

2014 年山东省泰安市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 20 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个，均记零分）

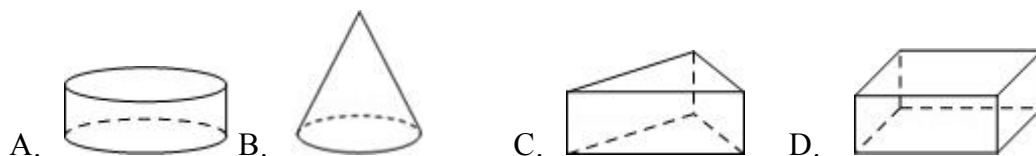
1. (2014 年山东泰安) 在 $\frac{1}{2}$, 0, -1, $-\frac{1}{2}$ 这四个数中，最小的数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. -1

2. (2014 年山东泰安) 下列运算，正确的是 ()

- A. $4a - 2a = 2$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$
C. $(-a^3b)^2 = a^6b^2$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

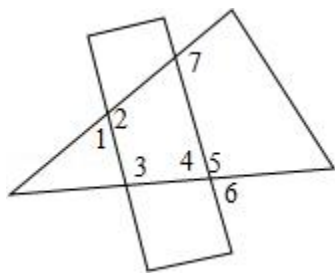
3. (2014 年山东泰安) 下列几何体，主视图和俯视图都为矩形的是 ()



4. (2014 年山东泰安) PM2.5 是指大气中直径 ≤ 0.0000025 米的颗粒物，将 0.0000025 用科学记数法表示为 ()

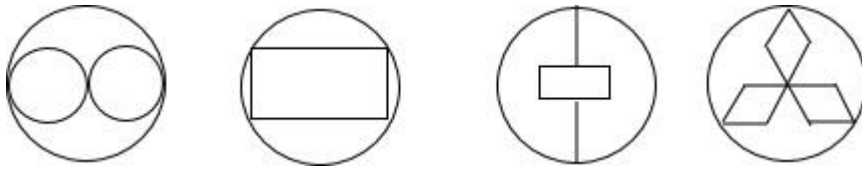
- A. 2.5×10^{-7} B. 2.5×10^{-6} C. 25×10^{-7} D. 0.25×10^{-5}

5. (2014 年山东泰安) 如图，把一直尺放置在一个三角形纸片上，则下列结论正确的是 ()



- A. $\angle 1 + \angle 6 > 180^\circ$ B. $\angle 2 + \angle 5 < 180^\circ$
C. $\angle 3 + \angle 4 < 180^\circ$ D. $\angle 3 + \angle 7 > 180^\circ$

6. (2014 年山东泰安) 下列四个图形:



其中是轴对称图形，且对称轴的条数为 2 的图形的个数是 ()

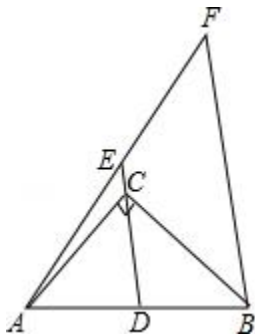
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. (2014 年山东泰安) 方程 $5x+2y=-9$ 与下列方程构成的方程组的解为 $\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$

的是 ()

- A. $x+2y=1$ B. $3x+2y=-8$ C. $5x+4y=-3$ D. $3x-4y=-8$

8. (2014 年山东泰安) 如图， $\angle ACB=90^\circ$ ，D 为 AB 的中点，连接 DC 并延长到 E，使 $CE=\frac{1}{3}CD$ ，过点 B 作 $BF \parallel DE$ ，与 AE 的延长线交于点 F. 若 $AB=6$ ，则 BF 的长为 ()



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 10

9. (2014 年山东泰安) 以下是某校九年级 10 名同学参加学校演讲比赛的统计表:

成绩/分	80	85	90	95
人数/人	1	2	5	2

则这组数据的中位数和平均数分别为 ()

- A. 90, 90 B. 90, 89 C. 85, 89 D. 85, 90

10. (2014 年山东泰安) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 中，下列四个命题:

- (1) 若 $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$, 则 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$;
 (2) 若 $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle B=\angle B_1$, 则 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$;
 (3) 若 $\angle A=\angle A_1$, $\angle C=\angle C_1$, 则 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$;

(4) 若 $AC: A_1C_1=CB: C_1B_1$, $\angle C=\angle C_1$, 则 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

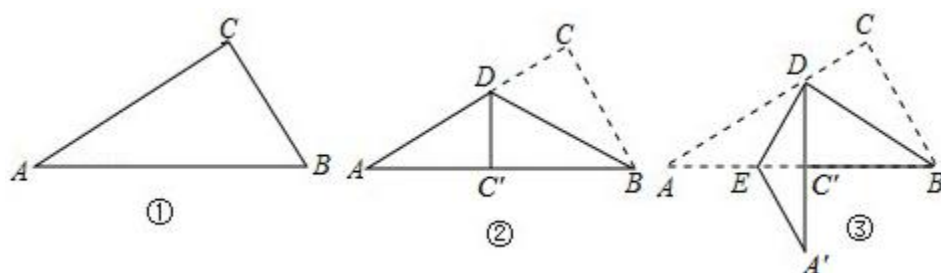
其中真命题的个数为 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

11. (2014 年山东泰安) 在一个口袋中有 4 个完全相同的小球, 它们的标号分别为 1, 2, 3, 4, 从中随机摸出一个小球记下标号后放回, 再从中随机摸出一个小球, 则两次摸出的小球的标号之和大于 4 的概率是 ()

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{3}{4}$

12. (2014 年山东泰安) 如图①是一个直角三角形纸片, $\angle A=30^\circ$, $BC=4\text{cm}$, 将其折叠, 使点 C 落在斜边上的点 C' 处, 折痕为 BD, 如图②, 再将②沿 DE 折叠, 使点 A 落在 DC' 的延长线上的点 A' 处, 如图③, 则折痕 DE 的长为 ()

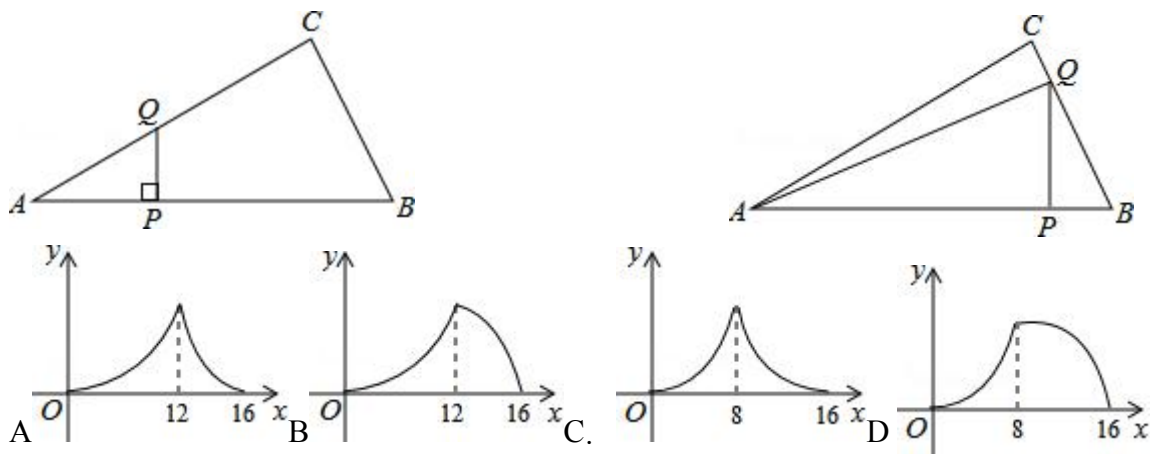


- A. $\frac{8}{3}\text{cm}$ B. $2\sqrt{3}\text{cm}$ C. $2\sqrt{2}\text{cm}$ D. 3cm

13. (2014 年山东泰安) 某种花卉每盆的盈利与每盆的株数有一定的关系, 每盆植 3 株时, 平均每株盈利 4 元; 若每盆增加 1 株, 平均每株盈利减少 0.5 元, 要使每盆的盈利达到 15 元, 每盆应多植多少株? 设每盆多植 x 株, 则可以列出的方程是 ()

- A. $(3+x)(4-0.5x)=15$ B. $(x+3)(4+0.5x)=15$
C. $(x+4)(3-0.5x)=15$ D. $(x+1)(4-0.5x)=15$

14. (2014 年山东泰安) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $AB=16$. 点 P 是斜边 AB 上一点. 过点 P 作 $PQ \perp AB$, 垂足为 P, 交边 AC (或边 CB) 于点 Q, 设 $AP=x$, $\triangle APQ$ 的面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数图象大致为 ()



15. (2014 年山东泰安) 若不等式组 $\begin{cases} 1+x < a \\ \frac{x+9}{2} + 1 \geq \frac{x+1}{3} - 1 \end{cases}$ 有解, 则

