

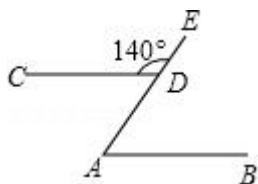
2013 年山东省枣庄市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来．每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均计零分．

1. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $-|-3| = -3$ B. $3^0 = 0$ C. $3^{-1} = -3$ D. $\sqrt{9} = \pm 3$

2. (3 分) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle CDE = 140^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 140° B. 60° C. 50° D. 40°

3. (3 分) 估计 $\sqrt{6}+1$ 的值在 ()

- A. 2 到 3 之间 B. 3 到 4 之间 C. 4 到 5 之间 D. 5 到 6 之间

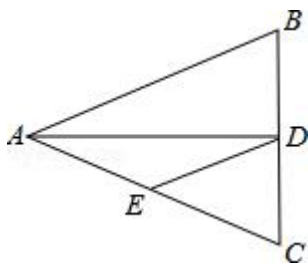
4. (3 分) 化简 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{1-x}$ 的结果是 ()

- A. $x+1$ B. $x-1$ C. $-x$ D. x

5. (3 分) 某商品每件的标价是 330 元, 按标价的八折销售时, 仍可获利 10%, 则这种商品每件的进价为 ()

- A. 240 元 B. 250 元 C. 280 元 D. 300 元

6. (3 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $BC = 8$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , 点 E 为 AC 的中点, 连接 DE , 则 $\triangle CDE$ 的周长为 ()



- A. 20 B. 12 C. 14 D. 13

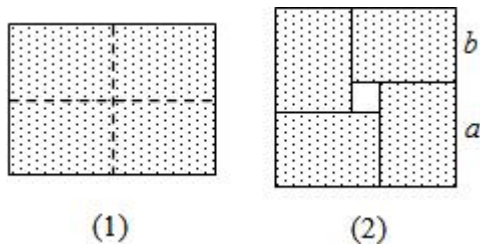
7. (3 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m < -1$ B. $m < 1$ C. $m > -1$ D. $m > 1$

8. (3分) 对于非零的实数 a, b , 规定 $a \oplus b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$. 若 $2 \oplus (2x - 1) = 1$, 则 $x =$ ()

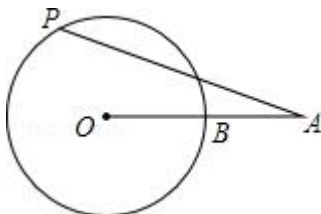
- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{1}{6}$

9. (3分) 图(1)是一个长为 $2a$, 宽为 $2b$ ($a > b$) 的长方形, 用剪刀沿图中虚线(对称轴)剪开, 把它分成四块形状和大小都一样的小长方形, 然后按图(2)那样拼成一个正方形, 则中间空的部分的面积是 ()



- A. ab B. $(a+b)^2$ C. $(a-b)^2$ D. $a^2 - b^2$

10. (3分) 如图, 已知线段 OA 交 $\odot O$ 于点 B , 且 $OB = AB$, 点 P 是 $\odot O$ 上的一个动点, 那么 $\angle OAP$ 的最大值是 ()

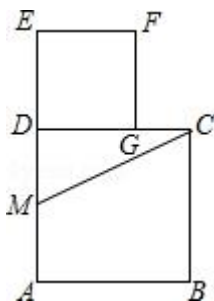


- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

11. (3分) 将抛物线 $y = 3x^2$ 向左平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位, 所得抛物线为 ()

- A. $y = 3(x - 2)^2 - 1$ B. $y = 3(x - 2)^2 + 1$
C. $y = 3(x + 2)^2 - 1$ D. $y = 3(x + 2)^2 + 1$

12. (3分) 如图, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, M 为边 AD 的中点, 延长 MD 至点 E , 使 $ME = MC$, 以 DE 为边作正方形 $DEFG$, 点 G 在边 CD 上, 则 DG 的长为 ()

