

山东省烟台市 2013 年中考数学试卷

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. -6 的倒数是（ ）

- A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. 6 D. -6

2. 以下是回收、绿色包装、节水、低碳四个标志，其中是中心对称图形的是（ ）



3. “厉行勤俭节约，反对铺张浪费”势在必行，最新统计数据显示，中国每年浪费食物总量折合粮食大约是 210000000 人一年的口粮。将 210000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 2.1×10^9 B. 0.21×10^9 C. 2.1×10^8 D. 21×10^7

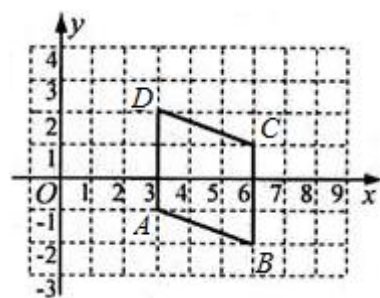
4. 下列水平放置的几何体中，俯视图不是圆的是（ ）



5. 下列各运算中，正确的是（ ）

- A. $3a+2a=5a^2$ B. $(-3a^3)^2=9a^6$ C. $a^4 \div a^2=a^3$ D. $(a+2)^2=a^2+4$

6. (3 分) (2012•青岛) 如图，将四边形 ABCD 先向左平移 3 个单位，再向上平移 2 个单位，那么点 A 的对应点 A' 的坐标是（ ）



- A. (6, 1) B. (0, 1) C. (0, -3) D. (6, -3)

7. 一个多边形截去一个角后，形成另一个多边形的内角和为 720° ，那么原多边形的边数为（ ）

- A. 5 B. 5 或 6 C. 5 或 7 D. 5 或 6 或 7

8. 将正方形图 1 作如下操作：第 1 次：分别连接各边中点如图 2，得到 5 个正方形；第 2 次：将图 2 左上角正方形按上述方法再分割如图 3，得到 9 个正方形...，以此类推，根据以上操作，若要得到 2013 个正方形，则需要操作的次数是（ ）



图 1

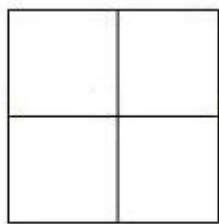


图 2

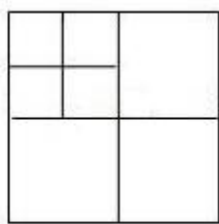


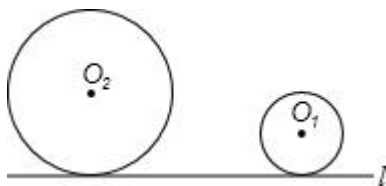
图 3

- A. 502 B. 503 C. 504 D. 505

9. 已知实数 a , b 分别满足 $a^2 - 6a + 4 = 0$, $b^2 - 6b + 4 = 0$, 且 $a \neq b$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的值是（ ）

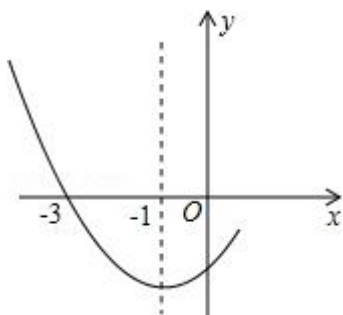
- A. 7 B. -7 C. 11 D. -11

10. 如图，已知 $\odot O_1$ 的半径为 1cm, $\odot O_2$ 的半径为 2cm, 将 $\odot O_1$, $\odot O_2$ 放置在直线 l 上，如果 $\odot O_1$ 在直线 l 上任意滚动，那么圆心距 O_1O_2 的长不可能是（ ）



- A. 6cm B. 3cm C. 2cm D. 0.5cm

11. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象的一部分，其对称轴为 $x = -1$ ，且过点 $(-3, 0)$ 。下列说法：① $abc < 0$ ；② $2a - b = 0$ ；③ $4a + 2b + c < 0$ ；④若 $(-5, y_1)$, $(, y_2)$ 是抛物线上两点，则 $y_1 > y_2$ 。其中说法正确的是（ ）



