

2013 年山东省聊城市中考数学试卷

一.选择题(本题共 12 个小题,每小题 3 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

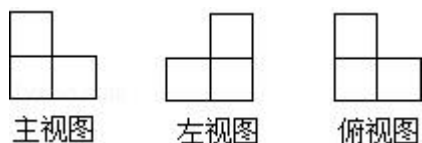
1. (3 分) $(-2)^3$ 的相反数是 ()

- A. -6 B. 8 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

2. (3 分) $PM_{2.5}$ 是指大气中直径小于或等于 $0.0000025m$ 的颗粒物,将 0.0000025 用科学记数法表示为 ()

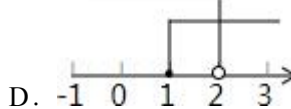
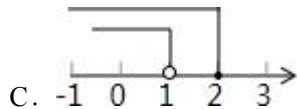
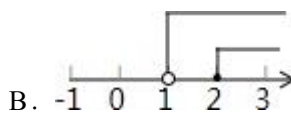
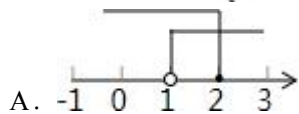
- A. 0.25×10^{-5} B. 0.25×10^{-6} C. 2.5×10^{-5} D. 2.5×10^{-6}

3. (3 分) 如图是由几个相同的小立方块组成的三视图,小立方块的个数是 ()



- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

4. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 3x-1 > 2 \\ 4-2x \geq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



5. (3 分) 下列命题中的真命题是 ()

- A. 三个角相等的四边形是矩形
B. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形
C. 顺次连接矩形四边中点得到的四边形是菱形
D. 正五边形既是轴对称图形又是中心对称图形

6. (3 分) 下列事件:

- ①在足球赛中,弱队战胜强队.
②抛掷 1 枚硬币,硬币落地时正面朝上.
③任取两个正整数,其和大于 1
④长为 $3cm$, $5cm$, $9cm$ 的三条线段能围成一个三角形.

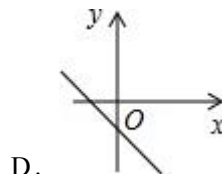
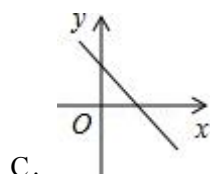
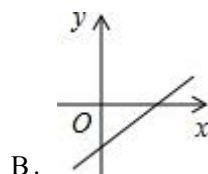
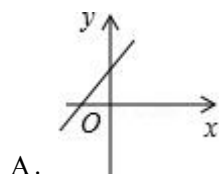
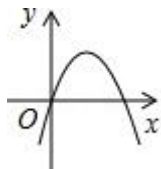
其中确定事件有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

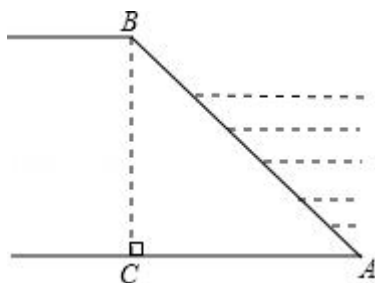
7. (3 分) 把地球看成一个表面光滑的球体, 假设沿地球赤道绕紧一圈钢丝, 然后把钢丝加长, 使钢丝圈沿赤道处处高出球面 16cm , 那么钢丝大约需要加长 ()

- A. 10^2cm B. 10^4cm C. 10^6cm D. 10^8cm

8. (3 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象如图所示, 那么一次函数 $y = ax + b$ 的图象大致是 ()



9. (3 分) 河堤横断面如图所示, 堤高 $BC = 6$ 米, 迎水坡 AB 的坡比为 $1 : \sqrt{3}$, 则 AB 的长为 ()

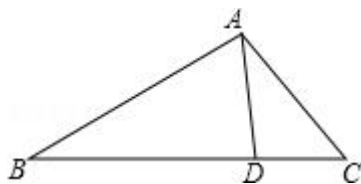


- A. 12 米 B. $4\sqrt{3}$ 米 C. $5\sqrt{3}$ 米 D. $6\sqrt{3}$ 米

10. (3 分) 某校七年级共 320 名学生参加数学测试, 随机抽取 50 名学生的成绩进行统计, 其中 15 名学生成绩达到优秀, 估计该校七年级学生在这次数学测试中达到优秀的人数大约有 ()

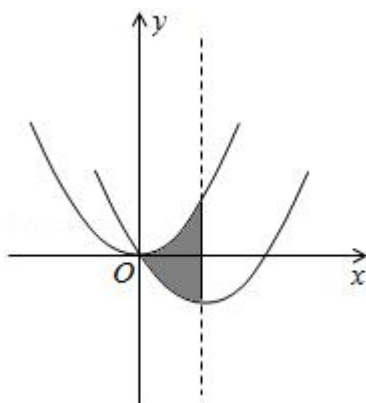
- A. 50 人 B. 64 人 C. 90 人 D. 96 人

11. (3 分) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, 已知 $AB = 4$, $AD = 2$. $\angle DAC = \angle B$, 若 $\triangle ABD$ 的面积为 a , 则 $\triangle ACD$ 的面积为 ()