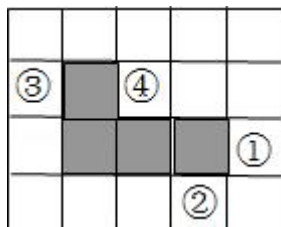


- A. $\sqrt{3} - 1$ B. $3 - \sqrt{5}$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. $\sqrt{5} - 1$

二、填空题: 本大题共 6 小题, 满分 24 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

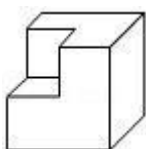
13. (4分) 若 $a^2 - b^2 = \frac{1}{6}$, $a - b = \frac{1}{3}$, 则 $a+b$ 的值为_____.

14. (4分) 在方格纸中, 选择标有序号①②③④中的一个小正方形涂黑, 与图中阴影部分构成中心对称图形, 涂黑的小正方形的序号是_____.



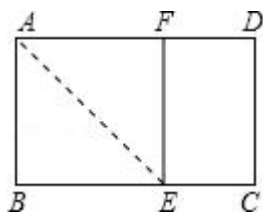
15. (4分) 从 1、2、3、4 中任取一个数作为十位上的数, 再从 2、3、4 中任取一个数作为个位上的数, 那么组成的两位数是 3 的倍数的概率是_____.

16. (4分) 从棱长为 2 的正方体毛坯的一角, 挖去一个棱长为 1 的小正方体, 得到一个如图所示的零件, 则这个零件的表面积为_____.



17. (4分) 已知正比例函数 $y = -2x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点坐标为 $(-1, 2)$, 则另一个交点的坐标为_____.

18. (4分) 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, 在 BC 上取一点 E , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 向上折叠, 使 B 点落在 AD 上的 F 点. 若四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似, 则 $AD =$ _____.



三、解答题: 本大题共 7 小题, 满分 60 分. 解答时, 要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (8分) 先化简, 再求值: $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div (m+2 - \frac{5}{m-2})$. 其中 m 是方程 $x^2+3x-1=0$ 的根.

20. (8分) 图 1、图 2 是两张形状、大小完全相同的方格纸, 方格纸中的每个小正方形的边长均为 1, 点 A 和点 B 在小正方形的顶点上.

(1) 在图 1 中画出 $\triangle ABC$ (点 C 在小正方形的顶点上), 使 $\triangle ABC$ 为直角三角形 (画一个即可);

(2) 在图 2 中画出 $\triangle ABD$ (点 D 在小正方形的顶点上), 使 $\triangle ABD$ 为等腰三角形 (画一

个即可).

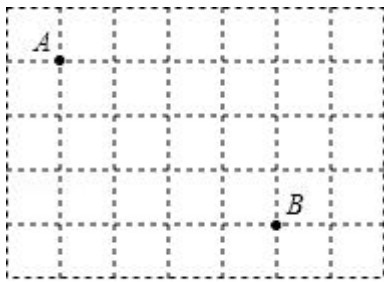


图1

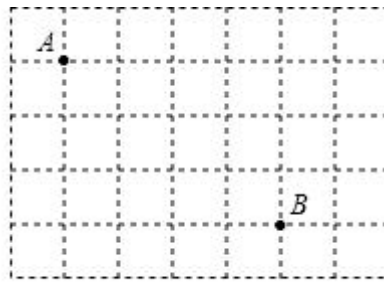


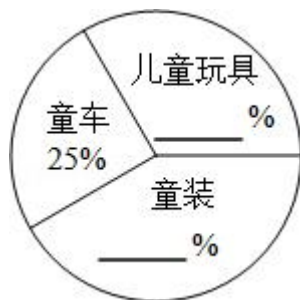
图2

21. (8分) “六·一”前夕，质检部门从某超市经销的儿童玩具、童车和童装中共抽查了 300 件儿童用品．以下是根据抽查结果绘制出的不完整的统计表和扇形图：

类别	儿童玩具	童车	童装
抽查件数	90	_____	_____

请根据上述统计表和扇形图提供的信息，完成下列问题：

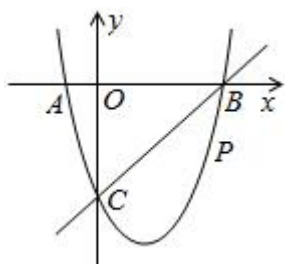
- (1) 补全上述统计表和扇形图；
- (2) 已知所抽查的儿童玩具、童车、童装的合格率分别为 90%、88%、80%，若从该超市的这三类儿童用品中随机购买一件，买到合格品的概率是多少？



