

2013 年山东省威海市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) 花粉的质量很小，一粒某种植物花粉的质量约为 0.000037 毫克，已知 1 克 = 1000 毫克，那么 0.000037 毫克可用科学记数法表示为 ()

- A. 3.7×10^{-5} 克 B. 3.7×10^{-6} 克 C. 37×10^{-7} 克 D. 3.7×10^{-8} 克

2. (3 分) 下列各式化简结果为无理数的是 ()

- A. $\sqrt[3]{-27}$ B. $(\sqrt{2}-1)^0$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{(-2)^2}$

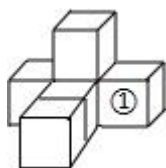
3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $3x^2+4x^2=7x^4$ B. $2x^3 \cdot 3x^3=6x^3$
C. $x^6 \div x^3=x^2$ D. $(x^2)^4=x^8$

4. (3 分) 若 $m-n=-1$ ，则 $(m-n)^2-2m+2n$ 的值是 ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. -1

5. (3 分) 如图是由 6 个同样大小的正方体摆成的几何体．将正方体①移走后，所得几何体 ()

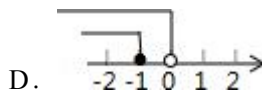
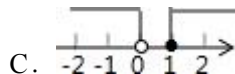
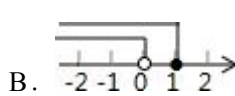
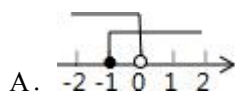


- A. 主视图改变，左视图改变
B. 俯视图不变，左视图不变
C. 俯视图改变，左视图改变
D. 主视图改变，左视图不变

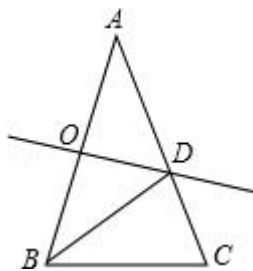
6. (3 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $(x+1)^2-m=0$ 有两个实数根，则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq -\frac{3}{4}$ B. $m \geq 0$ C. $m \geq 1$ D. $m \geq 2$

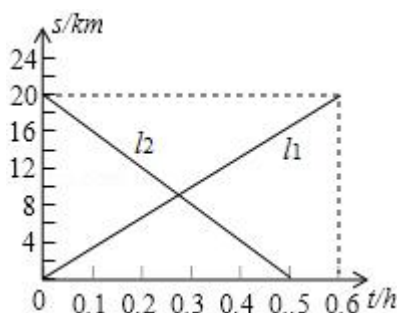
7. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x < 0 \\ 2-x \geq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



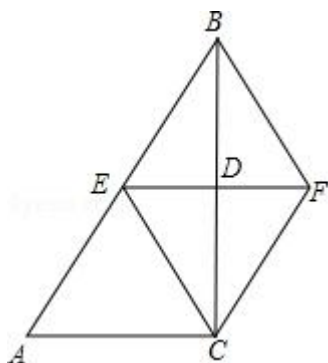
8. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 36^\circ$, $AB = AC$, AB 的垂直平分线 OD 交 AB 于点 O , 交 AC 于点 D , 连接 BD , 下列结论错误的是 ()



- A. $\angle C = 2\angle A$
- B. BD 平分 $\angle ABC$
- C. $S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BOD}$
- D. 点 D 为线段 AC 的黄金分割点
9. (3分) 甲、乙两辆摩托车同时从相距 20km 的 A, B 两地出发, 相向而行. 图中 l_1, l_2 分别表示甲、乙两辆摩托车到 A 地的距离 $s(\text{km})$ 与行驶时间 $t(\text{h})$ 的函数关系. 则下列说法错误的是 ()



- A. 乙摩托车的速度较快
- B. 经过 0.3 小时甲摩托车行驶到 A, B 两地的中点
- C. 经过 0.25 小时两摩托车相遇
- D. 当乙摩托车到达 A 地时, 甲摩托车距离 A 地 $\frac{50}{3}\text{km}$
10. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, BC 的垂直平分线 EF 交 BC 于点 D , 交 AB 于点 E , 且 $BE = BF$, 添加一个条件, 仍不能证明四边形 $BECF$ 为正方形的是 ()

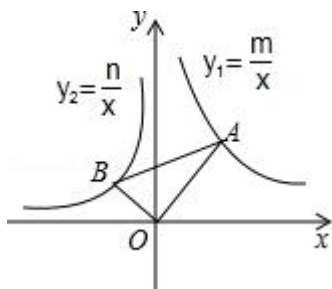


- A. $BC = AC$ B. $CF \perp BF$ C. $BD = DF$ D. $AC = BF$

11. (3分) 一个不透明的袋子里装着质地、大小都相同的3个红球和2个绿球，随机从中摸出一球，不再放回袋中，充分搅匀后再随机摸出一球. 两次都摸到红球的概率是()

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{9}{25}$ C. $\frac{9}{20}$ D. $\frac{3}{5}$

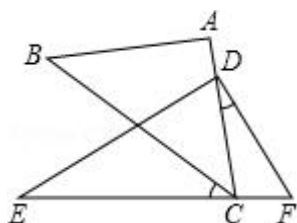
12. (3分) 如图，在平面直角坐标系中， $\angle AOB = 90^\circ$ ， $\angle OAB = 30^\circ$ ，反比例函数 $y_1 = \frac{m}{x}$ 的图象经过点A，反比例函数 $y_2 = \frac{n}{x}$ 的图象经过点B，则下列关于 m, n 的关系正确的是 ()



- A. $m = -3n$ B. $m = -\sqrt{3}n$ C. $m = -\frac{\sqrt{3}}{3}n$ D. $m = \frac{\sqrt{3}}{3}n$

二、填空题 (共6小题，每小题3分，满分18分)

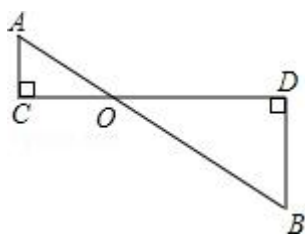
13. (3分) 将一副直角三角板如图摆放，点C在EF上，AC经过点D. 已知 $\angle A = \angle EDF = 90^\circ$ ， $AB = AC$. $\angle E = 30^\circ$ ， $\angle BCE = 40^\circ$ ，则 $\angle CDF =$ _____.