- A. a B. $\frac{1}{2}a$ C. $\frac{1}{3}a$ D. $\frac{2}{3}a$

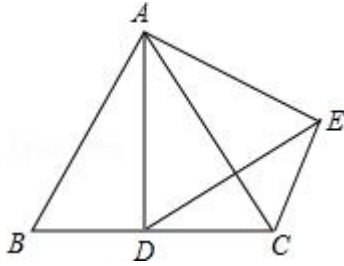
12. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$, 其对称轴与两段抛物线所围成的阴影部分的面积为 ()



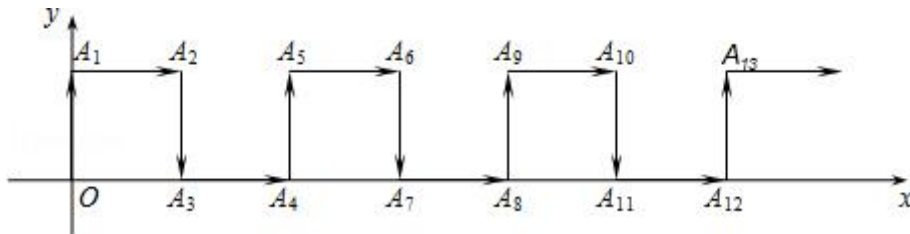
- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

二、填空题 (本题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分, 只要求写出最后结果)

13. (3分) 若 $x_1 = -1$ 是关于 x 的方程 $x^2 + mx - 5 = 0$ 的一个根, 则方程的另一个根 $x_2 =$ _____.
14. (3分) 已知一个扇形的半径为 60cm , 圆心角为 150° , 用它围成一个圆锥的侧面, 那么圆锥的底面半径为 _____ cm .
15. (3分) 某市举办“体彩杯”中学生篮球赛, 初中男子组有市直学校的 A 、 B 、 C 三个队和县区学校的 D 、 E 、 F 、 G 、 H 五个队, 如果从 A 、 B 、 D 、 E 四个队与 C 、 F 、 G 、 H 四个队中抽取一个队进行首场比赛, 那么首场比赛出场的两个队都是县区学校队的概率是 _____.
16. (3分) 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, D 是 BC 的中点, 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 旋转后得到 $\triangle ACE$, 那么线段 DE 的长度为 _____.



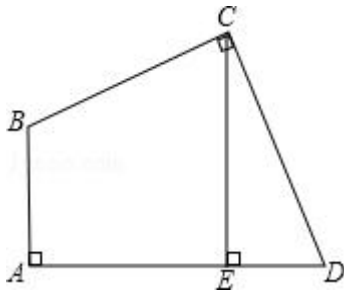
17. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一动点从原点 O 出发, 按向上, 向右, 向下, 向右的方向不断地移动, 每次移动一个单位, 得到点 $A_1(0, 1)$, $A_2(1, 1)$, $A_3(1, 0)$, $A_4(2, 0)$, $\dots$ 那么点 A_{4n+1} (n 为自然数) 的坐标为_____ (用 n 表示).



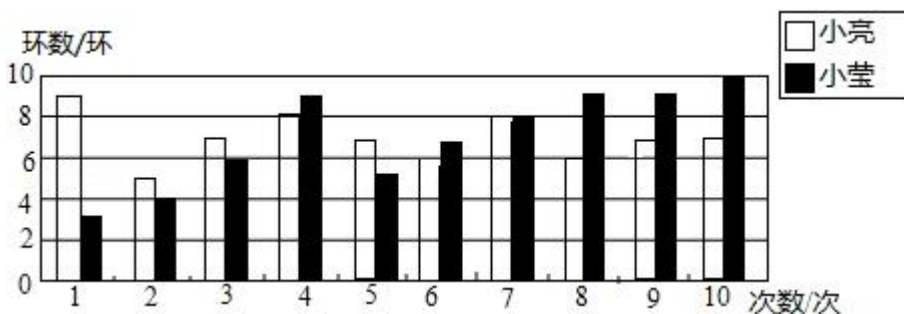
三、解答题 (本题共八个小题, 共 69 分, 解答题应写出文字说明, 证明过程或推演步骤)

18. (7分) 计算: $\left(\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} - \frac{x}{x+2}\right) \div \frac{x-1}{x+2}$.

19. (8分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle BCD = 90^\circ$, $BC = CD$, $CE \perp AD$, 垂足为 E , 求证: $AE = CE$.



20. (8分) 小亮和小莹自制了一个标靶进行投标比赛, 两人各投了 10 次, 如图是他们投标成绩的统计图.



(1) 根据图中信息填写下表

	平均数	中位数	众数
小亮	_____	7	_____
小莹	7	_____	9

(2) 分别用平均数和中位数解释谁的成绩比较好.

