0) 和原点, 顶点为 B, 对称轴与 x 轴相交于点 C, 与原抛物线相交于点 D.

(1) 求平移后抛物线的解析式并直接写出阴影部分的面积 $S_{\text{阴影}}$;

(2) 如图 2, 直线 AB 与 y 轴相交于点 P, 点 M 为线段 OA 上一动点, $\angle PMN$ 为直角, 边 MN 与 AP 相交于点 N, 设 $OM=t$, 试探究:

① t 为何值时 $\triangle MAN$ 为等腰三角形;

② t 为何值时线段 PN 的长度最小, 最小长度是多少.



2014 年山东省济南市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分）

1. (3 分) (2014•济南) 4 的算术平方根是 ()

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 16

考点: 算术平方根.

分析: 根据乘方运算, 可得一个数的算术平方根.

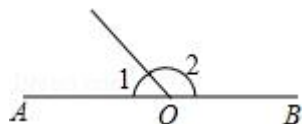
解答: 解: $\because 2^2=4$,

$$\therefore \sqrt{4}=2,$$

故选: A.

点评: 本题考查了算术平方根, 乘方运算是解题关键.

2. (3 分) (2014•济南) 如图, 点 O 在直线 AB 上, 若 $\angle 1=40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 60° C. 140° D. 150°

考点: 余角和补角.

分析: 根据互补两角之和为 180° , 求解即可.

解答: 解: $\because \angle 1=40^\circ$,

$$\therefore \angle 2=180^\circ - \angle 1=140^\circ.$$

故选 C.

点评: 本题考查了余角和补角的知识, 解答本题的关键是掌握互补两角之和为 180° .

3. (3 分) (2014•济南) 下列运算中, 结果是 a^5 的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3$ B. $a^{10} \div a^2$ C. $(a^2)^3$ D. $(-a)^5$

考点: 同底数幂的除法; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据同底数幂的乘法与除法以及幂的乘方的知识求解即可求得答案.

解答: 解: A、 $a^2 \cdot a^3=a^5$, 故 A 选项正确;

B、 $a^{10} \div a^2=a^8$, 故 B 选项错误;

C、 $(a^2)^3=a^6$, 故 C 选项错误;

D、 $(-a)^5=-a^5$, 故 D 选项错误.

故选: A.

点评: 此题考查了同底数幂的乘法与除法以及幂的乘方等知识, 解题要注意细心.

4. (3 分) (2014•济南) 我国成功发射了嫦娥三号卫星, 是世界上第三个实现月面软着陆和月面巡视探测的国家, 嫦娥三号探测器的发射总质量约为 3700 千克, 3700 用科学记数法表示为 ()

- A. 3.7×10^2 B. 3.7×10^3 C. 37×10^2 D. 0.37×10^4

考点: 科学记数法—表示较大的数.

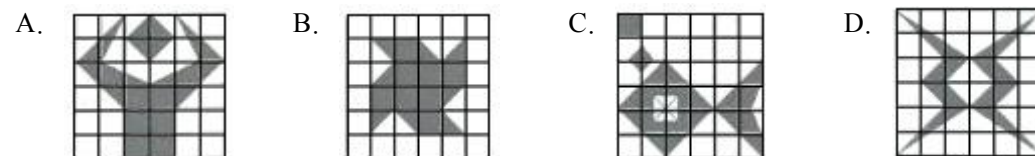
分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 3700 有 4 位, 所以可以确定 $n=4-1=3$.

解答: 解: $3\,700=3.7 \times 10^3$.

故选 B.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

5. (3 分) (2014•济南) 下列图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



考点: 中心对称图形; 轴对称图形.

分析: 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

解答: 解: A、是轴对称图形, 不是中心对称图形. 故选项错误;

B、不是轴对称图形, 是中心对称图形. 故选项错误;

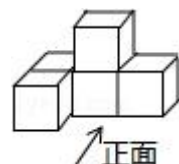
C、不是轴对称图形, 也不是中心对称图形. 故选项错误;

D、是轴对称图形, 也是中心对称图形. 故选项正确.

故选 D.

点评: 本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念: 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分沿对称轴折叠后可重合; 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 后与原图重合.

6. (3 分) (2014•济南) 如图, 一个几何体由 5 个大小相同、棱长为 1 的小正方体搭成, 下列关于这个几何体的说法正确的是 ()



A. 主视图的面积为 5

B. 左视图的面积为 3

C. 俯视图的面积为 3

D. 三种视图的面积都是 4

考点: 简单组合体的三视图.

分析: 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形, 看分别得到几个面, 比较即可.

解答: 解: A、从正面看, 可以看到 4 个正方形, 面积为 4, 故本选项错误;

B、从左面看, 可以看到 3 个正方形, 面积为 3, 故本选项正确;

C、从上面看, 可以看到 4 个正方形, 面积为 4, 故本选项错误;

D、三种视图的面积不相同, 故本选项错误.

故选 B.

点评: 本题主要考查了几何体的三种视图面积的求法及比较, 关键是掌握三视图的画法.

7. (3分) (2014•济南) 化简 $\frac{m-1}{m} \div \frac{m-1}{m^2}$ 的结果是 ()

- A. m B. C. $m-1$ D. $\frac{1}{m-1}$

考点: 分式的乘除法.

专题: 计算题.

分析: 原式利用除法法则变形, 约分即可得到结果.

解答:

$$\text{解: 原式} = \frac{m-1}{m} \cdot \frac{m^2}{m-1}$$

$$= m.$$

故选 A.

点评: 此题考查了分式的乘除法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

8. (3分) (2014•济南) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 两对角线相等的四边形是矩形
B. 两对角线互相平分的四边形是平行四边形
C. 两对角线互相垂直的四边形是菱形
D. 两对角线相等的四边形是等腰梯形

考点: 命题与定理.

专题: 常规题型.

分析: 根据矩形的判定方法对 A 进行判断; 根据平行四边形的判定方法对 B 进行判断; 根据菱形的判定方法对 C 进行判断; 根据等腰梯形的定义对 D 进行判断.