14. (3分) 分解因式: $-3x^2 + 2x - \frac{1}{3} =$ _____.

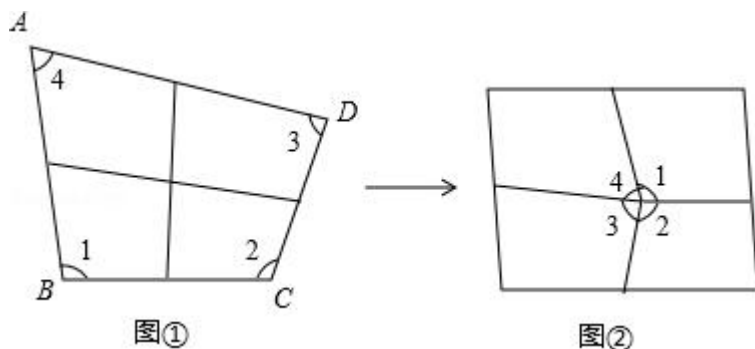
15. (3分) 如图， $AC \perp CD$ ，垂足为点C， $BD \perp CD$ ，垂足为点D，AB与CD交于点O. 若

$AC=1$, $BD=2$, $CD=4$, 则 $AB=$ _____.

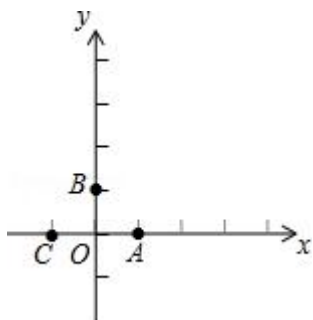


16. (3分) 若关于 x 的方程 $\frac{x-1}{x-5} = \frac{m}{10-2x}$ 无解, 则 $m=$ _____.

17. (3分) 如图①, 将四边形纸片 $ABCD$ 沿两组对边中点连线剪切为四部分, 将这四部分密铺可得到如图②所示的平行四边形, 若要密铺后的平行四边形为矩形, 则四边形 $ABCD$ 需要满足的条件是_____.



18. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A, B, C 的坐标分别为 $(1, 0), (0, 1), (-1, 0)$. 一个电动玩具从坐标原点 O 出发, 第一次跳跃到点 P_1 , 使得点 P_1 与点 O 关于点 A 成中心对称; 第二次跳跃到点 P_2 , 使得点 P_2 与点 P_1 关于点 B 成中心对称; 第三次跳跃到点 P_3 , 使得点 P_3 与点 P_2 关于点 C 成中心对称; 第四次跳跃到点 P_4 , 使得点 P_4 与点 P_3 关于点 A 成中心对称; 第五次跳跃到点 P_5 , 使得点 P_5 与点 P_4 关于点 B 成中心对称; ... 照此规律重复下去, 则点 P_{2013} 的坐标为_____.

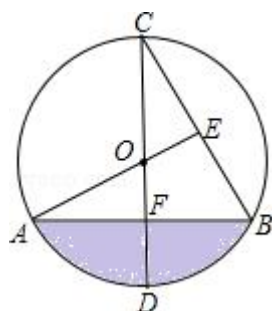


三、解答题 (共 7 小题, 满分 66 分)

19. (7分) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x-1} - 1) \div \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

20. (8分) 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$, 垂足为点 F , $AO \perp BC$, 垂足为点 E , AO

- (1) 求 $\angle C$ 的大小;
(2) 求阴影部分的面积.



21. (9分) 某单位招聘员工, 采取笔试与面试相结合的方式, 两项成绩的原始分均为 100 分. 前 6 名选手的得分如下:

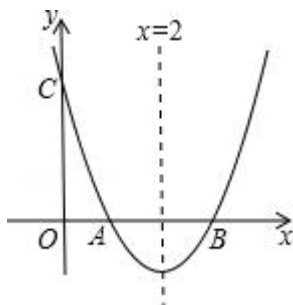
序号 项目	1	2	3	4	5	6
笔试成绩/分	85	92	84	90	84	80
面试成绩/分	90	88	86	90	80	85

根据规定, 笔试成绩和面试成绩分别按一定的百分比折和成综合成绩 (综合成绩的满分仍为 100 分)

- (1) 这 6 名选手笔试成绩的中位数是_____分, 众数是_____分.
(2) 现得知 1 号选手的综合成绩为 88 分, 求笔试成绩和面试成绩各占的百分比.
(3) 求出其余五名选手的综合成绩, 并以综合成绩排序确定前两名人选.

22. (9分) 如图, 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A , B , $AB = 2$, 与 y 轴交于点 C , 对称轴为直线 $x = 2$.

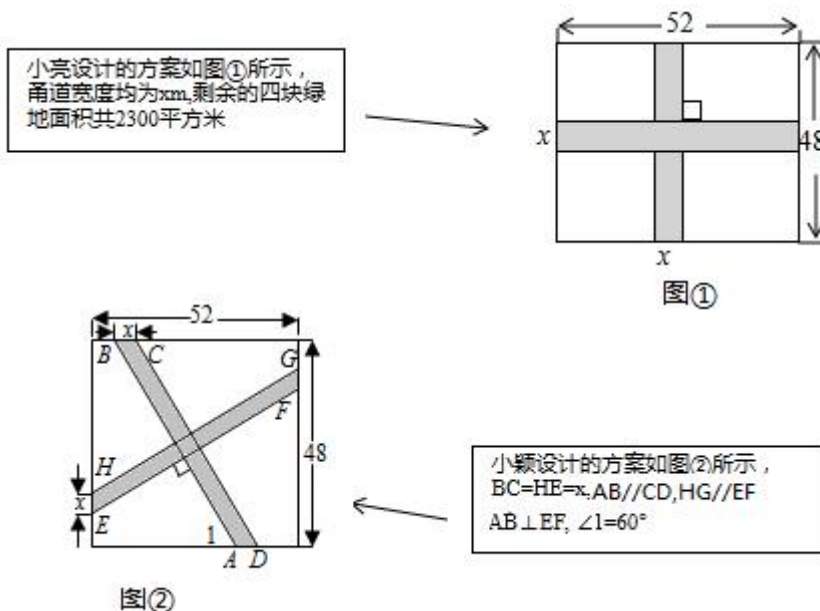
- (1) 求抛物线的函数表达式;
(2) 设 P 为对称轴上一动点, 求 $\triangle APC$ 周长的最小值;
(3) 设 D 为抛物线上一点, E 为对称轴上一点, 若以点 A , B , D , E 为顶点的四边形是菱形, 则点 D 的坐标为_____.