- A. ①② B. ②③ C. ①②④ D. ②③④

12. 如图 1, E 为矩形 ABCD 边 AD 上一点, 点 P 从点 B 沿折线 BE - ED - DC 运动到点 C 时停止, 点 Q 从点 B 沿 BC 运动到点 C 时停止, 它们运动的速度都是 1cm/s. 若 P, Q 同时开始运动, 设运动时间为 t (s), $\triangle BPQ$ 的面积为 y (cm^2). 已知 y 与 t 的函数图象如图 2, 则下列结论错误的是（ ）

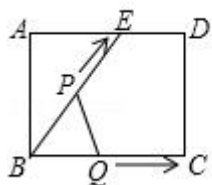


图1

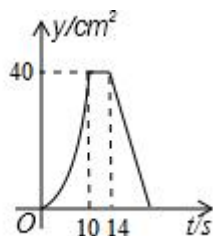


图2

A. $AE=6\text{cm}$

B. $\sin \angle EBC=$

C. 当 $0 < t \leq 10$ 时, $y=t^2$

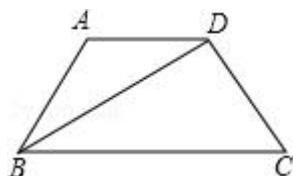
D. 当 $t=12\text{s}$ 时, $\triangle PBQ$ 是等腰三角形

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

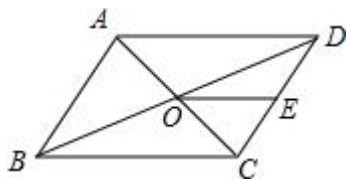
13. 分解因式: $a^2b - 4b^3 =$ _____.

14. 不等式 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 4-2x < 0 \end{cases}$ 的最小整数解是_____.

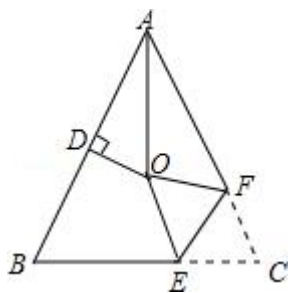
15. 如图, 四边形 ABCD 是等腰梯形, $\angle ABC=60^\circ$, 若其四边满足长度的众数为 5, 平均数为 $\frac{25}{4}$, 上、下底之比为 1:2, 则 $BD=$ _____.



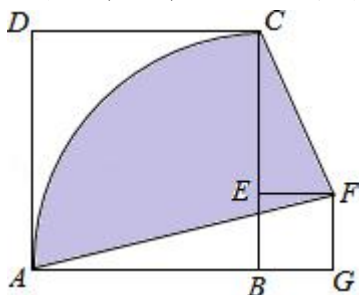
16. 如图, $\square ABCD$ 的周长为 36, 对角线 AC, BD 相交于点 O. 点 E 是 CD 的中点, $BD=12$, 则 $\triangle DOE$ 的周长为_____.



17. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=54^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线与 AB 的垂直平分线交于点 O, 将 $\angle C$ 沿 EF (E 在 BC 上, F 在 AC 上) 折叠, 点 C 与点 O 恰好重合, 则 $\angle OEC$ 为_____度.



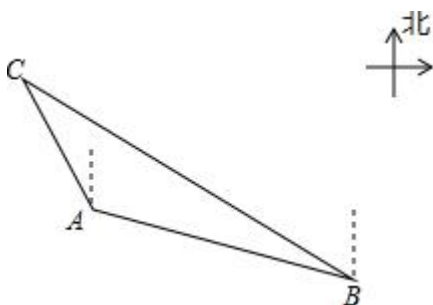
18. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 在 BC 上，四边形 $EFGB$ 也是正方形，以 B 为圆心， BA 长为半径画 $\widehat{AC}$ ，连结 AF ， CF ，则图中阴影部分面积为_____.



