

二〇一四年东营市初中学生学业考试

数学试题

(总分 120 分 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分, 第 I 卷为选择题, 30 分; 第 II 卷为非选择题, 90 分; 全卷共 6 页.

2. 数学试题答案卡共 8 页. 答题前, 考生务必将自己的姓名、考号、考试科目等涂写在试题和答案卡上, 考试结束, 试题和答案卡一并收回.

3. 第 I 卷每题选出答案后, 都必须用 2B 铅笔把答案卡上对应题目的答案标号【ABCD】涂黑. 如需改动, 先用橡皮擦干净, 再改涂其它答案. 第 II 卷按要求用 0.5mm 碳素笔答在答案卡的相应位置上.

4. 考试时, 不允许使用科学计算器.

第 I 卷 (选择题 共 30 分)

一、选择题: 本大题共 10 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

1. $\sqrt{81}$ 的平方根是()

A. ± 3 B. 3 C. ± 9 D. 9

2. 下列计算错误的是()

A. $3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

C. $-2 + |-2| = 0$

D. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$

3. 直线 $y = -x + 1$ 经过的象限是()

A. 第一、二、三象限

B. 第一、二、四象限

C. 第二、三、四象限

D. 第一、三、四象限

4. 下列命题中是真命题的是()

A. 如果 $a^2 = b^2$, 那么 $a = b$

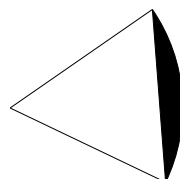
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 旋转前后的两个图形, 对应点所连线段相等

D. 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等

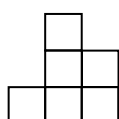
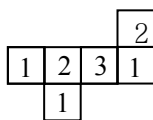
5. 如图, 已知扇形的圆心角为 60° , 半径为 $\sqrt{3}$, 则图中弓形的面积为 ()

- A. $\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\pi-\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\pi-3\sqrt{3}}{2}$

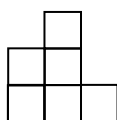


(第 5 题图)

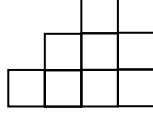
6. 下图是一个由多个相同小正方体堆积而成的几何体的俯视图, 图中所示数字为该位置小正方体的个数, 则这个几何体的左视图是()



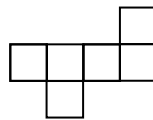
A.



B.



C.



D.

7. 下列关于位似图形的表述:

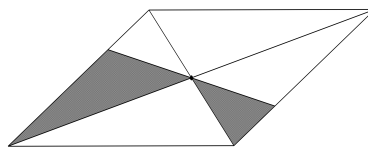
- ①相似图形一定是位似图形, 位似图形一定是相似图形;
②位似图形一定有位似中心;
③如果两个图形是相似图形, 且每组对应点的连线所在的直线都经过同一个点, 那么, 这两个图形是位似图形;
④位似图形上任意两点与位似中心的距离之比等于位似比.

其中正确命题的序号是()

- A. ②③ B. ①② C. ③④ D. ②③④

8. 小明把如图所示的平行四边形纸板挂在墙上, 玩飞镖游戏 (每次飞镖均落在纸板上, 且落在纸板的任何一个点的机会都相等), 则飞镖落在阴影区域的概率是()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$



(第 8 题图)

9. 若函数 $y = mx^2 + (m+2)x + \frac{1}{2}m+1$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 那么 m 的值为()

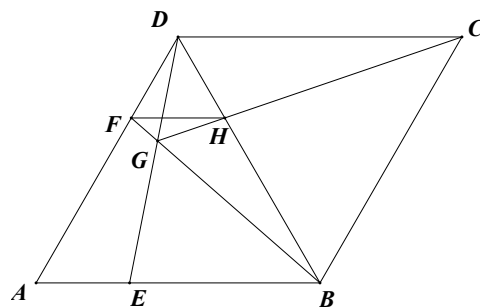
- A. 0 B. 0 或 2 C. 2 或 -2 D. 0, 2 或 -2

10. 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $AB=BD$, 点 B 、 C 、 D 、 G 四个点在同一个 $\odot O$ 圆上, 连接 BG 并延长交 AD 于点 F , 连接 DG 并延长交 AB 于点 E , BD 与 CG 交于点 H , 连接 FH . 下列结论:

- ① $AE=DF$; ② $FH \parallel AB$;
③ $\triangle DGH \sim \triangle BGE$; ④ 当 CG 为 $\odot O$ 的直径时, $DF=AF$.

其中正确结论的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



(第 10 题图)

第Ⅱ卷（非选择题 共 90 分）

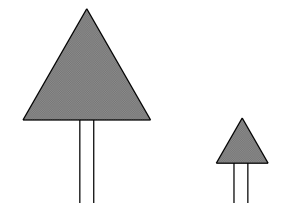
二、填空题：本大题共 8 小题，其中 11-14 题每小题 3 分，15-18 题每小题 4 分，共 28 分。只要求填写最后结果。

11. 2013 年东营市围绕“转方式，调结构，扩总量，增实力，上水平”的工作大局，经济平稳较快增长，全年 GDP 达到 3250 亿元. 3250 亿元用科学记数法表示为_____元.

12. $3x^2y - 27y =$ _____.

13. 市运会举行射击比赛，某校射击队从甲、乙、丙、丁四人中选拔一人参赛. 在选拔赛中，每人射击 10 次，计算他们 10 发成绩的平均数（环）及方差如右表. 请你根据表中数据选一人参加比赛，最合适的人选是_____.

	甲	乙	丙	丁
平均数	8.2	8.0	8.2	8.0
方差	2.0	1.8	1.5	1.6

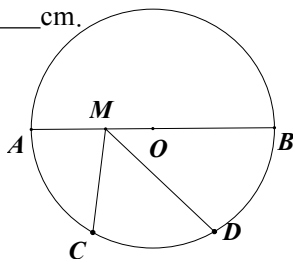


(第 14 题图)

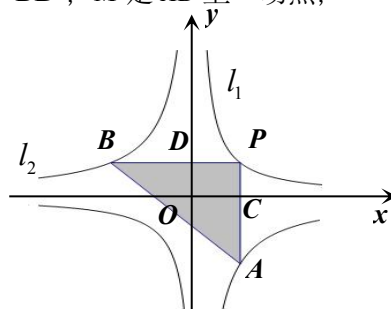
14. 如图，有两棵树，一棵高 12 米，另一棵高 6 米，两树相距 8 米. 一只鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢，问小鸟至少飞行_____米.

15. 如果实数 x 、 y 是方程组 $\begin{cases} x+3y=0, \\ 2x+3y=3 \end{cases}$ 的解，那么代数式 $\left(\frac{xy}{x+y} + 2\right) \div \frac{1}{x+y}$ 的值为_____.

16. 在 $\odot O$ 中， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB=8\text{cm}$ ， $\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{BD}$ ， M 是 AB 上一动点， $CM+DM$ 的最小值是_____cm.



(第 16 题图)



(第 17 题图)

17. 如图，函数 $y = \frac{1}{x}$ 和 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象分别是 l_1 和 l_2 . 设点 P 在 l_1 上， $PC \perp x$ 轴，垂足为 C ，交 l_2 于点 A ， $PD \perp y$ 轴，垂足为 D ，交 l_2 于点 B ，则三角形 PAB 的面积为_____.

18. 将自然数按以下规律排列:

	第一列	第二列	第三列	第四列	第五列	
第一行	1	4	5	16	17	...
第二行	2	3	6	15	...	
第三行	9	8	7	14	...	
第四行	10	11	12	13	...	
第五行	...					

.....

表中数 2 在第二行, 第一列, 与有序数对 (2,1) 对应; 数 5 与 (1,3) 对应; 数 14 与 (3,4) 对应; 根据这一规律, 数 2014 对应的有序数对为_____.

三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 62 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

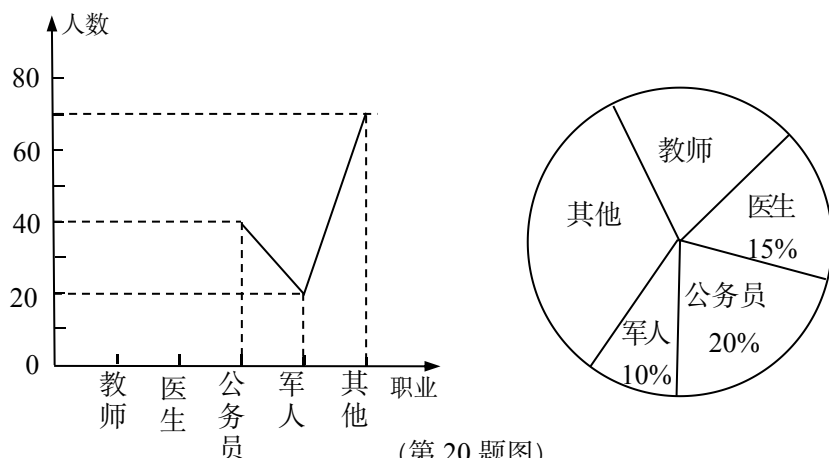
19. (本题满分 7 分, 第(1)题 3 分, 第(2)题 4 分)

(1) 计算: $(-1)^{2014} + (\sin 30^\circ)^{-1} + \left(\frac{3}{5-\sqrt{2}}\right)^0 - |3 - \sqrt{18}| + 8^3 \times (-0.125)^3$

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{x+2}{3} < 1, \\ 2(1-x) \leq 5. \end{cases}$$
 把解集在数轴上表示出来, 并将解集中的整数解写出来.

$\xrightarrow{\hspace{10em}}$
 $\quad \quad \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2$

20. (本题满分 8 分) 东营市某中学开展以“我最喜欢的职业”为主题的调查活动, 通过对学生的随机抽样调查得到一组数据, 如图是根据这组数据绘制成的不完整统计图.