22. (8分) 校车安全是近几年社会关注的重大问题，安全隐患主要是超速和超载．某中学数学活动小组设计了如下检测公路上行驶的汽车速度的实验：先在公路旁边选取一点 C ，再在笔直的车道 l 上确定点 D ，使 CD 与 l 垂直，测得 CD 的长等于 21 米，在 l 上点 D 的同侧取点 A 、 B ，使 $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle CBD = 60^\circ$ ．

- (1) 求 AB 的长 (精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{3} = 1.73$ ， $\sqrt{2} = 1.41$)；
- (2) 已知本路段对校车限速为 40 千米/小时，若测得某辆校车从 A 到 B 用时 2 秒，这辆校车是否超速？说明理由．

形 $ABPC$ 的最大面积.



2013 年山东省枣庄市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来．每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均计零分．

1. 【分析】A、根据绝对值的定义计算即可；

B、任何不等于 0 的数的 0 次幂都等于 1；

C、根据负整数指数幂的法则计算；

D、根据算术平方根计算，直接求 9 的算术平方根即可．

再比较结果即可．

【解答】解：A、 $-|-3| = -3$ ，此选项正确；

B、 $3^0 = 1$ ，此选项错误；

C、 $3^{-1} = \frac{1}{3}$ ，此选项错误；

D、 $\sqrt{9} = 3$ ，此选项错误．

故选：A．

【点评】本题考查了绝对值、零指数幂、算术平方根、负整数指数幂，解题的关键是掌握这些运算的运算法则．

2. 【分析】先求出 $\angle CDE$ 的邻补角，再根据两直线平行，内错角相等解答．

【解答】解： $\because \angle CDE = 140^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle A = \angle ADC = 40^\circ$ ．

故选：D．

【点评】本题考查了两直线平行，内错角相等的性质，熟记性质是解题的关键．

3. 【分析】利用“夹逼法”得出 $\sqrt{6}$ 的范围，继而也可得出 $\sqrt{6}+1$ 的范围．

【解答】解： $\because 2 = \sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$ ，

$\therefore 3 < \sqrt{6}+1 < 4$ ，

故选：B．

【点评】此题考查了估算无理数的大小的知识，属于基础题，解答本题的关键是掌握夹逼法的运用．

4. 【分析】将分母化为同分母，通分，再将分子因式分解，约分.

【解答】解：
$$\frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{1-x} = \frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1}$$
$$= \frac{x^2 - x}{x-1}$$
$$= \frac{x(x-1)}{x-1}$$
$$= x,$$

故选：D.

【点评】本题考查了分式的加减运算. 分式的加减运算中，如果是同分母分式，那么分母不变，把分子直接相加减即可；如果是异分母分式，则必须先通分，把异分母分式化为同分母分式，然后再相加减.

5. 【分析】设这种商品每件的进价为 x 元，则根据按标价的八折销售时，仍可获利 10%，可得出方程，解出即可.

【解答】解：设这种商品每件的进价为 x 元，

由题意得： $330 \times 0.8 - x = 10\%x$,

解得： $x = 240$ ，即这种商品每件的进价为 240 元.

故选：A.

【点评】此题考查了一元一次方程的应用，属于基础题，解答本题的关键是根据题意列出方程，难度一般.

6. 【分析】根据等腰三角形三线合一的性质可得 $AD \perp BC$ ， $CD = BD$ ，再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $DE = CE = \frac{1}{2}AC$ ，然后根据三角形的周长公式列式计算即可得解.