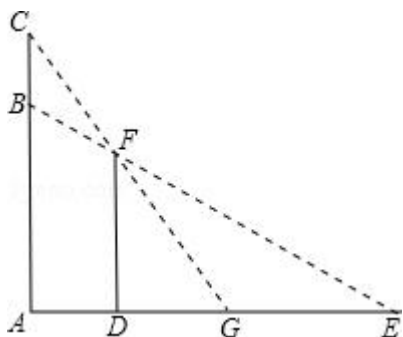
21. (8分) 夏季来临, 天气逐渐炎热起来, 某商店将某种碳酸饮料每瓶的价格上调了 10%, 将某种果汁饮料每瓶的价格下调了 5%, 已知调价前买这两种饮料各一瓶共花费 7 元, 调价后买上述碳酸饮料 3 瓶和果汁饮料 2 瓶共花费 17.5 元, 问这两种饮料在调价前每瓶各多少元?

22. (8分) 如图, 一只猫头鹰蹲在一棵树 AC 的 B (点 B 在 AC 上) 处, 发现一只老鼠躲进短墙 DF 的另一侧, 猫头鹰的视线被短墙遮住, 为了寻找这只老鼠, 它又飞至树顶 C 处, 已知短墙高 $DF = 4$ 米, 短墙底部 D 与树的底部 A 的距离为 2.7 米, 猫头鹰从 C 点观测 F 点的俯角为 53° , 老鼠躲藏处 M (点 M 在 DE 上) 距 D 点 3 米.

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

(1) 猫头鹰飞至 C 处后, 能否看到这只老鼠? 为什么?

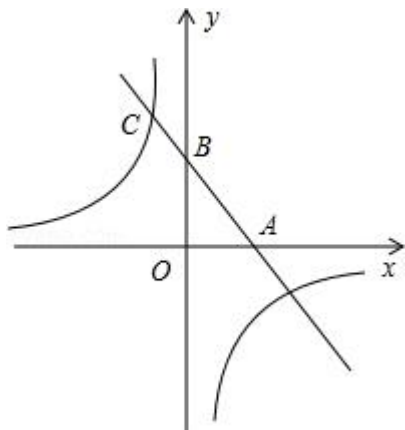
(2) 要捕捉到这只老鼠, 猫头鹰至少要飞多少米 (精确到 0.1 米)?



23. (8分) 如图, 一次函数的图象与 x 轴, y 轴分别相交于 A , B 两点, 且与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象在第二象限交于点 C , 如果点 A 为的坐标为 $(2, 0)$, B 是 AC 的中点.

(1) 求点 C 的坐标;

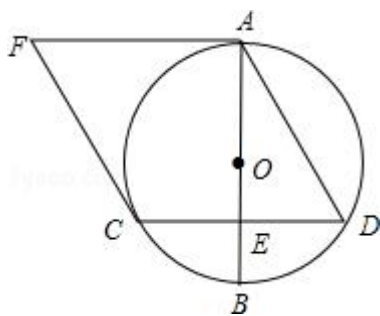
(2) 求一次函数的解析式.



24. (10分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AF 是 $\odot O$ 切线, CD 是垂直于 AB 的弦, 垂足为 E , 过点 C 作 DA 的平行线与 AF 相交于点 F , $CD = 4\sqrt{3}$, $BE = 2$. 求证:

(1) 四边形 $FADC$ 是菱形;

(2) FC 是 $\odot O$ 的切线.



25. (12分) 已知 $\triangle ABC$ 中, 边 BC 的长与 BC 边上的高的和为 20.

(1) 写出 $\triangle ABC$ 的面积 y 与 BC 的长 x 之间的函数关系式, 并求出面积为 48 时 BC 的长;

(2) 当 BC 多长时, $\triangle ABC$ 的面积最大? 最大面积是多少?

(3) 当 $\triangle ABC$ 面积最大时, 是否存在其周长最小的情形? 如果存在, 请说出理由, 并求出其最小周长; 如果不存在, 请给予说明.

2013 年山东省聊城市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一.选择题(本题共 12 个小题,每小题 3 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

1. 【分析】先根据有理数乘方的定义求出 $(-2)^3$, 再根据只有符号不同的两数叫做互为相反数解答.

【解答】解: $\because (-2)^3 = -8$,

$\therefore (-2)^3$ 的相反数是 8.

故选: B.

【点评】此题考查了有理数的乘方, 以及相反数, 弄清题意是解本题的关键.

2. 【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解: $0.000\ 0025 = 2.5 \times 10^{-6}$;

故选: D.

【点评】本题考查了用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. 【分析】根据三视图的知识, 可判断该几何体有两列两行, 底面有 3 个正方形, 第二层有 1 个.

【解答】解: 综合三视图可看出, 底面有 3 个小立方体, 第二层应该有 1 个小立方体, 因此小立方体的个数应该是 $3+1=4$ 个.

故选: B.