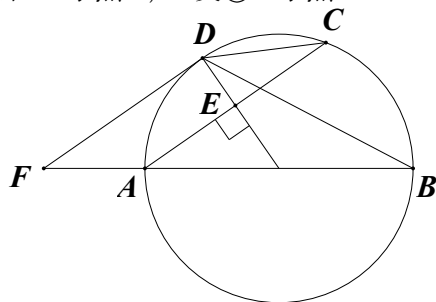
(第 20 题图)

- 求出被调查的学生人数;
- 把折线统计图补充完整;
- 求出扇形统计图中, 公务员部分对应的圆心角的度数;
- 若从被调查的学生中任意抽取一名, 求抽取的这名学生最喜欢的职业是“教师”的概率.

21. (本题满分 8 分)如图, AB 是 $\odot O$ 的直径. OD 垂直于弦 AC 于点 E , 且交 $\odot O$ 于点 D . F 是 BA 延长线上一点, 若 $\angle CDB = \angle BFD$.

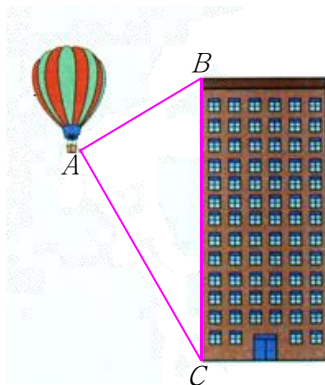
(1)求证: FD 是 $\odot O$ 的一条切线;

(2)若 $AB=10$, $AC=8$, 求 DF 的长.



(第 21 题图)

22. (本题满分 8 分) 热气球的探测器显示, 从热气球底部 A 处看一栋高楼顶部的仰角为 30° , 看这栋楼底部的俯角为 60° , 热气球 A 处与高楼的水平距离为 120m, 这栋高楼有多高 ($\sqrt{3} \approx 1.732$, 结果保留小数点后一位) ?



(第 22 题图)

23. (本题满分 8 分)为顺利通过“国家文明城市”验收, 东营市政府拟对城区部分路段的人行道地砖、绿化带、排水管道等公用设施全面更新改造, 根据市政建设的需要, 须在 40 天内完成工程. 现有甲、乙两个工程队有意承包这项工程. 经调查知道: 乙工程队单独完成此项工程的时间是甲工程队单独完成此项工程时间的 2 倍, 若甲、乙两工程队合作只需 10 天完成.

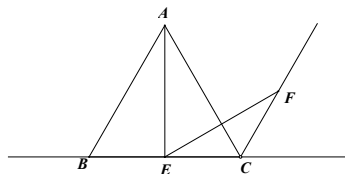
(1) 甲、乙两个工程队单独完成此项工程各需多少天?

(2) 若甲工程队每天的工程费用是 4.5 万元, 乙工程队每天的工程费用是 2.5 万元. 请你设计一种方案, 既能按时完工, 又能使工程费用最少.

24. (本题满分 11 分)

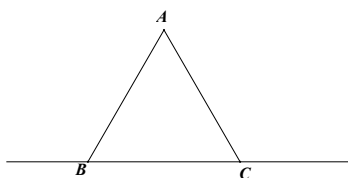
【探究发现】如图 1, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $\angle AEF = 60^\circ$, EF 交等边三角形外角平分线 CF 所在的直线于点 F . 当点 E 是 BC 的中点时, 有 $AE=EF$ 成立;

【数学思考】某数学兴趣小组在探究 AE 、 EF 的关系时, 运用“从特殊到一般”的数学思想, 通过验证得出如下结论: 当点 E 是直线 BC 上 (B, C 除外) 任意一点时(其它条件不变), 结论 $AE=EF$ 仍然成立.

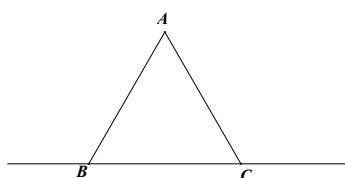


(第 24 题图 1)

假如你是该兴趣小组中的一员, 请你从“点 E 是线段 BC 上的任意一点”; “点 E 是线段 BC 延长线上的任意一点”; “点 E 是线段 BC 反向延长线上的任意一点”三种情况中, 任选一种情况, 在备用图 1 中画出图形, 并进行证明.



(第 24 题备用图 1)



(第 24 题备用图 2)

【拓展应用】当点 E 在线段 BC 的延长线上时，若 $CE = BC$ ，在备用图 2 中画出图形，并运用上述结论求出 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle AEF}$ 的值.

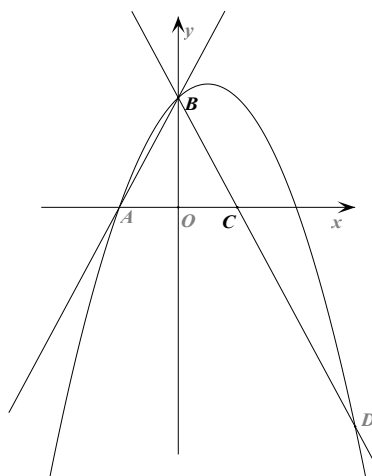
25. (本题满分 12 分) 如图，直线 $y=2x+2$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B . 把 $\triangle AOB$ 沿 y 轴翻折，点 A 落到点 C ，过点 B 的抛物线

$y = -x^2 + bx + c$ 与直线 BC 交于点 $D(3, -4)$.

(1) 求直线 BD 和抛物线的解析式；

(2) 在第一象限内的抛物线上，是否存在一点 M ，作 MN 垂直于 x 轴，垂足为点 N ，使得以 M 、 O 、 N 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 在直线 BD 上方的抛物线上有一动点 P ，过点 P 作 PH 垂直于 x 轴，交直线 BD 于点 H . 当四边形 $BOHP$ 是平行四边形时，试求动点 P 的坐标.



(第 25 题图)

秘 密 ★ 启 用 前
试卷类型:A

数学试题参考答案及评分标准

评卷说明:

1. 选择题和填空题中的每小题，只有满分和零分两个评分档，不给中间分.
2. 解答题中的每小题的解答中所对应的分数，是指考生正确解答到该步骤所应得的累计分数. 本答案对每小题只给出一种解法，对考生的其他解法，请参照评分意见相应评分.
3. 如果考生在解答的中间过程出现计算错误，但并没有改变试题的实质和难度，其后续部分酌情给分，但最多不超过正确解答分数的一半；若出现严重的逻辑错误，后续部分就不再给分.

一. 选择题: 本大题共 10 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 共 30 分. 选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	B	D	C	B	A	C	D	D

二. 填空题: 本大题共 8 小题, 其中 11-14 题每小题 3 分, 15-18 题每小题 4 分, 共 28

分, 只要求填写最后结果.

11. 3.25×10^{11} ; 12. $3y(x+3)(x-3)$; 13. 丙; 14. 10;

15. 1; 16. 8; 17. 8; 18. (45, 12).

三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 62 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (本题满分 7 分)

$$\begin{aligned} (1) \text{解: } & (-1)^{2014} + (\sin 30^\circ)^{-1} + \left(\frac{3}{5-\sqrt{2}}\right)^0 - |3 - \sqrt{18}| + 8^3 \times (-0.125)^3 \\ & = 1 + 2 + 1 + 3 - 3\sqrt{2} - 1 \cdots \cdots \cdots 2 \end{aligned}$$

分

$$= 6 - 3\sqrt{2} \cdots \cdots \cdots 3$$

分

$$(2) \text{解: } \begin{cases} \frac{x+2}{3} < 1 \text{ ①} \\ 2(1-x) \leq 5 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{解不等式①, 得: } x < 1, \text{ 解不等式②, 得: } x \geq -\frac{3}{2} \cdots \cdots \cdots 1$$

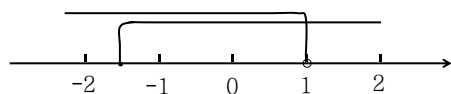
分

$$\text{所以不等式组的解集为: } -\frac{3}{2} \leq x < 1. \cdots \cdots \cdots 2$$

分

$$\text{解集中的整数解有 } -1, 0. \cdots \cdots \cdots 3$$

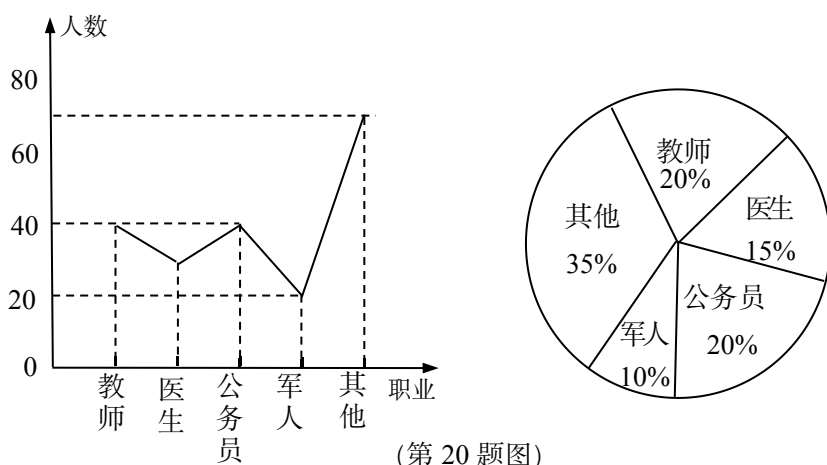
分



$$\cdots \cdots \cdots 4$$

分

20. (本题满分 8 分)



解:

- (1) 由公务员所占比例及相应人数可求出被调查的学生数是:

$$40 \div 20\% = 200 \text{ (人)}; \dots\dots\dots 1$$

分

- (2) 喜欢医生职业的人数为: $200 \times 15\% = 30$ (人); $\dots\dots\dots 2$

分

$$\text{喜欢教师职业的人数为: } 200 - 70 - 20 - 40 - 30 = 40 \text{ (人)}; \dots\dots\dots 3$$

分

$$\text{折线统计图如图所示}; \dots\dots\dots 4$$

分

- (3) 扇形统计图中, 公务员部分对应圆心角的度数是 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$; $\dots\dots\dots 6$ 分