解答: 解: A、两对角线相等的平行四边形是矩形, 所以 A 选项错误;

B、两对角线互相平分的四边形是平行四边形, 所以 B 选项正确;

C、两对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 所以 C 选项错误;

D、两对角线相等的梯形是等腰梯形, 所以 D 选项错误.

故选 B.

点评: 本题考查了命题与定理: 判断事物的语句叫命题; 正确的命题称为真命题, 错误的命题称为假命题; 经过推理论证的真命题称为定理.

9. (3分) (2014•济南) 若一次函数 $y = (m-3)x+5$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大, 则 ()

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m > 3$ D. $m < 3$

考点: 一次函数图象与系数的关系.

分析: 直接根据一次函数的性质可得 $m-3 > 0$, 解不等式即可确定答案.

解答: 解: $\because$ 一次函数 $y = (m-3)x+5$ 中, y 随着 x 的增大而增大,

$$\therefore m-3 > 0,$$

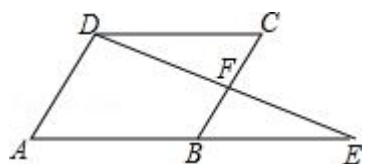
$$\text{解得: } m > 3.$$

故选 C.

点评: 本题考查的是一次函数的性质, 熟知一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 中, 当 $k < 0$ 时, y 随 x

的增大而减小是解答此题的关键.

10. (3分) (2014•济南) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 延长 AB 到点 E , 使 $BE=AB$, 连接 DE 交 BC 于点 F , 则下列结论不一定成立的是 ()



- A. $\angle E = \angle CDF$ B. $EF = DF$ C. $AD = 2BF$ D. $BE = 2CF$

考点: 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质.

分析: 首先根据平行四边形的性质可得 $CD \parallel AB$, 再根据平行线的性质可得 $\angle E = \angle CDF$; 首先证明 $\triangle DCF \cong \triangle EBF$ 可得 $EF = DF$; 根据全等可得 $CF = BF = BC$, 再利用等量代换可得 $AD = 2BF$; 根据题意不能证明 $AD = BE$, 因此 BE 不一定等于 $2CF$.

解答: 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore CD \parallel AB$,

$\therefore \angle E = \angle CDF$, 故 A 成立;

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore CD = AB$, $CD \parallel BE$,

$\therefore \angle C = \angle CBE$,

$\because BE = AB$,

$\therefore CD = BE$,

在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle C = \angle CBE \\ \angle CFD = \angle BFE, \\ CD = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCF \cong \triangle EBF$ (AAS),

$\therefore EF = DF$, 故 B 成立;

$\because \triangle DCF \cong \triangle EBF$,

$\therefore CF = BF = BC$,

$\because AD = BC$,

$\therefore AD = 2BF$, 故 C 成立;

$\because AD \neq BE$,

$\therefore 2CF \neq BE$, 故 D 不成立;

故选: D.

点评: 此题主要考查了平行四边形的性质, 关键是掌握平行四边形对边平行且相等.

11. (3分) (2014•济南) 学校新开设了航模、彩绘、泥塑三个社团, 如果征征、舟舟两名同学每人随机选择参加其中一个社团, 那么征征和舟舟选到同一社团的概率是 ()

- A. B. C. D.

考点: 列表法与树状图法.

分析: 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与征征和舟舟选到同一社团的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: 画树状图得:



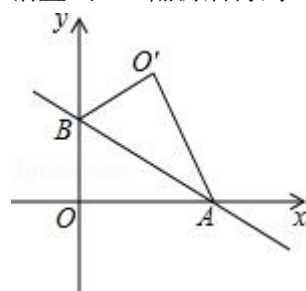
∴ 共有 9 种等可能的结果, 征征和舟舟选到同一社团的有 3 种情况,

∴ 征征和舟舟选到同一社团的概率是: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

故选 C.

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

12. (3 分) (2014•济南) 如图, 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点, 把 $\triangle AOB$ 沿直线 AB 翻折后得到 $\triangle AO'B$, 则点 O' 的坐标是 ()

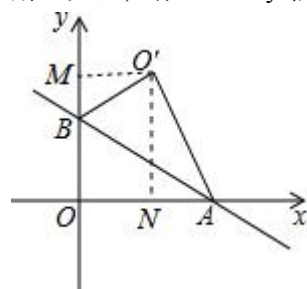


- A. $(\sqrt{3}, 3)$ B. $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ C. $(2, 2\sqrt{3})$ D. $(2\sqrt{3}, 4)$

考点: 翻折变换 (折叠问题); 一次函数的性质.

分析: 作 $O'M \perp y$ 轴, 交 y 于点 M, $O'N \perp x$ 轴, 交 x 于点 N, 由直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点, 求出 A $(0, 2)$, B $(2\sqrt{3}, 0)$ 和 $\angle BAO = 30^\circ$, 运用直角三角形求出 MB 和 MO' , 再求出点 O' 的坐标.

解答: 解: 如图, 作 $O'M \perp y$ 轴, 交 y 于点 M, $O'N \perp x$ 轴, 交 x 于点 N,



∴ 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点,

∴ A $(0, 2)$, B $(2\sqrt{3}, 0)$,

∴ $\angle BAO = 30^\circ$,

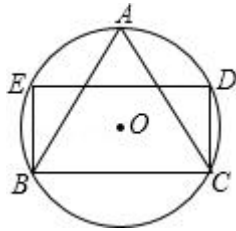
由折叠的特性得, $O'B = OB = 2$, $\angle ABO = \angle ABO' = 60^\circ$,

$$\begin{aligned}\therefore MB=1, MO'&=\sqrt{3}, \\ \therefore OM=3, ON=O'M&=\sqrt{3}, \\ \therefore O' &(\sqrt{3}, 3),\end{aligned}$$

故选：A.

点评：本题主要考查了折叠问题及一次函数问题，解题的关键是运用折叠的特性得出相等的角与线段.

13. (3分) (2014•济南) 如图， $\odot O$ 的半径为 1， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接等边三角形，点 D、E 在圆上，四边形 BCDE 为矩形，这个矩形的面积是 ()



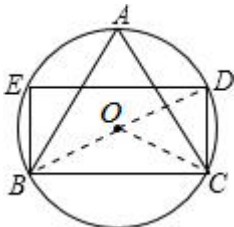
- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

考点：垂径定理；等边三角形的性质；矩形的性质；解直角三角形.