三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 46 分）

19. (6 分) 先化简，再求值： $\left(\frac{x^2}{x-1} - x+1\right) \div \frac{4x^2-4x+1}{1-x}$ ，其中 x 满足 $x^2+x-2=0$.

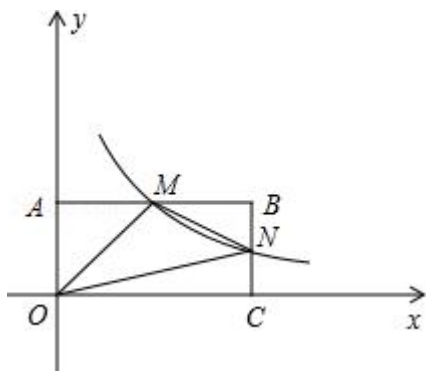
20. (6 分) 如图，一艘海上巡逻船在 A 地巡航，这时接到 B 地海上指挥中心紧急通知：在指挥中心北偏西 60° 方向的 C 地，有一艘渔船遇险，要求马上去救援。此时 C 地位于北偏西 30° 方向上， A 地位于 B 地北偏西 75° 方向上， A 、 B 两地之间的距离为 12 海里。求 A 、 C 两地之间的距离（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{6} \approx 2.45$ ，结果精确到 0.1）



21. (7 分) 如图，在直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的顶点 O 与坐标原点重合， A 、 C 分别在坐标轴上，点 B 的坐标为 $(4, 2)$ ，直线 $y = -x+3$ 交 AB ， BC 分别于点 M ， N ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M ， N .

(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 若点 P 在 y 轴上，且 $\triangle OPM$ 的面积与四边形 $BMON$ 的面积相等，求点 P 的坐标.



22. (9分) 今年以来,我国持续大面积的雾霾天气让环保和健康问题成为焦点.为了调查学生对雾霾天气知识的了解程度,某校在学生中做了一次抽样调查,调查结果共分为四个等级: A. 非常了解; B. 比较了解; C. 基本了解; D. 不了解. 根据调查统计结果,绘制了不完整的三种统计图表.

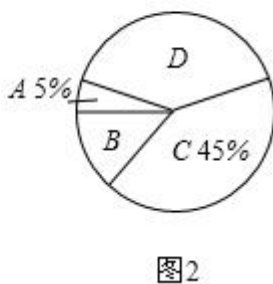
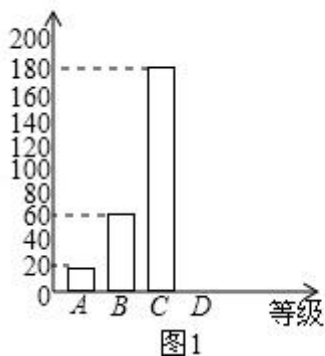
对雾霾了解程度的统计表:

对雾霾的了解程度	百分比
A. 非常了解	5%
B. 比较了解	m
C. 基本了解	45%
D. 不了解	n

请结合统计图表,回答下列问题.

- (1) 本次参与调查的学生共有 400 人, $m = \underline{15\%}$, $n = \underline{35\%}$;
- (2) 图2所示的扇形统计图中D部分扇形所对应的圆心角是 126 度;
- (3) 请补全图1所示的条形统计图;
- (4) 根据调查结果,学校准备开展关于雾霾知识竞赛,某班要从“非常了解”态度的小明和小刚中选一人参加,现设计了如下游戏来确定,具体规则是:把四个完全相同的乒乓球标上数字1, 2, 3, 4, 然后放到一个不透明的袋中,一个人先从袋中随机摸出一个球,另一人再从剩下的三个球中随机摸出一个球. 若摸出的两个球上的数字和为奇数,则小明去; 否则小刚去. 请用树状图或列表法说明这个游戏规则是否公平.

