

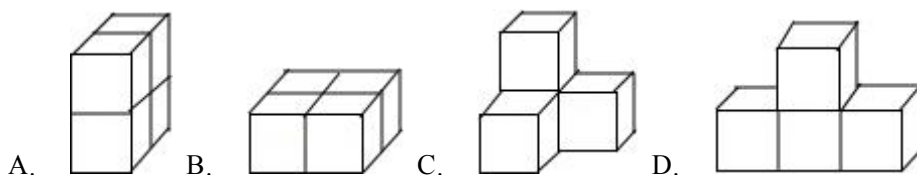
2014 年山东省威海市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

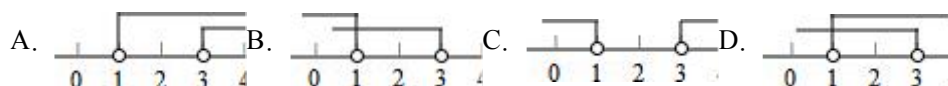
1. （3 分）（2014•威海）若 $a^3=8$ ，则 a 的绝对值是（ ）
 A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
2. （3 分）（2014•威海）下列运算正确的是（ ）
 A. $2x^2 \div x^2 = 2x$ B. $(-\frac{1}{2}a^2b)^3 = -\frac{1}{6}a^6b^3$
 C. $3x^2 + 2x^2 = 5x^2$ D. $(x-3)^3 = x^3 - 9$
3. （3 分）（2014•威海）将下列多项式分解因式，结果中不含因式 $x-1$ 的是（ ）
 A. $x^2 - 1$ B. $x(x-2) + (2-x)$ C. $x^2 - 2x + 1$ D. $x^2 + 2x + 1$
4. （3 分）（2014•威海）已知 $x^2 - 2 = y$ ，则 $x(x-3y) + y(3x-1) - 2$ 的值是（ ）
 A. -2 B. 0 C. 2 D. 4
5. （3 分）（2014•威海）在某中学举行的演讲比赛中，初一年级 5 名参赛选手的成绩如下表所示，请你根据表中提供的数据，计算出这 5 名选手成绩的方差（ ）

选手	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号	平均成绩
得分	90	95	93	89	88	91

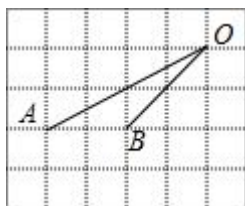
- A. 2 B. 6.8 C. 34 D. 93
6. （3 分）（2014•威海）用四个相同的小立方体搭几何体，要求每个几何体的主视图、左视图、俯视图中至少有两种视图的形状是相同的，下列四种摆放方式中不符合要求的是（ ）



7. （3 分）（2014•威海）已知点 $P(3-m, m-1)$ 在第二象限，则 m 的取值范围在数轴上表示正确的是（ ）

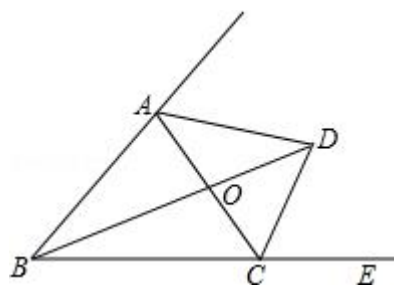


8. （3 分）（2014•威海）如图，在下列网格中，小正方形的边长均为 1，点 A、B、O 都在格点上，则 $\angle AOB$ 的正弦值是（ ）



- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

9. (3分) (2014•威海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=50^\circ$, $\angle ACB=60^\circ$, 点E在BC的延长线上, $\angle ABC$ 的平分线BD与 $\angle ACE$ 的平分线CD相交于点D, 连接AD, 下列结论中不正确的是 ()



- A. $\angle BAC=70^\circ$ B. $\angle DOC=90^\circ$ C. $\angle BDC=35^\circ$ D. $\angle DAC=55^\circ$

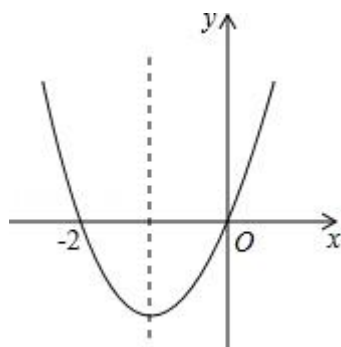
10. (3分) (2014•威海) 方程 $x^2 - (m+6)x + m^2 = 0$ 有两个相等的实数根, 且满足 $x_1 + x_2 = x_1 x_2$, 则m的值是 ()

- A. -2 或 3 B. 3 C. -2 D. -3 或 2

11. (3分) (2014•威海) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 则下列说法:

① $c=0$; ②该抛物线的对称轴是直线 $x=-1$; ③当 $x=1$ 时, $y=2a$; ④ $am^2+bm+a > 0$ ($m \neq -1$).

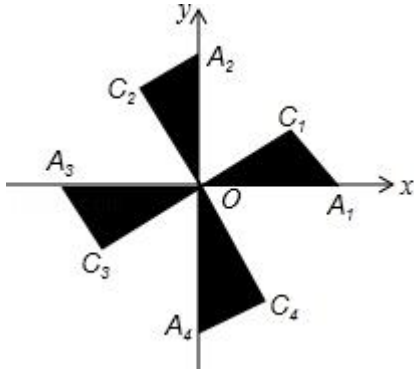
其中正确的个数是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. (3分) (2014•威海) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $Rt\triangle OA_1C_1$, $Rt\triangle OA_2C_2$, $Rt\triangle OA_3C_3$, $Rt\triangle OA_4C_4 \dots$ 的斜边都在坐标轴上,

$\angle A_1OC_1 = \angle A_2OC_2 = \angle A_3OC_3 = \angle A_4OC_4 = \dots = 30^\circ$. 若点 A_1 的坐标为 $(3, 0)$, $OA_1 = OC_2$, $OA_2 = OC_3$, $OA_3 = OC_4 \dots$, 则依此规律, 点 A_{2014} 的纵坐标为 ()



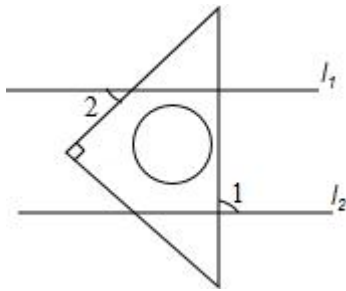
- A. 0 B. $-3 \times \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^{2013}$ C. $(2\sqrt{3})^{2014}$ D. $3 \times \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^{2013}$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

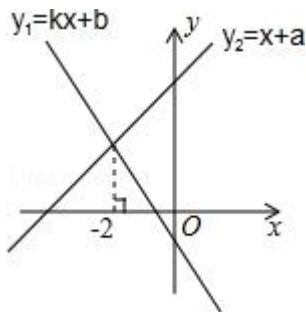
13. (3 分) (2014•威海) 据威海市旅游局统计, 今年“五一”小长假期间, 我市各旅游景点门票收入约 2300 万元, 数据“2300 万”用科学记数法表示为_____.

14. (3 分) (2014•威海) 计算: $\sqrt{45} - \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{50} = \underline{\sqrt{5}}$.

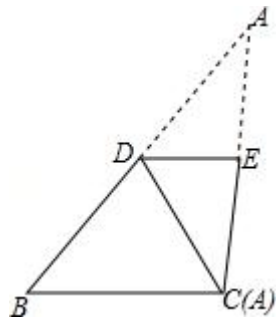
15. (3 分) (2014•威海) 直线 $l_1 \parallel l_2$, 一块含 45° 角的直角三角板如图放置, $\angle 1 = 85^\circ$, 则 $\angle 2 = \underline{40^\circ}$.