专题：计算题.

分析：连结 BD、OC，根据矩形的性质得 $\angle BCD=90^\circ$ ，再根据圆周角定理得 BD 为 $\odot O$ 的直径，则 $BD=2$ ；由 $\triangle ABC$ 为等边三角形得 $\angle A=60^\circ$ ，于是利用圆周角定理得到 $\angle BOC=2\angle A=120^\circ$ ，易得 $\angle CBD=30^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，根据含 30° 度的直角三角形三边的关系得到 $CD=BD=1$ ， $BC=\sqrt{3}CD=\sqrt{3}$ ，然后根据矩形的面积公式求解.

解答：解：连结 BD、OC，如图，



$\because$ 四边形 BCDE 为矩形，
 $\therefore \angle BCD=90^\circ$ ，
 $\therefore$ BD 为 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore BD=2$ ，
 $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，
 $\therefore \angle A=60^\circ$ ，
 $\therefore \angle BOC=2\angle A=120^\circ$ ，
 而 $OB=OC$ ，
 $\therefore \angle CBD=30^\circ$ ，
 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $CD=BD=1$ ， $BC=\sqrt{3}CD=\sqrt{3}$ ，
 $\therefore$ 矩形 BCDE 的面积 $=BC \cdot CD=\sqrt{3}$.

故选 B.

点评：本题考查了垂径定理：平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧. 也考查

了圆周角定理、等边三角形的性质和矩形的性质.

14. (3分) (2014•济南) 现定义一种变换: 对于一个由有限数组成的序列 S_0 , 将其中的每个数换成该数在 S_0 中出现的次数, 可得到一个新序列 S_1 , 例如序列 S_0 : (4, 2, 3, 4, 2), 通过变换可生成新序列 S_1 : (2, 2, 1, 2, 2), 若 S_0 可以为任意序列, 则下面的序列可作为 S_1 的是 ()

A. (1, 2, 1, 2, 2) B. (2, 2, 2, 3, 3) C. (1, 1, 2, 2, 3) D. (1, 2, 1, 1, 2)

考点: 规律型: 数字的变化类.

专题: 新定义.

分析: 根据题意可知, S_1 中 2 有 2 的倍数个, 3 有 3 的倍数个, 据此即可作出选择.

解答: 解: A、 $\because 2$ 有 3 个, $\therefore$ 不可以作为 S_1 , 故选项错误;

B、 $\because 2$ 有 3 个, $\therefore$ 不可以作为 S_1 , 故选项错误;

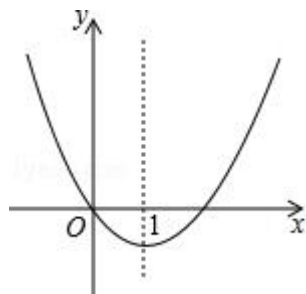
C、3 只有 1 个, $\therefore$ 不可以作为 S_1 , 故选项错误

D、符合定义的一种变换, 故选项正确.

故选: D.

点评: 考查了规律型: 数字的变化类, 探究题是近几年中考命题的亮点, 尤其是与数列有关的命题更是层出不穷, 形式多样, 它要求在已有知识的基础上去探究, 观察思考发现规律.

15. (3分) (2014•济南) 二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象如图, 对称轴为直线 $x=1$, 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx-t=0$ (t 为实数) 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有解, 则 t 的取值范围是 ()



A. $t \geq -1$

B. $-1 \leq t < 3$

C. $-1 < t < 8$

D. $3 < t < 8$

考点: 二次函数与不等式 (组).

分析: 根据对称轴求出 b 的值, 从而得到 $x=-1$ 、 4 时的函数值, 再根据一元二次方程 $x^2+bx-t=0$ (t 为实数) 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有解相当于 $y=x^2+bx$ 与 $y=t$ 在 x 的范围内有交点解答.

解答: 解: 对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2 \times 1} = 1$,

解得 $b = -2$,

所以, 二次函数解析式为 $y = x^2 - 2x$,

$= (x-1)^2 - 1$,

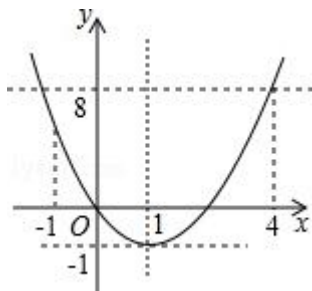
$x = -1$ 时, $y = 1 + 2 = 3$,

$x = 4$ 时, $y = 16 - 2 \times 4 = 8$,

$\therefore x^2+bx-t=0$ 相当于 $y=x^2+bx$ 与直线 $y=t$ 的交点的横坐标,

$\therefore$ 当 $-1 < t < 8$ 时, 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有解.

故选 C.



点评: 本题考查了二次函数与不等式, 把方程的解转化为两个函数图象的交点的问题求解是解题的关键, 作出图形更形象直观.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

16. (3 分) (2014•济南) $|-7-3| = \underline{10}$.

考点: 有理数的减法; 绝对值.

分析: 根据有理数的减法运算法则和绝对值的性质进行计算即可得解.

解答: 解: $|-7-3| = |-10| = 10$.

故答案为: 10.

点评: 本题考查了有理数的减法运算法则和绝对值的性质, 是基础题, 熟记法则和性质是解题的关键.

17. (3 分) (2014•济南) 分解因式: $x^2+2x+1 = \underline{(x+1)^2}$.

考点: 因式分解-运用公式法.

分析: 本题中没有公因式, 总共三项, 其中有两项能化为两个数的平方和, 第三项正好为这两个数的积的 2 倍, 直接运用完全平方和公式进行因式分解.

解答: 解: $x^2+2x+1 = (x+1)^2$.

点评: 本题考查了公式法分解因式, 熟记完全平方公式的结构是解题的关键.

(1) 三项式; (2) 其中两项能化为两个数 (整式) 平方和的形式;

(3) 另一项为这两个数 (整式) 的积的 2 倍 (或积的 2 倍的相反数).