- (4) 抽取的这名学生最喜欢的职业是教师的概率是:

$$\frac{40}{200} = \frac{1}{5}. \dots\dots\dots 8$$

分

21. (本题满分 8 分)

- (1) 证明:

$$\because \angle CDB = \angle BFD \text{ (已知)}, \quad \angle CDB = \angle CAB \text{ (圆周角相等)}$$

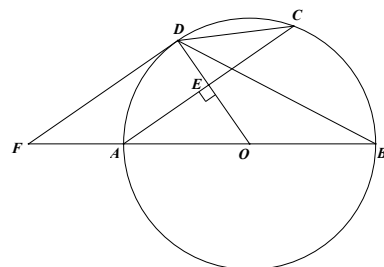
$$\therefore \angle DFO = \angle EAO \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

在 $\triangle DFO$ 与 $\triangle EAO$ 中,

$$\because \angle DFO = \angle EAO, \quad \angle DOF = \angle EOA \text{ (公共角)}$$

$$\therefore \angle FDO = \angle AEO = 90^\circ$$

$\therefore D$ 是半径 OD 外端点,



第 21 题图

$\therefore FD$ 是 $\odot O$ 的一条切线.4 分

(2) 在 $\triangle DFO$ 与 $\triangle EAO$ 中,

$$\therefore \angle DFO = \angle EAO, \quad \angle DOF = \angle EOA$$

$$\therefore \triangle DFO \sim \triangle EAO$$

$$\therefore \frac{DF}{EA} = \frac{OD}{OE}, \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AB=10, \quad AC=8, \quad OD \perp AC$$

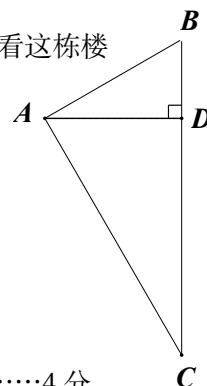
$$\therefore OA = OD = 5, EA = 4, OE = 3.$$

$$\therefore DF = \frac{EA \times OD}{OE} = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

分

22. (本题满分 8 分)

解: 如图, 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 从热气球看这栋高楼顶部的仰角记为 α , 看这栋楼底部的俯角记为 β , 则 $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ, AD=120$.



$$\therefore \tan \alpha = \frac{BD}{AD}, \quad \tan \beta = \frac{CD}{AD}, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore BD = AD \cdot \tan \alpha = 120 \times \tan 30^\circ$$

$$= 120 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore CD = AD \cdot \tan \beta = 120 \times \tan 60^\circ$$

$$= 120 \times \sqrt{3} = 120\sqrt{3}, \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = BD + CD = 40\sqrt{3} + 120\sqrt{3} = 160\sqrt{3} \approx 277.1 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

答: 这栋楼高约为 277. 1m.8 分

23. (本题满分 8 分)

解: (1) 设甲工程队单独完成该工程需 x 天, 则乙工程队单独完成该工程需 $2x$ 天.

$$\text{根据题意得: } \frac{10}{x} + \frac{10}{2x} = 1 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

方程两边同乘以 $2x$ ，得 $2x = 30$

解得： $x = 15$

经检验， $x = 15$ 是原方程的解。 3 分

$\therefore$ 当 $x = 15$ 时， $2x = 30$ 。

答：甲工程队单独完成该工程需 15 天，则乙工程队单独完成该工程需 30 天。 4 分

(2) 因为甲乙两工程队均能在规定的 40 天内单独完成，所以有如下三种方案：

方案一：由甲工程队单独完成。所需费用为： $4.5 \times 15 = 67.5$ (万元)； 5 分

方案二：由乙工程队单独完成。所需费用为： $2.5 \times 30 = 75$ (万元)； 6 分

方案三：由甲乙两队合作完成。所需费用为： $(4.5 + 2.5) \times 10 = 70$ (万元)。 7 分

$\therefore 75 > 70 > 67.5$ $\therefore$ 应该选择甲工程队承包该项工程。 8 分

24. (本题满分 11 分)

(1) 正确画出图形 1 分

① 第一种情况：当点 E 在线段 BC 上时。

证明：在 AB 上取 $AG = CE$ ，连接 EG 。

则 $\triangle BEG$ 是等边三角形

$\therefore \angle AGE = 120^\circ$ ，而 $\angle ECF = 120^\circ$

$\therefore \angle AGE = \angle ECF$ 2 分

$\therefore \angle AEC = \angle AEF + \angle CEF = \angle GAE + \angle B$ ，
 $\angle AEF = \angle B = 60^\circ$

$\therefore \angle GAE = \angle CEF$ 4 分

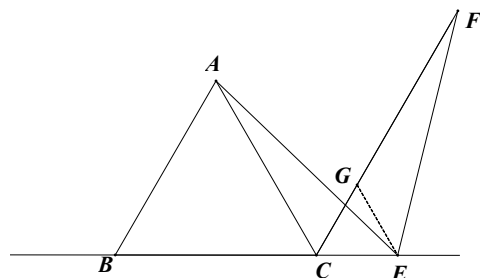
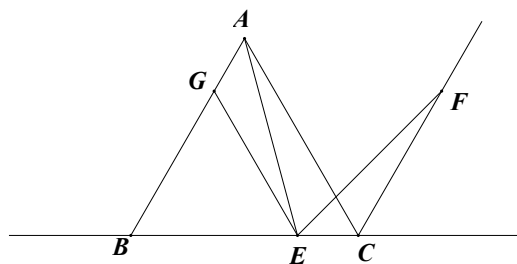
$\therefore \triangle AGE \cong \triangle ECF (ASA)$

$\therefore AE = EF$ 6 分

分

② 第二种情况：当点 E 在 BC 延长线上时。

在 CF 取 $CG = CE$ ，连接 EG 。



$\therefore CF$ 是等边三角形外角平分线

$$\therefore \angle ECF = 60^\circ$$

$$\therefore CG = CE$$

$\therefore \triangle CEG$ 是等边三角形

$$\therefore \angle FGE = \angle ACE = 120^\circ \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AEG + \angle GEF = \angle AEG + \angle AEC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle GEF = \angle CEA \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle FGE \text{ (ASA)}$$

$$\therefore AE = EF \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

③第三种情况：当点 E 在 BC 的反向延长线上时.

在 AB 的延长线上取 $AG = CE$ ，连接 EG .

则有 $BG = BE$ ； $\therefore \triangle BEG$ 是等边三角形

$$\therefore \angle G = \angle ECF = 60^\circ \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle CEF = \angle AEF - \angle AEC = 60^\circ - \angle AEC$$

$$\angle EAB = \angle ABC - \angle AEC = 60^\circ - \angle AEC$$

$$\therefore \angle CEF = \angle EAB \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle AGE \cong \triangle ECF \text{ (ASA)}$$

$$\therefore AE = EF \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

(2) 正确画出图形 $\cdots \cdots 7 \text{ 分}$

$$\therefore CE = BC = AC$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CEA = 30^\circ, \angle BAE = 90^\circ$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdots \cdots 9 \text{ 分}$$

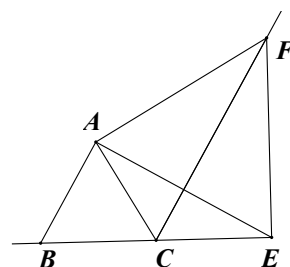
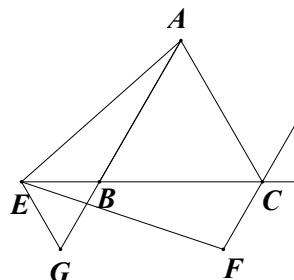
分

$$\therefore AE = EF, \angle AEF = 60^\circ$$

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC \cdots \cdots 10 \text{ 分}$$

分



$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEF}} = \left(\frac{AB}{AE} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots 11$$

分

25. (本题满分 12 分)

解:(1)在直线 $y = 2x + 2$ 中, 令 $x = 0$ 得 $y = 2$, 所以得点 $B(0,2)$

设直线 BD 的解析式为: $y = kx + m$,

$$\text{代入 } B、D \text{ 两点坐标得 } \begin{cases} 2 = m, \\ -4 = 3k + m \end{cases}$$

解得: $m = 2, k = -2$.

所以直线 BD 的解析式为: $y = -2x + 2$. $\dots\dots\dots 1$ 分

$$\text{将 } B、D \text{ 两点坐标代入抛物线 } y = -x^2 + bx + c \text{ 中得: } \begin{cases} 2 = c, \\ -4 = -9 + 3b + c \end{cases}$$

解得: $b = 1, c = 2$.