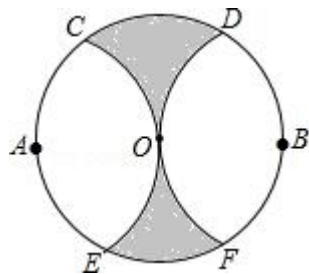
16. (3 分) (2014•威海) 一次函数 $y_1 = kx + b$ 与 $y_2 = x + a$ 的图象如图, 则 $kx + b > x + a$ 的解集是 $\underline{x < -2}$.



17. (3分) (2014•威海) 如图, 有一直角三角形纸片 ABC , 边 $BC=6$, $AB=10$, $\angle ACB=90^\circ$, 将该直角三角形纸片沿 DE 折叠, 使点 A 与点 C 重合, 则四边形 $DBCE$ 的周长为 18.



18. (3分) (2014•威海) 如图, $\odot A$ 与 $\odot B$ 外切于 $\odot O$ 的圆心 O , $\odot O$ 的半径为 1, 则阴影部分的面积是 $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.



三、解答题 (共 7 小题, 共 66 分)

19. (7分) (2014•威海) 解方程组:
$$\begin{cases} 3x - 5y = 3 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

20. (8分) (2014•威海) 某学校为了解学生体能情况, 规定参加测试的每名学生从“立定跳远”, “耐久跑”, “掷实心球”, “引体向上”四个项目中随机抽取两项作为测试项目.

(1) 小明同学恰好抽到“立定跳远”, “耐久跑”两项的概率是多少?

(2) 据统计, 初二三班共 12 名男生参加了“立定跳远”的测试, 他们的成绩如下:

95 100 90 82 90 65 89 74 75 93 92 85

①这组数据的众数是_____, 中位数是_____;

②若将不低于 90 分的成绩评为优秀, 请你估计初二二年级 180 名男生中“立定跳远”成绩为优秀的学生约为多少人.

21. (9分) (2014•威海) 端午节期间, 某食堂根据职工食用习惯, 用 700 元购进甲、乙两种粽子 260 个, 其中甲粽子比乙种粽子少用 100 元, 已知甲种粽子单价比乙种粽子单价高 20%, 乙种粽子的单价是多少元? 甲、乙两种粽子各购买了多少个?

22. (9分) (2014•威海) 已知反比例函数 $y = \frac{1-2m}{x}$ (m 为常数) 的图象在一、三象限.

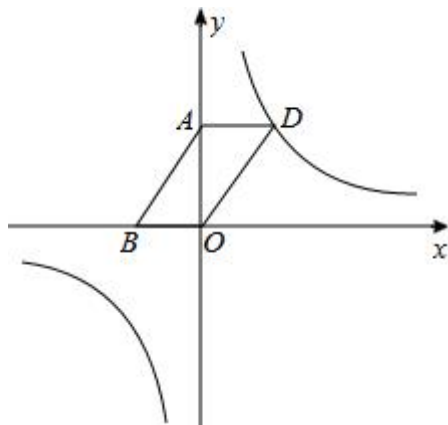
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 如图, 若该反比例函数的图象经过 $\square ABOD$ 的顶点 D , 点 A 、 B 的坐标分别为 $(0, 3)$, $(-2, 0)$.

①求出函数解析式;

②设点 P 是该反比例函数图象上的一点, 若 $OD=OP$, 则 P 点的坐标为_____;

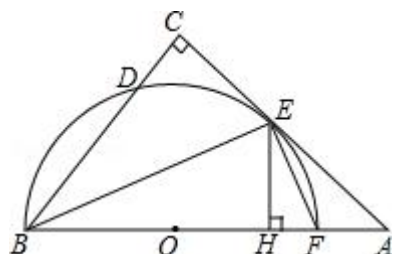
若以 D 、 O 、 P 为顶点的三角形是等腰三角形, 则满足条件的点 P 的个数为_____个.



23. (10 分) (2014•威海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 E , 过点 E 作 BE 的垂线交 AB 于点 F , $\odot O$ 是 $\triangle BEF$ 的外接圆.

(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 过点 E 作 $EH \perp AB$ 于点 H , 求证: $CD=HF$.



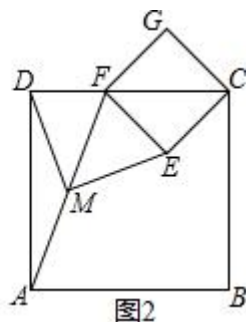
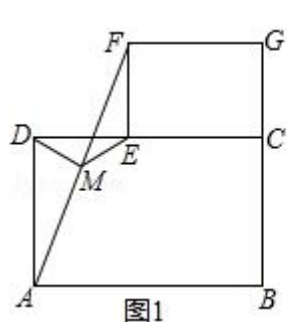
24. (11 分) (2014•威海) 猜想与证明:

如图 1 摆放矩形纸片 $ABCD$ 与矩形纸片 $ECGF$, 使 B 、 C 、 G 三点在一条直线上, CE 在边 CD 上, 连接 AF , 若 M 为 AF 的中点, 连接 DM 、 ME , 试猜想 DM 与 ME 的关系, 并证明你的结论.

拓展与延伸:

(1) 若将“猜想与证明”中的纸片换成正方形纸片 $ABCD$ 与正方形纸片 $ECGF$, 其他条件不变, 则 DM 和 ME 的关系为_____.

(2) 如图 2 摆放正方形纸片 $ABCD$ 与正方形纸片 $ECGF$, 使点 F 在边 CD 上, 点 M 仍为 AF 的中点, 试证明 (1) 中的结论仍然成立.



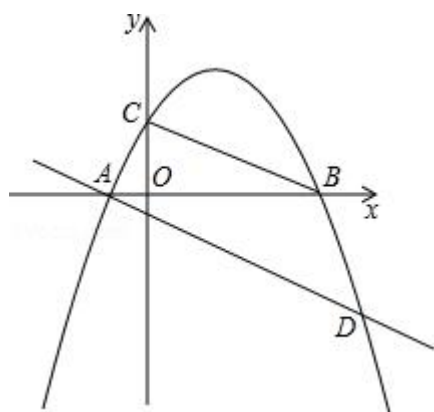
25. (12 分) (2014•威海) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 经过 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(0, 2)$ 三点.

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) E 为抛物线上一动点, 是否存在点 E 使以 A 、 B 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle COB$ 相似?

若存在, 试求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若将直线 BC 平移, 使其经过点 A , 且与抛物线相交于点 D , 连接 BD , 试求出 $\angle BDA$ 的度数.



2014 年山东省威海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. （3 分）（2014•威海）若 $a^3=8$ ，则 a 的绝对值是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

考点：立方根；绝对值

分析：运用开立方的方法求解.

解答：解：∵ $a^3=8$ ，
∴ $a=2$.
故选：A.

点评：本题主要考查开立方的知识，关键是确定符号.

2. （3 分）（2014•威海）下列运算正确的是（ ）

- A. $2x^2 \div x^2 = 2x$ B. $(-\frac{1}{2}a^2b)^3 = -\frac{1}{6}a^6b^3$
C. $3x^2 + 2x^2 = 5x^2$ D. $(x-3)^3 = x^3 - 9$

考点：整式的除法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；完全平方公式.

分析：根据单项式除单项式的法则计算，再根据系数相等，相同字母的次数相同，以及幂的乘方，合并同类项法则求解即可.

解答：解：A、 $2x^2 \div x^2 = 2$ ，选项错误；
B、 $(-\frac{1}{2}a^2b)^3 = -\frac{1}{8}a^6b^3$ ，选项错误；
C、正确；
D、 $(x-3)^3 = x^3 - 27 - 9x^2 + 27x$ ，选项错误.
故选 C.