18. (3 分) (2014•济南) 在一个不透明的口袋中, 装有若干个除颜色不同其余都相同的球, 如果口袋中装有 3 个红球且摸到红球的概率为 $\frac{1}{5}$, 那么口袋中球的总个数为 15.

考点: 概率公式.

分析: 由在一个不透明的口袋中, 装有若干个除颜色不同其余都相同的球, 如果口袋中装有 3 个红球且摸到红球的概率为 $\frac{1}{5}$, 利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: $\because$ 在一个不透明的口袋中, 装有若干个除颜色不同其余都相同的球, 如果口袋中装有 3 个红球且摸到红球的概率为 $\frac{1}{5}$,

$\therefore$ 口袋中球的总个数为: $3 \div \frac{1}{5} = 15$.

故答案为: 15.

点评: 此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

19. (3分) (2014•济南) 若代数式 $\frac{1}{x-2}$ 和 $\frac{3}{2x+1}$ 的值相等, 则 $x=7$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 根据题意列出分式方程, 求出分式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 根据题意得: $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{2x+1}$,

去分母得: $2x+1=3x-6$,

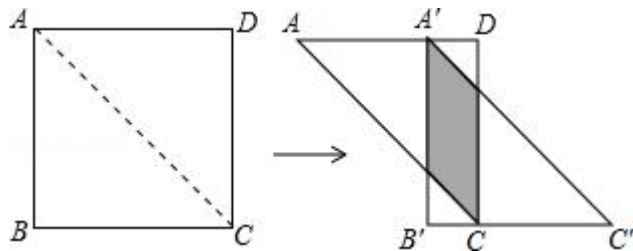
解得: $x=7$,

经检验 $x=7$ 是分式方程的解.

故答案为: $x=7$.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

20. (3分) (2014•济南) 如图, 将边长为 12 的正方形 ABCD 沿其对角线 AC 剪开, 再把 $\triangle ABC$ 沿着 AD 方向平移, 得到 $\triangle A'B'C'$, 当两个三角形重叠部分的面积为 32 时, 它移动的距离 AA' 等于 4 或 8.



考点: 平移的性质; 解一元二次方程-因式分解法; 平行四边形的判定与性质; 正方形的性质.

分析: 根据平移的性质, 结合阴影部分是平行四边形, $\triangle AA'H$ 与 $\triangle HCB'$ 都是等腰直角三角形, 则若设 $AA'=x$, 则阴影部分的底长为 x , 高 $A'D=12-x$, 根据平行四边形的面积公式即可列出方程求解.

解答: 解: 设 AC 交 $A'B'$ 于 H,

$\because \angle A=45^\circ, \angle D=90^\circ$

$\therefore \triangle A'HA$ 是等腰直角三角形

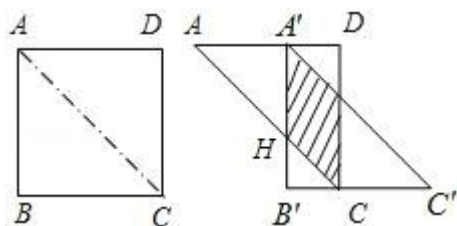
设 $AA'=x$, 则阴影部分的底长为 x , 高 $A'D=12-x$

$\therefore x \cdot (12-x) = 32$

$\therefore x=4$ 或 8 ,

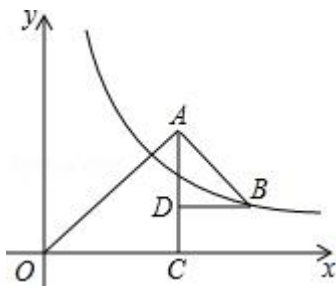
即 $AA'=4$ 或 8cm .

故答案为: 4 或 8.



点评: 考查了平移的性质及一元二次方程的解法等知识, 解决本题关键是抓住平移后图形的特点, 利用方程方法解题.

21. (3 分) (2014•济南) 如图, $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACO = \angle ADB = 90^\circ$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图象经过点 B. 若 $OA^2 - AB^2 = 12$, 则 k 的值为 6.



考点: 反比例函数图象上点的坐标特征; 平方差公式; 等腰直角三角形.

专题: 计算题.

分析: 设 B 点坐标为 (a, b) , 根据等腰直角三角形的性质得 $OA = \sqrt{2}AC$, $AB = \sqrt{2}AD$, $OC = AC$, $AD = BD$, 则 $OA^2 - AB^2 = 12$ 变形为 $AC^2 - AD^2 = 6$, 利用平方差公式得到 $(AC + AD)(AC - AD) = 6$, 所以 $(OC + BD) \cdot CD = 6$, 则有 $a \cdot b = 6$, 根据反比例函数图象上点的坐标特征易得 $k = 6$.

解答: 解: 设 B 点坐标为 (a, b) ,
 $\because \triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形,
 $\therefore OA = \sqrt{2}AC$, $AB = \sqrt{2}AD$, $OC = AC$, $AD = BD$,
 $\because OA^2 - AB^2 = 12$,
 $\therefore 2AC^2 - 2AD^2 = 12$, 即 $AC^2 - AD^2 = 6$,
 $\therefore (AC + AD)(AC - AD) = 6$,
 $\therefore (OC + BD) \cdot CD = 6$,
 $\therefore a \cdot b = 6$,
 $\therefore k = 6$.
 故答案为 6.

点评: 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$.

三、解答题 (共 7 小题, 共 57 分)

22. (7 分) (2014•济南) (1) 化简: $(a+3)(a-3) + a(4-a)$

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} x - 3 < 1 \\ 4x - 4 \geq x + 2 \end{cases}$$

考点：整式的混合运算；解一元一次不等式组.

专题：计算题.

分析：（1）原式第一项利用平方差公式化简，第二项利用单项式乘以多项式法则计算，去括号合并即可得到结果；

（2）分别求出不等式组中两不等式的解集，找出两解集的公共部分即可.