所以, 抛物线的解析式为: $y = -x^2 + x + 2$. $\dots\dots\dots 3$ 分

(2)存在. $\dots\dots\dots 4$ 分

假设存在点 $M(x, y)$ 符合题意, 则有如下两种情形:

①若 $\triangle MNO \sim \triangle BOC$, 则 $\frac{MN}{BO} = \frac{NO}{OC}$, 所以有 $\frac{y}{2} = \frac{x}{1}$,

即 $y = 2x$ 又因为 M 点在抛物线上所以 $y = -x^2 + x + 2$,

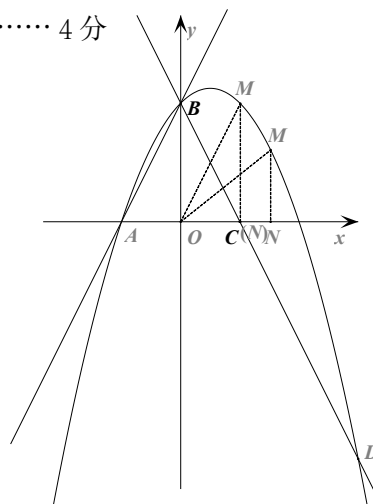
$$\text{所以: } 2x = -x^2 + x + 2$$

$$\text{即: } x^2 + x - 2 = 0$$

解得 $x = 1$ 或 $x = -2$,

又因为 M 点在第一象限, $x = -2$ 不符合题意,

所以 $x = 1, y = 2$ 故 $M(1, 2)$. $\dots\dots\dots 6$ 分



②若 $\triangle ONM \sim \triangle BOC$,

$$\text{则 } \frac{BO}{ON} = \frac{OC}{MN} \text{ 即 } y = \frac{1}{2}x,$$

$$\text{所以 } \frac{1}{2}x = -x^2 + x + 2$$

$$\text{即: } 2x^2 - x - 4 = 0$$

$$\text{解得 } x = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \text{ 或 } x = \frac{1-\sqrt{33}}{4},$$

又因为 M 点在第一象限, $x = \frac{1-\sqrt{33}}{4}$ 不符合题意,

$$\text{所以 } x = \frac{1+\sqrt{33}}{4}, y = \frac{1+\sqrt{33}}{8} \text{ 故 } M\left(\frac{1+\sqrt{33}}{4}, \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{所以, 符合条件的点 } M \text{ 的坐标为 } (1,2), \left(\frac{1+\sqrt{33}}{4}, \frac{1+\sqrt{33}}{8}\right) \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$(3) \text{ 设点 } P \text{ 坐标为 } (a,b) \text{ 则 } b = -a^2 + a + 2$$

又因为点 P 在直线 BD 上方,

$$\text{所以 } 0 < a < 3,$$

又 PH 垂直于 x 轴, 交直线 BD 于点 H ,

$$\text{所以 } H(a, -2a + 2),$$

$$\text{所以 } PH = -a^2 + a + 2 - (-2a + 2) = -a^2 + 3a, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

因为四边形 $BOHP$ 是平行四边形,

$$\text{所以 } PH = OB = 2,$$

$$\text{即 } a^2 - 3a + 2 = 0,$$

$$\text{解得 } a = 1 \text{ 或 } a = 2 \text{ 均满足 } 0 < a < 3 \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

当 $a=1$ 时, $-a^2+a+2=2$,

当 $a=2$ 时, $-a^2+a+2=0$,

所以点 P 的坐标为 $(1,2)$, $(2,0)$ 12 分

2014 年山东省东营市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题只有一个选项正确, 每小题选对得 3 分, 错选不选或选出的答案超过一个均记零分)

1. (3 分) (2014 年山东东营) $\sqrt{81}$ 的平方根是 ()

A. ± 3 B. ± 9 C. 3 D. 9

考点: 平方根; 算术平方根.

分析: 根据平方运算, 可得平方根、算术平方根.

解答: 解: $\because \sqrt{81}=9$,

9 的平方根是 ± 3 ,

故答案选 A.

点评: 本题考查了算术平方根, 平方运算是求平方根的关键.

2. (3 分) (2014 年山东东营) 下列计算错误的是 ()

A. $3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ B. $x^2 \cdot x^3=x^6$ C. $-2+|-2|=0$

D. $(-3)^{-2}=\frac{1}{9}$

考点: 二次根式的加减法; 有理数的加法; 同底数幂的乘法; 负整数指数幂.

分析: 四个选项中分别根据二次根式的加减法求解, 同底数幂的乘法法则求解, 绝对值的加减法用负整数指数幂的法则求解.

解答: 解: A, $3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ 正确,

B, $x^2 \cdot x^3=x^6$ 同底数的数相乘, 底数不变指数相加, 故错,

C, $-2+|-2|=0$, $-2+2=0$, 正确,

D, $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$ 正确.

故选: B.

点评: 本题主要考查了二次根式的加减法, 同底数幂的乘法, 绝对值的加减法, 负整数指数幂, 解题的关键是根据它们各自和法则认真运算.

3. (3 分) (2014 年山东东营) 直线 $y = -x + 1$ 经过的象限是 ()

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限 C. 第二、三、四象限 D. 第一、三、四象限

考点: 一次函数图象与系数的关系.

分析: 根据一次函数的性质解答即可.

解答: 解: 由于 $-1 < 0$, $1 > 0$,

故函数过一、二、四象限,

故选 B.

点评: 本题考查了一次函数的性质, 要知道, 对于 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 来说, k 、 b 的符号决定函数所过的象限.

4. (3 分) (2014 年山东东营) 下列命题中是真命题的是 ()

- A. 如果 $a^2 = b^2$, 那么 $a = b$
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 旋转前后的两个图形, 对应点所连线段相等
D. 线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等

考点: 命题与定理.

分析: 利用菱形的判定、旋转的性质及垂直平分线的性质对每个选项进行判断后即可得到正确的选项.

解答: 解: A、错误, 如 3 与 -3 ;

B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 故错误, 是假命题;

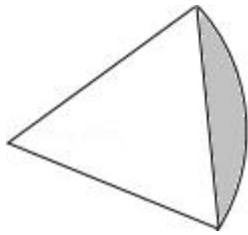
C、旋转前后的两个图形, 对应点所连线段不一定相等, 故错误, 是假命题;

D、正确, 是真命题,

故选 D.

点评: 本题考查了命题与定理的知识, 解题的关键是理解菱形的判定、旋转的性质及垂直平分线的性质.

5. (3 分) (2014 年山东东营) 如图, 已知扇形的圆心角为 60° , 半径为 $\sqrt{3}$, 则图中弓形的面积为 ()



- A. $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\pi - \sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{4}$
 D. $\frac{\pi - 3\sqrt{3}}{2}$

考点： 扇形面积的计算.

分析： 过 A 作 $AD \perp CB$ ，首先计算出 BC 上的高 AD 长，再计算出三角形 ABC 的面积和扇形面积，然后再利用扇形面积减去三角形的面积可得弓形面积.

解答： 解：过 A 作 $AD \perp CB$,

$\because \angle CAB = 60^\circ$, $AC = AB$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AC = \sqrt{3}$,

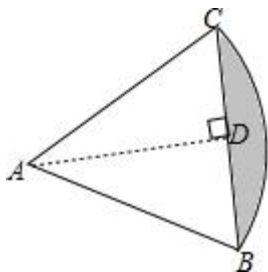
$\therefore AD = AC \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$,

$\therefore \triangle ABC$ 面积: $\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$,

$\therefore$ 扇形面积: $\frac{60 \cdot \pi \cdot 3}{360} = \frac{\pi}{2}$,

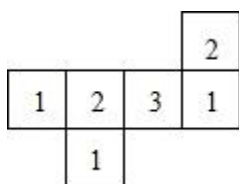
$\therefore$ 弓形的面积为: $\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{4}$,

故选: C.

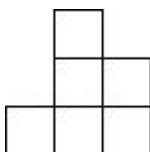


点评： 此题主要考查了扇形面积的计算，关键是掌握扇形的面积公式: $S = \frac{n\pi r^2}{360}$.

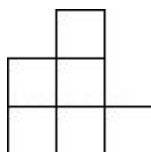
6. (3 分) (2014 年山东东营) 下图是一个由多个相同小正方体堆积而成的几何体的俯视图，图中所示数字为该位置小正方体的个数，则这个几何体的左视图是 ()



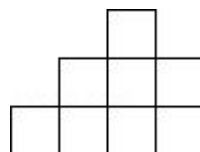
A.



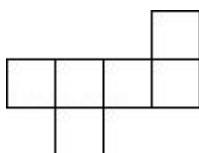
B.



C.



D.



考点： 由三视图判断几何体；简单组合体的三视图.

分析： 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形.

解答： 解：从俯视图可以看出直观图的各部分的个数，

可得出左视图前面有 2 个，中间有 3 个，后面有 1 个，

即可得出左视图的形状.

故选 B.

点评： 此题主要考查了三视图的概念. 根据俯视图得出每一组小正方体的个数是解决问题的关键.

7. (3 分) (2014 年山东东营)下列关于位似图形的表述:

①相似图形一定是位似图形，位似图形一定是相似图形；

②位似图形一定有位似中心；

③如果两个图形是相似图形，且每组对应点的连线所在的直线都经过同一个点，那么，这两个图形是位似图形；

④位似图形上任意两点与位似中心的距离之比等于位似比.

其中正确命题的序号是 ()

A.

②③

B. ①②

C. ③④ D.

②③④

考点： 位似变换；命题与定理.

分析： 利用位似图形的定义与性质分别判断得出即可.

解答： 解：①相似图形不一定是位似图形，位似图形一定是相似图形，故此选项错误；

②位似图形一定有位似中心，此选项正确；

③如果两个图形是相似图形，且每组对应点的连线所在的直线都经过同一个点，那么，这两个图形是位似图形，此选项正确；

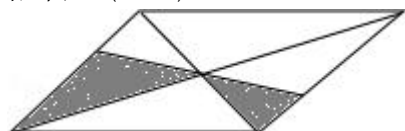
④位似图形上任意两点与位似中心的距离之比等于位似比，此选项错误.

正确的选项为②③.

故选：A.

点评： 此题主要考查了位似图形的性质与定义，熟练掌握位似图形的性质是解题关键.

8. (3 分) (2014 年山东东营)小明把如图所示的平行四边形纸板挂在墙上，玩飞镖游戏 (每次飞镖均落在纸板上，且落在纸板的任何一个点的机会都相等)，则飞镖落在阴影区域的概率是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

考点： 几何概率；平行四边形的性质.

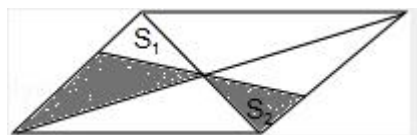
分析： 先根据平行四边形的性质求出平行四边形对角线所分的四个三角形面积相等，再求出 $S_1=S_2$ 即可.

解答： 解：根据平行四边形的性质可得：平行四边形的对角线把平行四边形分成的四个面积相等的三角形，

根据平行线的性质可得 $S_1=S_2$ ，则阴影部分的面积占 $\frac{1}{4}$.

故飞镖落在阴影区域的概率为： $\frac{1}{4}$;

故选 C.