23. (10分) 要在一块长 $52m$, 宽 $48m$ 的矩形绿地上, 修建同样宽的两条互相垂直的甬路. 下面分别是小亮和小颖的设计方案.

(1) 求小亮设计方案中甬路的宽度 x ;

(2) 求小颖设计方案中四块绿地的总面积 (友情提示: 小颖设计方案中的 x 与小亮设计方案中的 x 取值相同)



24. (11分) 操作发现

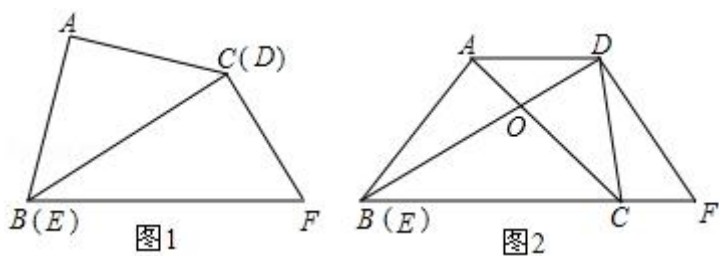
将一副直角三角板如图①摆放, 能够发现等腰直角三角板 ABC 的斜边与含 30° 角的直角三角板 DEF 的长直角边 DE 重合.

问题解决

将图①中的等腰直角三角板 ABC 绕点 B 顺时针旋转 30° , 点 C 落在 BF 上, AC 与 BD 交于点 O , 连接 CD , 如图②.

(1) 求证: $\triangle CDO$ 是等腰三角形;

(2) 若 $DF=8$, 求 AD 的长.

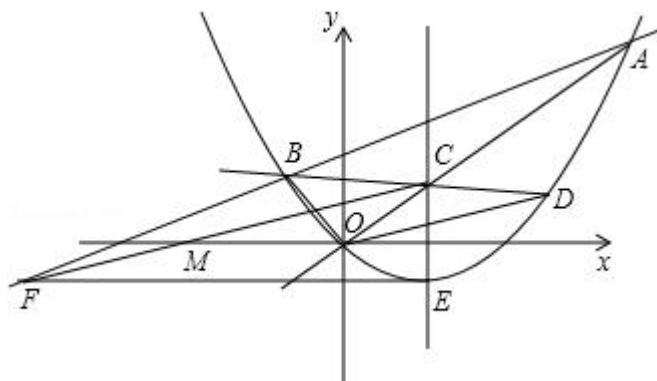


25. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 与直线 $y = x$ 交于点 A , 点 B 在直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 上, $\angle BOA = 90^\circ$. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 A, O, B , 顶点为点 E .

(1) 求点 A, B 的坐标;

(2) 求抛物线的函数表达式及顶点 E 的坐标;

(3) 设直线 $y = x$ 与抛物线的对称轴交于点 C , 直线 BC 交抛物线于点 D , 过点 E 作 $FE \parallel x$ 轴, 交直线 AB 于点 F , 连接 OD, CF , CF 交 x 轴于点 M . 试判断 OD 与 CF 是否平行, 并说明理由.



2013 年山东省威海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. 【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

【解答】解：1 克 = 1000 毫克，

将 0.000037 毫克用科学记数法表示为： 3.7×10^{-8} 克．

故选：D．

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

2. 【分析】先将各选项化简，然后再判断．

【解答】解：A、 $\sqrt[3]{-27} = -3$ ，是有理数，故 A 选项错误；

B、 $(\sqrt{2} - 1)^0 = 1$ ，是有理数，故 B 选项错误；

C、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，是无理数，故 C 选项正确；

D、 $\sqrt{(-2)^2} = 2$ ，是有理数，故 D 选项错误；

故选：C．

【点评】本题考查了无理数、立方根及零指数幂的知识，属于基础题．

3. 【分析】根据单项式乘单项式、合并同类项、幂的乘方与积的乘方的定义解答．

【解答】解：A、 $\because 3x^2 + 4x^2 = 7x^2 \neq 7x^4$ ，故本选项错误；

B、 $\because 2x^3 \cdot 3x^3 = 2 \times 3x^{3+3} \neq 6x^3$ ，故本选项错误；

C、 $\because x^6$ 和 x^3 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

D、 $\because (x^2)^4 = x^{2 \times 4} = x^8$ ，故本选项正确．

故选：D．

【点评】本题考查了单项式乘单项式、合并同类项、幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算法则是解题的关键．

4. 【分析】所求式子后两项提取 -2 变形后，将 $m - n$ 的值代入计算即可求出值．

【解答】解： $\because m - n = -1$ ，

$$\therefore (m - n)^2 - 2m + 2n = (m - n)^2 - 2(m - n) = 1 + 2 = 3.$$

故选：A.

【点评】此题考查了代数式求值，利用了整体代入的思想，是一道基本题型.

5. 【分析】分别得到将正方体①移走前后的三视图，依此即可作出判断.

【解答】解：将正方体①移走前的主视图正方形的个数为 1, 2, 1；正方体①移走后的主视图正方形的个数为 1, 2；发生改变.

将正方体①移走前的左视图正方形的个数为 2, 1, 1；正方体①移走后的左视图正方形的个数为 2, 1, 1；没有发生改变.

将正方体①移走前的俯视图正方形的个数为 1, 3, 1；正方体①移走后的俯视图正方形的个数，1, 3；发生改变.

故选：D.

【点评】考查三视图中的知识，得到从几何体的正面，左面，上面看的平面图形中正方形的列数及每列正方形的个数是解决本题的关键.

6. 【分析】首先移项把 $-m$ 移到方程右边，再根据直接开平方法可得 m 的取值范围.