解答：解：（1）原式 $=a^2 - 9 + 4a - a^2$
 $=4a - 9$;

$$(2) \begin{cases} x - 3 < 1 \text{ ①} \\ 4x - 4 \geq x + 2 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得： $x < 4$;

由②得： $x \geq 2$;

则不等式组的解集为 $2 \leq x < 4$.

点评：此题考查了整式的混合运算，以及解一元一次不等式组，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

23. (7分) (2014•济南) (1) 如图1，四边形ABCD是矩形，点E是边AD的中点，求证：EB=EC.

(2) 如图2，AB与⊙O相切于点C， $\angle A = \angle B$ ，⊙O的半径为6，AB=16，求OA的长.

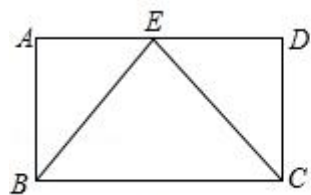


图1

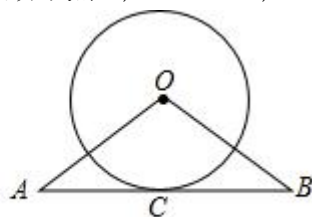


图2

考点：切线的性质；全等三角形的判定与性质；矩形的性质.

分析：（1）证明 $\triangle ABE \cong \triangle DCE$ ，根据全等三角形的对应边相等即可证得；

（2）连接OC，根据三线合一理即可求得AC的长，然后在直角 $\triangle OAC$ 中，利用勾股定理即可求得OA的长.

解答：（1）证明： $\because$ 四边形ABCD是矩形，

$\therefore \angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AB = DC$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCE$ 中，
$$\begin{cases} AE = DE \\ \angle A = \angle D, \\ AB = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCE$,

$\therefore EB = EC$;

（2）解：连接OC，

$\because$ AB与⊙O相切于点C，

$\therefore OC \perp AB$,

又 $\because \angle A = \angle B$,

$\therefore OA = OB$,

$$\therefore AC=AB=\times 16=8,$$

$$\text{在直角}\triangle AOC\text{中, } OA=\sqrt{OC^2+AC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10.$$

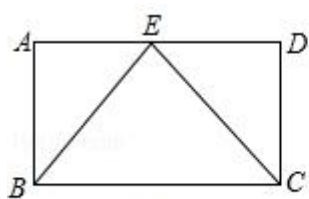


图1

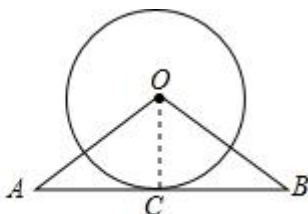


图2

点评: 本题考查了圆的切线性质, 及解直角三角形的知识. 运用切线的性质来进行计算或论证, 常通过作辅助线连接圆心和切点, 利用垂直构造直角三角形解决有关问题.

24. (8分) (2014•济南) 2014年世界杯足球赛在巴西举行, 小李在网上预定了小组赛和淘汰赛两个阶段的球票共10张, 总价为5800元, 其中小组赛球票每张550元, 淘汰赛球票每张700元, 问小李预定了小组赛和淘汰赛的球票各多少张?

考点: 二元一次方程组的应用.

分析: 设小李预定了小组赛和淘汰赛的球票各x张, y张, 根据10张球票共5800元, 列方程组求解.

解答: 解: 设小李预定了小组赛和淘汰赛的球票各x张, y张,

$$\text{由题意得, } \begin{cases} x+y=10 \\ 550x+700y=5800 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=8 \\ y=2 \end{cases}.$$

答: 小李预定的小组赛和淘汰赛的球票各8张, 2张.

点评: 本题考查了二元一次方程组的应用, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程组求解.

25. (8分) (2014•济南) 在济南开展“美丽泉城, 创卫我同行”活动中, 某校倡议七年级学生利用双休日在各自社区参加义务劳动, 为了解同学们劳动情况, 学校随机调查了部分同学的劳动时间, 并用得到的数据绘制不完整的统计图表, 如图所示:

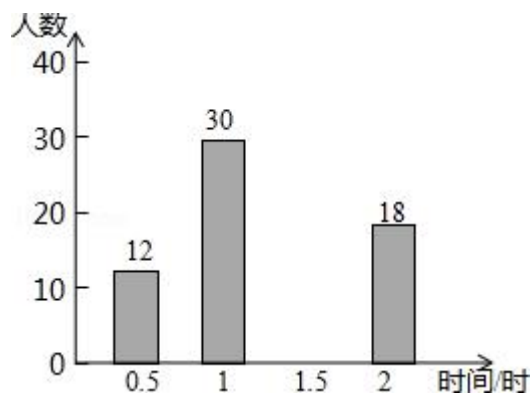
劳动时间 (时)	频数 (人数)	频率
0.5	12	0.12
1	30	0.3
1.5	x	0.4
2	18	y
合计	m	1

(1) 统计表中的 $m=100$, $x=40$, $y=0.18$.

(2) 被调查同学劳动时间的中位数是 1.5 时;

(3) 请将频数分布直方图补充完整;

(4) 求所有被调查同学的平均劳动时间.



考点: 频数（率）分布直方图；频数（率）分布表；加权平均数；中位数.

分析: (1) 根据劳动时间是 0.5 小时的频数是 12，所占的频率是 0.12，即可求得总人数，即 m 的值，然后根据频率公式即可求得 x ， y 的值；

(2) 根据中位数的定义即可求解；

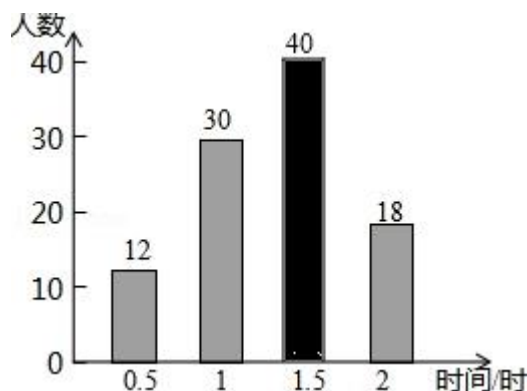
(3) 根据 (1) 计算的结果，即可解答；

(4) 利用加权平均数公式即可求解.