点评： 此题主要考查了几何概率，用到的知识点为：概率=相应的面积与总面积之比，关键是根据平行线的性质求出阴影部分的面积与总面积的比.

9. (3 分) (2014 年山东东营)若函数 $y=mx^2+(m+2)x+\frac{1}{2}m+1$ 的图象与 x 轴只有一个交点，那么 m 的值为 ()

- A. 0 B. 0 或 2 C. 2 或 -2 D. 0, 2 或 -2

考点： 抛物线与 x 轴的交点.

分析： 分为两种情况：函数是二次函数，函数是一次函数，求出即可.

解答： 解： 分为两种情况： ①当函数是二次函数时，

$\because$ 函数 $y=mx^2+(m+2)x+\frac{1}{2}m+1$ 的图象与 x 轴只有一个交点，

$$\therefore \Delta = (m+2)^2 - 4m \left(\frac{1}{2}m+1\right) = 0 \text{ 且 } m \neq 0,$$

解得： $m=\pm 2$ ，

②当函数是一次函数时， $m=0$ ，

此时函数解析式是 $y=2x+1$ ， 和 x 轴只有一个交点，

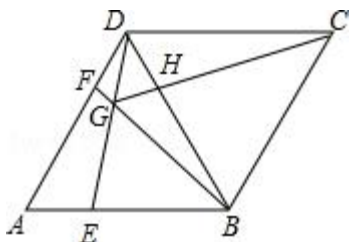
故选 D.

点评： 本题考查了抛物线与 x 轴的交点，根的判别式的应用，用了分类讨论思想，题目比较好，但是也比较容易出错.

10. (3 分) (2014 年山东东营)如图，四边形 ABCD 为菱形， $AB=BD$ ，点 B、C、D、G 四个点在同一个圆 $\odot O$ 上，连接 BG 并延长交 AD 于点 F，连接 DG 并延长交 AB 于点 E，BD 与 CG 交于点 H，连接 FH，下列结论：

① $AE=DF$ ； ② $FH \parallel AB$ ； ③ $\triangle DGH \sim \triangle BGE$ ； ④当 CG 为 $\odot O$ 的直径时， $DF=AF$.

其中正确结论的个数是 ()



A.

1 B.

2 C.

3 D. 4

考点： 圆的综合题.

分析： ①由四边形 ABCD 是菱形， $AB=BD$ ，得出 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 是等边三角形，再由 B、C、D、G 四个点在同一个圆上，得出 $\angle ADE = \angle DBF$ ，由 $\triangle ADE \cong \triangle DBF$ ，得出 $AE=DF$ ，

②利用内错角相等 $\angle FBA = \angle HFB$ ，求证 $FH \parallel AB$ ，

③利用 $\angle DGH = \angle EGB$ 和 $\angle EDB = \angle FBA$ ，求证 $\triangle DGH \sim \triangle BGE$ ，

④利用 CG 为 $\odot O$ 的直径及 B、C、D、G 四个点共圆，求出 $\angle ABF = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ ，在

$RT\triangle AFB$ 中求出 $AF = \frac{1}{2}AB$ ，

在 $RT\triangle DFB$ 中求出 $FD = \frac{1}{2}BD$ ，再求得 $DF=AF$.

解答： 解： ① $\because$ 四边形 ABCD 是菱形，

$\therefore AB=BC=DC=AD$ ，

又 $\because AB=BD$ ，

∴△ABD 和△BCD 是等边三角形,

∴∠A=∠ABD=∠DBC=∠BCD=∠CDB=∠BDA=60°,

又∵B、C、D、G 四个点在同一个圆上,

∴∠DCH=∠DBF, ∠GDH=∠BCH,

∴∠ADE=∠ADB - ∠GDH=60° - ∠EDB, ∠DCH=∠BCD - ∠BCH=60° - ∠BCH,

∴∠ADE=∠DCH,

∴∠ADE=∠DBF,

在△ADE 和△DBF 中,

$$\begin{cases} \angle EAD = \angle FDB \\ AD = DB \\ \angle ADE = \angle DBF \end{cases}$$

∴△ADE≌△DBF (ASA)

∴AE=DF

故①正确,

②由①中证得∠ADE=∠DBF,

∴∠EDB=∠FBA,

∵B、C、D、G 四个点在同一个圆上, ∠BDC=60°, ∠DBC=60°,

∴∠BGC=∠BDC=60°, ∠DGC=∠DBC=60°,

∴∠BGE=180° - ∠BGC - ∠DGC=180° - 60° - 60°=60°,

∴FGD=60°,

∴FGH=120°,

又∵∠ADB=60°,

∴F、G、H、D 四个点在同一个圆上,

∴∠EDB=∠HFB,

∴∠FBA=∠HFB,

∴FH ∥ AB,

故②正确,

③∵B、C、D、G 四个点在同一个圆上, ∠DBC=60°,

∴∠DGH=∠DBC=60°,

∵∠EGB=60°,

∴∠DGH=∠EGB,

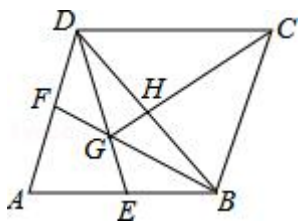
由①中证得∠ADE=∠DBF,

∴∠EDB=∠FBA,

∴△DGH∽△BGE,

故③正确,

④如下图



∵ CG 为 $\odot O$ 的直径，点 B、C、D、G 四个点在同一个圆 $\odot O$ 上，

∴ $\angle GBC = \angle GDC = 90^\circ$ ，

∴ $\angle ABF = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ ，

∵ $\angle A = 60^\circ$ ，

∴ $\angle AFB = 90^\circ$ ，

∴ $AF = \frac{1}{2}AB$ ，

又 ∵ $\angle DBF = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ ， $\angle ADB = 60^\circ$ ，

∴ $\angle DFB = 90^\circ$ ，

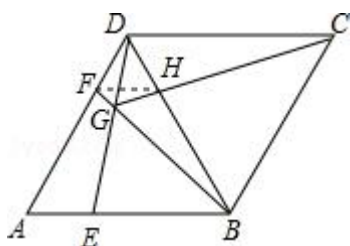
∴ $FD = \frac{1}{2}BD$ ，

∵ $AB = BD$ ，

∴ $DF = AF$ ，

故④正确，

故选：D.



点评： 此题综合考查了圆及菱形的性质，等边三角形的判定与性质，全等三角形的判定和性质，运用四点共圆找出相等的角是解题的关键．解题时注意各知识点的融会贯通．

二、填空题（共 8 小题，其中 11-14 题每小题 3 分，15-18 题每小题 3 分，共 28 分）

11. （3 分）（2014 年山东东营）2013 年东营市围绕“转方式，调结构，扩总量，增实力，上水平”的工作大局，经济平稳较快增长，全年 GDP 达到 3250 亿元，3250 亿元用科学记数法表示为 3.25×10^{11} ．

考点： 科学记数法—表示较大的数．

分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数．

解答： 解：将 3250 亿用科学记数法表示为： 3.25×10^{11} .

故答案为： 3.25×10^{11} .

点评： 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2014 年山东东营) $3x^2y - 27y = \underline{3y(x+3)(x-3)}$.

考点： 提公因式法与公式法的综合运用.

分析： 首先提取公因式 $3y$ ，再利用平方差进行二次分解即可.

解答： 解：原式 $= 3y(x^2 - 9) = 3y(x+3)(x-3)$,

故答案为： $3y(x+3)(x-3)$.

点评： 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

13. (3 分) (2014 年山东东营)市运会举行射击比赛，某校射击队从甲、乙、丙、丁四人中选拔一人参赛，在选拔赛中，每人射击 10 次，计算他们 10 发成绩的平均数（环）及方差如下表，请你根据表中数据选一人参加比赛，最合适的人选是 丙.

	甲	乙	丙	丁
平均数	8.2	8.0	8.2	8.0
方差	2.0	1.8	1.5	1.6

考点： 方差；算术平均数.

分析： 根据甲，乙，丙，丁四个人中甲和丙的平均数最大且相等，甲，乙，丙，丁四个人中丙的方差最小，说明丙的成绩最稳定，得到丙最合适的人选.

解答： 解： $\because$ 甲，乙，丙，丁四个人中甲和丙的平均数最大且相等，

甲，乙，丙，丁四个人中丙的方差最小，

说明丙的成绩最稳定，

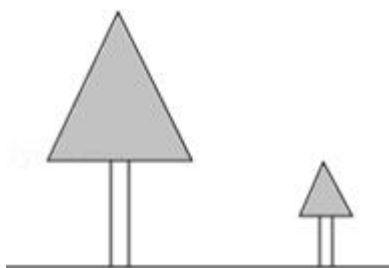
$\therefore$ 综合平均数和方差两个方面说明丙成绩既高又稳定，

$\therefore$ 最合适的人选是丙.

故答案为：丙.

点评： 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

14. (3 分) (2014 年山东东营)如图，有两棵树，一棵高 12 米，另一棵高 6 米，两树相距 8 米，一只鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢，问小鸟至少飞行 10 米.



考点： 勾股定理的应用.

分析： 根据“两点之间线段最短”可知：小鸟沿着两棵树的树梢进行直线飞行，所行的路程最短，运用勾股定理可将两点之间的距离求出.

解答： 解：如图，设大树高为 $AB=12\text{m}$,

小树高为 $CD=6\text{m}$,

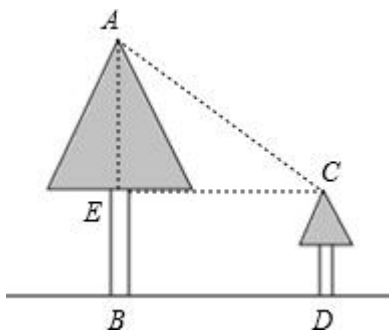
过 C 点作 $CE \perp AB$ 于 E ，则四边形 $EBDC$ 是矩形，
连接 AC ,

$\therefore EB=6\text{m}$, $EC=8\text{m}$, $AE=AB-EB=12-6=6\text{ (m)}$,

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, $AC=\sqrt{6^2+8^2}=10\text{ (m)}$.