【解答】解： $(x+1)^2 - m = 0$,

$$(x+1)^2 = m,$$

$\therefore$ 一元二次方程 $(x+1)^2 - m = 0$ 有两个实数根，

$$\therefore m \geq 0,$$

故选：B.

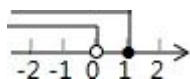
【点评】本题主要考查了直接开平方法解一元二次方程，关键是将方程右侧看做一个非负已知数，根据法则：要把方程化为“左平方，右常数，先把系数化为 1，再开平方取正负，分开求得方程解”来求解.

7. 【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可.

【解答】解： $\begin{cases} 2x < 0 & \text{①} \\ 2-x \geq 1 & \text{②} \end{cases}$ ，由①得， $x < 0$ ；由②得， $x \leq 1$ ，

故此不等式组的解集为： $x < 0$ ，

在数轴上表示为：



故选：B.

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式组的解集，熟知实心原点与空心原点的区别是解答此题的关键.

8. 【分析】 求出 $\angle C$ 的度数即可判断 A ；求出 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的度数，求出 $\angle DBC$ 的度数，即可判断 B ；根据三角形面积即可判断 C ；求出 $\triangle DBC \sim \triangle CAB$ ，得出 $BC^2 = BC \cdot AC$ ，求出 $AD = BC$ ，即可判断 D 。

【解答】 解： A 、 $\because \angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC$ ，

$$\therefore \angle C = \angle ABC = 72^\circ，$$

$$\therefore \angle C = 2\angle A，\text{正确，}$$

B 、 $\because DO$ 是 AB 垂直平分线，

$$\therefore AD = BD，$$

$$\therefore \angle A = \angle ABD = 36^\circ，$$

$$\therefore \angle DBC = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ = \angle ABD，$$

$\therefore BD$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线，正确，

C ，根据已知不能推出 $\triangle BCD$ 的面积和 $\triangle BOD$ 面积相等，错误，

$$D、\because \angle C = \angle C，\angle DBC = \angle A = 36^\circ，$$

$$\therefore \triangle DBC \sim \triangle CAB，$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CD}{BC}，$$

$$\therefore BC^2 = CD \cdot AC，$$

$$\because \angle C = 72^\circ，\angle DBC = 36^\circ，$$

$$\therefore \angle BDC = 72^\circ = \angle C，$$

$$\therefore BC = BD，$$

$$\therefore AD = BD，$$

$$\therefore AD = BC，$$

$$\therefore AD^2 = CD \cdot AC，$$

即点 D 是 AC 的黄金分割点，正确，

故选： C 。

【点评】 本题考查了相似三角形的性质和判定，等腰三角形性质，黄金分割点，线段垂直平分线性质的应用，主要考查学生的推理能力。

9. 【分析】 根据乙用时间比甲用的时间少可知乙摩托车的速度较快；根据甲 0.6 小时到达 B 地判定 B 正确；设两车相遇的时间为 t ，根据相遇问题列出方程求解即可；根据乙摩托车到达 A 地时，甲摩托车行驶了 0.5 小时，计算即可得解。

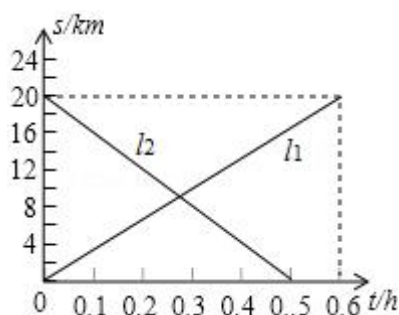
【解答】解：A、由图可知，甲行驶完全程需要 0.6 小时，乙行驶完全程需要 0.5 小，所以，乙摩托车的速度较快正确，故 A 选项不符合题意；

B、因为甲摩托车行驶完全程需要 0.6 小时，所以经过 0.3 小时甲摩托车行驶到 A，B 两地的中点正确，故 B 选项不符合题意；

C、设两车相遇的时间为 t ，根据题意得， $\frac{20t}{0.6} + \frac{20t}{0.5} = 20$ ， $t = \frac{3}{11}$ ，所以，经过 0.25 小时两摩托车相遇错误，故 C 选项符合题意；

D、当乙摩托车到达 A 地时，甲摩托车距离 A 地： $\frac{20}{0.6} \times 0.5 = \frac{50}{3} km$ 正确，故 D 选项不符合题意。

故选：C。



【点评】本题考查了一次函数的应用，主要利用了路程、速度、时间三者之间的关系，相遇问题的等量关系，从图形中准确获取信息是解题的关键。

10. 【分析】根据中垂线的性质：中垂线上的点到线段两个端点的距离相等，有 $BE = EC$ ， $BF = FC$ 进而得出四边形 $BECF$ 是菱形；由菱形的性质知，以及菱形与正方形的关系，进而分别分析得出即可。

【解答】解：∵ EF 垂直平分 BC ，

$$\therefore BE = EC, BF = CF,$$

$$\therefore BF = BE,$$

$$\therefore BE = EC = CF = BF,$$

∴ 四边形 $BECF$ 是菱形；

当 $BC = AC$ 时，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

则 $\angle A = 45^\circ$ 时，菱形 $BECF$ 是正方形。

$$\therefore \angle A = 45^\circ, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = 45^\circ$$

$$\therefore \angle EBF = 2\angle EBC = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$$

$\therefore$ 菱形 $BECF$ 是正方形.

故选项 A 正确, 但不符合题意;

当 $CF \perp BF$ 时, 利用正方形的判定得出, 菱形 $BECF$ 是正方形, 故选项 B 正确, 但不符合题意;

当 $BD = DF$ 时, 利用正方形的判定得出, 菱形 $BECF$ 是正方形, 故选项 C 正确, 但不符合题意;

当 $AC = BF$ 时, 无法得出菱形 $BECF$ 是正方形, 故选项 D 错误, 符合题意.

故选: D .

【点评】 本题考查了菱形的判定和性质及中垂线的性质、直角三角形的性质、正方形的判定等知识, 熟练掌握正方形的相关的定理是解题关键.

11. **【分析】** 列表得出所有等可能的结果, 找出两次都为红球的情况数, 即可求出所求的概率.