【点评】本题考查对三视图的理解应用及空间想象能力. 可从主视图上分清物体的上下和左右的层数, 从俯视图上分清物体的左右和前后位置, 综合上述分析数出小立方块的个数.

4. 【分析】求出每个不等式的解集, 找出不等式组的解集, 再在数轴上把不等式组的解集表示出来, 即可得出选项.

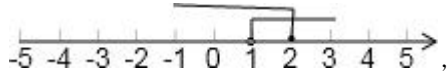
【解答】解:
$$\begin{cases} 3x-1 > 2 & \text{①} \\ 4-2x \geq 0 & \text{②} \end{cases}$$

$\therefore$ 解不等式①得: $x > 1$,

解不等式②得： $x \leq 2$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为： $1 < x \leq 2$ ，

在数轴上表示不等式组的解集为：



故选：A.

【点评】 本题考查了在数轴上表示不等式组的解集，解一元一次不等式（组）的应用，关键是能正确在数轴上表示不等式组的解集.

5. **【分析】** 根据矩形、菱形、正方形的判定以及正五边形的性质得出答案即可.

【解答】 解：A、根据四个角相等的四边形是矩形，故此命题是假命题，故此选项错误；
B、根据对角线互相垂直、互相平分且相等的四边形是正方形，故此命题是假命题，故此选项错误；
C、顺次连接矩形四边中点得到的四边形是菱形，故此命题是真命题，故此选项正确；
D、正五边形是轴对称图形不是中心对称图形，故此命题是假命题，故此选项错误.
故选：C.

【点评】 此题主要考查了矩形、菱形、正方形的判定以及正五边形的性质等知识，熟练掌握相关定理是解题关键.

6. **【分析】** 根据随机事件的定义对各选项进行逐一分析即可.

【解答】 解：①在足球赛中，弱队战胜强队是随机事件，不是确定事件，故①错误；
②抛掷 1 枚硬币，硬币落地时正面朝上是随机事件，不是确定事件，故②错误；
③任取两个正整数，其和大于 1 是必然事件，是确定事件，故③正确；
④长为 3cm，5cm，9cm 的三条线段能围成一个三角形是不可能事件，是确定事件，故④正确.
综上可得只有③④正确，共 2 个.

故选：B.

【点评】 本题考查的是随机事件，即在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件，称为随机事件.

7. **【分析】** 根据圆的周长公式分别求出半径变化前后的钢丝长度，进而得出答案.

【解答】 解：设地球半径为： rcm ，

则地球的周长为： $2\pi rcm$ ，

假设沿地球赤道绕紧一圈钢丝，然后把钢丝加长，使钢丝圈沿赤道处处高出球面 16cm ，故此时钢丝围成的圆形的周长变为： $2\pi(r+16)\text{cm}$ ，

$$\therefore \text{钢丝大约需要加长：} 2\pi(r+16) - 2\pi r \approx 100(\text{cm}) = 10^2(\text{cm}).$$

故选： A 。

【点评】此题主要考查了圆的周长公式应用以及科学记数法等知识，根据已知得出图形变化前后的周长是解题关键。

8. **【分析】**根据二次函数图象的开口方向向下确定出 $a < 0$ ，再根据对称轴确定出 $b > 0$ ，然后根据一次函数图象解答即可。

【解答】解： $\because$ 二次函数图象开口方向向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$\therefore$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过第二四象限，且与 y 轴的正半轴相交，

C 选项图象符合。

故选： C 。

【点评】本题考查了二次函数的图象，一次函数的图象，根据图形确定出 a 、 b 的正负情况是解题的关键。

9. **【分析】**根据迎水坡 AB 的坡比为 $1:\sqrt{3}$ ，可得 $\frac{BC}{AC} = 1:\sqrt{3}$ ，即可求得 AC 的长度，然后根据勾股定理求得 AB 的长度。

【解答】解： $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC = 6$ 米， $\frac{BC}{AC} = 1:\sqrt{3}$ ，

$$\therefore AC = BC \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{3})^2} = 12.$$

故选： A 。

【点评】此题主要考查解直角三角形的应用，构造直角三角形解直角三角形并且熟练运用勾股定理是解答本题的关键。

10. **【分析】**随机抽取的 50 名学生的成绩是一个样本，可以用这个样本的优秀率去估计总体的优秀率，从而求得该校七年级学生在这次数学测试中达到优秀的人数。

【解答】解：随机抽取了 50 名学生的成绩进行统计，共有 15 名学生成绩达到优秀，

∴ 样本优秀率为： $15 \div 50 = 30\%$ ，

又 ∵ 某校七年级共 320 名学生参加数学测试，

∴ 该校七年级学生在这次数学测试中达到优秀的人数为： $320 \times 30\% = 96$ 人。

故选：D。

【点评】 本题考查了用样本估计总体，这是统计的基本思想。一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确。