对雾霾天气了解程度的条形统计图 对雾霾天气了解程度的扇形统计图



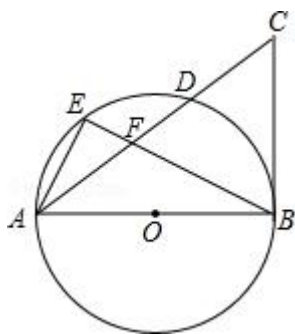
23. (8分) 烟台享有“苹果之乡”的美誉. 甲、乙两超市分别用3000元以相同的进价购进质量相同的苹果. 甲超市销售方案是: 将苹果按大小分类包装销售, 其中大苹果400千克, 以进价的2倍价格销售, 剩下的小苹果以高于进价10%销售. 乙超市的销售方案是: 不将苹果按大小分类, 直接包装销售, 价格按甲超市大、小两种苹果售价的平均数定价. 若两超市将苹果全部售完, 其中甲超市获利2100元 (其它成本不计). 问:

- (1) 苹果进价为每千克多少元?
- (2) 乙超市获利多少元? 并比较哪种销售方式更合算.

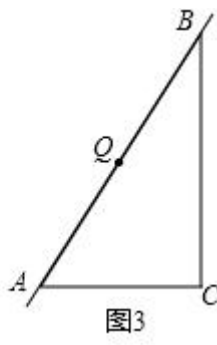
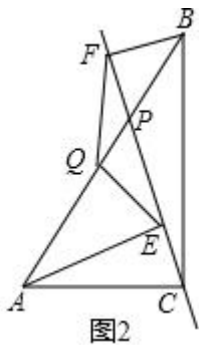
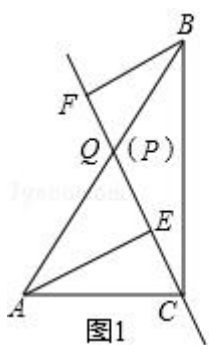
24. (2013•烟台) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 是 $\odot O$ 的切线, 连接 AC 交 $\odot O$ 于点 D, E 为 $\widehat{AD}$ 上一点, 连结 AE, BE, BE 交 AC 于点 F, 且 $AE^2 = EF \cdot EB$.

(1) 求证: $CB = CF$;

(2) 若点 E 到弦 AD 的距离为 1, $\cos \angle C = \frac{4}{5}$, 求 $\odot O$ 的半径.



25. (10 分) 已知, 点 P 是直角三角形 ABC 斜边 AB 上一动点 (不与 A, B 重合), 分别过 A, B 向直线 CP 作垂线, 垂足分别为 E, F, Q 为斜边 AB 的中点.



(1) 如图 1, 当点 P 与点 Q 重合时, AE 与 BF 的位置关系是_____, QE 与 QF 的数量关系式_____;

(2) 如图 2, 当点 P 在线段 AB 上不与点 Q 重合时, 试判断 QE 与 QF 的数量关系, 并给予证明;

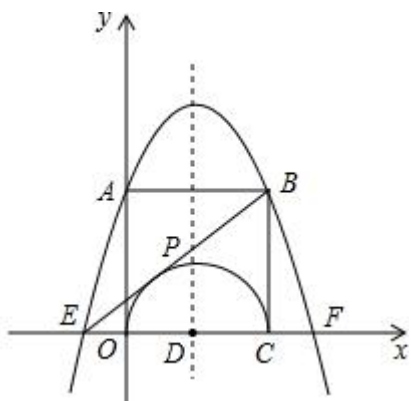
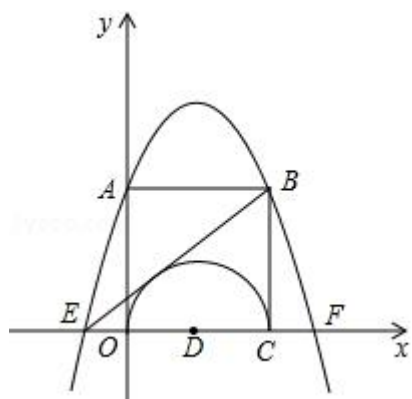
(3) 如图 3, 当点 P 在线段 BA (或 AB) 的延长线上时, 此时 (2) 中的结论是否成立? 请画出图形并给予证明.