点评：本题考查了单项式除单项式，以及幂的乘方，合并同类项法则，正确记忆法则是关键.

3. （3 分）（2014•威海）将下列多项式分解因式，结果中不含因式 $x-1$ 的是（ ）

- A. $x^2 - 1$ B. $x(x-2) + (2-x)$ C. $x^2 - 2x + 1$ D. $x^2 + 2x + 1$

考点：因式分解-提公因式法；因式分解-运用公式法.

分析：分别将各选项利用公式法和提取公因式法分解因式进而得出答案.

解答：解：A、 $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$ ，故此选项错误；
B、 $x(x-2) + (2-x) = (x-2)(x-1)$ ，故此选项错误；
C、 $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ ，故此选项错误；
D、 $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$ ，故此选项符合题意.
故选：D.

点评: 此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式, 熟练掌握公式法分解因式是解题关键.

4. (3分) (2014•威海) 已知 $x^2 - 2 = y$, 则 $x(x - 3y) + y(3x - 1) - 2$ 的值是 ()
A. -2 B. 0 C. 2 D. 4

考点: 整式的混合运算—化简求值.

专题: 计算题.

分析: 原式去括号合并后, 将已知等式变形后代入计算即可求出值.

解答: 解: $\because x^2 - 2 = y$, 即 $x^2 - y = 2$,
 $\therefore$ 原式 $= x^2 - 3xy + 3xy - y - 2 = x^2 - y - 2 = 2 - 2 = 0$.
故选 B

点评: 此题考查了整式的混合运算—化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

5. (3分) (2014•威海) 在某中学举行的演讲比赛中, 初一年级 5 名参赛选手的成绩如下表所示, 请你根据表中提供的数据, 计算出这 5 名选手成绩的方差 ()

选手	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号	平均成绩
得分	90	95	93	89	88	91

- A. 2 B. 6.8 C. 34 D. 93

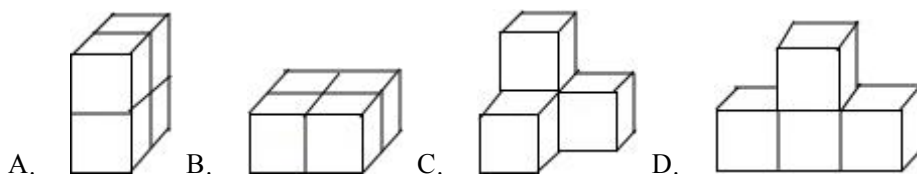
考点: 方差

分析: 首先根据五名选手的平均成绩求得 3 号选手的成绩, 然后利用方差公式直接计算即可.

解答: 解: 观察表格知道 5 名选手的平均成绩为 91 分,
 $\therefore$ 3 号选手的成绩为 $91 \times 5 - 90 - 95 - 89 - 88 = 93$ 分,
所以方差为: $\frac{1}{5}[(90 - 91)^2 + (95 - 91)^2 + (93 - 91)^2 + (89 - 91)^2 + (88 - 91)^2] = 6.8$,
故选 B.

点评: 本题考查了方差的计算, 牢记方差公式是解答本题的关键.

6. (3分) (2014•威海) 用四个相同的小立方体搭几何体, 要求每个几何体的主视图、左视图、俯视图中至少有两种视图的形状是相同的, 下列四种摆放方式中不符合要求的是 ()



考点: 简单组合体的三视图.

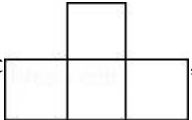
分析: 主视图、左视图、俯视图是分别从正面、左面、上面所看到的图形.

解答:

解: A、此几何体的主视图和俯视图都是“”字形, 故此选项不合题意;

B、此几何体的主视图和左视图都是, 故此选项不合题意;

C、此几何体的主视图和左视图都是, 故此选项不合题意;

D、此几何体的主视图是, 俯视图是, 左视

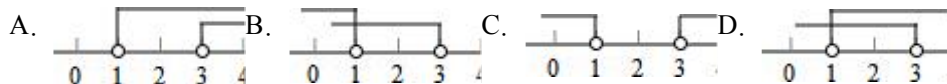
图是, 故此选项符合题意,

故选: D.

点评:

此题主要考查了简单几何体的三视图, 关键是注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

7. (3分) (2014•威海) 已知点 $P(3-m, m-1)$ 在第二象限, 则 m 的取值范围在数轴上表示正确的是 ()



考点:

在数轴上表示不等式的解集; 解一元一次不等式组; 点的坐标.

分析:

根据第二象限内点的坐标特点, 可得不等式, 根据解不等式, 可得答案.

解答:

解: 已知点 $P(3-m, m-1)$ 在第二象限,

$3-m < 0$ 且 $m-1 > 0$,

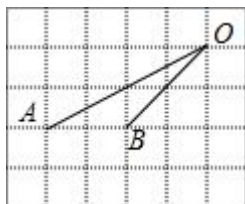
解得 $m > 3$, $m > 1$,

故选: A.

点评:

本题考查了在数轴上不等式的解集, 先求出不等式的解集, 再把不等式的解集表示在数轴上.

8. (3分) (2014•威海) 如图, 在下列网格中, 小正方形的边长均为 1, 点 A、B、O 都在格点上, 则 $\angle AOB$ 的正弦值是 ()



A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

考点:

锐角三角函数的定义; 三角形的面积; 勾股定理

分析:

作 $AC \perp OB$ 于点 C, 利用勾股定理求得 AC 和 AB 的长, 根据正

解答:

弦的定义即可求解.

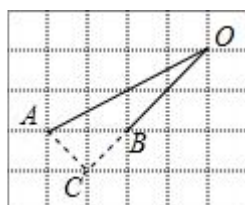
解: 作 $AC \perp OB$ 于点 C .

则 $AC = \sqrt{2}$,

$AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

则 $\sin \angle AOB = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

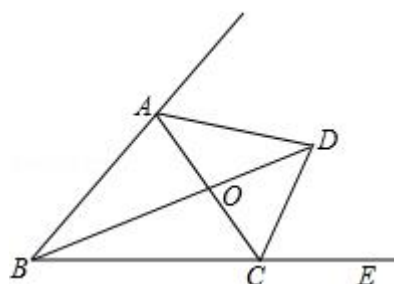
故选 D.



点评:

本题考查锐角三角函数的定义及运用: 在直角三角形中, 锐角的正弦为对边比斜边, 余弦为邻边比斜边, 正切为对边比邻边.

9. (3分) (2014•威海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$, 点 E 在 BC 的延长线上, $\angle ABC$ 的平分线 BD 与 $\angle ACE$ 的平分线 CD 相交于点 D , 连接 AD , 下列结论中不正确的是 ()



- A. $\angle BAC = 70^\circ$ B. $\angle DOC = 90^\circ$ C. $\angle BDC = 35^\circ$ D. $\angle DAC = 55^\circ$

考点:

角平分线的性质; 三角形内角和定理

分析:

根据三角形的内角和定理列式计算即可求出 $\angle BAC = 70^\circ$, 再根据角平分线的定义求出 $\angle ABO$, 然后利用三角形的内角和定理求出 $\angle AOB$ 再根据对顶角相等可得 $\angle DOC = \angle AOB$, 根据邻补角的定义和角平分线的定义求出 $\angle DCO$, 再利用三角形的内角和定理列式计算即可求出 $\angle BDC$, 判断出 AD 为三角形的外角平分线, 然后列式计算即可求出 $\angle DAC$.