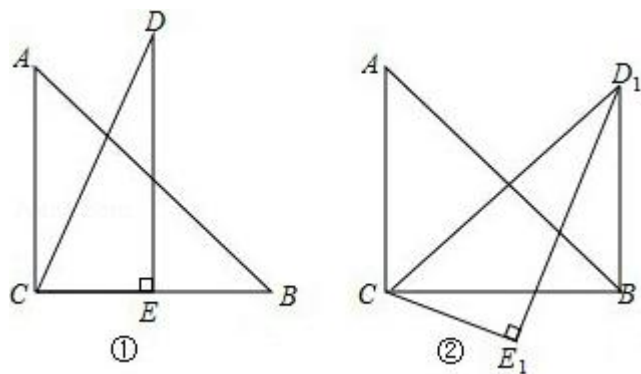
实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a < -36$ B. $a \leq -36$ C. $a > -36$ D. $a \geq -36$

16. (2014 年山东泰安) 将两个斜边长相等的三角形纸片如图①放置, 其中

$\angle ACB = \angle CED = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 30^\circ$. 把 $\triangle DCE$ 绕点 C 顺时针旋转 15° 得到

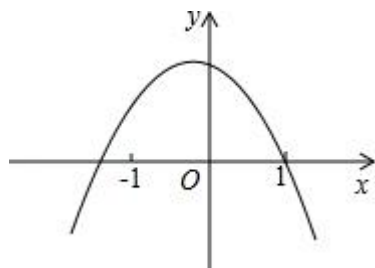
$\triangle D_1CE_1$, 如图②, 连接 D_1B , 则 $\angle E_1D_1B$ 的度数为 ()

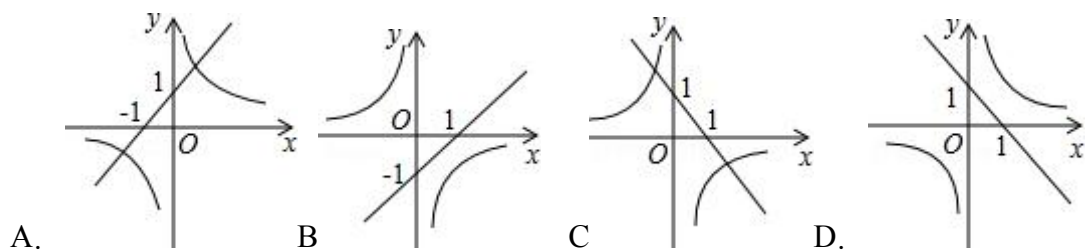


- A. 10° B. 20° C. 7.5° D. 15°

17. (2014 年山东泰安) 已知函数 $y = (x-m)(x-n)$ (其中 $m < n$) 的图象如图

所示, 则一次函数 $y = mx + n$ 与反比例函数 $y = \frac{m+n}{x}$ 的图象可能是 ()

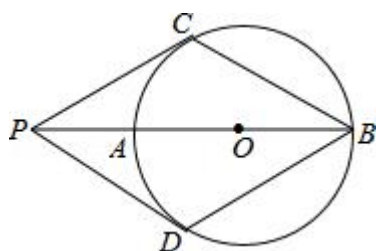




18. (2014 年山东泰安) 如图, P 为 $\odot O$ 的直径 BA 延长线上的一点, PC 与 $\odot O$ 相切, 切点为 C , 点 D 是 $\odot O$ 上一点, 连接 PD . 已知 $PC=PD=BC$. 下列结论:

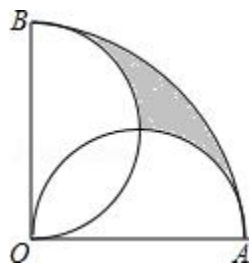
(1) PD 与 $\odot O$ 相切; (2) 四边形 $PCBD$ 是菱形; (3) $PO=AB$; (4) $\angle PDB=120^\circ$.

其中正确的个数为 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

19. (2014 年山东泰安) 如图, 半径为 2cm , 圆心角为 90° 的扇形 OAB 中, 分别以 OA 、 OB 为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $(\frac{\pi}{2} - 1) \text{ cm}^2$ B. $(\frac{\pi}{2} + 1) \text{ cm}^2$ C. 1 cm^2 D. $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$

20. (2014 年山东泰安) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$) 中的 x 与 y 的部分对应值如下表:

X	-1	0	1	3
y	-1	3	5	3

下列结论:

- (1) $ac < 0$;
(2) 当 $x > 1$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小.

(3) 3 是方程 $ax^2 + (b-1)x + c = 0$ 的一个根;

(4) 当 $-1 < x < 3$ 时, $ax^2 + (b-1)x + c > 0$.

其中正确的个数为 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题 (本大题共 4 小题, 满分 12 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分)

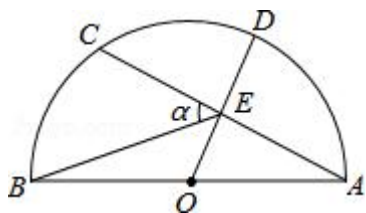
21. (2014 年山东泰安) 化简 $(1 + \frac{2}{x-1}) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1}$ 的结果为_____.

22. (2014 年山东泰安) 七 (一) 班同学为了解某小区家庭月均用水情况, 随机调查了该小区部分家庭, 并将调查数据整理如下表 (部分):

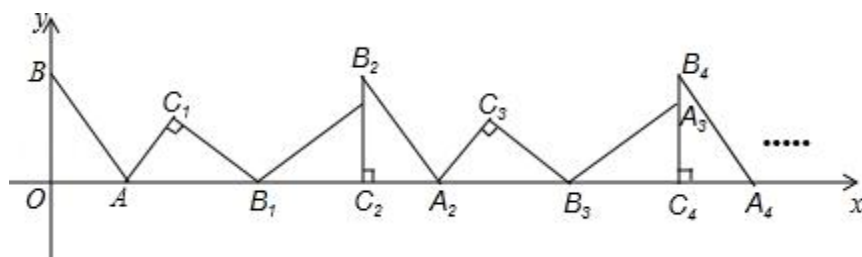
月均用水量 x/m^3	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$x > 20$
频数/户	12		20		3
频率	0.12			0.07	

若该小区有 800 户家庭, 据此估计该小区月均用水量不超过 $10m^3$ 的家庭约有____户.

23. (2014 年山东泰安) 如图, AB 是半圆的直径, 点 O 为圆心, $OA=5$, 弦 $AC=8$, $OD \perp AC$, 垂足为 E, 交 $\odot O$ 于 D, 连接 BE. 设 $\angle BEC = \alpha$, 则 $\sin \alpha$ 的值为_____.



24. (2014 年山东泰安) 如图, 在平面直角坐标系中, 将 $\triangle ABO$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\triangle AB_1C_1$ 的位置, 点 B、O 分别落在点 B_1 、 C_1 处, 点 B_1 在 x 轴上, 再将 $\triangle AB_1C_1$ 绕点 B_1 顺时针旋转到 $\triangle A_1B_1C_2$ 的位置, 点 C_2 在 x 轴上, 将 $\triangle A_1B_1C_2$ 绕点 C_2 顺时针旋转到 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位置, 点 A_2 在 x 轴上, 依次进行下去.... 若点 $A(\frac{5}{3}, 0)$, $B(0, 4)$, 则点 B_{2014} 的横坐标为_____.



三、解答题（本大题共 5 小题，满分 48 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤）

25. （2014 年山东泰安）某超市用 3000 元购进某种干果销售，由于销售状况良好，超市又调拨 9000 元资金购进该种干果，但这次的进价比第一次的进价提高了 20%，购进干果数量是第一次的 2 倍还多 300 千克，如果超市按每千克 9 元的价格出售，当大部分干果售出后，余下的 600 千克按售价的 8 折售完.

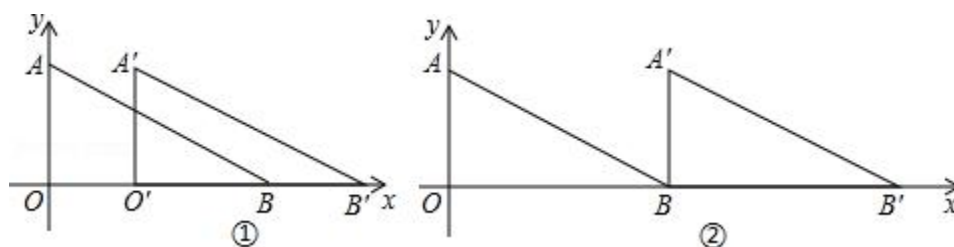
(1) 该种干果的第一次进价是每千克多少元？

(2) 超市销售这种干果共盈利多少元？

26. （2014 年山东泰安）如图①， $\triangle OAB$ 中， $A(0, 2)$ ， $B(4, 0)$ ，将 $\triangle AOB$ 向右平移 m 个单位，得到 $\triangle O'A'B'$.