解答: 解：(1) $m=12\div0.12=100$ ， $x=100\times0.4=40$ ， $y=18\div100=0.18$ ；

(2) 中位数是：1.5 小时；

(3)



(4) 被调查同学的平均劳动时间是： $\frac{12\times0.5+30\times1+40\times1.5+18\times2}{100}=1.32$ (小时).

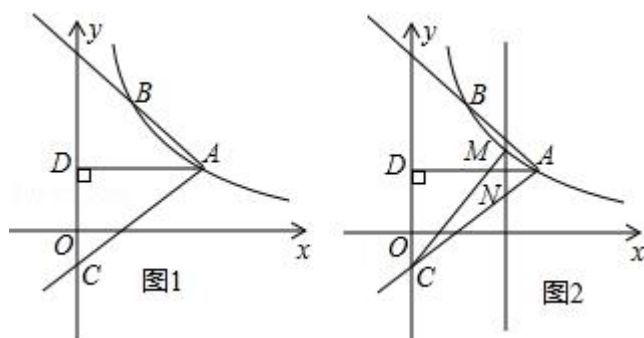
点评: 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

26. (9 分) (2014•济南) 如图 1，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过点 A ($2\sqrt{3}$, 1)，射线 AB 与反比例函数图象交于另一点 B (1, a)，射线 AC 与 y 轴交于点 C， $\angle BAC=75^\circ$ ，AD⊥y 轴，垂足为 D.

(1) 求 k 的值；

(2) 求 $\tan\angle DAC$ 的值及直线 AC 的解析式；

(3) 如图 2，M 是线段 AC 上方反比例函数图象上一动点，过 M 作直线 $l\perp x$ 轴，与 AC 相交于点 N，连接 CM，求 $\triangle CMN$ 面积的最大值.



考点: 反比例函数综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 根据反比例函数图象上点的坐标特征易得 $k=2\sqrt{3}$;

(2) 作 $BH \perp AD$ 于 H , 如图 1, 根据反比例函数图象上点的坐标特征确定 B 点坐标为 $(1, 2\sqrt{3})$, 则 $AH=2\sqrt{3}-1$, $BH=2\sqrt{3}-1$, 可判断 $\triangle ABH$ 为等腰直角三角形, 所以 $\angle BAH=45^\circ$, 得到 $\angle DAC=\angle BAC-\angle BAH=30^\circ$, 根据特殊角的三角函数值得 $\tan \angle DAC=\frac{\sqrt{3}}{3}$; 由于 $AD \perp y$ 轴, 则 $OD=1$, $AD=2\sqrt{3}$, 然后在 $Rt\triangle OAD$ 中利用正切的定义可计算出 $CD=2$, 易得 C 点坐标为 $(0, -1)$, 于是可根据待定系数法求出直线 AC 的解析式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$;

(3) 利用 M 点在反比例函数图象上, 可设 M 点坐标为 $(t, \frac{2\sqrt{3}}{t})$ ($0 < t < 1$), 由于直线 $l \perp x$ 轴, 与 AC 相交于点 N , 得到 N 点的横坐标为 t , 利用一次函数图象上点的坐标特征得到 N 点坐标为 $(t, \frac{\sqrt{3}}{3}t-1)$, 则 $MN=\frac{2\sqrt{3}}{t}-\frac{\sqrt{3}}{3}t+1$, 根据三角形面积公式得到 $S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2} \cdot t \cdot (\frac{2\sqrt{3}}{t}-\frac{\sqrt{3}}{3}t+1)$, 再进行配方得到 $S=-\frac{\sqrt{3}}{6}(t-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+\frac{9\sqrt{3}}{8}$ ($0 < t < 1$), 最后根据二次函数的最值问题求解.

解答: 解: (1) 把 $A(2\sqrt{3}, 1)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=2\sqrt{3} \times 1=2\sqrt{3}$;

(2) 作 $BH \perp AD$ 于 H , 如图 1,

把 $B(1, a)$ 代入反比例函数解析式 $y=\frac{2\sqrt{3}}{x}$ 得 $a=2\sqrt{3}$,

$\therefore B$ 点坐标为 $(1, 2\sqrt{3})$,
 $\therefore AH=2\sqrt{3}-1$, $BH=2\sqrt{3}-1$,
 $\therefore \triangle ABH$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore \angle BAH=45^\circ$,
 $\therefore \angle BAC=75^\circ$,
 $\therefore \angle DAC=\angle BAC-\angle BAH=30^\circ$,
 $\therefore \tan \angle DAC=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$;
 $\therefore AD \perp y$ 轴,
 $\therefore OD=1$, $AD=2\sqrt{3}$,

$$\therefore \tan \angle DAC = \frac{CD}{DA} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore CD=2,$$

$$\therefore OC=1,$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } (0, -1),$$

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{把 } A(2\sqrt{3}, 1)、C(0, -1) \text{ 代入得 } \begin{cases} 2\sqrt{3}k+b=1 \\ b=-1 \end{cases}, \text{ 解 } \begin{cases} k=\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=-1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 AC 的解析式为 } y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1;$$

$$(3) \text{ 设 } M \text{ 点坐标为 } (t, \frac{2\sqrt{3}}{t}) \quad (0 < t < 1),$$

$\therefore$ 直线 $l \perp x$ 轴, 与 AC 相交于点 N,

$\therefore$ N 点的横坐标为 t,

$$\therefore N \text{ 点坐标为 } (t, \frac{\sqrt{3}}{3}t-1),$$

$$\therefore MN = \frac{2\sqrt{3}}{t} - (\frac{\sqrt{3}}{3}t-1) = \frac{2\sqrt{3}}{t} - \frac{\sqrt{3}}{3}t+1,$$