解答:

解: $\because \angle ABC = 50^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$, 故 A 选项结论正确,

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$,

在 $\triangle ABO$ 中, $\angle AOB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABO = 180^\circ - 70^\circ - 25^\circ = 85^\circ$,

$\therefore \angle DOC = \angle AOB = 85^\circ$, 故 B 选项结论错误;

∵ CD 平分 $\angle ACE$,

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ,$$

∴ $\angle BDC = 180^\circ - 85^\circ - 60^\circ = 35^\circ$, 故 C 选项结论正确;

∵ BD、CD 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACE$ 的平分线,

∴ AD 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线,

$$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2} (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ, \text{ 故 D 选项结论正确.}$$

故选 B.

点评:

本题考查了角平分线的性质, 三角形的内角和定理, 角平分线的定义, 熟记定理和概念是解题的关键.

10. (3 分) (2014•威海) 方程 $x^2 - (m+6)x + m^2 = 0$ 有两个相等的实数根, 且满足 $x_1 + x_2 = x_1 x_2$, 则 m 的值是 ()

A. -2 或 3

B. 3

C. -2

D. -3 或 2

考点:

根与系数的关系; 根的判别式

分析:

根据根与系数的关系有: $x_1 + x_2 = m+6$, $x_1 x_2 = m^2$, 再根据 $x_1 + x_2 = x_1 x_2$ 得到 m 的方程, 解方程即可, 进一步由方程 $x^2 - (m+6)x + m^2 = 0$ 有两个相等的实数根得出 $b^2 - 4ac = 0$, 求得 m 的值, 求相同的解解决问题.

解答:

解: ∵ $x_1 + x_2 = m+6$, $x_1 x_2 = m^2$, $x_1 + x_2 = x_1 x_2$,

$$\therefore m+6 = m^2,$$

解得 $m=3$ 或 $m=-2$,

∴ 方程 $x^2 - (m+6)x + m^2 = 0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (m+6)^2 - 4m^2 = -3m^2 + 12m + 36 = 0$$

解得 $m=6$ 或 $m=-2$

$$\therefore m = -2.$$

故选: C.

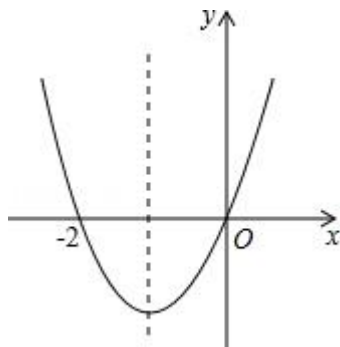
点评:

本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$. 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根. 同时考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系: 若方程的两根

为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

11. (3 分) (2014•威海) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 则下列说法:

① $c=0$; ② 该抛物线的对称轴是直线 $x = -1$; ③ 当 $x=1$ 时, $y=2a$; ④ $am^2 + bm + a > 0$ ($m \neq -1$). 其中正确的个数是 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

考点:

二次函数图象与系数的关系.

分析:

由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系, 然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

解答:

解: 抛物线与 y 轴交于原点, $c=0$, 故①正确;

该抛物线的对称轴是: $-\frac{2+0}{2} = -1$, 直线 $x = -1$, 故②正确;

当 $x=1$ 时, $y=2a+b+c$,

$\therefore$ 对称轴是直线 $x = -1$,

$\therefore -\frac{b}{2a} = -1$, $b=2a$,

又 $\because c=0$,

$\therefore y=4a$, 故③错误;

$x=m$ 对应的函数值为 $y=am^2+bm+c$,

$x=-1$ 对应的函数值为 $y=a-b+c$, 又 $x=-1$ 时函数取得最小值,

$\therefore a-b+c < am^2+bm+c$, 即 $a-b < am^2+bm$,

$\therefore b=2a$,

$\therefore am^2+bm+a > 0$ ($m \neq -1$). 故④正确.

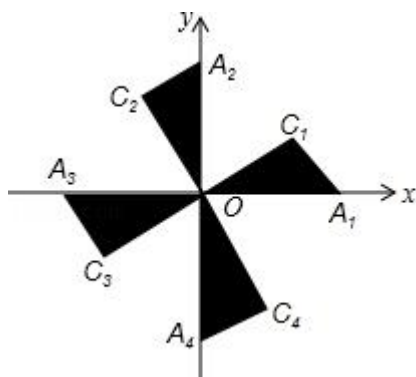
故选: C.

点评:

本题考查了二次函数图象与系数的关系. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$

($a \neq 0$) 系数符号由抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点抛物线与 x 轴交点的个数确定.

12. (3 分) (2014•威海) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $Rt\triangle OA_1C_1$, $Rt\triangle OA_2C_2$, $Rt\triangle OA_3C_3$, $Rt\triangle OA_4C_4 \dots$ 的斜边都在坐标轴上, $\angle A_1OC_1 = \angle A_2OC_2 = \angle A_3OC_3 = \angle A_4OC_4 = \dots = 30^\circ$. 若点 A_1 的坐标为 $(3, 0)$, $OA_1 = OC_2$, $OA_2 = OC_3$, $OA_3 = OC_4 \dots$, 则依此规律, 点 A_{2014} 的纵坐标为 ()



A. 0

B. $-3 \times (\frac{3\sqrt{3}}{2})^{2013}$ C. $(2\sqrt{3})^{2014}$ D. $3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2013}$

考点:

规律型: 点的坐标

专题:

规律型.

分析:

根据含 30 度的直角三角形三边的关系得 $OA_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} OC_2 = 3 \times \frac{2\sqrt{3}}{3}$;
 $OA_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} OC_3 = 3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^2$; $OA_4 = \frac{2}{\sqrt{3}} OC_4 = 3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^3$, 于是
 可得到 $OA_{2014} = 3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2013}$, 由于而 $2014 = 4 \times 503 + 2$, 则可判
 断点 A_{2014} 在 y 轴的正半轴上, 所以点 A_{2014} 的纵坐标为 $3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2013}$.

解答:

解: $\because \angle A_2 OC_2 = 30^\circ$, $OA_1 = OC_2 = 3$,

$$\therefore OA_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} OC_2 = 3 \times \frac{2\sqrt{3}}{3};$$

$$\therefore OA_2 = OC_3 = 3 \times \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore OA_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} OC_3 = 3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^2;$$

$$\therefore OA_3 = OC_4 = 3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^2,$$

$$\therefore OA_4 = \frac{2}{\sqrt{3}} OC_4 = 3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^3,$$

$$\therefore OA_{2014} = 3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2013},$$

而 $2014 = 4 \times 503 + 2$,

$\therefore$ 点 A_{2014} 在 y 轴的正半轴上,

$\therefore$ 点 A_{2014} 的纵坐标为 $3 \times (\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2013}$.

故选 D.

点评:

本题考查了规律型: 点的坐标: 通过从一些特殊的点的坐标发现不变的因素或按规律变化的因素, 然后推广到一般情况. 也考查了含 30 度的直角三角形三边的关系.

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

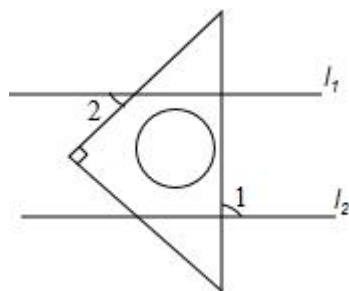
13. （3 分）（2014•威海）据威海市旅游局统计，今年“五一”小长假期间，我市各旅游景点门票收入约 2300 万元，数据“2300 万”用科学记数法表示为 2.3×10^7 .