(1) 当 $m=4$ 时，如图②. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A' ，一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过 A' 、 B' 两点. 求反比例函数及一次函数的表达式；

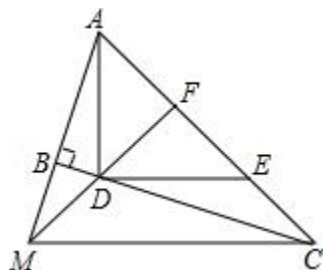
(2) 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A' 及 $A'B'$ 的中点 M ，求 m 的值.



27. (2014 年山东泰安) 如图, $\angle ABC=90^\circ$, D、E 分别在 BC、AC 上, $AD \perp DE$, 且 $AD=DE$, 点 F 是 AE 的中点, FD 与 AB 相交于点 M.

(1) 求证: $\angle FMC = \angle FCM$;

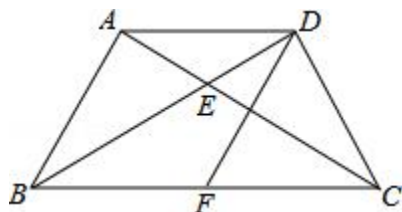
(2) AD 与 MC 垂直吗? 并说明理由.



28. (2014 年山东泰安) 如图, 在四边形 ABCD 中, $AB=AD$, AC 与 BD 交于点 E, $\angle ADB = \angle ACB$.

(1) 求证: $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$;

(2) 若 $AB \perp AC$, $AE:EC=1:2$, F 是 BC 中点, 求证: 四边形 ABFD 是菱形.

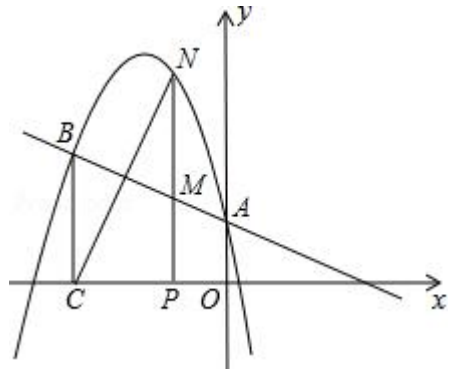


29. (2014 年山东泰安) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $(-1, 4)$, 且与直线 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 相交于 A、B 两点 (如图), A 点在 y 轴上, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点 C $(-3, 0)$.

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 点 N 是二次函数图象上一点 (点 N 在 AB 上方), 过 N 作 $NP \perp x$ 轴, 垂足为点 P , 交 AB 于点 M , 求 MN 的最大值;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 N 在何位置时, BM 与 NC 相互垂直平分? 并求出所有满足条件的 N 点的坐标.



2014 年山东省泰安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 20 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个，均记零分）

1. (2014 年山东泰安) 在 $\frac{1}{2}$, 0, -1, $-\frac{1}{2}$ 这四个数中，最小的数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. -1

【分析】根据正数大于 0，0 大于负数，可得答案.

【解答】 $-1 < -\frac{1}{2} < 0 < \frac{1}{2}$, 故选: D.

【点评】本题考查了有理数比较大小，正数大于 0，0 大于负数是解题关键.

2. (2014 年山东泰安) 下列运算，正确的是 ()

- A. $4a - 2a = 2$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$
C. $(-a^3b)^2 = a^6b^2$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

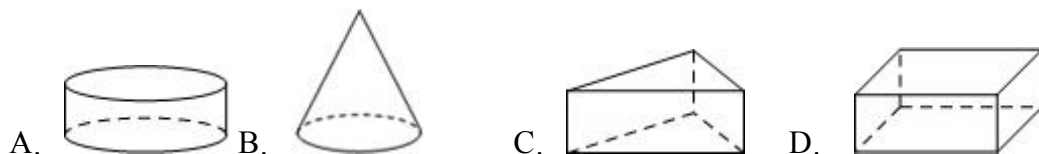
【分析】合并同类项时不要丢掉字母 a，应是 2a，B 指数应该是 3，D 左右两边不相等.

【解答】A、是合并同类项结果是 2a，不正确；B、是同底数幂的除法，底数不变指数相减，结果是 a^3 ；C、是考查积的乘方正确；

D、等号左边是完全平方右边是平方差，所以不相等. 故选 C.

【点评】这道题主要考查同底数幂相除底数不变指数相减以及完全平方和平方差的形式，熟记定义是解题的关键.

3. (2014 年山东泰安) 下列几何体，主视图和俯视图都为矩形的是 ()



【解答】 A、圆柱主视图是矩形，俯视图是圆，故此选项错误；B、圆锥主视图是等腰三角形，俯视图是圆，故此选项错误；C、三棱柱主视图是矩形，俯视图是三角形，故此选项错误；D、长方体主视图和俯视图都为矩形，故此选项正确；故选：D.

【点评】 本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

4. (2014 年山东泰安) PM2.5 是指大气中直径 ≤ 0.0000025 米的颗粒物，将 0.0000025 用科学记数法表示为 ()

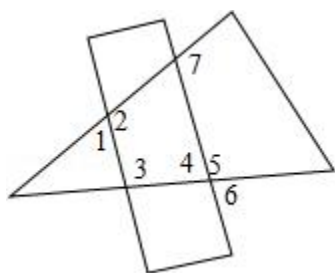
- A. 2.5×10^{-7} B. 2.5×10^{-6} C. 25×10^{-7} D. 0.25×10^{-5}

【分析】 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】 $0.0000025 = 2.5 \times 10^{-6}$ ，故选：B.

【点评】 本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

5. (2014 年山东泰安) 如图，把一直尺放置在一个三角形纸片上，则下列结论正确的是 ()



- A. $\angle 1 + \angle 6 > 180^\circ$ B. $\angle 2 + \angle 5 < 180^\circ$
C. $\angle 3 + \angle 4 < 180^\circ$ D. $\angle 3 + \angle 7 > 180^\circ$

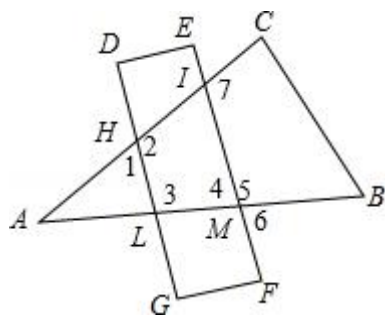
【分析】根据平行线的性质推出 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 7$ ，根据三角形的内角和定理得出 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ + \angle A$ ，推出结果后判断各个选项即可.

【解答】A、 $\because DG \parallel EF$ ， $\therefore \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ， $\because \angle 6 = \angle 4$ ， $\angle 3 > \angle 1$ ，
 $\therefore \angle 6 + \angle 1 < 180^\circ$ ，故本选项错误；

B、 $\because DG \parallel EF$ ， $\therefore \angle 5 = \angle 3$ ， $\therefore \angle 2 + \angle 5 = \angle 2 + \angle 3$
 $= (180^\circ - \angle 1) + (180^\circ - \angle ALH) = 360^\circ - (\angle 1 + \angle ALH) = 360^\circ - (180^\circ - \angle A)$
 $= 180^\circ + \angle A > 180^\circ$ ，故本选项错误；

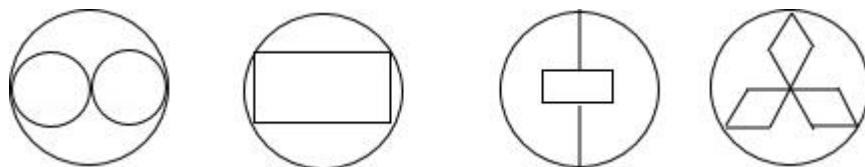
C、 $\because DG \parallel EF$ ， $\therefore \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，故本选项错误；

D、 $\because DG \parallel EF$ ， $\therefore \angle 2 = \angle 7$ ， $\because \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ + \angle A > 180^\circ$ ， $\therefore \angle 3 + \angle 7 > 180^\circ$ ，
 故本选项正确；故选 D.



【点评】本题考查了平行线的性质，三角形的内角和定理的应用，主要考查学生运用定理进行推理的能力，题目比较好，难度适中.

6. (2014 年山东泰安) 下列四个图形:



其中是轴对称图形，且对称轴的条数为 2 的图形的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】根据轴对称图形及对称轴的定义求解.

【解答】第一个是轴对称图形，有 2 条对称轴；第二个是轴对称图形，有 2 条对称轴；

第三个是轴对称图形，有 2 条对称轴；第四个是轴对称图形，有 3 条对称轴；故选 C.

【点评】本题考查了轴对称图形的知识，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；

7. (2014 年山东泰安) 方程 $5x+2y=-9$ 与下列方程构成的方程组的解为 $\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 的是 ()

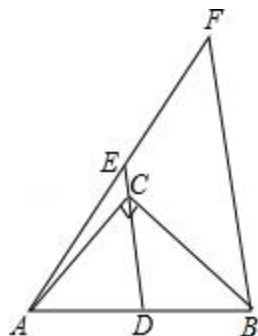
- A. $x+2y=1$ B. $3x+2y=-8$ C. $5x+4y=-3$ D. $3x-4y=-8$

【分析】将 x 与 y 的值代入各项检验即可得到结果.