故小鸟至少飞行 10m .

故答案为：10.



点评： 本题考查了勾股定理的应用，根据实际得出直角三角形，培养学生解决实际问题的能力.

15. (4 分) (2014 年山东东营)如果实数 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x+3y=0 \\ 2x+3y=3 \end{cases}$, 那么代数式 $(\frac{xy}{x+y}+2) \div \frac{1}{x+y}$ 的值为 1.

考点： 分式的化简求值；解二元一次方程组.

专题： 计算题.

分析： 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，求出方程组的解得到 x 与 y 的值，代入计算即可求出值.

解答： 解： 原式 $= \frac{xy+2x+2y}{x+y} \cdot (x+y) = xy+2x+2y$,

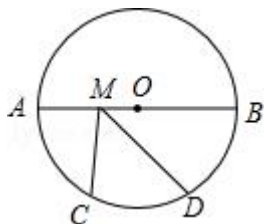
$$\text{方程组} \begin{cases} x+3y=0 \\ 2x+3y=3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases},$$

当 $x=3$, $y=-1$ 时, 原式 $= -3+6-2=1$.

故答案为: 1

点评： 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

16. (4分) (2014年山东东营) 在 $\odot O$ 中, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB=8\text{cm}$, $\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{BD}$, M 是 AB 上一动点, $CM+DM$ 的最小值是 8 cm .



考点： 轴对称-最短路线问题；勾股定理；垂径定理.

分析： 作点 C 关于 AB 的对称点 C' , 连接 $C'D$ 与 AB 相交于点 M , 根据轴对称确定最短路线问题, 点 M 为 $CM+DM$ 的最小值时的位置, 根据垂径定理可得 $\widehat{AC}=\widehat{AC'}$, 然后求出 $C'D$ 为直径, 从而得解.

解答： 解： 如图, 作点 C 关于 AB 的对称点 C' , 连接 $C'D$ 与 AB 相交于点 M , 此时, 点 M 为 $CM+DM$ 的最小值时的位置,

由垂径定理, $\widehat{AC}=\widehat{AC'}$,

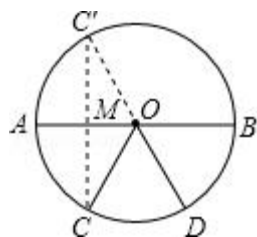
$$\therefore \widehat{BD}=\widehat{AC'},$$

$\therefore \widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{BD}$, AB 为直径,

$\therefore C'D$ 为直径,

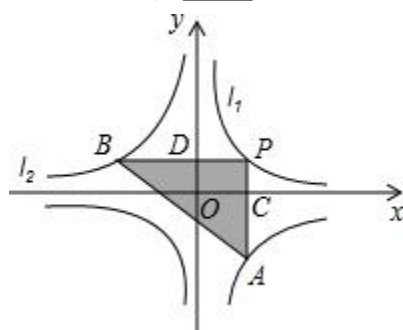
$\therefore CM+DM$ 的最小值是 8cm .

故答案为: 8.



点评： 本题考查了轴对称确定最短路线问题，垂径定理，熟记定理并作出图形，判断出 $CM+DM$ 的最小值等于圆的直径的长度是解题的关键.

17. (4 分) (2014 年山东东营)如图，函数 $y=\frac{1}{x}$ 和 $y=-\frac{3}{x}$ 的图象分别是 l_1 和 l_2 . 设点 P 在 l_1 上， $PC \perp x$ 轴，垂足为 C，交 l_2 于点 A， $PD \perp y$ 轴，垂足为 D，交 l_2 于点 B，则三角形 PAB 的面积为 8.



考点： 反比例函数系数 k 的几何意义.

分析： 设 P 的坐标是 $(a, \frac{1}{a})$ ，推出 A 的坐标和 B 的坐标，求出 $\angle APB=90^\circ$ ，求出 PA、PB 的值，根据三角形的面积公式求出即可.

解答： 解： $\because$ 点 P 在 $y=\frac{1}{x}$ 上，

$$\therefore |x_p| \times |y_p| = |k| = 1,$$

$\therefore$ 设 P 的坐标是 $(a, \frac{1}{a})$ (a 为正数)，

$\because PA \perp x$ 轴，

$\therefore A$ 的横坐标是 a ，

$\because A$ 在 $y=-\frac{3}{x}$ 上，

$\therefore A$ 的坐标是 $(a, -\frac{3}{a})$ ，

$\because PB \perp y$ 轴，

∴B 的纵坐标是 $\frac{1}{a}$,

∴B 在 $y = -\frac{3}{a}$ 上,

∴代入得: $\frac{1}{a} = -\frac{3}{x}$,

解得: $x = -3a$,

∴B 的坐标是 $(-3a, \frac{1}{a})$,

∴ $PA = |\frac{1}{a} - (-\frac{3}{a})| = \frac{4}{a}$, $PB = |a - (-3a)| = 4a$,

∴ $PA \perp x$ 轴, $PB \perp y$ 轴, x 轴 $\perp y$ 轴,

∴ $PA \perp PB$,

∴ $\triangle PAB$ 的面积是: $\frac{1}{2}PA \times PB = \frac{1}{2} \times \frac{4}{a} \times 4a = 8$.

故答案为: 8.

点评: 本题考查了反比例函数和三角形面积公式的应用, 关键是能根据 P 点的坐标得出 A、B 的坐标, 本题具有一定的代表性, 是一道比较好的题目.

18. (4 分) (2014 年山东东营)将自然数按以下规律排列:

	第一列	第二列	第三列	第四列	第五列	
第一行	1	4	5	16	17	...
第二行	2	3	6	15	...	
第三行	9	8	7	14	...	
第四行	10	11	12	13	...	
第五行	...					
...	...					

表中数 2 在第二行第一列, 与有序数对 (2, 1) 对应, 数 5 与 (1, 3) 对应, 数 14 与 (3, 4) 对应, 根据这一规律, 数 2014 对应的有序数对为 (45, 12).

考点: 规律型: 数字的变化类.

分析: 根据已知数据可得出第一列的奇数行的数的规律是第几行就是那个数平方, 同理可得出第一行的偶数列的数的规律, 从而得出 2014 所在的位置.

解答: 解: 由已知可得: 根据第一列的奇数行的数的规律是第几行就是那个数平方, 第一行的偶数列的数的规律, 与奇数行规律相同;

∴ $45 \times 45 = 2025$, 2014 在第 45 行, 向右依次减小,

∴2014 所在的位置是第 45 行, 第 12 列, 其坐标为 (45, 12).

故答案为: (45, 12).

点评： 此题主要考查了数字的规律知识，得出第一列的奇数行的数的规律与第一行的偶数列的数的规律是解决问题的关键.

三、解答题 (共 7 小题, 共 62 分)

19. (7 分) (2014 年山东东营) (1) 计算: $(-1)^{2014} + (\sin 30^\circ)^{-1} + \left(\frac{3}{5-\sqrt{2}}\right)^0 - |3-\sqrt{18}| + 8^3 \times (-0.125)^3$

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{x+2}{3} < 1 \\ 2(1-x) \leq 5 \end{cases}$$
 把解集在数轴上表示出来, 并将解集中的整数解写

出来.



考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式组；一元一次不等式组的整数解；特殊角的三角函数值.

专题： 计算题.

分析： (1) 原式第一项利用乘方的意义化简，第二项利用负指数幂法则计算，第三项利用零指数幂法则计算，第四项利用绝对值的代数意义化简，最后一项利用积的乘方逆运算法则变形，计算即可得到可结果；

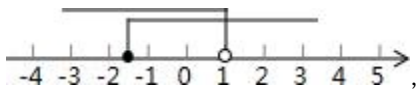
(2) 分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分即可.

解答： 解：(1) 原式 $= 1 + 2 + 1 - 3\sqrt{2} + 3 - 1 = 6 - 3\sqrt{2}$;

$$(2) \begin{cases} \frac{x+2}{3} < 1 \text{ ①} \\ 2(1-x) \leq 5 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得: $x < 1$; 由②得: $x \geq -\frac{3}{2}$.

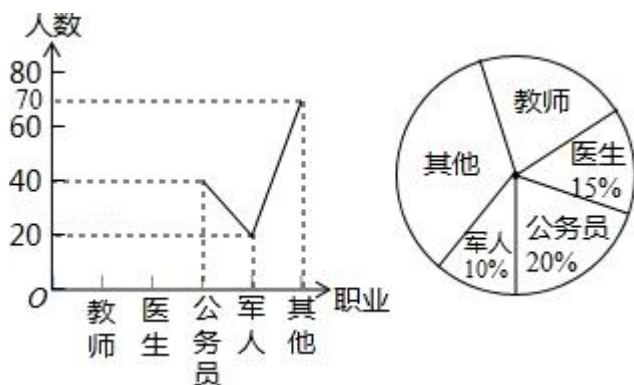
$\therefore$ 不等式组的解集为 $-\frac{3}{2} \leq x < 1$,



则不等式组的整数解为 $-1, 0$.

点评： 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (8 分) (2014 年山东东营) 东营市某中学开展以“我最喜欢的职业”为主题的调查活动，通过对学生的随机抽样调查得到一组数据，如图是根据这组数据绘制成的不完整统计图.



- (1) 求出被调查的学生人数;
- (2) 把折线统计图补充完整;
- (3) 求出扇形统计图中, 公务员部分对应的圆心角的度数;
- (4) 若从被调查的学生中任意抽取一名, 求抽取的这名学生最喜欢的职业是“教师”的概率.

考点: 折线统计图; 扇形统计图; 概率公式.

分析: (1) 根据军人的人数与所占的百分比求解即可;

(2) 分别求出教师、医生的人数, 补全统计图即可;

(3) 根据公务员的人数占总人数的比例即可得出结论;

(4) 根据教师的人数占总人数的比例即可得出结论.