考点：科学记数法—表示较大的数.
分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.
解答：解：将 2300 万用科学记数法表示为： 2.3×10^7 .
故答案为： 2.3×10^7 .
点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

14. （3 分）（2014•威海）计算： $\sqrt{45} - \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{50} = \underline{\sqrt{5}}$.

考点：二次根式的混合运算
专题：计算题.
分析：先根据二次根式的乘法法则运算，然后化简后合并即可.
解答：解：原式 $= 3\sqrt{5} - \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{50}$
 $= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$
 $= \sqrt{5}$.
故答案为 $\sqrt{5}$.
点评：本题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式.

15. （3 分）（2014•威海）直线 $l_1 \parallel l_2$ ，一块含 45° 角的直角三角板如图放置， $\angle 1 = 85^\circ$ ，则 $\angle 2 = \underline{40^\circ}$.

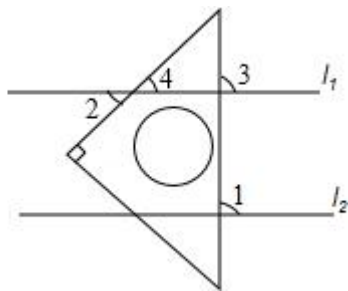


考点：平行线的性质；三角形内角和定理
分析：根据两直线平行，同位角相等可得 $\angle 3 = \angle 1$ ，再根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出 $\angle 4$ ，然后根据对顶角相等解答.
解答：解： $\because l_1 \parallel l_2$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 1 = 85^\circ$,

$$\therefore \angle 4 = \angle 3 - 45^\circ = 85^\circ - 45^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 4 = 40^\circ.$$

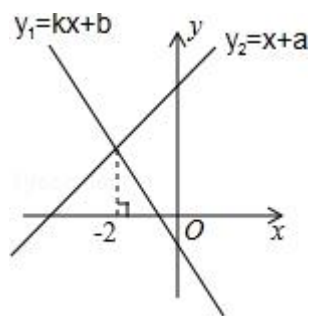
故答案为：40°.



点评:

本题考查了平行线的性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，熟记性质是解题的关键.

16. (3分) (2014•威海) 一次函数 $y_1=kx+b$ 与 $y_2=x+a$ 的图象如图，则 $kx+b > x+a$ 的解集是 $x < -2$.



考点:

一次函数与一元一次不等式.

分析:

把 $x=-2$ 代入 $y_1=kx+b$ 与 $y_2=x+a$ ，由 $y_1=y_2$ 得出 $\frac{b-a}{k-1}=2$ ，再求不等式的解集.

解答:

解：把 $x=-2$ 代入 $y_1=kx+b$ 得，

$$y_1 = -2k+b,$$

把 $x=-2$ 代入 $y_2=x+a$ 得，

$$y_2 = -2+a,$$

由 $y_1=y_2$ 得， $-2k+b = -2+a$,

$$\text{解得 } \frac{b-a}{k-1} = 2,$$

解 $kx+b > x+a$ 得，

$$(k-1)x > a-b,$$

因为 $k < 0$,

所以 $k-1 < 0$,

$$\text{解集为: } x < \frac{a-b}{k-1},$$

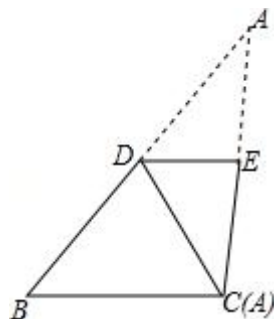
所以 $x < -2$.

点评:

本题主要考查一次函数和一元一次不等式，本题的关键是求出 $\frac{b-a}{k-1}=2$ ，把

$\frac{b-a}{k-1}$ 看作整体求解集.

17. (3分) (2014•威海) 如图, 有一直角三角形纸片 ABC , 边 $BC=6$, $AB=10$, $\angle ACB=90^\circ$, 将该直角三角形纸片沿 DE 折叠, 使点 A 与点 C 重合, 则四边形 $DBCE$ 的周长为 18.



考点:

翻折变换 (折叠问题)

分析:

先由折叠的性质得 $AE=CE$, $AD=CD$, $\angle DCE=\angle A$, 进而得出, $\angle B=\angle BCD$, 求得 $BD=CD=AD=\frac{1}{2}AB=5$, DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 得到 DE 的长, 再在

$\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得到 $AC=8$, 即可得四边形 $DBCE$ 的周长.

解答:

解: $\because$ 沿 DE 折叠, 使点 A 与点 C 重合,

$\therefore AE=CE$, $AD=CD$, $\angle DCE=\angle A$,

$\therefore \angle BCD=90^\circ - \angle DCE$,

又 $\because \angle B=90^\circ - \angle A$,

$\therefore \angle B=\angle BCD$,

$\therefore BD=CD=AD=\frac{1}{2}AB=5$,

$\therefore DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore DE=\frac{1}{2}BC=3$,

$\because BC=6$, $AB=10$, $\angle ACB=90^\circ$,

$\therefore AC=\sqrt{AB^2 - BC^2}=\sqrt{10^2 - 6^2}=8$.

$\therefore$ 四边形 $DBCE$ 的周长为: $BD+DE+CE+BC=5+3+4+6=18$.

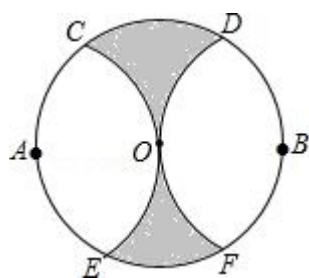
故答案为: 18.

点评:

本题主要考查了折叠问题和勾股定理的综合运用. 本题中得到 ED 是 $\triangle ABC$ 的中位线关键.

18. (3分) (2014•威海) 如图, $\odot A$ 与 $\odot B$ 外切于 $\odot O$ 的圆心 O , $\odot O$ 的半径为 1, 则阴

影部分的面积是 $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.



考点:

圆与圆的位置关系；扇形面积的计算

分析:

阴影部分的面积等于 $\odot O$ 的面积减去4个弓形ODF的面积即可.

解答:

解: 如图, 连接DF、DB、FB、OB,

$\because \odot O$ 的半径为1,

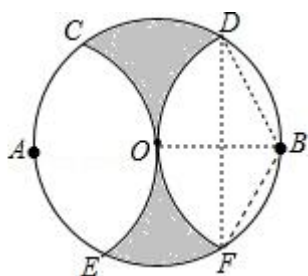
$\therefore OB=BD=BF=1$,

$\therefore DF=\sqrt{3}$,

$$\therefore S_{\text{弓形 ODF}} = S_{\text{扇形 BDF}} - S_{\triangle BDF} = \frac{120\pi \times 1^2}{360} - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\odot O} - 4S_{\text{弓形 ODF}} = \pi - 4 \times \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}.$$

故答案为: $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$



点评:

本题考查了圆与圆的位置关系, 解题的关键是明确不规则的阴影部分的面积如何转化为规则的几何图形的面积.

三、解答题 (共7小题, 共66分)

19. (7分) (2014•威海) 解方程组:
$$\begin{cases} 3x - 5y = 3 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

考点:

解二元一次方程组

专题:

计算题.

分析:

方程组利用加减消元法求出解即可.

解答:

解: 方程组整理得:
$$\begin{cases} 3x - 5y = 3 \text{ ①} \\ 3x - 2y = 6 \text{ ②} \end{cases}$$

② - ①得: $3y = 3$, 即 $y = 1$,

将 $y=1$ 代入①得: $x=\frac{8}{3}$.

则方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{8}{3} \\ y=1 \end{cases}$.

点评: 此题考查了解二元一次方程组, 利用了消元的思想, 消元的方法有: 代入消元法与加减消元法.