11. **【分析】** 首先证明 $\triangle ACD \sim \triangle BCA$ ，由相似三角形的性质可得： $\triangle ACD$ 的面积： $\triangle ABC$ 的面积为 1：4，因为 $\triangle ABD$ 的面积为 a ，进而求出 $\triangle ACD$ 的面积。

【解答】 解： ∵ $\angle DAC = \angle B$ ， $\angle C = \angle C$ ，

∴ $\triangle ACD \sim \triangle BCA$ ，

∵ $AB = 4$ ， $AD = 2$ ，

∴ $\triangle ACD$ 的面积： $\triangle ABC$ 的面积为 1：4，

∴ $\triangle ACD$ 的面积： $\triangle ABD$ 的面积 = 1：3，

∵ $\triangle ABD$ 的面积为 a ，

∴ $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{1}{3}a$ ，

故选：C。

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质：相似三角形的面积比等于相似比的平方，是中考常见题型。

12. **【分析】** 根据抛物线解析式计算出 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ 的顶点坐标，过点 C 作 $CA \perp y$ 轴于点 A，

根据抛物线的对称性可知阴影部分的面积等于矩形 ACBO 的面积，然后求解即可。

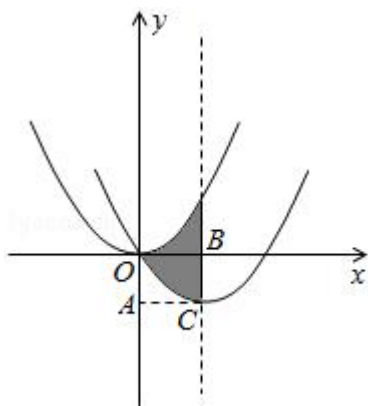
【解答】 解：过点 C 作 $CA \perp y$ ，

∵ 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x = \frac{1}{2}(x^2 - 4x) = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 2 = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 2$ ，

∴ 顶点坐标为 C (2, -2)，

对称轴与两段抛物线所围成的阴影部分的面积为： $2 \times 2 = 4$ ，

故选：B。



【点评】本题考查了二次函数的问题，根据二次函数的性质求出平移后的抛物线的对称轴的解析式，并对阴影部分的面积进行转换是解题的关键.

二、填空题（本题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分，只要求写出最后结果）

13. 【分析】设方程的另一根为 x_2 ，由一个根为 $x_1 = -1$ ，利用根与系数的关系求出两根之积，列出关于 x_2 的方程，求出方程的解得到 x_2 的值，即为方程的另一根.

【解答】解：∵关于 x 的方程 $x^2 + mx - 5 = 0$ 的一个根为 $x_1 = -1$ ，设另一个为 x_2 ，

$$\therefore -x_2 = -5,$$

解得： $x_2 = 5$ ，

则方程的另一根是 $x_2 = 5$.

故答案为：5.

【点评】此题考查了一元二次方程根与系数的关系，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)，

当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时方程有解，此时设方程的解为 x_1, x_2 ，则有 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

14. 【分析】首先利用扇形的弧长公式求得扇形的弧长，然后利用圆的周长公式即可求解.

【解答】解：扇形的弧长是： $\frac{150\pi \times 60}{180} = 50\pi \text{ cm}$ ，

设底面半径是 $r \text{ cm}$ ，则 $2\pi r = 50\pi$ ，

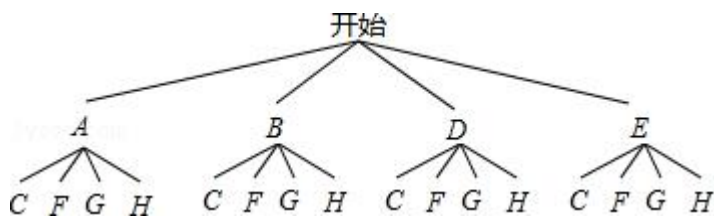
解得： $r = 25$.

故答案是：25.

【点评】考查了圆锥的计算，正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键，理解圆锥的母线长是扇形的半径，圆锥的底面圆周长是扇形的弧长.

15. 【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与首场比赛出场的两个队都是县区学校队的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解：画树状图得：



∴共有 16 种等可能的结果，首场比赛出场的两个队都是县区学校队的有 6 种情况，

∴首场比赛出场的两个队都是县区学校队的概率是： $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

故答案为： $\frac{3}{8}$.

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．注意概率 = 所求情况数与总情况数之比．

16. **【分析】** 首先，利用等边三角形的性质求得 $AD = 3\sqrt{3}$ ；然后根据旋转的性质、等边三角形的性质推知 $\triangle ADE$ 为等边三角形，则 $DE = AD$.

【解答】 解：如图，∵在等边 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 6$ ， D 是 BC 的中点，

∴ $AD \perp BD$ ， $\angle BAD = \angle CAD = 30^\circ$ ，

∴ $AD = AB \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

根据旋转的性质知， $\angle EAC = \angle DAB = 30^\circ$ ， $AD = AE$ ，

∴ $\angle DAE = \angle EAC + \angle CAD = 60^\circ$ ，

∴ $\triangle ADE$ 的等边三角形，

∴ $DE = AD = 3\sqrt{3}$ ，

即线段 DE 的长度为 $3\sqrt{3}$.