【解答】方程 $5x+2y=-9$ 与下列方程构成的方程组的解为 $\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 的是 $3x-4y=-8$ - 8. 故选 D

【点评】此题考查了二元一次方程组的解，方程组的解即为能使方程组中两方程成立的未知数的值.

8. (2014 年山东泰安) 如图， $\angle ACB=90^\circ$ ，D 为 AB 的中点，连接 DC 并延长到 E，使 $CE=\frac{1}{3}CD$ ，过点 B 作 $BF \parallel DE$ ，与 AE 的延长线交于点 F. 若 $AB=6$ ，则 BF 的长为 ()



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 10

【分析】根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得到 $CD=\frac{1}{2}AB=3$ ，则结合已知条件 $CE=\frac{1}{3}CD$ 可以求得 $ED=4$ 。然后由三角形中位线定理可以求得 $BF=2ED=8$ 。

【解答】如图， $\because \angle ACB=90^\circ$ ，D 为 AB 的中点， $AB=6$ ， $\therefore CD=\frac{1}{2}AB=3$ 。又 $CE=\frac{1}{3}CD$ ， $\therefore CE=1$ ， $\therefore ED=CE+CD=4$ 。又 $\because BF \parallel DE$ ，点 D 是 AB 的中点， $\therefore ED$ 是 $\triangle AFD$ 的中位线， $\therefore BF=2ED=8$ 。故选：C。

【点评】本题考查了三角形中位线定理和直角三角形斜边上的中线。根据已知条件求得 ED 的长度是解题的关键与难点。

9. (2014 年山东泰安) 以下是某校九年级 10 名同学参加学校演讲比赛的统计表：

成绩/分	80	85	90	95
人数/人	1	2	5	2

则这组数据的中位数和平均数分别为 ()

- A. 90, 90 B. 90, 89 C. 85, 89 D. 85, 90

【分析】根据中位数的定义先把这些数从小到大排列，求出最中间的两个数的平均数，再根据平均数的计算公式进行计算即可。

【解答】 $\because$ 共有 10 名同学，中位数是第 5 和 6 的平均数， $\therefore$ 这组数据的中位数是 $(90+90) \div 2=90$ ；这组数据的平均数是： $(80+85 \times 2+90 \times 5+95 \times 2) \div 10=89$ ；故选 B。

【点评】此题考查了中位数和平均数，掌握中位数和平均数的计算公式和定义是本题的关键，中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后，最中间的那个数 (最中间两个数的平均数)，叫做这组数据的中位数。

10. (2014 年山东泰安) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 中，下列四个命题：

- (1) 若 $AB=A_1B_1$ ， $AC=A_1C_1$ ， $\angle A=\angle A_1$ ，则 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ ；
 (2) 若 $AB=A_1B_1$ ， $AC=A_1C_1$ ， $\angle B=\angle B_1$ ，则 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ ；
-

(3) 若 $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$, 则 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$;

(4) 若 $AC: A_1C_1 = CB: C_1B_1$, $\angle C = \angle C_1$, 则 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

其中真命题的个数为 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【分析】分别利用相似三角形的判定和全等三角形的判定定理进行判断即可得到正确的选项.

【解答】(1) 若 $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, 能用 SAS 定理判定 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$, 正确;

(2) 若 $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, 不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$, 错误;

(3) 若 $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$, 能判定 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 正确;

(4) 若 $AC: A_1C_1 = CB: C_1B_1$, $\angle C = \angle C_1$, 能利用两组对应边的比相等且夹角相等的两三角形相似判定 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 正确. 故选 B.

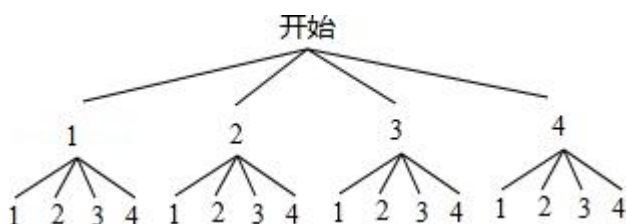
【点评】本题考查了命题与定理的知识, 解题的关键是掌握三角形全等和相似的判定方法.

11. (2014 年山东泰安) 在一个口袋中有 4 个完全相同的小球, 它们的标号分别为 1, 2, 3, 4, 从中随机摸出一个小球记下标号后放回, 再从中随机摸出一个小球, 则两次摸出的小球的标号之和大于 4 的概率是 ()

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{3}{4}$

【分析】首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的小球的标号之和大于 4 的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】画树状图得:

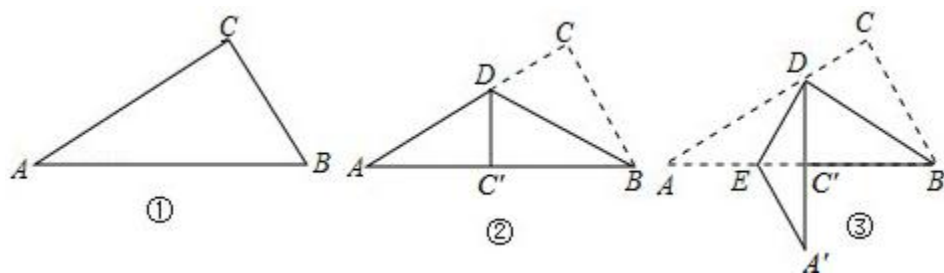


∴共有 16 种等可能的结果，两次摸出的小球的标号之和大于 4 的有 10 种情况，

∴两次摸出的小球的标号之和大于 4 的概率是： $\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$ ，故选 C.

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

12. (2014 年山东泰安) 如图①是一个直角三角形纸片， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=4\text{cm}$ ，将其折叠，使点 C 落在斜边上的点 C' 处，折痕为 BD，如图②，再将②沿 DE 折叠，使点 A 落在 DC' 的延长线上的点 A' 处，如图③，则折痕 DE 的长为 ()



- A. $\frac{8}{3}\text{cm}$ B. $2\sqrt{3}\text{cm}$ C. $2\sqrt{2}\text{cm}$ D. 3cm

【分析】 根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle ABC=60^\circ$ ，翻折前后两个图形能够互相重合可得 $\angle BDC=\angle BDC'$ ， $\angle CBD=\angle ABD=30^\circ$ ， $\angle ADE=\angle A'DE$ ，然后求出 $\angle BDE=90^\circ$ ，再解直角三角形求出 BD，然后求出 DE 即可.

【解答】 ∵ $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle A=30^\circ$ ，∴ $\angle ABC=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ ，

∴沿折痕 BD 折叠点 C 落在斜边上的点 C' 处，

∴ $\angle BDC=\angle BDC'$ ， $\angle CBD=\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=30^\circ$ ，

∴沿 DE 折叠点 A 落在 DC' 的延长线上的点 A' 处，∴ $\angle ADE=\angle A'DE$ ，

∴ $\angle BDE=\angle ABD+\angle A'DE=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $BD=BC\div\cos 30^\circ=4\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $DE=BD\cdot\tan 30^\circ=\frac{8\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{8}{3}\text{cm}$. 故选 A.

【点评】 本题考查了翻折变换的性质, 解直角三角形, 熟记性质并分别求出有一个角是 30° 角的直角三角形是解题的关键.

13. (2014 年山东泰安) 某种花卉每盆的盈利与每盆的株数有一定的关系, 每盆植 3 株时, 平均每株盈利 4 元; 若每盆增加 1 株, 平均每株盈利减少 0.5 元, 要使每盆的盈利达到 15 元, 每盆应多植多少株? 设每盆多植 x 株, 则可以列出的方程是 ()

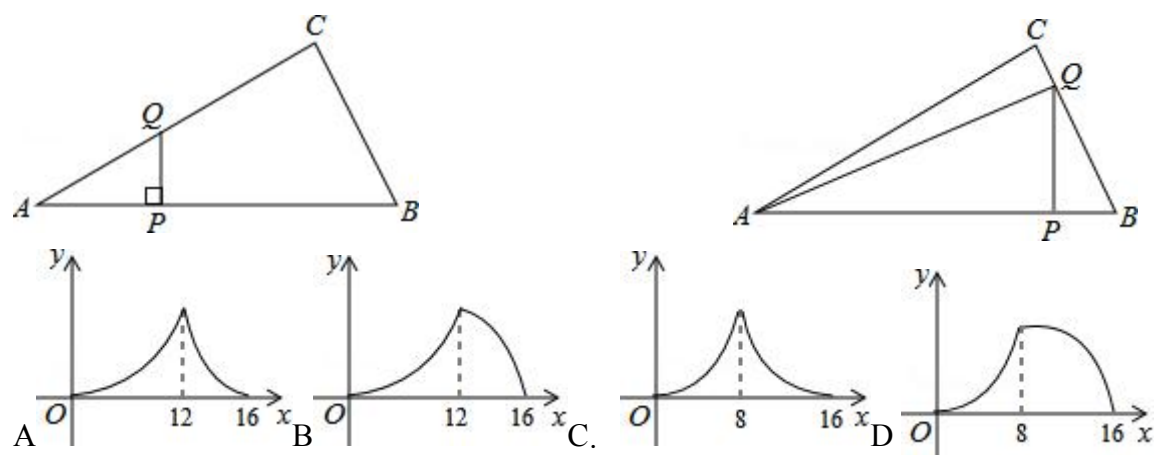
- A. $(3+x)(4-0.5x)=15$ B. $(x+3)(4+0.5x)=15$
C. $(x+4)(3-0.5x)=15$ D. $(x+1)(4-0.5x)=15$

【分析】 根据已知假设每盆花苗增加 x 株, 则每盆花苗有 $(x+3)$ 株, 得出平均单株盈利为 $(4-0.5x)$ 元, 由题意得 $(x+3)(4-0.5x)=15$ 即可.