20. (8 分) (2014•威海) 某学校为了解学生体能情况, 规定参加测试的每名学生从“立定跳远”, “耐久跑”, “掷实心球”, “引体向上”四个项目中随机抽取两项作为测试项目.

(1) 小明同学恰好抽到“立定跳远”, “耐久跑”两项的概率是多少?

(2) 据统计, 初二三班共 12 名男生参加了“立定跳远”的测试, 他们的成绩如下:

95 100 90 82 90 65 89 74 75 93 92 85

①这组数据的众数是 90, 中位数是 89.5;

②若将不低于 90 分的成绩评为优秀, 请你估计初二年级 180 名男生中“立定跳远”成绩为优秀的学生约为多少人.

考点: 列表法与树状图法; 用样本估计总体; 中位数; 众数

专题: 计算题.

分析: (1) 列表得出所有等可能的情况数, 找出恰好抽到“立定跳远”, “耐久跑”两项的情况数, 即可求出所求的概率;

(2) ①根据已知数据确定出众数与中位数即可;

②求出成绩不低于 90 分占的百分比, 乘以 180 即可得到结果.

解答: 解: (1) 列表如下: 1 表示“立定跳远”, 2 表示“耐久跑”, 3 表示“掷实心球”, 4 表示“引体向上”

	1	2	3
1	--	(2, 1)	(3, 1)
2	(1, 2)	--	(3, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	--
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)

所有等可能的情况数为 12 种, 其中恰好抽到“立定跳远”, “耐久跑”两项的情况有 2 种,

则 $P=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$;

(2) ①根据数据得: 众数为 90; 中位数为 89.5;

②12 名男生中达到优秀的共有 6 人, 根据题意得: $\frac{6}{12} \times 180 = 90$ (人),

则估计初二年级 180 名男生中“立定跳远”成绩为优秀的学生约为 90 人.

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

21. (9分) (2014•威海) 端午节期间, 某食堂根据职工食用习惯, 用 700 元购进甲、乙两种粽子 260 个, 其中甲粽子比乙种粽子少用 100 元, 已知甲种粽子单价比乙种粽子单价高 20%, 乙种粽子的单价是多少元? 甲、乙两种粽子各购买了多少个?

考点: 分式方程的应用

分析: 设乙种粽子的单价是 x 元, 则甲种粽子的单价为 $(1+20\%)x$ 元, 根据甲粽子比乙种粽子少用 100 元, 可得甲粽子用了 300 元, 乙粽子 400 元, 根据共购进甲、乙两种粽子 260 个, 列方程求解.

解答: 解: 设乙种粽子的单价是 x 元, 则甲种粽子的单价为 $(1+20\%)x$ 元,

$$\text{由题意得, } \frac{300}{(1+20\%)x} + \frac{400}{x} = 260,$$

解得: $x=2.5$,

经检验: $x=2.5$ 是原分式方程的解,

$$(1+20\%)x=3,$$

$$\text{则买甲粽子为: } \frac{300}{3}=100 \text{ 个, 乙粽子为: } \frac{400}{2.5}=160 \text{ 个.}$$

答: 乙种粽子的单价是 2.5 元, 甲、乙两种粽子各购买 100 个、160 个.

点评: 本题考查了分式方程的应用, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程求解.

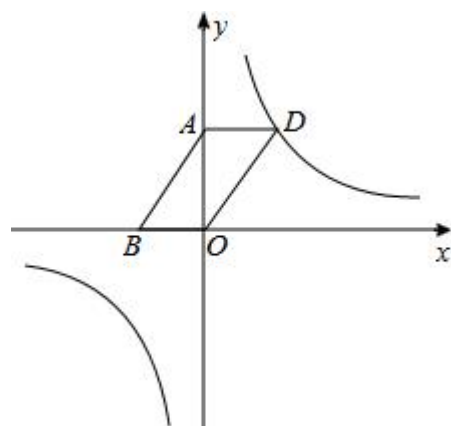
22. (9分) (2014•威海) 已知反比例函数 $y = \frac{1-2m}{x}$ (m 为常数) 的图象在一、三象限.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 如图, 若该反比例函数的图象经过 $\square ABOD$ 的顶点 D , 点 A 、 B 的坐标分别为 $(0, 3)$, $(-2, 0)$.

①求出函数解析式;

②设点 P 是该反比例函数图象上的一点, 若 $OD=OP$, 则 P 点的坐标为 $(-2, -3)$, $(3, 2)$, $(-3, -2)$; 若以 D 、 O 、 P 为顶点的三角形是等腰三角形, 则满足条件的点 P 的个数为 4 个.



考点: 反比例函数综合题

专题: 综合题.

分析:

(1) 根据反比例函数的性质得 $1 - 2m > 0$, 然后解不等式得到 m 的取值范围;

(2) ①根据平行四边形的性质得 $AD \parallel OB$, $AD = OB = 2$, 易得 D 点坐标为 $(2, 3)$, 然后根据反比例函数图象上点的坐标特征得 $1 - 2m = 6$, 则反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$;

②根据反比例函数的图象关于原点中心对称可得点 D 关于原点的对称点 P 满足 $OP = OD$, 则此时 P 点坐标为 $(-2, -3)$; 再根据反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象

关于直线 $y = x$ 对称, 可得点 $D(2, 3)$ 关于直线 $y = x$ 对称点 P 满足 $OP = OD$, 此时 P 点坐标为 $(3, 2)$, 易得点 $(3, 2)$ 关于原点的对称点 P 也满足 $OP = OD$, 此时 P 点坐标为 $(-3, -2)$; 由于以 D, O, P 为顶点的三角形是等腰三角形, 所以以 D 点为顶点可画出点 P_1, P_2 ; 以 O 点为顶点可画出点 P_3, P_4 , 如图.

解答:

解: (1) 根据题意得 $1 - 2m > 0$,

解得 $m < \frac{1}{2}$;

(2) ① $\because$ 四边形 $ABOC$ 为平行四边形,

$\therefore AD \parallel OB$, $AD = OB = 2$,

而 A 点坐标为 $(0, 3)$,

$\therefore D$ 点坐标为 $(2, 3)$,

$\therefore 1 - 2m = 2 \times 3 = 6$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$;

② $\because$ 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象关于原点中心对称,

$\therefore$ 当点 P 与点 D 关于原点对称, 则 $OD = OP$, 此时 P 点坐标为 $(-2, -3)$,

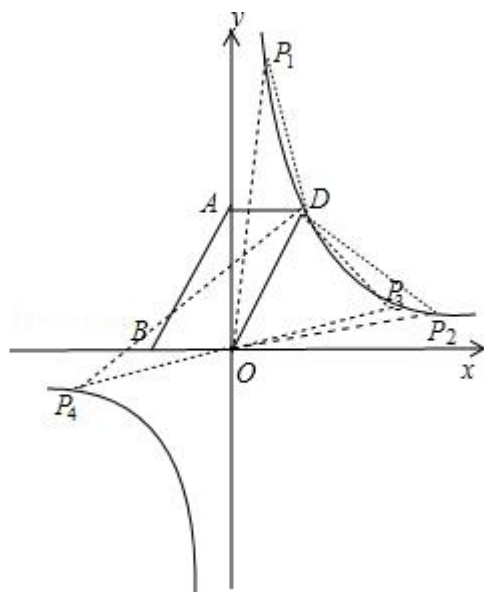
$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称,

$\therefore$ 点 P 与点 $D(2, 3)$ 关于直线 $y = x$ 对称时满足 $OP = OD$, 此时 P 点坐标为 $(3, 2)$,

点 $(3, 2)$ 关于原点的对称点也满足 $OP = OD$, 此时 P 点坐标为 $(-3, -2)$,

综上所述, P 点的坐标为 $(-2, -3)$, $(3, 2)$, $(-3, -2)$;

由于以 D, O, P 为顶点的三角形是等腰三角形, 则以 D 点为圆心, DO 为半径画弧交反比例函数图象于点 P_1, P_2 , 则点 P_1, P_2 满足条件; 以 O 点为圆心, OD 为半径画弧交反比例函数图象于点 P_3, P_4 , 则点 P_3, P_4 也满足条件, 如图.