故答案为： $3\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查了旋转的性质、等边三角形的性质．旋转的性质：旋转前后的两个图形全等，对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角，对应点到旋转中心的距离相等．

17. **【分析】** 根据图形分别求出 $n = 1, 2, 3$ 时对应的点 A_{4n+1} 的坐标，然后根据变化规律写出即可．

【解答】 解：由图可知， $n = 1$ 时， $4 \times 1 + 1 = 5$ ，点 $A_5 (2, 1)$ ，

$n = 2$ 时， $4 \times 2 + 1 = 9$ ，点 $A_9 (4, 1)$ ，

$n = 3$ 时， $4 \times 3 + 1 = 13$ ，点 $A_{13} (6, 1)$ ，

所以，点 $A_{4n+1} (2n, 1)$.

故答案为: $(2n, 1)$.

【点评】 本题考查了点的坐标的变化规律, 仔细观察图形, 分别求出 $n = 1, 2, 3$ 时对应的点 A_{4n+1} 的对应的坐标是解题的关键.

三、解答题 (本题共八个小题, 共 69 分, 解答题应写出文字说明, 证明过程或推演步骤)

18. **【分析】** 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除以一个数等于乘以这个数的倒数将除法运算化为乘法运算, 约分即可得到结果.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{x-1} \\ &= \frac{-2}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x-1} \\ &= -\frac{2}{x-1}. \end{aligned}$$

【点评】 此题考查了分式的混合运算, 分式的加减运算关键是通分, 通分的关键是找最简公分母; 分式的乘除运算关键是约分, 约分的关键是找公因式.

19. **【分析】** 过点 B 作 $BF \perp CE$ 于 F , 根据同角的余角相等求出 $\angle BCF = \angle D$, 再利用“角角边”证明 $\triangle BCF$ 和 $\triangle CDE$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $BF = CE$, 再证明四边形 $AEFB$ 是矩形, 根据矩形的对边相等可得 $AE = BF$, 从而得证,

【解答】 证明: 如图, 过点 B 作 $BF \perp CE$ 于 F ,

$$\because CE \perp AD,$$

$$\therefore \angle D + \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF + \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle D,$$

$$\text{在 } \triangle BCF \text{ 和 } \triangle CDE \text{ 中, } \begin{cases} \angle BCF = \angle D \\ \angle CED = \angle BFC = 90^\circ \\ BC = CD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BCF \cong \triangle CDE (AAS),$$

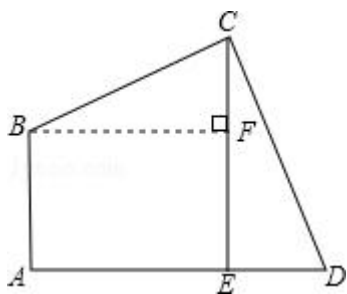
$$\therefore BF = CE,$$

$$\text{又 } \because \angle A = 90^\circ, CE \perp AD, BF \perp CE,$$

$$\therefore \text{四边形 } AEFB \text{ 是矩形,}$$

$$\therefore AE = BF,$$

$$\therefore AE = CE.$$



【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质，矩形的判定与性质，难度中等，作辅助线构造出全等三角形与矩形是解题的关键．

20. 【分析】（1）根据条形统计图找出小亮与小莹 10 次投中的环数，求出平均数，中位数，以及众数即可；

（2）根据两人的平均数相同，可得出谁的中位数高，谁的成绩好．

【解答】解：（1）根据题意得：小亮的环数为：9，5，7，8，7，6，8，6，7，7，

平均数为 $\frac{1}{10} (9+5+7+8+7+6+8+6+7+7) = 7$ （环），中位数为 7，众数为 7；

小莹的环数为：3，4，6，9，5，7，8，9，9，10，

平均数为 $\frac{1}{10} (3+4+6+9+5+7+8+9+9+10) = 7$ （环），中位数为 7.5，众数为 9，

填表如下：

	平均数	中位数	众数
小亮	7	7	7
小莹	7	7.5	9

（2）平均数相等说明：两人整体水平相当，成绩一样好；小莹的中位数大说明：小莹的成绩比小亮好．

【点评】 此题考查了条形统计图，以及表格，弄清题意是解本题的关键．

21. 【分析】 先设这两种饮料在调价前每瓶各 x 元、 y 元，根据调价前买这两种饮料各一瓶共花费 7 元，调价后买上述碳酸饮料 3 瓶和果汁饮料 2 瓶共花费 17.5 元，列出方程组，求出解即可．

【解答】解：设这两种饮料在调价前每瓶各 x 元、 y 元，根据题意得：

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 3(1+10\%)x+2(1-5\%)y=17.5 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$$

答：调价前这种碳酸饮料每瓶的价格为 3 元，这种果汁饮料每瓶的价格为 4 元．

【点评】此题考查了二元一次方程组的应用，解题的关键是读懂题意，找出之间的等量关系，列出方程再求解，利用二元一次方程组求解的应用题一般情况下题中要给出 2 个等量关系，准确的找到等量关系并用方程组表示出来是解题的关键.