【解答】 设每盆应该多植 x 株, 由题意得 $(3+x)(4-0.5x)=15$, 故选 A.

【点评】 此题考查了一元二次方程的应用, 根据每盆花苗株数 $\times$ 平均单株盈利=总盈利得出方程是解题关键.

14. (2014 年山东泰安) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $AB=16$. 点 P 是斜边 AB 上一点. 过点 P 作 $PQ\perp AB$, 垂足为 P , 交边 AC (或边 CB) 于点 Q , 设 $AP=x$, $\triangle APQ$ 的面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数图象大致为 ()



【分析】分点 Q 在 AC 上和 BC 上两种情况进行讨论即可.

【解答】当点 Q 在 AC 上时, $\because \angle A=30^\circ$, $AP=x$, $\therefore PQ=x\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

$$\therefore y=\frac{1}{2}\times AP\times PQ=\frac{1}{2}\times x\times\frac{\sqrt{3}}{3}x=\frac{\sqrt{3}}{6}x^2;$$

当点 Q 在 BC 上时, 如图所示:

$$\because AP=x, AB=16, \angle A=30^\circ, \therefore BP=16-x, \angle B=60^\circ,$$

$$\therefore PQ=BP\cdot\tan 60^\circ=\sqrt{3}(16-x).$$

$$\therefore S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}AP\cdot PQ=\frac{1}{2}x\cdot\sqrt{3}(16-x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+8\sqrt{3}x.$$

$\therefore$ 该函数图象前半部分是抛物线开口向上, 后半部分也为抛物线开口向下.

故选: B.

【点评】本题考查动点问题的函数图象, 有一定难度, 解题关键是注意点 Q 在 BC 上这种情况.

15. (2014 年山东泰安) 若不等式组 $\begin{cases} 1+x < a \\ \frac{x+9}{2}+1 \geq \frac{x+1}{3}-1 \end{cases}$ 有解, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a < -36$ B. $a \leq -36$ C. $a > -36$ D. $a \geq -36$

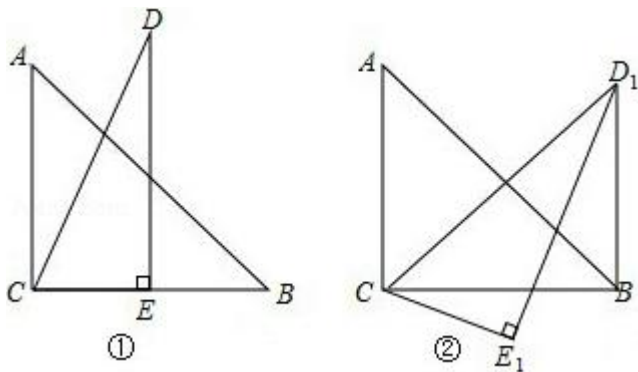
【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集, 不等式组有解, 即两个不等式的解集有公共部分, 据此即可列不等式求得 a 的范围.

【解答】 $\begin{cases} 1+x < a \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x+9}{2}+1 \geq \frac{x+1}{3}-1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$, 解①得: $x < a-1$, 解②得: $x \geq -37$,

则 $a-1 > -37$, 解得: $a > -36$. 故选 C.

【点评】本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解, 若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数, 那么解集为 x 介于两数之间.

16. (2014 年山东泰安) 将两个斜边长相等的三角形纸片如图①放置, 其中 $\angle ACB = \angle CED = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 30^\circ$. 把 $\triangle DCE$ 绕点 C 顺时针旋转 15° 得到 $\triangle D_1CE_1$, 如图②, 连接 D_1B , 则 $\angle E_1D_1B$ 的度数为 ()



- A. 10° B. 20° C. 7.5° D. 15°

【分析】 根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle DCE = 60^\circ$, 旋转的性质可得 $\angle BCE_1 = 15^\circ$, 然后求出 $\angle BCD_1 = 45^\circ$, 从而得到 $\angle BCD_1 = \angle A$, 利用“边角边”证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle D_1CB$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle BD_1C = \angle ABC = 45^\circ$, 再根据 $\angle E_1D_1B = \angle BD_1C - \angle CD_1E_1$ 计算即可得解.

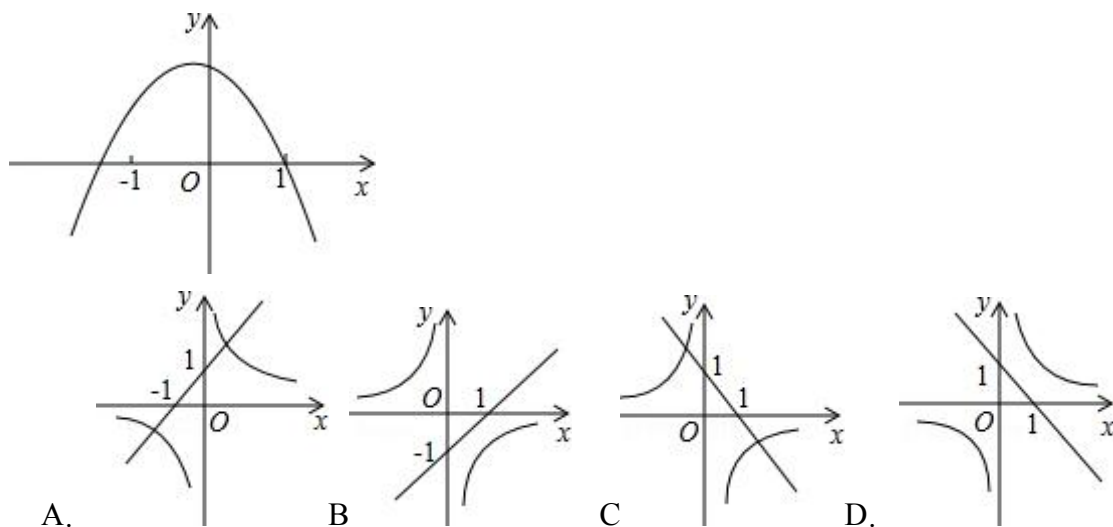
【解答】 $\because \angle CED = 90^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, $\therefore \angle DCE = 60^\circ$,
 $\because \triangle DCE$ 绕点 C 顺时针旋转 15° , $\therefore \angle BCE_1 = 15^\circ$,
 $\therefore \angle BCD_1 = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$, $\therefore \angle BCD_1 = \angle A$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle D_1CB$ 中,
$$\begin{cases} AC=CB \\ \angle BCD_1=\angle A \\ AB=CD_1 \end{cases}, \therefore \triangle ABC \cong \triangle D_1CB \text{ (SAS)},$$

$\therefore \angle BD_1C = \angle ABC = 45^\circ$, $\therefore \angle E_1D_1B = \angle BD_1C - \angle CD_1E_1 = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$. 故选 D.

【点评】 本题考查了旋转的性质, 等腰直角三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 熟记性质并求出 $\triangle ABC$ 和 $\triangle D_1CB$ 全等是解题的关键.

17. (2014 年山东泰安) 已知函数 $y = (x - m)(x - n)$ (其中 $m < n$) 的图象如图所示, 则一次函数 $y = mx + n$ 与反比例函数 $y = \frac{m+n}{x}$ 的图象可能是 ()



【分析】根据二次函数图象判断出 $m < -1$, $n = 1$, 然后求出 $m + n < 0$, 再根据一次函数与反比例函数图象的性质判断即可.

【解答】由图可知, $m < -1$, $n = 1$, 所以, $m + n < 0$,
所以, 一次函数 $y = mx + n$ 经过第二四象限, 且与 y 轴相交于点 $(0, 1)$,
反比例函数 $y = \frac{m+n}{x}$ 的图象位于第二四象限,

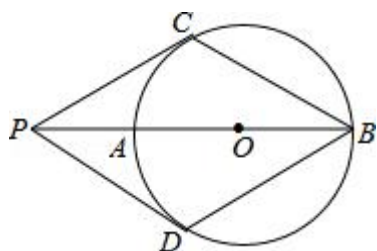
纵观各选项, 只有 C 选项图形符合. 故选 C.