【解答】解： $\because AB = AC$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $BC = 8$ ，

$$\therefore AD \perp BC, CD = BD = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$\because$ 点 E 为 AC 的中点，

$$\therefore DE = CE = \frac{1}{2}AC = 5,$$

$$\therefore \triangle CDE \text{ 的周长} = CD + DE + CE = 4 + 5 + 5 = 14.$$

故选：C.

【点评】本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，等腰三角形三线合一的性质，熟记性质并准确识图是解题的关键.

7. 【分析】根据根的判别式的意义得到 $\Delta = 2^2 - 4m > 0$ ，然后解不等式即可．

【解答】解：根据题意得 $\Delta = 2^2 - 4m > 0$ ，

解得 $m < 1$ ．

故选：B．

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根．

8. 【分析】根据新定义得到 $\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2} = 1$ ，然后把方程两边都乘以 $2(2x-1)$ 得到 $2 - (2x-1) = 2(2x-1)$ ，解得 $x = \frac{5}{6}$ ，然后进行检验即可．

【解答】解： $\because 2 \oplus (2x-1) = 1$ ，

$$\therefore \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2} = 1,$$

去分母得 $2 - (2x-1) = 2(2x-1)$ ，

$$\text{解得 } x = \frac{5}{6},$$

检验：当 $x = \frac{5}{6}$ 时， $2(2x-1) \neq 0$ ，

故分式方程的解为 $x = \frac{5}{6}$ ．

故选：A．

【点评】本题考查了解分式方程：先去分母，把分式方程转化为整式方程，解整式方程，然后把整式方程的解代入原方程进行检验，最后确定分式方程的解．也考查了阅读理解能力．

9. 【分析】中间部分的四边形是正方形，表示出边长，则面积可以求得．

【解答】解：中间部分的四边形是正方形，边长是 $a+b-2b=a-b$ ，

则面积是 $(a-b)^2$ ．

故选：C．

【点评】本题考查了列代数式，正确表示出小正方形的边长是关键．

10. 【分析】当 AP 与 $\odot O$ 相切时， $\angle OAP$ 有最大值，连结 OP ，根据切线的性质得 $OP \perp AP$ ，由 $OB = AB$ 得 $OA = 2OP$ ，然后根据含 30° 的直角三角形三边的关系即可得到此时 $\angle OAP$ 的度数．

【解答】解：当 AP 与 $\odot O$ 相切时， $\angle OAP$ 有最大值，连结 OP ，如图，

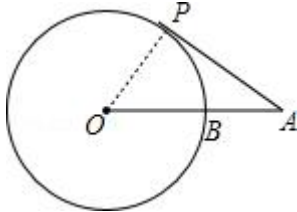
则 $OP \perp AP$,

$\because OB = AB$,

$\therefore OA = 2OP$,

$\therefore \angle PAO = 30^\circ$.

故选: D.



【点评】 本题考查了切线的性质: 圆的切线垂直于过切点的半径. 也考查了含 30° 的直角三角形三边的关系.

11. **【分析】** 先求出平移后的抛物线的顶点坐标, 再利用顶点式写出抛物线解析式即可.

【解答】 解: 抛物线 $y = 3x^2$ 向左平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位后的抛物线顶点坐标为 $(-2, -1)$,

所得抛物线为 $y = 3(x+2)^2 - 1$.

故选: C.

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换, 求出平移后的抛物线的顶点坐标是解题的关键.

12. **【分析】** 利用勾股定理求出 CM 的长, 即 ME 的长, 有 $DE = DG$, 可以求出 DE , 进而得到 DG 的长.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, M 为边 DA 的中点,

$$\therefore DM = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}DC = 1,$$

$$\therefore CM = \sqrt{DC^2 + DM^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore ME = MC = \sqrt{5},$$

$$\therefore ED = EM - DM = \sqrt{5} - 1,$$

$\because$ 四边形 $EDGF$ 是正方形,

$$\therefore DG = DE = \sqrt{5} - 1.$$

故选: D.