【解答】 解: 列表如下:

	红	红	红	绿	绿
红	- - -	(红, 红)	(红, 红)	(绿, 红)	(绿, 红)
红	(红, 红)	- - -	(红, 红)	(绿, 红)	(绿, 红)
红	(红, 红)	(红, 红)	- - -	(绿, 红)	(绿, 红)
绿	(红, 绿)	(红, 绿)	(红, 绿)	- - -	(绿, 绿)
绿	(红, 绿)	(红, 绿)	(红, 绿)	(绿, 绿)	- - -

得到所有可能的情况数为 20 种, 其中两次都为红球的情况有 6 种,

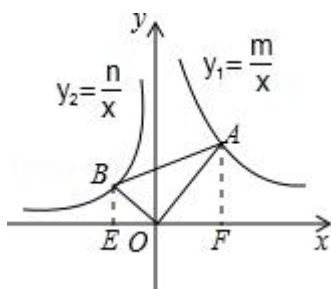
$$\text{则 } P_{\text{两次红}} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$$

故选: A .

【点评】 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

12. **【分析】** 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E , 过点 A 作 $AF \perp x$ 轴于点 F , 设点 B 坐标为 $(a, \frac{n}{a})$, 点 A 的坐标为 $(b, \frac{m}{b})$, 证明 $\triangle BOE \sim \triangle OAF$, 利用对应边成比例可求出 m 、 n 的关系.

【解答】 解: 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E , 过点 A 作 $AF \perp x$ 轴于点 F ,



$$\because \angle OAB = 30^\circ,$$

$$\therefore OA = \sqrt{3}OB,$$

设点 B 坐标为 $(a, \frac{n}{a})$, 点 A 的坐标为 $(b, \frac{m}{b})$,

$$\text{则 } OE = -a, BE = \frac{n}{a}, OF = b, AF = \frac{m}{b},$$

$$\because \angle BOE + \angle OBE = 90^\circ, \angle AOF + \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OBE = \angle AOF,$$

$$\text{又 } \because \angle BEO = \angle OFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BOE \sim \triangle OAF,$$

$$\therefore \frac{OE}{AF} = \frac{BE}{OF} = \frac{OB}{AO}, \text{ 即 } \frac{-a}{\frac{m}{b}} = \frac{\frac{n}{a}}{b} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\text{解得: } m = -\sqrt{3}ab, n = \frac{ab}{\sqrt{3}},$$

$$\text{故可得: } m = -3n.$$

故选: A .

【点评】 本题考查了反比例函数的综合, 解答本题的关键是结合解析式设出点 A 、 B 的坐标, 得出 OE 、 BE 、 OF 、 AF 的长度表达式, 利用相似三角形的性质建立 m 、 n 之间的关系式, 难度较大.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. **【分析】** 由 $\angle A = \angle EDF = 90^\circ$, $AB = AC$. $\angle E = 30^\circ$, $\angle BCE = 40^\circ$, 可求得 $\angle ACE$ 的度数, 又由三角形外角的性质, 可得 $\angle CDF = \angle ACE - \angle F = \angle BCE + \angle ACB - \angle F$, 继而求得答案.

【解答】 解: $\because AB = AC$, $\angle A = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = \angle B = 45^\circ,$$

$$\because \angle EDF = 90^\circ, \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 90^\circ - \angle E = 60^\circ,$$

$$\because \angle ACE = \angle CDF + \angle F, \angle BCE = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle ACE - \angle F = \angle BCE + \angle ACB - \angle F = 45^\circ + 40^\circ - 60^\circ = 25^\circ.$$

故答案为: 25° .

【点评】 本题考查三角形外角的性质以及直角三角形的性质. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用.

14. **【分析】** 先提取公因式 $-\frac{1}{3}$, 再根据完全平方公式进行二次分解.

$$\text{【解答】解: } -3x^2 + 2x - \frac{1}{3},$$

$$= -\frac{1}{3}(9x^2 - 6x + 1),$$

$$= -\frac{1}{3}(3x - 1)^2.$$

$$\text{故答案为: } -\frac{1}{3}(3x - 1)^2.$$

【点评】 本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解, 注意分解要彻底.

15. **【分析】** 首先过点 B 作 $BE \parallel CD$, 交 AC 的延长线于点 E , 易证得四边形 $BDCE$ 是矩形, 然后由勾股定理求得答案.

【解答】 解: 过点 B 作 $BE \parallel CD$, 交 AC 的延长线于点 E ,

$$\because AC \perp CD, BD \perp CD,$$

$$\therefore AC \parallel BD, \angle D = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $BDCE$ 是平行四边形,

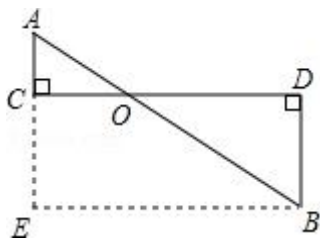
$\therefore$ 平行四边形 $BDCE$ 是矩形,

$$\therefore CE = BD = 2, BE = CD = 4, \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = AC + CE = 1 + 2 = 3,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 5.$$

故答案为: 5.



【点评】此题考查了矩形的判定与性质以及勾股定理．此题难度不大，注意掌握辅助线的作法，注意掌握数形结合思想的应用．

16. 【分析】分式方程去分母转化为整式方程，将 $x = 5$ 代入计算即可求出 m 的值．

【解答】解：分式方程去分母得： $2(x - 1) = -m$ ，

将 $x = 5$ 代入得： $m = -8$ ．

故答案为： -8

【点评】此题考查了分式方程的解，方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值．

17. 【分析】首先认真读题，理解题意．密铺后的平行四边形成为矩形，必须四个内角均为直角，据此需要判定中点四边形 $EFGH$ 为菱形，进而由中位线定理判定四边形 $ABCD$ 的对角线垂直．

【解答】解：对角线 $AC = BD$ 时，密铺后的平行四边形为矩形．

密铺后的平行四边形成为矩形，必须四个内角均为直角．

如解答图所示，连接 EF 、 FG 、 GH 、 HE ，设 EG 与 HF 交于点 O ，

连接 AC 、 BD ，由中位线定理得： $EF \parallel AC \parallel GH$ ，且 $EF = GH = \frac{1}{2}AC$ ，