【点评】本题考查了二次函数图象, 一次函数图象, 反比例函数图象, 观察二次函数图象判断出 m 、 n 的取值是解题的关键.

18. (2014 年山东泰安) 如图, P 为 $\odot O$ 的直径 BA 延长线上的一点, PC 与 $\odot O$ 相切, 切点为 C , 点 D 是 $\odot O$ 上一点, 连接 PD . 已知 $PC = PD = BC$. 下列结论:

(1) PD 与 $\odot O$ 相切; (2) 四边形 $PCBD$ 是菱形; (3) $PO = AB$; (4) $\angle PDB = 120^\circ$.

其中正确的个数为 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【分析】 (1) 利用切线的性质得出 $\angle PCO=90^\circ$, 进而得出 $\triangle PCO \cong \triangle PDO$ (SSS), 即可得出 $\angle PCO=\angle PDO=90^\circ$, 得出答案即可;

(2) 利用 (1) 所求得出: $\angle CPB=\angle BPD$, 进而求出 $\triangle CPB \cong \triangle DPB$ (SAS), 即可得出答案;

(3) 利用全等三角形的判定得出 $\triangle PCO \cong \triangle BCA$ (ASA), 进而得出 $CO=\frac{1}{2}PO=\frac{1}{2}AB$;

(4) 利用四边形 PCBD 是菱形, $\angle CPO=30^\circ$, 则 $DP=DB$, 则 $\angle DPB=\angle DBP=30^\circ$, 求出即可.

【解答】 (1) 连接 CO, DO,

$\because PC$ 与 $\odot O$ 相切, 切点为 C, $\therefore \angle PCO=90^\circ$,

在 $\triangle PCO$ 和 $\triangle PDO$ 中, $\begin{cases} CO=DO \\ PO=PO \\ PC=PD \end{cases}$, $\therefore \triangle PCO \cong \triangle PDO$ (SSS), $\therefore \angle PCO=\angle PDO=90^\circ$,

$\therefore PD$ 与 $\odot O$ 相切, 故此选项正确;

(2) 由 (1) 得: $\angle CPB=\angle BPD$,

在 $\triangle CPB$ 和 $\triangle DPB$ 中, $\begin{cases} PC=PD \\ \angle CPB=\angle DPB \\ PB=PB \end{cases}$, $\therefore \triangle CPB \cong \triangle DPB$ (SAS),

$\therefore BC=BD$, $\therefore PC=PD=BC=BD$, $\therefore$ 四边形 PCBD 是菱形, 故此选项正确;

(3) 连接 AC,

$\because PC=CB$, $\therefore \angle CPB=\angle CBP$, $\because AB$ 是 $\odot O$ 直径, $\therefore \angle ACB=90^\circ$,

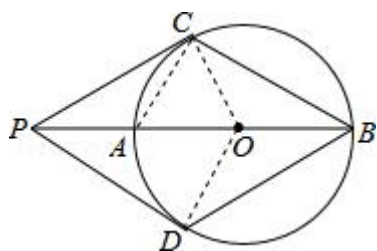
在 $\triangle PCO$ 和 $\triangle BCA$ 中, $\begin{cases} \angle CPO=\angle CBP \\ PC=BC \\ \angle PCO=\angle BCA \end{cases}$, $\therefore \triangle PCO \cong \triangle BCA$ (ASA),

$\therefore AC=CO$, $\therefore AC=CO=AO$, $\therefore \angle COA=60^\circ$, $\therefore \angle CPO=30^\circ$,

$\therefore CO=\frac{1}{2}PO=\frac{1}{2}AB$, $\therefore PO=AB$, 故此选项正确;

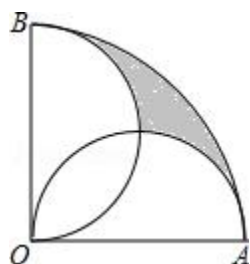
(4) $\because$ 四边形 PCBD 是菱形, $\angle CPO=30^\circ$,

$\therefore DP=DB$, 则 $\angle DPB=\angle DBP=30^\circ$, $\therefore \angle PDB=120^\circ$, 故此选项正确; 故选: A.



【点评】此题主要考查了切线的判定与性质和全等三角形的判定与性质以及菱形的判定与性质等知识, 熟练利用全等三角形的判定与性质是解题关键.

19. (2014 年山东泰安) 如图, 半径为 2cm, 圆心角为 90° 的扇形 OAB 中, 分别以 OA、OB 为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $(\frac{\pi}{2} - 1) \text{ cm}^2$ B. $(\frac{\pi}{2} + 1) \text{ cm}^2$ C. 1 cm^2 D. $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$

【分析】假设出扇形半径, 再表示出半圆面积, 以及扇形面积, 进而即可表示出两部分 P, Q 面积相等. 连接 AB, OD, 根据两半圆的直径相等可知

$\angle AOD = \angle BOD = 45^\circ$, 故可得出绿色部分的面积 $= S_{\triangle AOD}$, 利用阴影部分 Q 的面积为: $S_{\text{扇形 OAB}} - S_{\text{半圆}} - S_{\text{绿色}}$, 故可得出结论.

【解答】 $\because$ 扇形 OAB 的圆心角为 90° , 假设扇形半径为 2, $\therefore$ 扇形面积为:

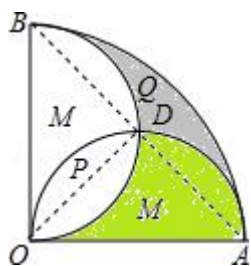
$$\frac{90\pi \times 2^2}{360} = \pi (\text{cm}^2), \text{ 半圆面积为: } \frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 = \frac{\pi}{2} (\text{cm}^2), \therefore S_Q + S_M = S_M + S_P = \frac{\pi}{2} (\text{cm}^2),$$

$\therefore S_Q = S_P$, 连接 AB, OD,

$\because$ 两半圆的直径相等, $\therefore \angle AOD = \angle BOD = 45^\circ$, $\therefore S_{\text{绿色}} = S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$,

$\therefore$ 阴影部分 Q 的面积为: $S_{\text{扇形 AOB}} - S_{\text{半圆}} - S_{\text{绿色}} = \pi - \frac{\pi}{2} - 1 = \frac{\pi}{2} - 1 \text{ (cm}^2\text{)}$. 故选:

A.



【点评】 此题主要考查了扇形面积求法, 根据题意作出辅助线, 构造出等腰直角三角形是解答此题的关键.

20. (2014 年山东泰安) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$) 中的 x 与 y 的部分对应值如下表:

X	-1	0	1	3
y	-1	3	5	3

下列结论:

- (1) $ac < 0$;
- (2) 当 $x > 1$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小.
- (3) 3 是方程 $ax^2 + (b-1)x + c = 0$ 的一个根;
- (4) 当 $-1 < x < 3$ 时, $ax^2 + (b-1)x + c > 0$.

其中正确的个数为 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【分析】 根据表格数据求出二次函数的对称轴为直线 $x = 1.5$, 然后根据二次函数的性质对各小题分析判断即可得解.

【解答】 由图表中数据可得出: $x = 1$ 时, $y = 5$ 值最大, 所以二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 开口向下, $a < 0$; 又 $x = 0$ 时, $y = 3$, 所以 $c = 3 > 0$, 所以 $ac < 0$, 故 (1) 正确;

$\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 开口向下, 且对称轴为 $x = \frac{0+3}{2} = 1.5$, $\therefore$ 当 $x > 1.5$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小, 故 (2) 错误;

$\because x=3$ 时, $y=3$, $\therefore 9a+3b+c=3$, $\because c=3$, $\therefore 9a+3b+3=3$, $\therefore 9a+3b=0$, $\therefore 3$ 是方程 $ax^2+(b-1)x+c=0$ 的一个根, 故 (3) 正确;

$\because x=-1$ 时, $ax^2+bx+c=-1$, $\therefore x=-1$ 时, $ax^2+(b-1)x+c=0$, $\because x=3$ 时, $ax^2+(b-1)x+c=0$, 且函数有最大值, $\therefore$ 当 $-1 < x < 3$ 时, $ax^2-(b-1)x+c > 0$, 故 (4) 正确.

故选 B.

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 二次函数图象与系数的关系, 抛物线与 x 轴的交点, 二次函数与不等式, 有一定难度. 熟练掌握二次函数图象的性质是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 满分 12 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分)

21. (2014 年山东泰安) 化简 $(1+\frac{2}{x-1}) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1}$ 的结果为_____.

【分析】 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算, 同时利用除法法则变形约分即可得到结果.