【点评】 本题考查了正方形的性质和勾股定理的运用, 属于基础题目.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 满分 24 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

13. 【分析】已知第一个等式左边利用平方差公式化简，将 $a - b$ 的值代入即可求出 $a + b$ 的值.

【解答】解： $\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = \frac{1}{6}, a-b = \frac{1}{3},$

$\therefore a+b = \frac{1}{2}.$

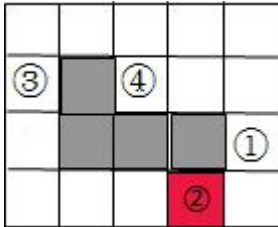
故答案为： $\frac{1}{2}.$

【点评】此题考查了平方差公式，熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

14. 【分析】通过观察发现，当涂黑②时，所形成的图形为中心对称图形.

【解答】解：如图，把标有序号②的白色小正方形涂黑，就可以使图中的黑色部分构成一个中心对称图形.

故答案为：②.



【点评】本题考查了利用旋转设计图案和中心对称图形的定义，一个图形绕端点旋转 180° 所形成的图形叫中心对称图形.

15. 【分析】分析可得：从 1, 2, 3, 4 中任取一个数作为十位上的数，再从 2, 3, 4 中任取一个数作为个位上的数，共 12 种取法，其中 4 个两位数是 3 的倍数，故其概率为 $\frac{1}{3}.$

【解答】解： $P(\text{两位数是 3 的倍数}) = 4 \div 12 = \frac{1}{3}.$

故本题答案为： $\frac{1}{3}.$

【点评】本题考查的是概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}.$

16. 【分析】根据几何体表面积的计算公式，从正方体毛坯一角挖去一个小正方体得到的零件的表面积等于原正方体表面积，即可得出答案.

【解答】解：挖去一个棱长为 1 的小正方体，得到的图形与原图形表面积相等，

则表面积是 $2 \times 2 \times 6 = 24.$

故答案为：24.

【点评】此题考查了几何体的表面积，本题有多种解法，一种是把每个面的面积计算出来然后相加，这样比较麻烦，另一种算法就是解答中的这种，这种方法的关键是能想象出得到的图形与原图形表面积相等.

17. 【分析】反比例函数的图象是中心对称图形，则与经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称.

【解答】解：根据中心对称的性质可知另一个交点的坐标是：(1, -2).

故答案为：(1, -2).

【点评】本题考查了反比例函数图象的中心对称性，较为简单，容易掌握.

18. 【分析】可设 $AD = x$ ，由四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似，根据相似多边形对应边的比相等列出比例式，求解即可.

【解答】解：∵ $AB = 1$,

设 $AD = x$ ，则 $FD = x - 1$, $FE = 1$,

∵ 四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似，

$$\therefore \frac{EF}{FD} = \frac{AD}{AB}, \quad \frac{1}{x-1} = \frac{x}{1},$$

解得 $x_1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (不合题意舍去),

经检验 $x_1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 是原方程的解.

故答案为 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

【点评】本题考查了翻折变换(折叠问题)，相似多边形的性质，本题的关键是根据四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似得到比例式.

三、解答题：本大题共 7 小题，满分 60 分. 解答时，要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 【分析】先通分计算括号里的，再计算括号外的，化为最简，由于 m 是方程 $x^2+3x-1=0$ 的根，那么 $m^2+3m-1=0$ ，可得 m^2+3m 的值，再把 m^2+3m 的值整体代入化简后的式子，计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{m-3}{3m(m-2)} \div \frac{m^2-9}{m-2} \\ &= \frac{m-3}{3m(m-2)} \cdot \frac{m-2}{(m+3)(m-3)} \\ &= \frac{1}{3m(m+3)} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3(m^2+3m)};$$

$\because m$ 是方程 $x^2+3x-1=0$ 的根.

$$\therefore m^2+3m-1=0,$$

$$\text{即 } m^2+3m=1,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{3}.$$

【点评】 本题考查了分式的化简求值、一元二次方程的解，解题的关键是通分、约分，以及分子分母的因式分解、整体代入.