26. (2013•烟台) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 OABC 是边长为 2 的正方形, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 A, B, 与 x 轴分别交于点 E, F, 且点 E 的坐标为 $(-1, 0)$, 以 OC 为直径作半圆, 圆心为 D.

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 求证: 直线 BE 是 $\odot D$ 的切线;

(3) 若直线 BE 与抛物线的对称轴交点为 P, M 是线段 CB 上的一个动点 (点 M 与点 B, C 不重合), 过点 M 作 $MN \parallel BE$ 交 x 轴与点 N, 连结 PM, PN, 设 CM 的长为 t, $\triangle PMN$ 的面积为 S, 求 S 与 t 的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围. S 是否存在着最大值? 若存在, 求出最大值; 若不存在, 请说明理由.



答 案 (见下页)

答 案

一、 B.B.C.C.B. B.D.B.A.D. C.D

二、

13. $b(a+2b)(a-2b)$ 14. $x=3$ 15. $5\sqrt{3}$ 16. 15
17. 108 度 18. 4π .

三、

19. 解: 原式 = $\frac{x^2 - (x-1)(x-1)}{x-1} \cdot \frac{1-x}{(2x-1)^2}$

$$= \frac{2x-1}{x-1} \cdot \frac{1-x}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{1}{1-2x},$$

由 $x^2+x-2=0$, 解得 $x_1=-2$, $x_2=1$,

$\therefore x \neq 1$,

$$\therefore \text{当 } x=-2 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{1-2 \times (-2)} = \frac{1}{5}.$$

20 解: 过点 B 作 $BD \perp CA$ 交 CA 延长线于点 D,

由题意得, $\angle ACB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$,

$\angle ABC = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$,

$\therefore \angle DAB = \angle DBA = 45^\circ$,

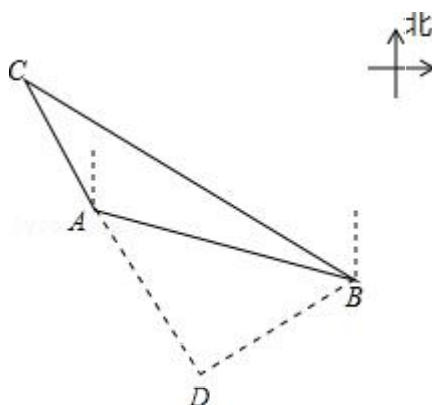
在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AB=12$, $\angle DAB=45^\circ$,

$\therefore BD=AD=AB\cos 45^\circ = 6\sqrt{2}$,

在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $CD = \frac{BD}{\tan 30^\circ} = 6\sqrt{6}$,

$\therefore AC = 6\sqrt{6} - 6\sqrt{2} \approx 6.2$ (海里).

答: A、C 两地之间的距离为 6.2 海里.



21. 解: (1) $\because B(4, 2)$, 四边形 OABC 是矩形,

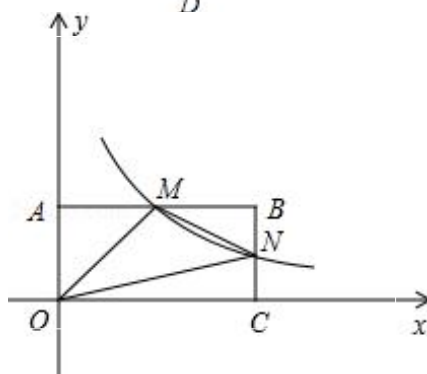
$\therefore OA=BC=2$,

将 $y=2$ 代入 $y=-x+3$ 得: $x=2$,

$\therefore M(2, 2)$,

把 M 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$ 得: $k=4$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式是 $y=\frac{4}{x}$;