【解答】 原式 $= \frac{x-1+2}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+1} = \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+1} = x-1$. 故答案为: $x-1$

【点评】 此题考查了分式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (2014 年山东泰安) 七 (一) 班同学为了解某小区家庭月均用水情况, 随机调查了该小区部分家庭, 并将调查数据整理如下表 (部分):

月均用水量 x/m^3	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$x > 20$
频数/户	12		20		3
频率	0.12			0.07	

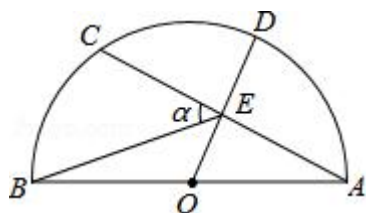
若该小区有 800 户家庭, 据此估计该小区月均用水量不超过 $10m^3$ 的家庭约有____户.

【分析】根据 $\frac{\text{频数}}{\text{频率}} = \text{总数}$ 之间的关系求出 $5 < x \leq 10$ 的频数，再用整体 $\times$ 样本的百分比即可得出答案.

【解答】根据题意得： $\frac{12}{0.12} = 100$ （户）， $15 < x \leq 20$ 的频数是 $0.07 \times 100 = 7$ （户）， $5 < x \leq 10$ 的频数是： $100 - 12 - 20 - 7 - 3 = 58$ （户），则该小区月均用水量不超过 10m^3 的家庭约有 $\frac{12+58}{100} \times 800 = 560$ （户）；故答案为：560.

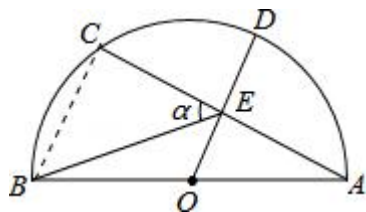
【点评】此题考查了用样本估计总体和频数、频率、总数之间的关系，掌握 $\frac{\text{频数}}{\text{频率}} = \text{总数}$ 和样本估计整体让整体 $\times$ 样本的百分比是本题的关键.

23. (2014 年山东泰安) 如图, AB 是半圆的直径, 点 O 为圆心, OA=5, 弦 AC=8, OD $\perp$ AC, 垂足为 E, 交 $\odot O$ 于 D, 连接 BE. 设 $\angle BEC = \alpha$, 则 $\sin \alpha$ 的值为_____.



【分析】连结 BC, 根据圆周角定理由 AB 是半圆的直径得 $\angle ACB = 90^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 根据勾股定理计算出 $BC = 6$, 再根据垂径定理由 $OD \perp AC$ 得到 $AE = CE = \frac{1}{2}AC = 4$, 然后在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, 根据勾股定理计算出 $BE = 2\sqrt{13}$, 则可根据正弦的定义求解.

【解答】连结 BC, 如图, $\because AB$ 是半圆的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = 8$, $AB = 10$, $\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 6$,

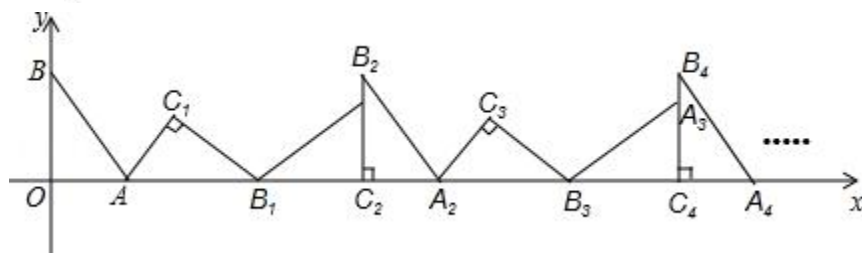
$$\because OD \perp AC, \therefore AE=CE=\frac{1}{2}AC=4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCE \text{ 中, } BE=\sqrt{BC^2+CE^2}=2\sqrt{13},$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{BC}{BE} = \frac{6}{2\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}. \text{ 故答案为 } \frac{3\sqrt{13}}{13}.$$

【点评】 本题考查了垂径定理：平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．也考查了勾股定理和圆周角定理．

24. (2014 年山东泰安) 如图，在平面直角坐标系中，将 $\triangle ABO$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\triangle AB_1C_1$ 的位置，点 B、O 分别落在点 B_1 、 C_1 处，点 B_1 在 x 轴上，再将 $\triangle AB_1C_1$ 绕点 B_1 顺时针旋转到 $\triangle A_1B_1C_2$ 的位置，点 C_2 在 x 轴上，将 $\triangle A_1B_1C_2$ 绕点 C_2 顺时针旋转到 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位置，点 A_2 在 x 轴上，依次进行下去.... 若点 $A(\frac{5}{3}, 0)$ ， $B(0, 4)$ ，则点 B_{2014} 的横坐标为_____.



【分析】 首先利用勾股定理得出 AB 的长，进而得出三角形的周长，进而求出 B_2 ， B_4 的横坐标，进而得出变化规律，即可得出答案．

$$\text{【解答】 由题意可得： } \because AO=\frac{5}{3}, BO=4, \therefore AB=\frac{13}{3},$$

$$\therefore OA+AB_1+B_1C_2=\frac{5}{3}+\frac{13}{3}+4=6+4=10,$$

$$\therefore B_2 \text{ 的横坐标为： } 10, B_4 \text{ 的横坐标为： } 2 \times 10=20, \therefore \text{点 } B_{2014} \text{ 的横坐标为：}$$

$$\frac{2014}{2} \times 10=10070. \text{ 故答案为： } 10070.$$

【点评】 此题主要考查了点的坐标以及图形变化类，根据题意得出 B 点横坐标变化规律是解题关键．

三、解答题 (本大题共 5 小题, 满分 48 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

25. (2014 年山东泰安) 某超市用 3000 元购进某种干果销售, 由于销售状况良好, 超市又调拨 9000 元资金购进该种干果, 但这次的进价比第一次的进价提高了 20%, 购进干果数量是第一次的 2 倍还多 300 千克, 如果超市按每千克 9 元的价格出售, 当大部分干果售出后, 余下的 600 千克按售价的 8 折售完.

(1) 该种干果的第一次进价是每千克多少元?

(2) 超市销售这种干果共盈利多少元?

【分析】 (1) 设该种干果的第一次进价是每千克 x 元, 则第二次进价是每千克 $(1+20\%)x$ 元. 根据第二次购进干果数量是第一次的 2 倍还多 300 千克, 列出方程, 解方程即可求解;

(2) 根据利润=售价-进价, 可求出结果.

【解答】 (1) 设该种干果的第一次进价是每千克 x 元, 则第二次进价是每千克 $(1+20\%)x$ 元,

由题意, 得 $\frac{9000}{(1+20\%)x} = 2 \times \frac{3000}{x} + 300$,

解得 $x=5$,

经检验 $x=5$ 是方程的解.

答: 该种干果的第一次进价是每千克 5 元;

$$\begin{aligned} (2) & \left[\frac{3000}{5} + \frac{9000}{5 \times (1+20\%)} - 600 \right] \times 9 + 600 \times 9 \times 80\% - (3000 + 9000) \\ &= (600 + 1500 - 600) \times 9 + 4320 - 12000 \\ &= 1500 \times 9 + 4320 - 12000 \\ &= 13500 + 4320 - 12000 \\ &= 5820 \text{ (元)}. \end{aligned}$$

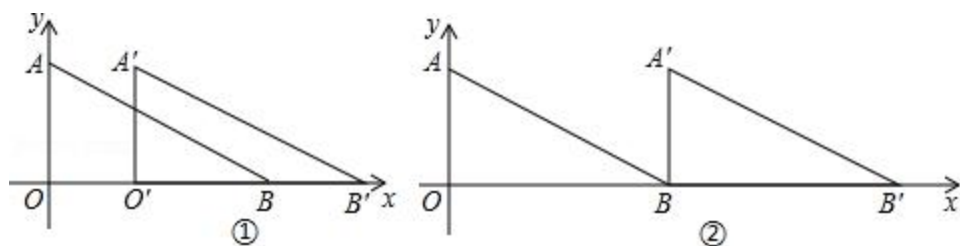
答: 超市销售这种干果共盈利 5820 元.

【点评】 本题考查分式方程的应用, 分析题意, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

26. (2014 年山东泰安) 如图①, $\triangle OAB$ 中, $A(0, 2)$, $B(4, 0)$, 将 $\triangle AOB$ 向右平移 m 个单位, 得到 $\triangle O'A'B'$.

(1) 当 $m=4$ 时, 如图②. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A' , 一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过 A' 、 B' 两点. 求反比例函数及一次函数的表达式;

(2) 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A' 及 $A'B'$ 的中点 M , 求 m 的值.



【分析】 (1) 根据题意得出: A' 点的坐标为: $(4, 2)$, B' 点的坐标为: $(8, 0)$, 进而利用待定系数法求一次函数解析式即可;

(2) 首先得出 $A'B'$ 的中点 M 的坐标为: $(m+4-2, 1)$ 则 $2m=m+2$, 求出 m 的值即可.