20. 【分析】 (1) 利用网格结构，过点 A 的竖直线与过点 B 的水平线相交于点 C ，连接即可，或过点 A 的水平线与过点 B 的竖直线相交于点 C ，连接即可；

(2) 根据网格结构，作出 $BD=AB$ 或 $AB=AD$ ，连接即可得解.

【解答】 解：(1) 如图 1，①、②，画一个即可；

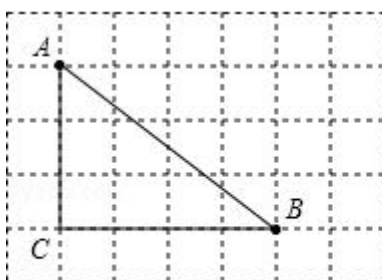
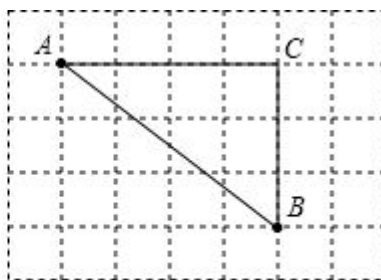


图1①



②

(2) 如图 2，①、②，画一个即可.

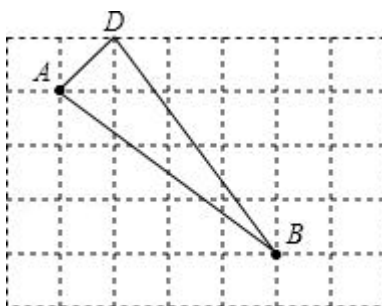
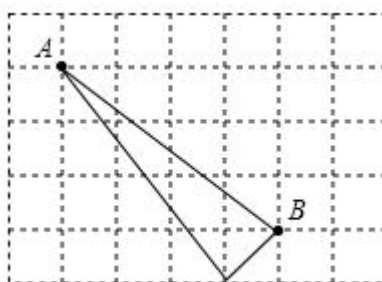


图2①



②

【点评】 本题考查了应用与设计作图，(1) 中作直角三角形时根据网格的直角作图即可，比较简单，(2) 中根据网格结构作出与 AB 相等的线段是解题的关键，灵活性较强.

21. 【分析】 (1) 根据童车的数量是 $300 \times 25\%$ ，童装的数量是 $300 - 75 - 90$ ，儿童玩具占得百分比是 $\frac{90}{300} \times 100\%$ ，童装占得百分比 $1 - 30\% - 25\% = 45\%$ ，即可补全统计表和统计图；

(2) 先分别求出儿童玩具、童车、童装中合格的数量之和，再根据概率公式计算即可.

【解答】解：（1）解：（1）童车的数量是 $300 \times 25\% = 75$ ，

童装的数量是 $300 - 75 - 90 = 135$ ，

儿童玩具占得百分比是 $\frac{90}{300} \times 100\% = 30\%$ ，

童装占得百分比 $1 - 30\% - 25\% = 45\%$ ，

如图；

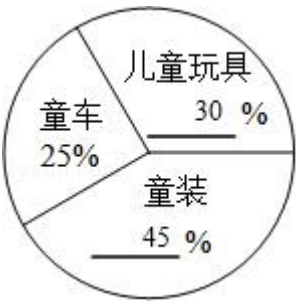
类别	儿童玩具	童车	童装
抽查件数	90	75	135

；

（2）根据题意得出：

$$\frac{90 \times 90\% + 75 \times 88\% + 135 \times 80\%}{300} = 0.85.$$

答：从该超市这三类儿童用品中随机购买一件买到合格品的概率是 0.85.