(2) $\because S_{\text{四边形 BMON}} = S_{\text{矩形 OABC}} - S_{\triangle AOM} - S_{\triangle CON}$
 $= 4 \times 2 - 4 = 4$,
 由题意得: $OP \times AM = 4$,
 $\because AM = 2$,
 $\therefore OP = 4$,
 $\therefore$ 点 P 的坐标是 $(0, 4)$ 或 $(0, -4)$.

22. 解: (1) 利用条形图和扇形图可得出: 本次参与调查的学生共有: $180 \div 45\% = 400$;

$$m = \frac{60}{400} \times 100\% = 15\%, \quad n = 1 - 5\% - 15\% - 45\% = 35\%;$$

(2) 图 2 所示的扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角是: $360^\circ \times 35\% = 126^\circ$;

(3) $\because$ D 等级的人数为: $400 \times 35\% = 140$;

如图所示:

对雾霾天气了解程度的条形统计图

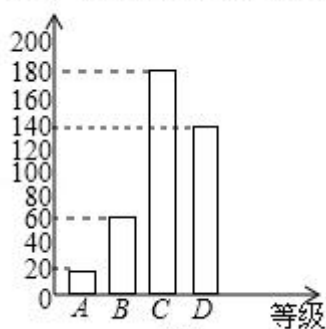
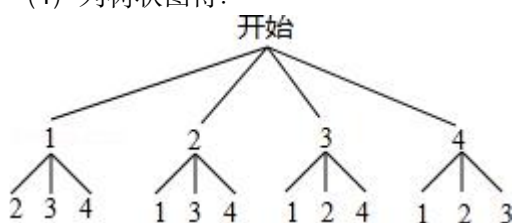


图1

(4) 列树状图得:



所以从树状图可以看出所有可能的结果有 12 种, 数字之和为奇数的有 8 种,

则小明参加的概率为: $P = \frac{8}{12}$,

小刚参加的概率为: $P = \frac{4}{12}$,

故游戏规则不公平.

故答案为: 400, 15%, 35%; 126.

23 解: (1) 设苹果进价为每千克 x 元, 根据题意得:

$$400x + 10\%x \left(\frac{3000}{x} - 400 \right) = 2100,$$

解得: $x=5$,

经检验 $x=5$ 是原方程的解,

答: 苹果进价为每千克 5 元.

(2) 由 (1) 得, 每个超市苹果总量为:

$$\frac{3000}{5} = 600 \text{ (千克)},$$

大、小苹果售价分别为 10 元和 5.5 元,

$$\text{则乙超市获利 } 600 \times \left(\frac{10+5.5}{2} - 5 \right) = 1650$$

(元),

$\therefore$ 甲超市获利 2100 元,

$\therefore$ 甲超市销售方式更合算.

24. (1) 证明: 如图 1,

$$\therefore AE^2 = EF \cdot EB,$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{EF}{AE}.$$

$$\text{又 } \angle AEF = \angle AEB,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle AEB,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle EAB.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle EAB,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore CB = CF;$$

(2) 解: 如图 2, 连接 OE 交 AC 于点 G ,

设 $\odot O$ 的半径是 r .

由 (1) 知, $\triangle AEF \sim \triangle AEB$, 则 $\angle 4 = \angle 5$.

$$\therefore \widehat{AE} = \widehat{ED}.$$

$$\therefore OE \perp AD,$$

$$\therefore EG = 1.$$

$$\therefore \cos \angle C =, \text{ 且 } \angle C + \angle GAO = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle GAO =,$$

$$\therefore \frac{OG}{OA}, \text{ 即 } \frac{r-1}{r},$$

解得, $r =$, 即 $\odot O$ 的半径是.