【解答】 (1) 由图②值: A' 点的坐标为: $(4, 2)$, B' 点的坐标为: $(8, 0)$,
 $\therefore k=4 \times 2=8$, $\therefore y=\frac{8}{x}$,

把 $(4, 2)$, $(8, 0)$ 代入 $y=ax+b$ 得: $\begin{cases} 4a+b=2 \\ 8a+b=0 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=4 \end{cases}$,

$\therefore$ 经过 A' 、 B' 两点的一次函数表达式为: $y=-\frac{1}{2}x+4$;

(2) 当 $\triangle AOB$ 向右平移 m 个单位时, A' 点的坐标为: $(m, 2)$, B' 点的坐标为: $(m+4, 0)$

则 $A'B'$ 的中点 M 的坐标为: $(m+4-2, 1)$ $\therefore 2m=m+2$, 解得: $m=2$,

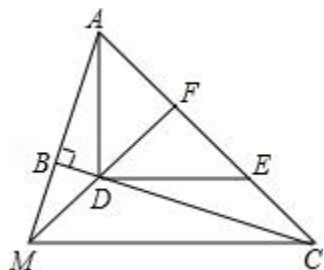
$\therefore$ 当 $m=2$ 时, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A' 及 $A'B'$ 的中点 M .

【点评】 此题主要考查了待定系数法求一次函数解析式以及坐标的平移等知识, 得出 A' , B' 点坐标是解题关键.

27. (2014 年山东泰安) 如图, $\angle ABC=90^\circ$, D、E 分别在 BC、AC 上, $AD \perp DE$, 且 $AD=DE$, 点 F 是 AE 的中点, FD 与 AB 相交于点 M.

(1) 求证: $\angle FMC=\angle FCM$;

(2) AD 与 MC 垂直吗? 并说明理由.



【分析】 (1) 根据等腰直角三角形的性质得出 $DF \perp AE$, $DF=AF=EF$, 进而利用全等三角形的判定得出 $\triangle DFC \cong \triangle AFM$ (AAS), 即可得出答案;

(2) 由 (1) 知, $\angle MFC=90^\circ$, $FD=EF$, $FM=FC$, 即可得出 $\angle FDE=\angle FMC=45^\circ$, 即可理由平行线的判定得出答案.

(1) 证明: $\because \triangle ADE$ 是等腰直角三角形, F 是 AE 中点,

$\therefore DF \perp AE$, $DF=AF=EF$, 又 $\because \angle ABC=90^\circ$, $\angle DCF$, $\angle AMF$ 都与 $\angle MAC$ 互余,

$\therefore \angle DCF=\angle AMF$,

在 $\triangle DFC$ 和 $\triangle AFM$ 中,
$$\begin{cases} \angle DCF=\angle AMF \\ \angle MFA=\angle CFD, \\ DF=AF \end{cases} \therefore \triangle DFC \cong \triangle AFM \text{ (AAS),}$$

$\therefore CF=MF$, $\therefore \angle FMC=\angle FCM$;

(2) $AD \perp MC$,

理由: 由 (1) 知, $\angle MFC=90^\circ$, $FD=EF$, $FM=FC$, $\therefore \angle FDE=\angle FMC=45^\circ$,

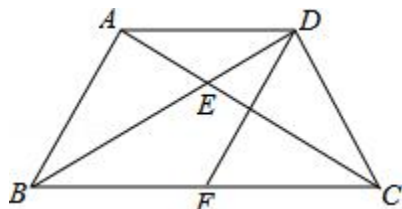
$\therefore DE \parallel CM$, $\therefore AD \perp MC$.

【点评】 此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及等腰直角三角形的性质, 得出 $\angle DCF=\angle AMF$ 是解题关键.

28. (2014 年山东泰安) 如图, 在四边形 ABCD 中, $AB=AD$, AC 与 BD 交于点 E, $\angle ADB=\angle ACB$.

(1) 求证: $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$;

(2) 若 $AB \perp AC$, $AE: EC=1: 2$, F 是 BC 中点, 求证: 四边形 ABFD 是菱形.



【分析】 (1) 利用相似三角形的判定得出 $\triangle ABE \sim \triangle ACB$, 进而求出答案;

(2) 首先证明 $AD=BF$, 进而得出 $AD \parallel BF$, 即可得出四边形 ABFD 是平行四边形, 再利用 $AD=AB$, 得出四边形 ABFD 是菱形.

证明: (1) $\because AB=AD$, $\therefore \angle ADB=\angle ABE$, 又 $\because \angle ADB=\angle ACB$, $\therefore \angle ABE=\angle ACB$,
又 $\because \angle BAE=\angle CAB$, $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACB$, $\therefore \frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AB}$, 又 $\because AB=AD$, $\therefore \frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$;

(2) 设 $AE=x$, $\because AE: EC=1: 2$, $\therefore EC=2x$,

由 (1) 得: $AB^2=AE \cdot AC$, $\therefore AB=\sqrt{3}x$, 又 $\because BA \perp AC$, $\therefore BC=2\sqrt{3}x$, $\therefore \angle ACB=30^\circ$,

$\because F$ 是 BC 中点, $\therefore BF=\sqrt{3}x$, $\therefore BF=AB=AD$,

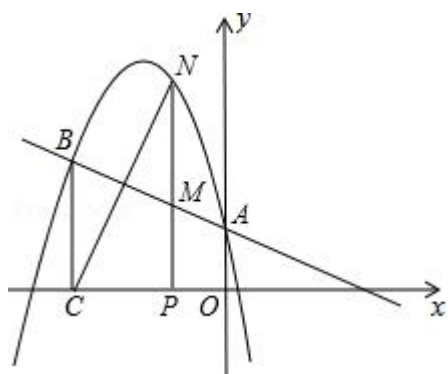
又 $\because \angle ADB=\angle ACB=\angle ABD$, $\therefore \angle ADB=\angle CBD=30^\circ$, $\therefore AD \parallel BF$,

$\therefore$ 四边形 ABFD 是平行四边形, 又 $\because AD=AB$, $\therefore$ 四边形 ABFD 是菱形.

【点评】 此题主要考查了相似三角形的判定与性质以及菱形的判定等知识, 得出 $\triangle ABE \sim \triangle ACB$ 是解题关键.

29. (2014 年山东泰安) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $(-1, 4)$, 且与直线 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 相交于 A、B 两点 (如图), A 点在 y 轴上, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点 C $(-3, 0)$.

- (1) 求二次函数的表达式;
- (2) 点 N 是二次函数图象上一点 (点 N 在 AB 上方), 过 N 作 $NP \perp x$ 轴, 垂足为点 P, 交 AB 于点 M, 求 MN 的最大值;
- (3) 在 (2) 的条件下, 点 N 在何位置时, BM 与 NC 相互垂直平分? 并求出所有满足条件的 N 点的坐标.



【分析】 (1) 首先求得 A、B 的坐标, 然后利用待定系数法即可求得二次函数的解析式;

(2) 设 M 的横坐标是 x, 则根据 M 和 N 所在函数的解析式, 即可利用 x 表示出 M、N 的坐标, 利用 x 表示出 MN 的长, 利用二次函数的性质求解;

(3) BM 与 NC 互相垂直平分, 即四边形 BCMN 是菱形, 则 $BC=MC$, 据此即可列方程, 求得 x 的值, 从而得到 N 的坐标.

【解答】 (1) 由题设可知 A (0, 1), B $(-3, \frac{5}{2})$,

根据题意得:
$$\begin{cases} c=1 \\ 9a-3b+c=\frac{5}{2} \\ a-b+c=4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=-\frac{5}{4} \\ b=-\frac{17}{4} \\ c=1 \end{cases}$$

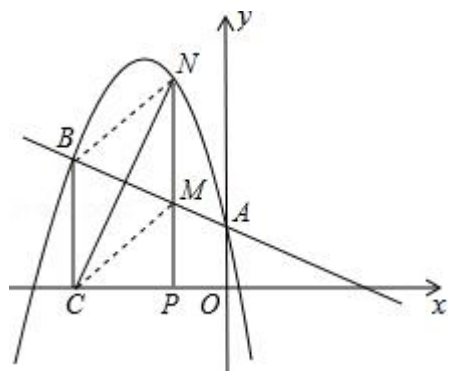
则二次函数的解析式是: $y = -\frac{5}{4}x^2 - \frac{17}{4}x + 1$;

(2) 设 N $(x, -\frac{5}{4}x^2 - \frac{17}{4}x + 1)$, 则 M、P 点的坐标分别是 $(x, -\frac{1}{2}x + 1)$, $(x, 0)$.

$$\therefore MN = PN - PM = -\frac{5}{4}x^2 - \frac{17}{4}x + 1 - (-\frac{1}{2}x + 1) = -\frac{5}{4}x^2 - \frac{15}{4}x = -\frac{5}{4}(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{45}{16}$$

则当 $x = -\frac{3}{2}$ 时, MN 的最大值为 $\frac{45}{16}$;

故当 $N(-1, 4)$ 时, MN 和 NC 互相垂直平分.



【点评】 本题是待定系数法求二次函数的解析式，以及二次函数的性质、菱形的判定的综合应用，利用二次函数的性质可以解决实际问题中求最大值或最小值问题.