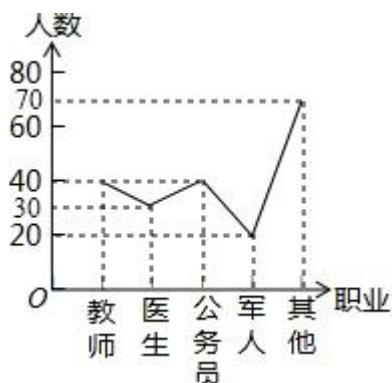
解答: 解: (1) $\because$ 军人”的人数为 20, 百分比为 10%,
 $\therefore$ 学生总人数为 $20 \div 10\% = 200$ (人);

(2) $\because$ 医生的人数占 15%,
 $\therefore$ 医生的人数为 $200 \times 15\% = 30$ (人),
 $\therefore$ 教师的人数 $= 200 - 30 - 40 - 20 - 70 = 40$ (人),
 $\therefore$ 折线统计图如图所示:

(3) $\because$ 由扇形统计图可知, 公务员占 20%,
 $\therefore 20\% \times 360^\circ = 72^\circ$;

(4) $\because$ 最喜欢的职业是“教师”的人数是 40 人,
 $\therefore$ 从被调查的学生中任意抽取一名, 求抽取的这名学生最喜欢的职业是“教师”的概率

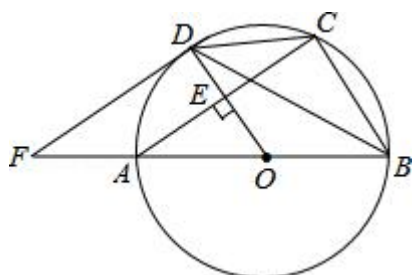
$$= \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$$



点评： 本题考查扇形统计图及相关计算．在扇形统计图中，每部分占总部分的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与 360° 的比．

21. (8 分) (2014 年山东东营)如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, OD 垂直于弦 AC 于点 E , 且交 $\odot O$ 于点 D , F 是 BA 延长线上一点, 若 $\angle CDB = \angle BFD$.

- (1) 求证: FD 是 $\odot O$ 的一条切线;
- (2) 若 $AB=10$, $AC=8$, 求 DF 的长.



考点： 切线的判定；垂径定理．

分析： (1) 利用圆周角定理以及平行线的判定得出 $\angle FDO = 90^\circ$, 进而得出答案;

(2) 利用垂径定理得出 AE 的长, 再利用相似三角形的判定与性质得出 FD 的长.

解答： (1) 证明: $\because \angle CDB = \angle CAB$, $\angle CDB = \angle BFD$,

$$\therefore \angle CAB = \angle BFD,$$

$$\therefore FD \parallel AC,$$

$$\because \angle AEO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FDO = 90^\circ,$$

$\therefore FD$ 是 $\odot O$ 的一条切线;

(2) 解: $\because AB=10$, $AC=8$, $DO \perp AC$,

$$\therefore AE = EC = 4, AO = 5,$$

$$\therefore EO = 3,$$

$$\because AE \parallel FD,$$

$$\therefore \triangle AEO \sim \triangle FDO,$$

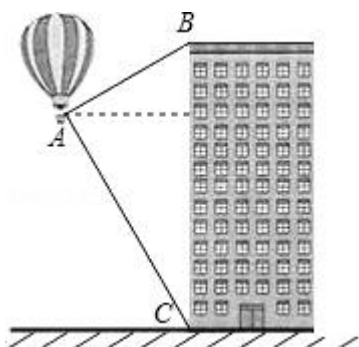
$$\therefore \frac{AE}{FD} = \frac{EO}{DO}$$

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{4}{FD}$$

$$\text{解得: } FD = \frac{20}{3}$$

点评： 此题主要考查了相似三角形的判定与性质以及切线的判定等知识，得出 $\triangle AEO \sim \triangle FDO$ 是解题关键.

22. (8分) (2014年山东东营)热气球的探测器显示，从热气球底部A处看一栋高楼顶部的仰角为 30° ，看这栋楼底部的俯角为 60° ，热气球A处与高楼的水平距离为120m，这栋高楼有多高 ($\sqrt{3} \approx 1.732$ ，结果保留小数点后一位)？



考点： 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

分析： 过A作 $AD \perp BC$ ，垂足为D，在直角 $\triangle ABD$ 与直角 $\triangle ACD$ 中，根据三角函数即可求得BD和CD，即可求解.

解答： 解：过A作 $AD \perp BC$ ，垂足为D.

在 $Rt\triangle ABD$ 中，

$$\because \angle BAD = 30^\circ, AD = 120m,$$

$$\therefore BD = AD \cdot \tan 30^\circ = 120 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}m,$$

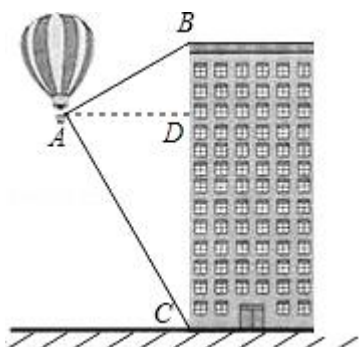
在 $Rt\triangle ACD$ 中，

$$\because \angle CAD = 60^\circ, AD = 120m,$$

$$\therefore CD = AD \cdot \tan 60^\circ = 120 \times \sqrt{3} = 120\sqrt{3}m,$$

$$BC = 40\sqrt{3} + 120\sqrt{3} = 160\sqrt{3} \approx 277.1m.$$

答：这栋楼高约为277.1m.



点评： 本题主要考查了仰角与俯角的计算，一般三角形的计算，常用的方法是利用作高线转化为直角三角形的计算.

23. (8 分) (2014 年山东东营)为顺利通过“国家文明城市”验收，东营市政府拟对称取部分路段的人行道地砖、绿化带、排水管等公用设施全面更新改造，根据市政建设的需要，需在 40 天内完成工程. 现有甲、乙两个工程队有意承包这项工程，经调查知道，乙工程队单独完成此项工程的时间是甲工程队单独完成此项工程时间的 2 倍，若甲、乙两工程队合作只需 10 天完成.

(1) 甲、乙两个工程队单独完成此项工程各需多少天？

(2) 若甲工程队每天的工程费用是 4.5 万元，乙工程队每天的工程费用是 2.5 万元，请你设计一种方案，既能按时完工，又能使工程费用最少.

考点： 一次函数的应用；分式方程的应用.

分析： (1) 如果设甲工程队单独完成该工程需 x 天，则乙工程队单独完成该工程需 $2x$ 天. 再根据“甲、乙两队合作完成工程需要 10 天”，列出方程解决问题；

(2) 首先根据 (1) 中的结果，从而可知符合要求的施工方案有三种：方案一：由甲工程队单独完成；方案二：由乙工程队单独完成；方案三：由甲乙两队合作完成. 针对每一种情况，分别计算出所需的工程费用.

解答： 解：(1) 设甲工程队单独完成该工程需 x 天，则乙工程队单独完成该工程需 $2x$ 天，由题意得

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{10}$$

解得： $x=15$,

经检验， $x=15$ 是原分式方程的解，

$$2x=30$$

答： 甲工程队单独完成此项工程需 15 天，乙工程队单独完成此项工程需 30 天.

(2) 方案一：由甲工程队单独完成需要 $4.5 \times 15 = 67.5$ 万元；

方案二：由乙工程队单独完成需要 $2.5 \times 30 = 75$ 万元；

方案三：由甲乙两队合作完成 $4.5 \times 10 + 2.5 \times 10 = 70$ 万元.

所以选择甲工程队，既能按时完工，又能使工程费用最少。

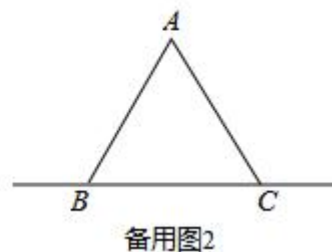
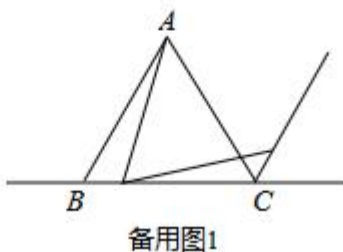
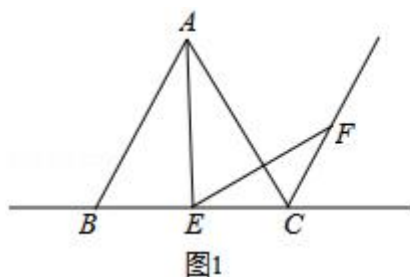
点评： 本题考查分式方程在工程问题中的应用．分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键．

24. (11 分) (2014 年山东东营) 【探究发现】如图 1, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $\angle AEF=60^\circ$, EF 交等边三角形外角平分线 CF 所在的直线于点 F , 当点 E 是 BC 的中点时, 有 $AE=EF$ 成立;

【数学思考】某数学兴趣小组在探究 AE 、 EF 的关系时, 运用“从特殊到一般”的数学思想, 通过验证得出如下结论:

当点 E 是直线 BC 上 (B , C 除外) 任意一点时 (其它条件不变), 结论 $AE=EF$ 仍然成立. 假如你是该兴趣小组中的一员, 请你从“点 E 是线段 BC 上的任意一点”; “点 E 是线段 BC 延长线上的任意一点”; “点 E 是线段 BC 反向延长线上的任意一点”三种情况中, 任选一种情况, 在图 2 中画出图形, 并证明 $AE=EF$.

【拓展应用】当点 E 在线段 BC 的延长线上时, 若 $CE=BC$, 在图 3 中画出图形, 并运用上述结论求出 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle AEF}$ 的值.

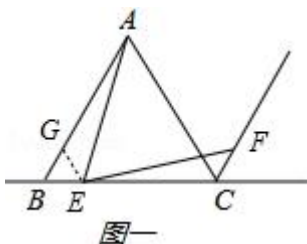


考点： 相似形综合题.