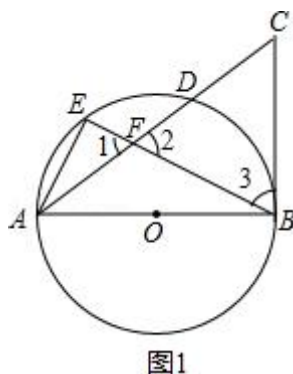


图1

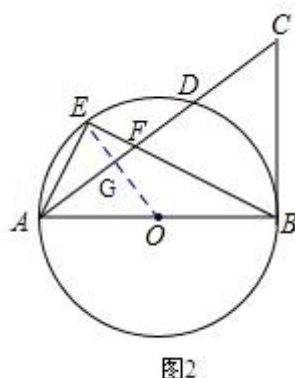


图2

25.

解: (1) $AE \parallel BF$, $QE=QF$,
 理由是: 如图 1, $\because Q$ 为 AB 中点,
 $\therefore AQ=BQ$,
 $\because BF \perp CP$, $AE \perp CP$,
 $\therefore BF \parallel AE$, $\angle BFQ=\angle AEQ$,
 在 $\triangle BFQ$ 和 $\triangle AEQ$ 中

$$\begin{cases} \angle BFQ=\angle AEQ \\ \angle BQF=\angle AQE \\ BQ=AQ \end{cases}$$
 $\therefore \triangle BFQ \cong \triangle AEQ$ (AAS),
 $\therefore QE=QF$,
 故答案为: $AE \parallel BF$, $QE=QF$.

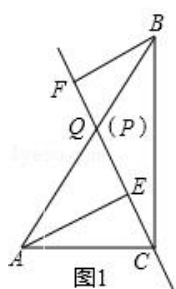


图1

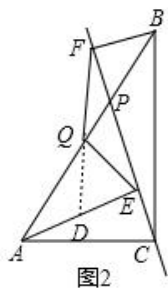


图2

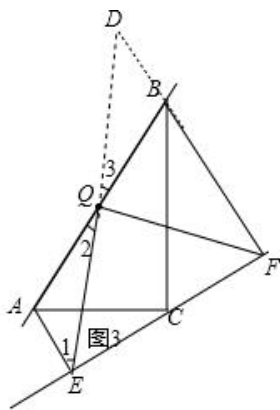


图3

(2) $QE=QF$,
 证明: 如图 2, 延长 FQ 交 AE 于 D ,
 $\because AE \parallel BF$,
 $\therefore \angle QAD=\angle FBQ$,
 在 $\triangle FBQ$ 和 $\triangle DAQ$ 中

$$\begin{cases} \angle FBQ=\angle DAQ \\ AQ=BQ \\ \angle BQF=\angle AQD \end{cases}$$
 $\therefore \triangle FBQ \cong \triangle DAQ$ (ASA),
 $\therefore QF=QD$,
 $\because AE \perp CP$,
 $\therefore EQ$ 是直角三角形 DEF 斜边上的中
 线,
 $\therefore QE=QF=QD$,
 即 $QE=QF$.

(3) (2) 中的结论仍然成立,
 证明: 如图 3,
 延长 EQ 、 FB 交于 D ,
 $\because AE \parallel BF$,
 $\therefore \angle 1=\angle D$,
 在 $\triangle AQE$ 和 $\triangle BQD$ 中

$$\begin{cases} \angle 1=\angle D \\ \angle 2=\angle 3, \\ AQ=BQ \end{cases}$$
 $\therefore \triangle AQE \cong \triangle BQD$ (AAS),
 $\therefore QE=QD$,
 $\because BF \perp CP$,
 $\therefore FQ$ 是斜边 DE 上的中线,
 $\therefore QE=QF$.