22. 【分析】(1) 根据猫头鹰从 C 点观测 F 点的俯角为 53° ，可知 $\angle DFG = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ ，在 $\triangle DFG$ 中，已知 DF 的长度，求出 DG 的长度，若 $DG > 3$ ，则看不见老鼠，若 $DG < 3$ ，则可以看见老鼠；

(2) 根据 (1) 求出的 DG 长度，求出 AG 的长度，然后在 $\text{Rt}\triangle CAG$ 中，根据 $\frac{AG}{CG} = \sin \angle ACG = \sin 37^\circ$ ，即可求出 CG 的长度.

【解答】解：(1) 能看到；

由题意得， $\angle DFG = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ ，

$$\text{则 } \frac{DG}{DF} = \tan \angle DFG,$$

$$\because DF = 4 \text{ 米},$$

$$\therefore DG = 4 \times \tan 37^\circ \approx 4 \times 0.75 = 3 \text{ (米)},$$

故能看到这只老鼠；

$$(2) \text{ 由 (1) 得, } AG = AD + DG = 2.7 + 3 = 5.7 \text{ (米)},$$

$$\text{又 } \frac{AG}{CG} = \sin \angle ACG = \sin 37^\circ,$$

$$\text{则 } CG = \frac{AG}{\sin 37^\circ} \approx \frac{5.7}{0.60} = 9.5 \text{ (米)}.$$

答：要捕捉到这只老鼠，猫头鹰至少要飞约 9.5 米.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是构造直角三角形并解直角三角形，利用三角函数求解相关线段，难度一般.

23. 【分析】(1) 先根据点 A 的坐标为 $(2, 0)$ ， B 是 AC 的中点， B 在 y 轴上，得出点 C 的横坐标为 -2 ，再将 $x = -2$ 代入 $y = \frac{8}{x}$ ，求出 $y = 4$ ，即可得到点 C 的坐标；

(2) 设一次函数的解析式 $y = kx + b$ ，将点 A 、点 C 的坐标代入，运用待定系数法即可求出一函数的解析式.

【解答】解： $\because$ 点 A 的坐标为 $(2, 0)$ ， B 是 AC 的中点， B 在 y 轴上，

$\therefore$ 点 A 与点 C 的横坐标互为相反数，即点 C 的横坐标为 -2 ，

$\because$ 点 C 在反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象上,

$$\therefore y = -\frac{8}{-2} = 4,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-2, 4)$;

(2) 设一次函数的解析式 $y = kx + b$.

$\because$ 点 $A(2, 0)$, 点 $C(-2, 4)$ 在直线 $y = kx + b$ 上,

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ -2k + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

$\therefore$ 一次函数的解析式 $y = -x + 2$.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 运用待定系数法确定函数的解析式, 这是常用的一种解题方法. 同学们要熟练掌握这种方法.

24. **【分析】** (1) 首先连接 OC , 由垂径定理, 可求得 CE 的长, 又由勾股定理, 可求得半径 OC 的长, 然后由勾股定理求得 AD 的长, 即可得 $AD = CD$, 易证得四边形 $FADC$ 是平行四边形, 继而证得四边形 $FADC$ 是菱形;

(2) 首先连接 OF , 易证得 $\triangle AFO \cong \triangle CFO$, 继而可证得 FC 是 $\odot O$ 的切线.

【解答】 证明: (1) 连接 OC ,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$,

$$\therefore CE = DE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3},$$

设 $OC = x$,

$$\because BE = 2,$$

$$\therefore OE = x - 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中, $OC^2 = OE^2 + CE^2$,

$$\therefore x^2 = (x - 2)^2 + (2\sqrt{3})^2,$$

解得: $x = 4$,

$$\therefore OA = OC = 4, OE = 2,$$

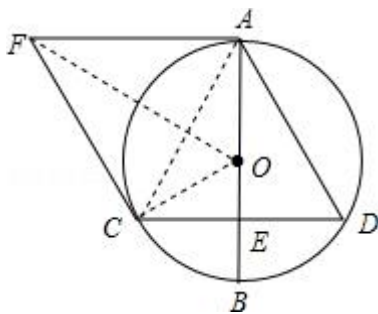
$$\therefore AE = 6,$$

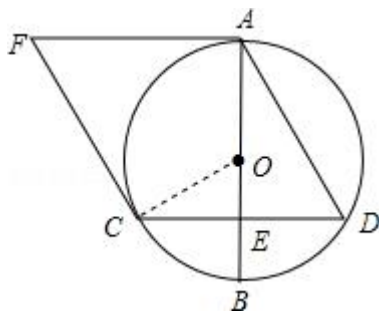
在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = 4\sqrt{3}$,

$$\therefore AD = CD,$$

$\because AF$ 是 $\odot O$ 切线,
 $\therefore AF \perp AB$,
 $\because CD \perp AB$,
 $\therefore AF \parallel CD$,
 $\because CF \parallel AD$,
 $\therefore$ 四边形 $FADC$ 是平行四边形,
 $\because AD = CD$,
 $\therefore$ 平行四边形 $FADC$ 是菱形;