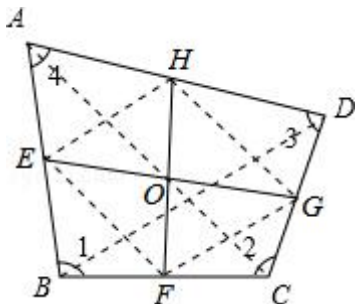
$EH \parallel BD \parallel FG$ ，且 $EH = FG = \frac{1}{2}BD$ ，

$\because AC = BD$ ，

$\therefore$ 中点四边形 $EFGH$ 为菱形．

$\therefore EG \perp HF$ ．

故答案为： $AC = BD$ ．



【点评】本题考查图形剪拼与中点四边形．解题关键是理解三角形中位线的性质，熟练

应用矩形、菱形等特殊四边形的判定与性质.

18. 【分析】计算出前几次跳跃后, 点 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$ 的坐标, 可得出规律, 继而可求出点 P_{2013} 的坐标.

【解答】解: 点 $P_1(2, 0), P_2(-2, 2), P_3(0, -2), P_4(2, 2), P_5(-2, 0), P_6(0, 0), P_7(2, 0)$,

从而可得出 6 次一个循环,

$$\therefore \frac{2013}{6} = 335 \cdots 3,$$

$\therefore$ 点 P_{2013} 的坐标为 $(0, -2)$.

故答案为: $(0, -2)$.

【点评】本题考查了中心对称及点的坐标的规律变换, 解答本题的关键是求出前几次跳跃后点的坐标, 总结出一般规律.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 66 分)

19. 【分析】这是个分式除法与减法混合运算题, 运算顺序是先做括号内的减法, 此时要注意把各分母先因式分解, 确定最简公分母进行通分; 做除法时要注意先把除法运算转化为乘法运算, 而做乘法运算时要注意先把分子、分母能因式分解的先分解, 然后约分. 最后代值计算.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \left(\frac{1}{x-1} - 1 \right) \div \frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \\ &= \frac{1-x+1}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2} \\ &= \frac{-x+2}{x+1}. \end{aligned}$$

当 $x = \sqrt{2} - 1$ 时,

$$\text{原式} = \frac{-\sqrt{2}+1+2}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}.$$

【点评】考查了分式的化简求值. 解这类题的关键是利用分解因式的方法化简分式.

20. 【分析】(1) 根据垂径定理可得 $\widehat{AD} = \widehat{BD}$, $\angle C = \frac{1}{2} \angle AOD$, 然后在 $\text{Rt} \triangle COE$ 中可求出 $\angle C$ 的度数.

(2) 连接 OB , 根据 (1) 可求出 $\angle AOB = 120^\circ$, 在 $\text{Rt} \triangle AOF$ 中, 求出 AF, OF , 然后根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OAB} - S_{\triangle OAB}$, 即可得出答案.

【解答】解: (1) $\because CD$ 是圆 O 的直径, $CD \perp AB$,

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{BD},$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOD,$$

$$\because \angle AOD = \angle COE,$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle COE,$$

$$\because AO \perp BC,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ.$$

(2) 连接 OB ,

由 (1) 知, $\angle C = 30^\circ$,

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ,$$

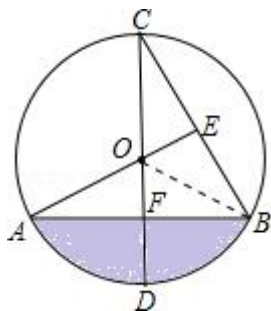
$$\therefore \angle AOB = 120^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOF$ 中, $AO = 1$, $\angle AOF = 60^\circ$,

$$\therefore AF = \frac{\sqrt{3}}{2}, OF = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AB = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 } OADB} - S_{\triangle OAB} = \frac{120\pi \times 1^2}{360} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{1}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$



【点评】 本题考查了垂径定理及扇形的面积计算, 解答本题的关键是利用解直角三角形的知识求出 $\angle C$ 、 $\angle AOB$ 的度数, 难度一般.

21. **【分析】** (1) 根据中位数和众数的定义即把这组数据从小到大排列, 再找出最中间两个数的平均数就是中位数, 再找出出现的次数最多的数即是众数;

(2) 先设笔试成绩和面试成绩各占的百分百是 x , y , 根据题意列出方程组, 求出 x , y 的值即可;

(3) 根据笔试成绩和面试成绩各占的百分比, 分别求出其余五名选手的综合成绩, 即可得出答案.

【解答】解：（1）把这组数据从小到大排列为，80，84，84，85，90，92，
 最中间两个数的平均数是 $(84+85) \div 2 = 84.5$ （分），
 则这6名选手笔试成绩的中位数是84.5分，
 84出现了2次，出现的次数最多，
 则这6名选手笔试成绩的众数是84分；
 故答案为：84.5，84；

（2）设笔试成绩和面试成绩各占的百分比是 x ， y ，根据题意得：

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 85x+90y=88 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} x=0.4 \\ y=0.6 \end{cases},$

笔试成绩和面试成绩各占的百分比是40%，60%；

（3）2号选手的综合成绩是 $92 \times 0.4 + 88 \times 0.6 = 89.6$ （分），
 3号选手的综合成绩是 $84 \times 0.4 + 86 \times 0.6 = 85.2$ （分），
 4号选手的综合成绩是 $90 \times 0.4 + 90 \times 0.6 = 90$ （分），
 5号选手的综合成绩是 $84 \times 0.4 + 80 \times 0.6 = 81.6$ （分），
 6号选手的综合成绩是 $80 \times 0.4 + 85 \times 0.6 = 83$ （分），
 则综合成绩排序前两人选是4号和2号．

【点评】此题考查了加权平均数，用到的知识点是中位数、众数、加权平均数的计算公式，关键灵活运用有关知识列出算式．

22. **【分析】**（1）根据抛物线对称轴的定义易求 $A(1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ．所以1、3是关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根．由韦达定理易求 b 、 c 的值；

（2）如图，连接 AC 、 BC ， BC 交对称轴于点 P ，连接 PA ．根据抛物线的对称性质得到 $PA=PB$ ，则 $\triangle APC$ 的周长的最小值 $= AC+AP+PC = AC+BC$ ，所以根据两点间的距离公式来求该三角形的周长的最小值即可；

（3）如图2，点 D 是抛物线的顶点，所以根据抛物线解析式利用顶点坐标公式即可求得点 D 的坐标．

【解答】解：（1）如图， $\because AB=2$ ，对称轴为直线 $x=2$ ．
 $\therefore$ 点 A 的坐标是 $(1, 0)$ ，点 B 的坐标是 $(3, 0)$ ．

$\because$ 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A, B ,

$\therefore 1, 3$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两根.