【点评】 本题考查的是统计表和扇形统计图的综合运用．读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键，扇形统计图能够清楚地表示各部分所占的百分比．

22. 【分析】（1）分别在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 与 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中，利用正切函数，即可求得 AD 与 BD 的长，继而求得 AB 的长；

（2）由从 A 到 B 用时 2 秒，即可求得这辆校车的速度，比较与 40 千米/小时的大小，即可确定这辆校车是否超速．

【解答】解：（1）由题意得，

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ADC \text{ 中, } AD = \frac{CD}{\tan 30^\circ} = \frac{21}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 21\sqrt{3} \approx 36.33 \text{ (米), } \cdots 2 \text{ 分}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BDC \text{ 中, } BD = \frac{CD}{\tan 60^\circ} = \frac{21}{\sqrt{3}} = 7\sqrt{3} \approx 12.11 \text{ (米), } \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\text{则 } AB = AD - BD = 36.33 - 12.11 = 24.22 \approx 24.2 \text{ (米) } \cdots 6 \text{ 分}$$

(2) 超速.

理由: $\because$ 汽车从 A 到 B 用时 2 秒,

$\therefore$ 速度为 $24.2 \div 2 = 12.1$ (米/秒),

$\therefore 12.1 \times 3600 = 43560$ (米/时),

$\therefore$ 该车速度为 43.56 千米/小时, $\cdots 9$ 分

$\therefore$ 大于 40 千米/小时,

$\therefore$ 此校车在 AB 路段超速. $\cdots 10$ 分

【点评】 此题考查了解直角三角形的应用问题. 此题难度适中, 解题的关键是把实际问题转化为数学问题求解, 注意数形结合思想的应用.

23. **【分析】** (1) 先过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于 F , 根据 $\angle BCO = 45^\circ$, $BC = 12\sqrt{2}$, 求出 $CF = BF$ 的长, 再根据点 C 的坐标, 求出 $AB = OF$ 的值, 从而求出点 B 的坐标.

(2) 先过点 D 作 $DG \perp y$ 轴于点 G , 根据 $AB \parallel DG$, 得出 $\triangle ODG \sim \triangle OBA$, 再根据 $AB = 6$, $OA = 12$, 求出 DG 与 OG 的值, 从而求出点 D 与点 E 的坐标, 最后设直线 DE 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 再把 D 与 E 点的坐标代入, 即可求出直线 DE 的解析式.

【解答】 解: (1) 过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于 F ,

在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中, $\angle BCO = 45^\circ$,

$\therefore \angle CBF = 45^\circ$,

$\because BC = 12\sqrt{2}$,

$\therefore CF = BF = 12$,

$\because$ 点 C 的坐标为 $(-18, 0)$,

$\therefore AB = OF = 18 - 12 = 6$.

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-6, 12)$.

(2) 过点 D 作 $DG \perp y$ 轴于点 G .

$\because AB \parallel DG$,

$\therefore \triangle ODG \sim \triangle OBA$,

$\therefore \frac{DG}{AB} = \frac{OG}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{2}{3}$,

$\because AB = 6$, $OA = 12$,

(2) 证明: 连接 BC ,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径, $AD \perp EF$,

$\therefore \angle BCA = \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle BAC$,

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle ADC$,

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AC^2 = AD \cdot AB.$$

(3) 解: $\because \angle ACD = 30^\circ$, $\angle OCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCA = 60^\circ$,

$\because OC = OA$,

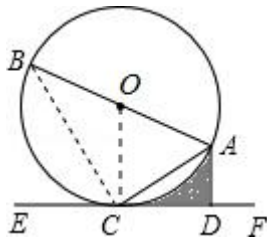
$\therefore \triangle OAC$ 是等边三角形,

$\therefore AC = OA = OC = 2$, $\angle AOC = 60^\circ$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 2 = 1$,

由勾股定理得: $DC = \sqrt{3}$,

$$\therefore \text{阴影部分的面积是 } S = S_{\text{梯形 } OCDA} - S_{\text{扇形 } OCA} = \frac{1}{2} \times (2+1) \times \sqrt{3} - \frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3}\pi.$$



【点评】 本题考查了切线的性质和判定, 相似三角形的性质和判定, 梯形的性质, 扇形的面积等知识点的应用, 主要考查学生能否运用性质进行推理和计算, 题目具有一定的代表性, 是一道比较好的题目.