分析： 根据等边三角形的性质, 可得 $AB=BC$, $\angle B=\angle ACB=60^\circ$, 根据三角形外角的性质, 可得 $\angle AEC=\angle B+\angle GAE=60^\circ+\angle GAE$, 根据 ASA , 可得 $\triangle AGE\cong\triangle ECF$ (, 根据全等三角形的性质, 可得结论;

根据等边三角形的判定, 可得 $\triangle AEF$ 是等边三角形, 根据等边三角形相似, 可得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AEF$ 的关系, 根据等腰三角形的性质, 可得 AC 与 AH 的关系, AC 与 AE 的关系, 根据相似三角形面积的比等于相似比的平方, 可得答案.

解答： 证明：如图一, 在 B 上截取 AG , 使 $AG=EC$, 连接 EG ,



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore AB=BC$, $\angle B=\angle ACB=60^\circ$.

$\because AG=EC,$
 $\therefore BG=BE,$
 $\therefore \triangle BEG$ 是等边三角形, $\angle BGE=60^\circ,$
 $\therefore \angle AGE=120^\circ.$
 $\because FC$ 是外角的平分线,
 $\angle ECF=120^\circ=\angle AGE.$
 $\because \angle AEC$ 是 $\triangle ABE$ 的外角,
 $\therefore \angle AEC=\angle B+\angle GAE=60^\circ+\angle GAE.$
 $\because \angle AEC=\angle AEF+\angle FEC=60^\circ+\angle FEC,$
 $\therefore \angle GAE=\angle FEC.$

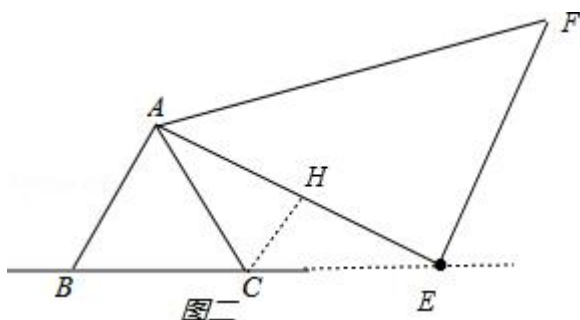
在 $\triangle AGE$ 和 $\triangle ECF$ 中 $\begin{cases} \angle GAE=\angle CEF \\ AG=EC \\ \angle AGE=\angle ECF \end{cases},$

$\therefore \triangle AGE \cong \triangle ECF$ (ASA),

$\therefore AE=EF;$

拓展应用:

如图二: 作 $CH \perp AE$ 于 H 点,



$\therefore \angle AHC=90^\circ.$

由数学思考得 $AE=EF,$

又 $\because \angle AEF=60^\circ,$

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AEF.$

$\because CE=BC=AC, \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle CAH=30^\circ, AH=EH.$

$\therefore CH=\frac{1}{2}AC, AH=\frac{\sqrt{3}}{2}AC, AE=\sqrt{3}AC,$

$\therefore \frac{AC}{AE}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$

$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEF}} = \left(\frac{AC}{AE}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}.$

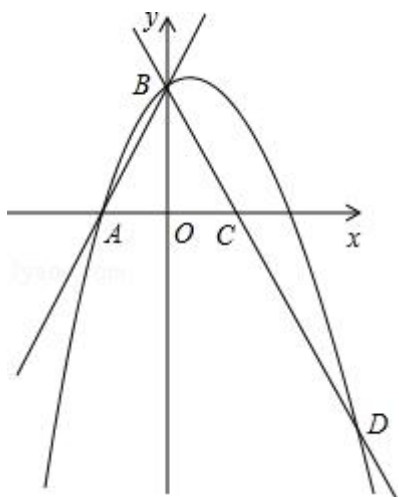
点评： 本题考查了相似形综合题，利用了全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，构造全等三角形是解题关键，题目稍有难度.

25. (12分) (2014年山东东营)如图，直线 $y=2x+2$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，把 $\triangle AOB$ 沿 y 轴翻折，点 A 落到点 C ，过点 B 的抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与直线 BC 交于点 $D(3, -4)$.

(1) 求直线 BD 和抛物线的解析式；

(2) 在第一象限内的抛物线上，是否存在点 M ，作 MN 垂直于 x 轴，垂足为点 N ，使得以 M 、 O 、 N 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 在直线 BD 上方的抛物线上有一动点 P ，过点 P 作 PH 垂直于 x 轴，交直线 BD 于点 H ，当四边形 $BOHP$ 是平行四边形时，试求动点 P 的坐标.



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 由直线 $y=2x+2$ 可以求出 A 、 B 的坐标，由待定系数法就可以求出抛物线的解析式和直线 BD 的解析式；

(2) 如图 1, 2, 由 (1) 的解析式设 $M(a, -a^2+a+2)$ ，当 $\triangle BOC \sim \triangle MON$ 或 $\triangle BOC \sim \triangle ONM$ 时，由相似三角形的性质就可以求出结论；

(3) 设 $P(b, -b^2+b+2)$ ， $H(b, -2b+2)$. 由平行四边形的性质建立方程求出 b 的值就可以求出结论.

解答： 解： (1) $\because y=2x+2$,

$\therefore$ 当 $x=0$ 时， $y=2$,

$\therefore B(0, 2)$.

当 $y=0$ 时， $x=-1$,

$\therefore A(-1, 0)$.

$\because$ 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 过点 $B(0, 2)$ ， $D(3, -4)$,

$$\therefore \begin{cases} 2=c \\ -4=-9+3b+c \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b=1 \\ c=2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x^2 + x + 2;$$

设直线 BD 的解析式为 $y=kx+b$, 由题意, 得

$$\begin{cases} b=2 \\ -4=3k+b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-2 \\ b=2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BD 的解析式为: $y = -2x + 2$;

(2) 存在.

如图 1, 设 M (a , $-a^2+a+2$).

$\because$ MN 垂直于 x 轴,

$$\therefore MN = -a^2 + a + 2, \quad ON = a.$$

$$\because y = -2x + 2,$$

$$\therefore y=0 \text{ 时, } x=1,$$

$$\therefore C(1, 0),$$

$$\therefore OC=1.$$

$$\because B(0, 2),$$

$$\therefore OB=2.$$

当 $\triangle BOC \sim \triangle MON$ 时,

$$\therefore \frac{BO}{MN} = \frac{OC}{ON},$$

$$\therefore \frac{2}{-a^2+a+2} = \frac{1}{a},$$

解得: $a_1=1, a_2=-2$

M (1, 2) 或 (-2, -4);

如图 2, 当 $\triangle BOC \sim \triangle ONM$ 时,

$$\frac{BO}{ON} = \frac{OC}{MN},$$

$$\therefore \frac{2}{a} = \frac{1}{-a^2+a+2},$$

$$\therefore a = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \text{ 或 } \frac{1-\sqrt{33}}{4},$$

$$\therefore M \left(\frac{1+\sqrt{33}}{4}, \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right) \text{ 或 } \left(\frac{1-\sqrt{33}}{4}, \frac{1-\sqrt{33}}{8} \right).$$

$\therefore M$ 在第一象限,

$$\therefore \text{符合条件的点 } M \text{ 的坐标为 } (1, 2), \left(\frac{1+\sqrt{33}}{4}, \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right);$$

(3) 设 $P(b, -b^2+b+2)$, $H(b, -2b+2)$.

如图 3, $\therefore$ 四边形 $BOHP$ 是平行四边形,

$$\therefore BO=PH=2.$$

$$\therefore PH = -b^2+b+2+2b-2 = -b^2+3b.$$

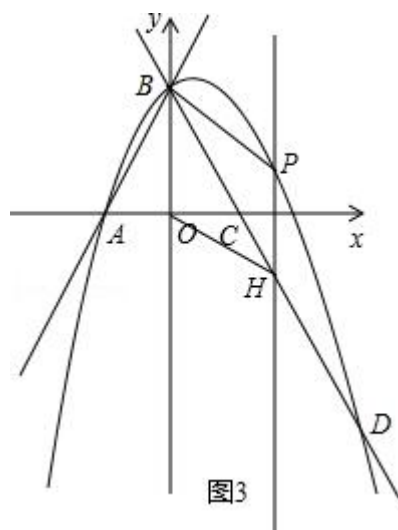
$$\therefore 2 = -b^2+3b$$

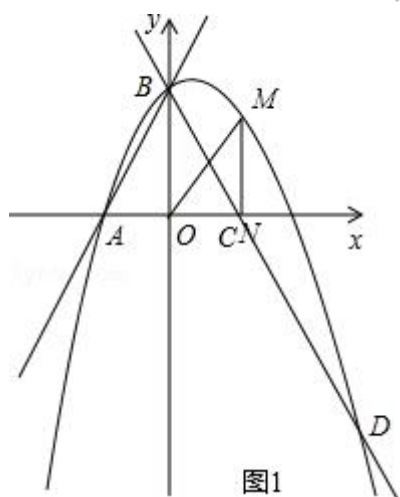
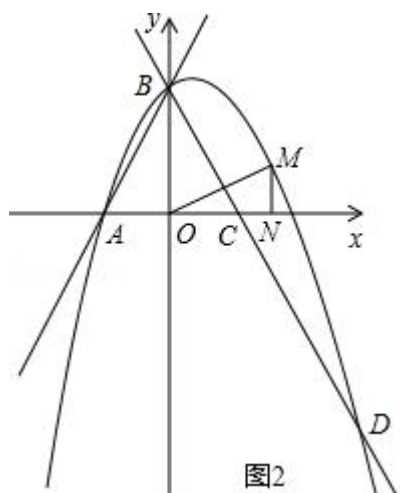
$$\therefore b_1=1, b_2=2.$$

当 $b=1$ 时, $P(1, 2)$,

当 $b=2$ 时, $P(2, 0)$

$\therefore P$ 点的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(2, 0)$.





点评： 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式，一次函数的解析式的运用，相似三角形的性质的运用，平行四边形的性质的运用，一元二次方程的解法的运用，解答时求出函数的解析式是关键.