由韦达定理, 得

$$1+3 = -b, 1 \times 3 = c,$$

$$\therefore b = -4, c = 3,$$

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为 $y = x^2 - 4x + 3$;

(2) 如图 1, 连接 AC, BC , BC 交对称轴于点 P , 连接 PA .

由 (1) 知抛物线的函数表达式为 $y = x^2 - 4x + 3$, $A(1, 0)$, $B(3, 0)$,

$\therefore C(0, 3)$,

$$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}, AC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

$\because$ 点 A, B 关于对称轴 $x = 2$ 对称,

$$\therefore PA = PB,$$

$$\therefore PA + PC = PB + PC.$$

此时, $PB + PC = BC$.

$\therefore$ 点 P 在对称轴上运动时, $(PA + PC)$ 的最小值等于 BC .

$$\therefore \triangle APC \text{ 的周长的最小值} = AC + AP + PC = AC + BC = 3\sqrt{2} + \sqrt{10};$$

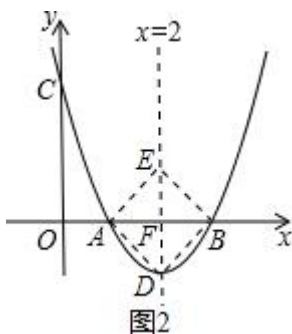
(3) 如图 2, 根据“菱形 $ADBE$ 的对角线互相垂直平分, 抛物线的对称性”得到点 D 是

抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 的顶点坐标, 即 $(2, -1)$,

当 E, D 点在 x 轴的上方, 即 $DE \parallel AB$, $AE = AB = BD = DE = 2$, 此时不合题意,

故点 D 的坐标为: $(2, -1)$.

故答案是: $(2, -1)$.



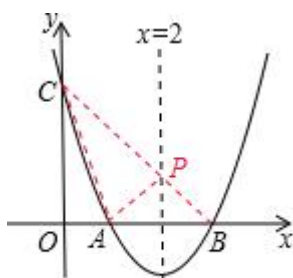


图1

【点评】 本题考查了二次函数综合题．解题过程中用到的知识点有：待定系数法求二次函数的解析式，轴对称——两点间距离最短，菱形的性质．解（1）题时，也可以把点 A 、 B 的坐标代入抛物线解析式，列出关于系数 b 、 c 的方程组，通过解方程组来求它们的值．

23. **【分析】**（1）根据小亮的方案表示出矩形的长和宽，利用矩形的面积公式列出方程求解即可；

（2）求得甬道的宽后利用平行四边形的面积计算方法求得两个阴影部分面积的和即可；

【解答】 解：（1）根据小亮的设计方案列方程得： $(52 - x)(48 - x) = 2300$

解得： $x = 2$ 或 $x = 98$ （舍去）

$\therefore$ 小亮设计方案中甬道的宽度为 $2m$ ；

（2）作 $AI \perp CD$ ，垂足为 I ，

$\because AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ADI = 60^\circ$ ，

$\because BC \parallel AD$ ，

$\therefore$ 四边形 $ADCB$ 为平行四边形，

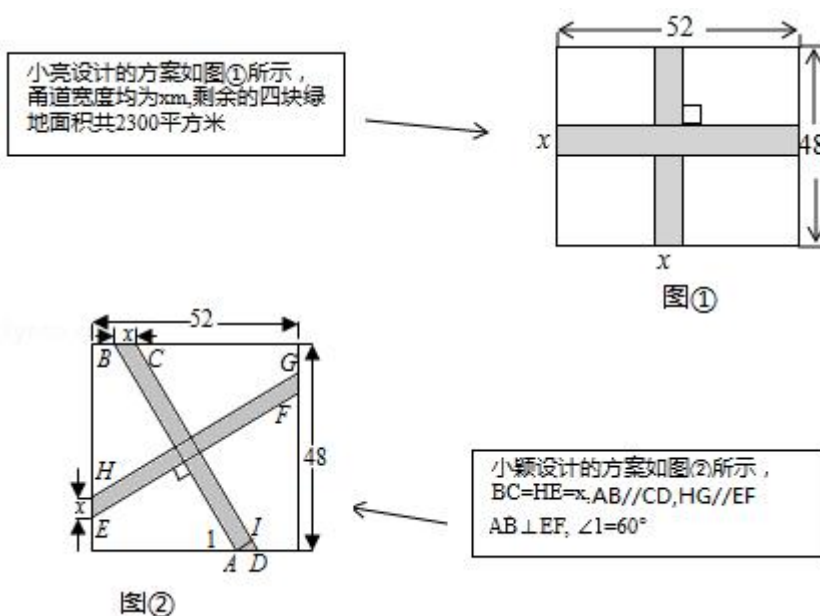
$\therefore BC = AD$

由（1）得 $x = 2$ ，

$\therefore BC = HE = 2 = AD$

在 $Rt\triangle ADI$ 中， $AI = 2\sin 60^\circ = \sqrt{3}$

$\therefore$ 小颖设计方案中四块绿地的总面积为 $52 \times 48 - 52 \times 2 - 48 \times 2 + (\sqrt{3})^2 = 2299$ 平方米．



【点评】 本题考查了一元二次方程的应用，特别是图形的面积问题更是近几年中考中考查一元二次方程的应用的主要题型。

24. **【分析】** (1) 根据题意可得 $BC = DE$ ，进而得到 $\angle BDC = \angle BCD$ ，再根据三角形内角和定理计算出度数，然后再根据三角形内角与外角的性质可得 $\angle DOC = \angle DBC + \angle BCA$ ，进而算出度数，根据角度可得 $\triangle CDO$ 是等腰三角形；