(2) 连接 OF , AC ,
 $\because$ 四边形 $FADC$ 是菱形,
 $\therefore FA = FC$,
 $\therefore \angle FAC = \angle FCA$,
 $\because AO = CO$,
 $\therefore \angle OAC = \angle OCA$,
 $\therefore \angle FAC + \angle OAC = \angle FCA + \angle OCA$,
 即 $\angle OCF = \angle OAF = 90^\circ$,
 即 $OC \perp FC$,
 $\because$ 点 C 在 $\odot O$ 上,
 $\therefore FC$ 是 $\odot O$ 的切线.





【点评】此题考查了切线的判定与性质、菱形的判定与性质、垂径定理、勾股定理以及全等三角形的判定与性质．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用．

25. 【分析】（1）先表示出 BC 边上的高，再根据三角形的面积公式就可以表示出表示 y 与 x 之间的函数关系式，当 $y = 48$ 时代入解析式就可以求出其值；

（2）将（1）的解析式转化为顶点式就可以求出最大值．

（3）由（2）可知 $\triangle ABC$ 的面积最大时， $BC = 10$ ， BC 边上的高也为 10 过点 A 作直线 L 平行于 BC ，作点 B 关于直线 L 的对称点 B' ，连接 $B'C$ 交直线 L 于点 A' ，再连接 $A'B$ ， AB' ，根据轴对称的性质及三角形的周长公式就可以求出周长的最小值．

【解答】解：（1）由题意，得

$$y = \frac{x(20-x)}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 10x,$$

$$\text{当 } y = 48 \text{ 时, } -\frac{1}{2}x^2 + 10x = 48,$$

$$\text{解得: } x_1 = 12, x_2 = 8,$$

$\therefore$ 面积为 48 时， BC 的长为 12 或 8；

$$(2) \because y = -\frac{1}{2}x^2 + 10x,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50,$$

$\therefore$ 当 $x = 10$ 时， $y_{\text{最大}} = 50$ ；

（3） $\triangle ABC$ 面积最大时， $\triangle ABC$ 的周长存在最小的情形．理由如下：

由（2）可知 $\triangle ABC$ 的面积最大时， $BC = 10$ ， BC 边上的高也为 10

过点 A 作直线 L 平行于 BC ，作点 B 关于直线 L 的对称点 B' ，

连接 $B'C$ 交直线 L 于点 A' ，再连接 $A'B$ ， AB'

则由对称性得： $A'B' = A'B$ ， $AB' = AB$ ，

$$\therefore A'B + A'C = A'B' + A'C = B'C,$$

当点 A 不在线段 $B'C$ 上时，则由三角形三边关系可得：

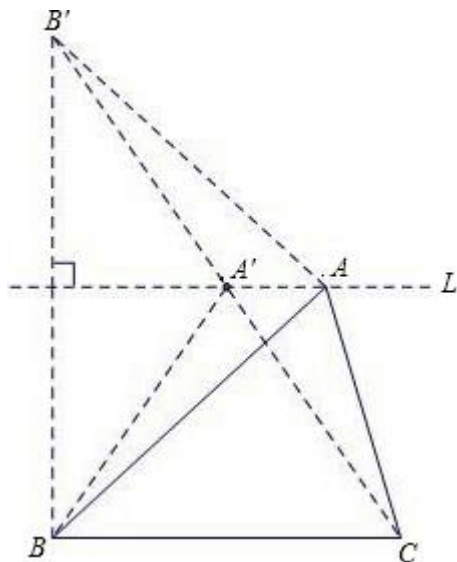
$$\triangle ABC \text{ 的周长} = AB + AC + BC = AB' + AC + BC > B'C + BC,$$

当点 A 在线段 $B'C$ 上时，即点 A 与 A' 重合，这时 $\triangle ABC$ 的周长 $= AB + AC + BC = A'B' + A'C + BC = B'C + BC$ ，

因此当点 A 与 A' 重合时， $\triangle ABC$ 的周长最小；

这时由作法可知： $BB' = 20$ ， $\therefore B'C = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5}$ ， $\therefore \triangle ABC$ 的周长 $= 10\sqrt{5} + 10$ ，

因此当 $\triangle ABC$ 面积最大时，存在其周长最小的情形，最小周长为 $10\sqrt{5} + 10$ 。



【点评】 本题是一道二次函数的综合试题，考查了二次函数的解析式的运用，一元二次方程的解法和顶点式的运用，轴对称的性质的运用，在解答第三问时灵活运用轴对称的性质是关键。