26. 解: (1) 由题意, 得 A (0, 2), B (2, 2), E 的坐标为 (-, 0),

$$\text{则} \begin{cases} c=2 \\ 2=4a+2 \\ \frac{4}{9}a - \frac{2}{3}b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} a = -\frac{9}{8} \\ b = \frac{9}{4} \\ c = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 该二次函数的解析式为: $y = -x^2 + x + 2$;

(2) 如图, 过点 D 作 $DG \perp BE$ 于点 G.

由题意, 得

$$ED = 1, EC = 2, BC = 2,$$

$$\therefore BE = \sqrt{\frac{64}{9} + 4} = \frac{10}{3}.$$

$$\because \angle BEC = \angle DEG, \angle EGD = \angle ECB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EGD \sim \triangle ECB,$$

$$\therefore \frac{DG}{BC} = \frac{DE}{BE},$$

$$\therefore DG = 1.$$

$$\because \odot D \text{ 的半径是 } 1, \text{ 且 } DG \perp BE,$$

$$\therefore BE \text{ 是 } \odot D \text{ 的切线};$$

(3) 由题意, 得

$$E (-, 0), B (2, 2).$$

设直线 BE 为 $y = kx + h$ ($k \neq 0$). 则

$$\begin{cases} 2k + h = 2 \\ -\frac{2}{3}k + h = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ h = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 BE 为: } y = x + \frac{1}{2}.$$

$$\because \text{直线 BE 与抛物线的对称轴交点为 P, 对称轴直线为 } x = 1,$$

$$\therefore \text{点 P 的纵坐标 } y = \frac{5}{4}, \text{ 即 } P (1, \frac{5}{4}).$$

$$\because MN \parallel BE,$$

$$\therefore \angle MNC = \angle BEC.$$

$$\because \angle C = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MNC \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \frac{CN}{EC} = \frac{MC}{BC},$$

$$\therefore \frac{CN}{\frac{8}{3}} = \frac{1}{2}, \text{ 则 } CN=t,$$

$$\therefore DN=t-1,$$

$$\therefore S_{\triangle PND}=DN \cdot PD=(t-1) \cdot t=t-t^2.$$

$$S_{\triangle MNC}=CN \cdot CM=t \cdot t=t^2.$$

$$S_{\text{梯形 } PDCM}=(PD+CM) \cdot CD=(t+1) \cdot 1=t+t.$$

$$\therefore S=S_{\triangle PND}+S_{\text{梯形 } PDCM}-S_{\triangle MNC}=-\frac{2}{3}t^2+t \quad (0 < t < 2).$$

$$\therefore \text{抛物线 } S=-\frac{2}{3}t^2+t \quad (0 < t < 2) \text{ 的开口方向向下,}$$

$$\therefore S \text{ 存在最大值. 当 } t=1 \text{ 时, } S_{\text{最大}}=\frac{1}{6}.$$

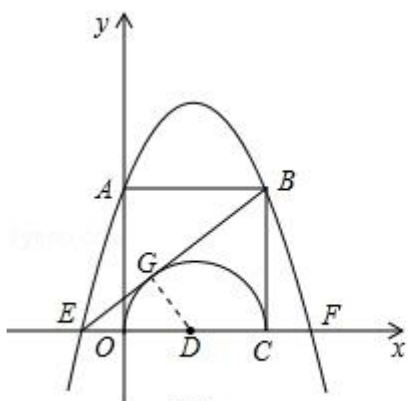


图1

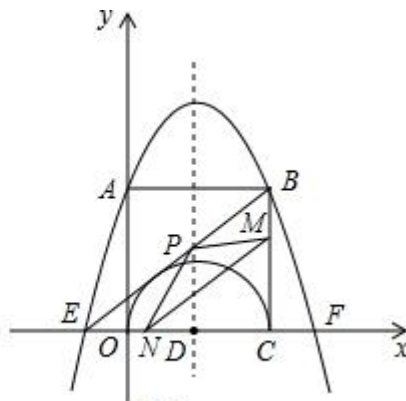


图2