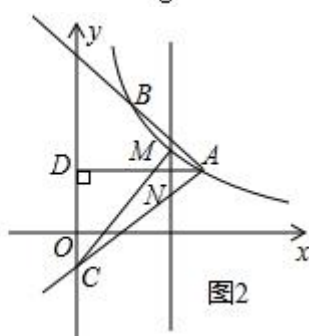
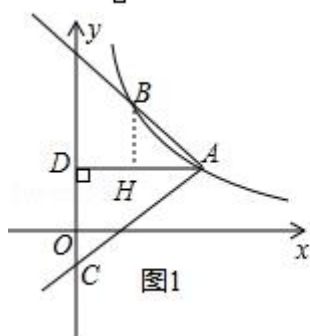
$$\therefore S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} \cdot t \cdot (\frac{2\sqrt{3}}{t} - \frac{\sqrt{3}}{3}t+1)$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{6}t^2 + t + \sqrt{3}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{6}(t - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + \frac{9\sqrt{3}}{8} \quad (0 < t < 1),$$

$$\therefore a = -\frac{\sqrt{3}}{6} < 0,$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 时, } S \text{ 有最大值, 最大值为 } \frac{9\sqrt{3}}{8}.$$



点评: 本题考查了反比例函数的综合题: 掌握反比例函数图象上点的坐标特征和待定系数法求一次函数解析式; 理解坐标与图形的性质; 会利用二次函数的性质解决最值问题.

27. (9 分) (2014•济南) 如图 1, 有一组平行线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$, 正方形 ABCD 的第四个顶点分别在 l_1, l_2, l_3, l_4 上, EG 过点 D 且垂直 l_1 于点 E, 分别交 l_2, l_4 于点 F₁, G₁, EF=DG=1, DF=2.

(1) $AE = \underline{1}$, 正方形 ABCD 的边长 = $\underline{\sqrt{10}}$;

(2) 如图 2, 将 $\angle AEG$ 绕点 A 顺时针旋转得到 $\angle AE'D'$, 旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 点 D' 在直线 l_3 上, 以 AD' 为边在 $E'D'$ 左侧作菱形 $AB'C'D'$, 使 B' , C' 分别在直线 l_2 , l_4 上

①写出 $\angle B'AD'$ 与 α 的数量关系并给出证明;

②若 $\alpha = 30^\circ$, 求菱形 $AB'C'D'$ 的边长.

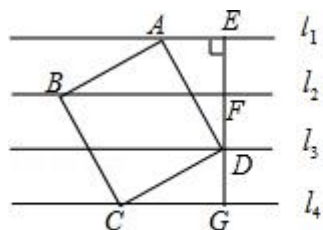


图1

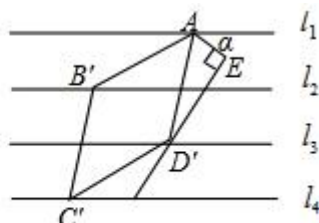


图2

考点: 几何变换综合题.

分析: (1) 利用已知得出 $\triangle AED \cong \triangle DGC$ (AAS), 即可得出 AE, 以及正方形的边长;

(2) ①过点 B' 作 $B'M$ 垂直于 l_1 于点 M, 进而得出 $Rt\triangle AED' \cong Rt\triangle B'MA$ (HL), 求出 $\angle B'AD'$ 与 α 的数量关系即可;

②首先过点 E 作 ON 垂直于 l_1 分别交 l_1 , l_2 于点 O, N, 若 $\alpha = 30^\circ$, 则 $\angle ED'N = 60^\circ$, 可求出 $AE = 1$, EO , EN , ED' 的长, 进而由勾股定理可知菱形的边长.

解答: 解: (1) 由题意可得: $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle DGC$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEF = \angle DGC \\ \angle 3 = \angle 2 \\ AD = CD \end{cases},$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle DGC$ (AAS),

$$\therefore AE = GD = 1,$$

$$\text{又} \because DE = 1 + 2 = 3,$$

$$\therefore \text{正方形 ABCD 的边长} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

故答案为: 1, $\sqrt{10}$;

(2) ① $\angle B'AD' = 90^\circ - \alpha$;

理由: 过点 B' 作 $B'M$ 垂直于 l_1 于点 M,

在 $Rt\triangle AED'$ 和 $Rt\triangle B'MA$ 中,

$$\begin{cases} B'M = AE \\ AB' = AD' \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle AED' \cong Rt\triangle B'MA$ (HL),

$$\therefore \angle D'AE + \angle B'AM = 90^\circ,$$

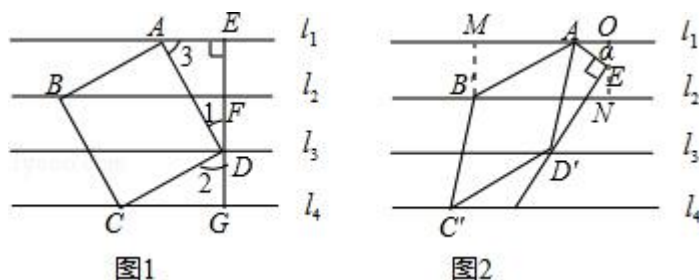
$$\angle B'AD' + \alpha = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B'AD' = 90^\circ - \alpha;$$

②过点 E 作 ON 垂直于 l_1 分别交 l_1 , l_2 于点 O, N,

若 $\alpha=30^\circ$ ，则 $\angle ED'N=60^\circ$ ， $AE=1$ ，故 $EO=$ ， $EN=$ ， $ED'=\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ，