25. **【分析】** (1) 将 B 、 C 的坐标代入抛物线的解析式中即可求得待定系数的值;

(2) 由于菱形的对角线互相垂直平分, 若四边形 $POP'C$ 为菱形, 那么 P 点必在 OC 的垂直平分线上, 据此可求出 P 点的纵坐标, 代入抛物线的解析式中即可求出 P 点的坐标;

(3) 由于 $\triangle ABC$ 的面积为定值, 当四边形 $ABPC$ 的面积最大时, $\triangle BPC$ 的面积最大;

过 P 作 y 轴的平行线，交直线 BC 于 Q ，交 x 轴于 F ，易求得直线 BC 的解析式，可设出 P 点的横坐标，然后根据抛物线和直线 BC 的解析式求出 Q 、 P 的纵坐标，即可得到 PQ 的长，以 PQ 为底， B 点横坐标的绝对值为高即可求得 $\triangle BPC$ 的面积，由此可得到关于四边形 $ACPB$ 的面积与 P 点横坐标的函数关系式，根据函数的性质即可求出四边形 $ABPC$ 的最大面积及对应的 P 点坐标。

【解答】解：（1）将 B 、 C 两点的坐标代入得 $\begin{cases} 9+3b+c=0 \\ c=-3 \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$ ；

所以二次函数的表达式为： $y = x^2 - 2x - 3$

（2）存在点 P ，使四边形 $POP'C$ 为菱形；

设 P 点坐标为 $(x, x^2 - 2x - 3)$ ， PP' 交 CO 于 E

若四边形 $POP'C$ 是菱形，则有 $PC = PO$ ；

连接 PP' ，则 $PE \perp CO$ 于 E ，

$$\because C(0, -3),$$

$$\therefore CO = 3,$$

$$\text{又} \because OE = EC,$$

$$\therefore OE = EC = \frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2};$$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = -\frac{3}{2}$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{2+\sqrt{10}}{2}, x_2 = \frac{2-\sqrt{10}}{2} \text{ (不合题意, 舍去),}$$

$$\therefore P \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{2+\sqrt{10}}{2}, -\frac{3}{2} \right)$$

（3）过点 P 作 y 轴的平行线与 BC 交于点 Q ，与 OB 交于点 F ，设 $P(x, x^2 - 2x - 3)$ ，

设直线 BC 的解析式为： $y = kx + d$ ，

$$\text{则} \begin{cases} d = -3 \\ 3k + d = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 1 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式为 } y = x - 3,$$

则 Q 点的坐标为 $(x, x-3)$;

$$\text{当 } 0 = x^2 - 2x - 3,$$

$$\text{解得: } x_1 = -1, x_2 = 3,$$

$$\therefore AO = 1, AB = 4,$$

$$S_{\text{四边形} ABPC} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BPQ} + S_{\triangle CPQ}$$

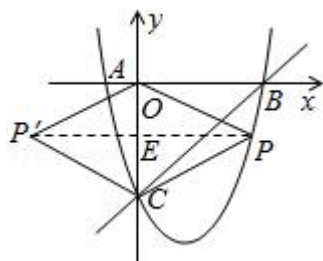
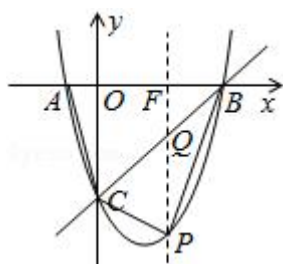
$$= \frac{1}{2} AB \cdot OC + \frac{1}{2} QP \cdot BF + \frac{1}{2} QP \cdot OF$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} (-x^2 + 3x) \times 3$$

$$= -\frac{3}{2} \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{75}{8}$$

当 $x = \frac{3}{2}$ 时, 四边形 $ABPC$ 的面积最大

此时 P 点的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{15}{4}\right)$, 四边形 $ABPC$ 的面积的最大值为 $\frac{75}{8}$.



【点评】 此题考查了二次函数解析式的确定、菱形的判定和性质以及图形面积的求法等知识, 当所求图形不规则时通常要将其转换为其他规则图形面积的和差关系来求解.