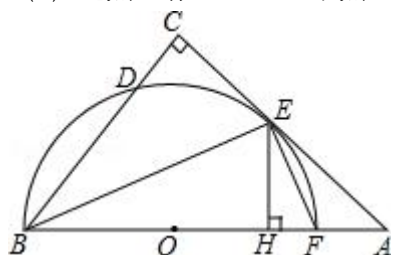
点评:

本题考查了反比例函数的综合题: 掌握反比例函数图象的性质和其图象上点的坐标特征、平行四边形的性质和等腰三角形的性质; 会运用分类讨论的思想解决数学问题.

23. (10 分) (2014•威海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 E , 过点 E 作 BE 的垂线交 AB 于点 F , $\odot O$ 是 $\triangle BEF$ 的外接圆.

(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 过点 E 作 $EH \perp AB$ 于点 H , 求证: $CD=HF$.



考点:

切线的判定

专题:

证明题.

分析:

(1) 连接 OE , 由于 BE 是角平分线, 则有 $\angle CBE = \angle OBE$; 而 $OB = OE$, 就有 $\angle OBE = \angle OEB$, 等量代换有 $\angle OEB = \angle CBE$, 那么利用内错角相等, 两直线平行, 可得 $OE \parallel BC$; 又 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle AEO = 90^\circ$, 即 AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连结 DE , 先根据 AAS 证明 $\triangle CDE \cong \triangle HFE$, 再由全等三角形的对应边相等即可得出 $CD = HF$.

解答:

证明: (1) 连接 OE .

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle CBE = \angle OBE$,

$\because OB = OE$,

$\therefore \angle OBE = \angle OEB$,

$\therefore \angle OEB = \angle CBE$,

$\therefore OE \parallel BC$,

$\therefore \angle AEO = \angle C = 90^\circ$,

∴ AC 是⊙O 的切线;

(2) 如图, 连结 DE.

∵ ∠CBE=∠OBE, EC⊥BC 于 C, EH⊥AB 于 H,

∴ EC=EH.

∵ ∠CDE+∠BDE=180°, ∠HFE+∠BDE=180°,

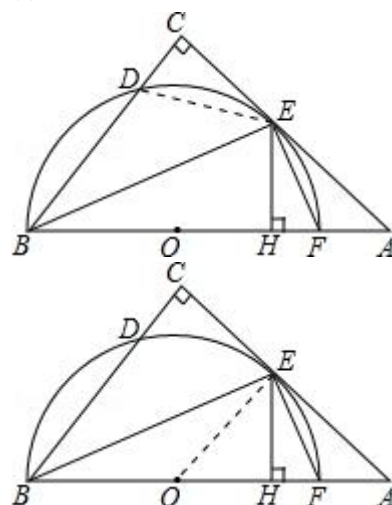
∴ ∠CDE=∠HFE.

在△CDE 与△HFE 中,

$$\begin{cases} \angle CDE = \angle HFE \\ \angle C = \angle EHF = 90^\circ, \\ EC = EH \end{cases}$$

∴ △CDE≌△HFE (AAS),

∴ CD=HF.



点评:

本题主要考查了切线的判定, 全等三角形的判定与性质. 要证某线是圆的切线, 已知此线过圆上某点, 连接圆心与这点 (即为半径), 再证垂直即可.

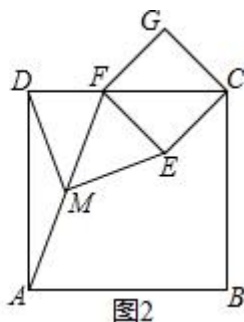
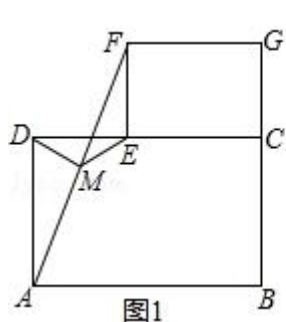
24. (11 分) (2014•威海) 猜想与证明:

如图 1 摆放矩形纸片 ABCD 与矩形纸片 ECGF, 使 B、C、G 三点在一条直线上, CE 在边 CD 上, 连接 AF, 若 M 为 AF 的中点, 连接 DM、ME, 试猜想 DM 与 ME 的关系, 并证明你的结论.

拓展与延伸:

(1) 若将“猜想与证明”中的纸片换成正方形纸片 ABCD 与正方形纸片 ECGF, 其他条件不变, 则 DM 和 ME 的关系为 DM=ME.

(2) 如图 2 摆放正方形纸片 ABCD 与正方形纸片 ECGF, 使点 F 在边 CD 上, 点 M 仍为 AF 的中点, 试证明 (1) 中的结论仍然成立.



考点:

四边形综合题

分析:

猜想: 延长 EM 交 AD 于点 H, 利用 $\triangle FME \cong \triangle AMH$, 得出 $HM=EM$, 再利用直角三角形中, 斜边的中线等于斜边的一半证明.

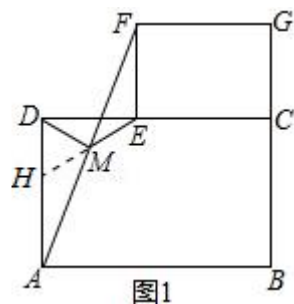
(1) 延长 EM 交 AD 于点 H, 利用 $\triangle FME \cong \triangle AMH$, 得出 $HM=EM$, 再利用直角三角形中, 斜边的中线等于斜边的一半证明,

(2) 连接 AE, AE 和 EC 在同一条直线上, 再利用直角三角形中, 斜边的中线等于斜边的一半证明,

解答:

猜想: $DM=ME$

证明: 如图 1, 延长 EM 交 AD 于点 H,



$\because$ 四边形 ABCD 和 CEFG 是矩形,

$\therefore AD \parallel EF$,

$\therefore \angle EFM = \angle HAM$,

又 $\because \angle FME = \angle AMH$, $FM = AM$,

在 $\triangle FME$ 和 $\triangle AMH$ 中,

$$\begin{cases} \angle EFM = \angle HAM \\ FM = AM \\ \angle FME = \angle AMH \end{cases}$$

$\therefore \triangle FME \cong \triangle AMH$ (ASA)

$\therefore HM = EM$,

在 $\text{RT}\triangle HDE$ 中, $HM = EM$,

$\therefore DM = HM = ME$,

$\therefore DM = ME$.

(1) 如图 1, 延长 EM 交 AD 于点 H,

$\because$ 四边形 ABCD 和 CEFG 是矩形,

$\therefore AD \parallel EF$,

$\therefore \angle EFM = \angle HAM$,

又 $\because \angle FME = \angle AMH$, $FM = AM$,

在 $\triangle FME$ 和 $\triangle AMH$ 中,

$$\begin{cases} \angle EFM = \angle HAM \\ FM = AM \\ \angle FME = \angle AMH \end{cases}$$

$\therefore \triangle FME \cong \triangle AMH$ (ASA)

$\therefore HM = EM$,

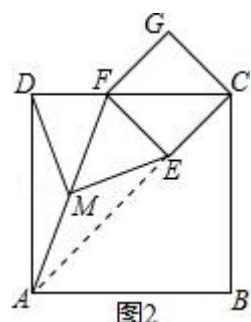
在 $RT\triangle HDE$ 中, $HM = EM$,

$\therefore DM = HM = ME$,

$\therefore DM = ME$,

故答案为: $DM = ME$.