由勾股定理可知菱形的边长为： $\sqrt{\frac{25}{3}+1}=\frac{\sqrt{84}}{3}$ 。



点评：此题主要考查了勾股定理以及全等三角形的判定与性质等知识，熟练应用全等三角形的判定方法是解题关键。

28. (9分) (2014•济南) 如图1，抛物线 $y=-\frac{3}{16}x^2$ 平移后过点A(8, 0)和原点，顶点为

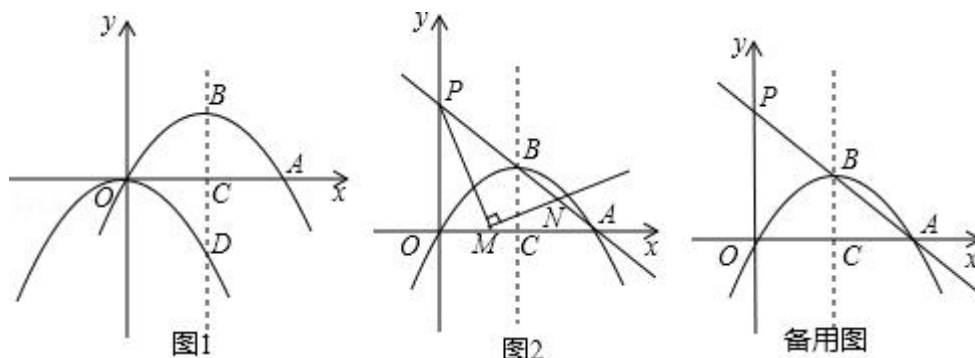
B，对称轴与x轴相交于点C，与原抛物线相交于点D。

(1) 求平移后抛物线的解析式并直接写出阴影部分的面积 $S_{\text{阴影}}$ ；

(2) 如图2，直线AB与y轴相交于点P，点M为线段OA上一动点， $\angle PMN$ 为直角，边MN与AP相交于点N，设 $OM=t$ ，试探究：

①t为何值时 $\triangle MAN$ 为等腰三角形；

②t为何值时线段PN的长度最小，最小长度是多少。



考点：二次函数综合题。

分析： (1) 设平移后抛物线的解析式 $y=-\frac{3}{16}x^2+bx$ ，将点A(8, 0)代入，根据待定系数法即可求得平移后抛物线的解析式，再根据割补法由三角形面积公式即可求解；

(2) 作NQ垂直于x轴于点Q。

①分当 $MN=AN$ 时，当 $AM=AN$ 时，当 $MN=MA$ 时，三种情况讨论可得 $\triangle MAN$ 为等腰三角形时t的值；

②方法一：作PN的中点E，连接EM，则 $EM=PE=PN$ ，当EM垂直于x轴且M为OQ中点时PN最小，此时 $t=3$ ，PN取最小值为 $\frac{15}{2}$ 。

方法二：由MN所在直线方程为 $y=\frac{t}{6}x-\frac{t^2}{6}$ ，与直线AB的解析式 $y=-x+6$ 联立，

得 x_N 的最小值为 6, 此时 $t=3$, PN 取最小值为 $\frac{15}{2}$.

解答:

解: (1) 设平移后抛物线的解析式 $y = -\frac{3}{16}x^2 + bx$,

将点 A (8, 0) 代入, 得 $y = -\frac{3}{16}x^2 + \frac{3}{2}x$,

顶点 B (4, 3),

$S_{\text{阴影}} = OC \times CB = 12$.

(2) 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 6$,

作 NQ 垂直于 x 轴于点 Q

① 当 $MN=AN$ 时, N 点的横坐标为 $\frac{8+t}{2}$, 纵坐标为 $\frac{24-3t}{8}$,

由三角形 NQM 和三角形 MOP 相似可知 $\frac{NQ}{OM} = \frac{MQ}{OP}$,

$$\frac{\frac{24-3t}{8}}{t} = \frac{\frac{8-t}{2}}{6},$$

解得 $t_1=$, $t_2=8$ (舍去).

当 $AM=AN$ 时, $AN=8-t$, 由三角形 ANQ 和三角形 APO 相似可知 $NQ = (8-t)$,

$AQ = (8-t)$, $MQ = \frac{8-t}{5}$,

由三角形 NQM 和三角形 MOP 相似可知 $\frac{NQ}{OM} = \frac{MQ}{OP}$ 得: $\frac{\frac{3}{5}(8-t)}{t} = \frac{\frac{8-t}{5}}{\frac{8-t}{6}}$,

解得: $t=18$ (舍去).

当 $MN=MA$ 时, $\angle MNA = \angle MAN < 45^\circ$, 故 $\angle AMN$ 是钝角, 显然不成立, 故 $t=$.

② 方法一: 作 PN 的中点 E, 连接 EM, 则 $EM=PE=PN$,

当 EM 垂直于 x 轴且 M 为 OQ 中点时 PN 最小,

此时 $t=3$, 证明如下:

假设 $t=3$ 时 M 记为 M_0 , E 记为 E_0

若 M 不在 M_0 处, 即 M 在 M_0 左侧或右侧,

若 E 在 E_0 左侧或者 E 在 E_0 处, 则 EM 一定大于 E_0M_0 , 而 PE 却小于 PE_0 , 这与 $EM=PE$ 矛盾,

故 E 在 E_0 右侧, 则 PE 大于 PE_0 , 相应 PN 也会增大,

故若 M 不在 M_0 处时 PN 大于 M_0 处的 PN 的值,

故当 $t=3$ 时, $MQ=3$, $NQ=$, 根据勾股定理可求出 $PM=3\sqrt{5}$ 与 $MN=\sqrt{5}$, $PN=\frac{15}{2}$.

故当 $t=3$ 时, PN 取最小值为 $\frac{15}{2}$.

方法二: 由 MN 所在直线方程为 $y = \frac{t}{6}x - \frac{t^2}{6}$, 与直线 AB 的解析式 $y = -x + 6$ 联立,

得点 N 的横坐标为 $X_N = \frac{72+2t^2}{9+2t}$, 即 $t^2 - x_N t + 36 - x_N = 0$,

由判别式 $\Delta = x_N^2 - 4 \left(36 - \frac{9}{2} x_N \right) \geq 0$, 得 $x_N \geq 6$ 或 $x_N \leq -14$,

又因为 $0 < x_N < 8$,

所以 x_N 的最小值为 6, 此时 $t=3$,

当 $t=3$ 时, N 的坐标为 $(6,)$, 此时 PN 取最小值为 $\frac{15}{2}$.

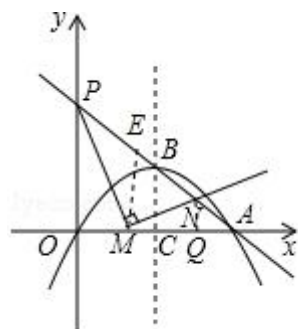


图2

点评: 考查了二次函数综合题, 涉及的知识点有: 待定系数法求抛物线的解析式, 平移的性质, 割补法, 三角形面积, 分类思想, 相似三角形的性质, 勾股定理, 根的判别式, 综合性较强, 有一定的难度.