(2) 如图 2, 连接 AE ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 和 $ECGF$ 是正方形,

$\therefore \angle FCE = 45^\circ$, $\angle FCA = 45^\circ$,

$\therefore AE$ 和 EC 在同一条直线上,

在 $RT\triangle ADF$ 中, $AM = MF$,

$\therefore DM = AM = MF$,

在 $RT\triangle AEF$ 中, $AM = MF$,

$\therefore AM = MF = ME$,

$\therefore DM = ME$.

点评:

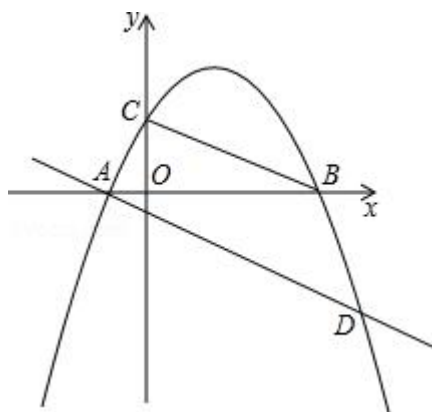
本题主要考查四边形的综合题, 解题的关键是利用正方形的性质及直角三角形的中线与斜边的关系找出相等的线段.

25. (12 分) (2014•威海) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(0, 2)$ 三点.

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) E 为抛物线上一动点, 是否存在点 E 使以 A 、 B 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle COB$ 相似? 若存在, 试求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若将直线 BC 平移, 使其经过点 A , 且与抛物线相交于点 D , 连接 BD , 试求出 $\angle BDA$ 的度数.



考点：二次函数综合题

分析：（1）本题需先根据已知条件，过 C 点，设出该抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+2$ ，再根据过 A，B 两点，即可得出结果；

（2）由图象可知，以 A、B 为直角顶点的 $\triangle ABE$ 不存在，所以 $\triangle ABE$ 只可能是以点 E 为直角顶点的三角形．由相似关系求出点 E 的坐标；

（3）如图 2，连结 AC，作 $DE \perp x$ 轴于点 E，作 $BF \perp AD$ 于点 F，由 $BC \parallel AD$ 设 BC 的解析式为 $y=kx+b$ ，设 AD 的解析式为 $y=kx+n$ ，由待定系数法求出一次函数的解析式，就可以求出 D 坐标，由勾股定理就可以求出 BD 的值，由勾股定理的逆定理就可以得出 $\angle ACB=90^\circ$ ，由平行线的性质就可以得出 $\angle CAD=90^\circ$ ，就可以得出四边形 ACBF 是矩形，就可以得出 BF 的值，由勾股定理求出 DF 的值，而得出 $DF=BF$ 而得出结论．

解答：解：（1） $\because$ 该抛物线过点 C（0，2），
 $\therefore$ 可设该抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+2$ ．

将 A（-1，0），B（4，0）代入，

$$\text{得} \begin{cases} a-b+2=0 \\ 16a+4b+2=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为： $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$ ．

（2）存在．

由图象可知，以 A、B 为直角顶点的 $\triangle ABE$ 不存在，所以 $\triangle ABE$ 只可能是以点 E 为直角顶点的三角形．

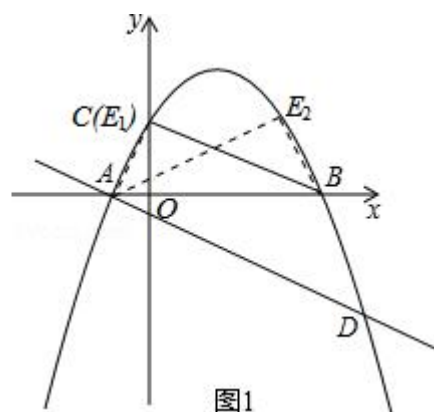


图1

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $OC=2$, $OB=4$,

$$\therefore BC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, 设 BC 边上的高为 h , 则 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5}h = \frac{1}{2} \times 2 \times 4$,

$$\therefore h = \frac{4}{5}\sqrt{5}.$$

$\therefore \triangle BEA \sim \triangle COB$, 设 E 点坐标为 (x, y) ,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{|y|}{\frac{4}{5}\sqrt{5}}, \therefore y = \pm 2$$

将 $y=2$ 代入抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$, 得 $x_1=0$, $x_2=3$.

当 $y=-2$ 时, 不合题意舍去.

$\therefore E$ 点坐标为 $(0, 2)$, $(3, 2)$.

(3) 如图 2, 连结 AC , 作 $DE \perp x$ 轴于点 E , 作 $BF \perp AD$ 于点 F ,

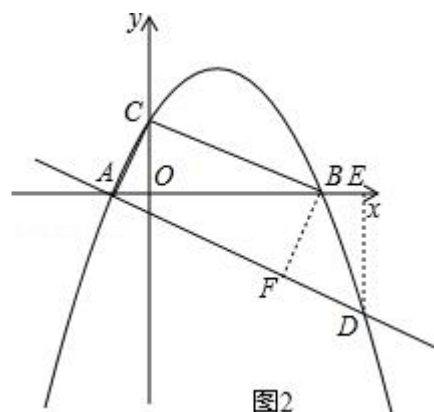


图2

$\therefore \angle BED = \angle BFD = \angle AFB = 90^\circ$.

设 BC 的解析式为 $y=kx+b$, 由图象, 得

$$\begin{cases} 2=b \\ 0=4k+b \end{cases}, \therefore \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}$$

$$y_{BC} = -\frac{1}{2}x + 2.$$

由 $BC \parallel AD$ ，设 AD 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + n$ ，由图象，得

$$0 = -\frac{1}{2} \times (-1) + n$$

$$\therefore n = -\frac{1}{2},$$

$$y_{AD} = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$$

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2},$$

解得： $x_1 = -1$ ， $x_2 = 5$

$\therefore D(-1, 0)$ 与 A 重合，舍去， $D(5, -3)$.

$\because DE \perp x$ 轴，

$\therefore DE = 3$ ， $OE = 5$.

由勾股定理，得 $BD = \sqrt{10}$.

$\because A(-1, 0)$ ， $B(4, 0)$ ， $C(0, 2)$ ，

$\therefore OA = 1$ ， $OB = 4$ ， $OC = 2$.

$\therefore AB = 5$

在 $Rt\triangle AOC$ 中， $Rt\triangle BOC$ 中，由勾股定理，得

$AC = \sqrt{5}$ ， $BC = 2\sqrt{5}$ ，

$\therefore AC^2 = 5$ ， $BC^2 = 20$ ， $AB^2 = 25$ ，

$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$

$\therefore \triangle ACB$ 是直角三角形，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

$\because BC \parallel AD$ ，

$\therefore \angle CAF + \angle ACB = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle CAF = 90^\circ$.

$\therefore \angle CAF = \angle ACB = \angle AFB = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $ACBF$ 是矩形，

$\therefore AC = BF = \sqrt{5}$ ，

在 $Rt\triangle BFD$ 中，由勾股定理，得 $DF = \sqrt{5}$ ，

$\therefore DF = BF$ ，

$\therefore \angle ADB = 45^\circ$.

点评:

本题考查了运用待定系数法求二次函数解析式和一次函数的解析式的运用，相似三角形的性质的运用，勾股定理的运用，矩形的判定及性质的运用，等腰直角三角形的性质的运用，解答时求出函数的解析式是关键.