(2) 作 $AG \perp BC$ ，垂足为点 G ， $DH \perp BF$ ，垂足为点 H ，首先根据 $\angle F = 60^\circ$ ， $DF = 8$ ，可以算出 $DH = 4\sqrt{3}$ ， $HF = 4$ ， $DB = 8\sqrt{3}$ ， $BF = 16$ ，进而得到 $BC = 8\sqrt{3}$ ，再根据等腰三角形的性质可得 $BG = AG = 4\sqrt{3}$ ，证明四边形 $AGHD$ 为矩形，根据线段的和差关系可得 AD 长。

【解答】 (1) 证明：由图①知 $BC = DE$ ，

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD,$$

$$\because \angle DEF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD = 75^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCO + \angle BCO = 75^\circ$$

$$\therefore \angle DCO = 30^\circ$$

$$\because \angle DCO + \angle CDO + \angle DOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle BDC,$$

$\therefore \triangle CDO$ 是等腰三角形；

(2) 解：作 $AG \perp BC$ ，垂足为点 G ， $DH \perp BF$ ，垂足为点 H ，

$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle DBH = 30^\circ$ ，

可得 $AG = \frac{1}{2}BC$ ， $DH = \frac{1}{2}BD$ ，

则 $AG \stackrel{H}{=} DH$ ，

故四边形 $AGHD$ 是矩形，

则 $AD \parallel BF$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DHF$ 中， $\angle F = 60^\circ$ ， $DF = 8$ ，

$\therefore DH = 4\sqrt{3}$ ， $HF = 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 中， $\angle F = 60^\circ$ ， $DF = 8$ ，

$\therefore DB = 8\sqrt{3}$ ， $BF = 16$ ，

$\therefore BC = BD = 8\sqrt{3}$ ，

$\because AG \perp BC$ ， $\angle ABC = 45^\circ$ ，

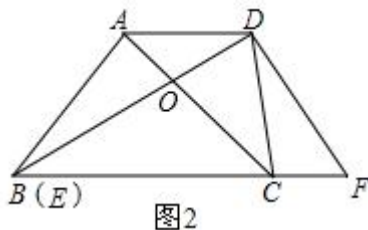
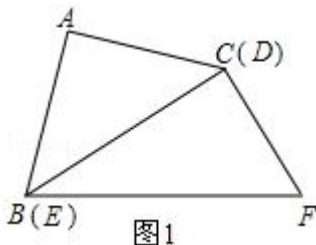
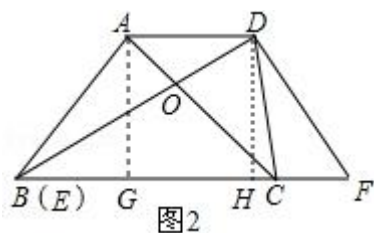
$\therefore BG = AG = 4\sqrt{3}$ ，

$\therefore AG = DH$ ，

又 $\because AD \parallel BF$ ， $\angle AGC = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $AGHD$ 为矩形，

$\therefore AD = GH = BF - BG - HF = 16 - 4\sqrt{3} - 4 = 12 - 4\sqrt{3}$ 。



【点评】 此题主要考查了等腰三角形的判定与性质，矩形的判定与性质，以及三角函数的应用，关键是掌握如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等。

25. 【分析】(1) 由直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 与直线 $y = x$ 交于点 A , 列出方程组 $\begin{cases} y=x \\ y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \end{cases}$, 通过解

该方程组即可求得点 A 的坐标; 根据 $\angle BOA = 90^\circ$ 得到直线 OB 的解析式为 $y = -x$, 则

$$\begin{cases} y=-x \\ y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \end{cases}, \text{通过解该方程组来求点 } B \text{ 的坐标即可;}$$

(2) 把点 A 、 B 、 O 的坐标分别代入已知二次函数解析式, 列出关于系数 a 、 b 、 c 的方程组, 通过解方程组即可求得该抛物线的解析式;

(3) 如图, 作 $DN \perp x$ 轴于点 N . 欲证明 OD 与 CF 平行, 只需证明同位角 $\angle CMN$ 与 $\angle DON$ 相等即可.

【解答】解: (1) 由直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 与直线 $y = x$ 交于点 A , 得

$$\begin{cases} y=x \\ y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 A 的坐标是 $(3, 3)$.

$\because \angle BOA = 90^\circ$,

$\therefore OB \perp OA$,

$\therefore$ 直线 OB 的解析式为 $y = -x$.

又 $\because$ 点 B 在直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 上,

$$\therefore \begin{cases} y=-x \\ y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(-1, 1)$.

综上所述, 点 A 、 B 的坐标分别为 $(3, 3)$, $(-1, 1)$.

(2) 由 (1) 知, 点 A 、 B 的坐标分别为 $(3, 3)$, $(-1, 1)$.

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 A , O , B ,

$$\therefore \begin{cases} 9a+3b+c=3 \\ c=0 \\ a-b+c=1 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=0 \end{cases}$$

$$\therefore \text{该抛物线的解析式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x, \text{ 或 } y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{8}.$$

$$\therefore \text{顶点 } E \text{ 的坐标是 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}\right);$$

(3) OD 与 CF 平行. 理由如下:

$$\text{由 (2) 知, 抛物线的对称轴是 } x = \frac{1}{2}.$$

$\therefore$ 直线 $y = x$ 与抛物线的对称轴交于点 C ,

$$\therefore C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

设直线 BC 的表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 把 $B(-1, 1)$, $C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 代入, 得

$$\begin{cases} -k + b = 1 \\ \frac{1}{2}k + b = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}.$$

$\therefore$ 直线 BC 与抛物线交于点 B 、 D ,

$$\therefore -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x,$$

$$\text{解得, } x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = -1.$$

$$\text{把 } x_1 = \frac{4}{3} \text{ 代入 } y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}, \text{ 得 } y_1 = \frac{2}{9},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标是 } \left(\frac{4}{3}, \frac{2}{9}\right).$$

如图, 作 $DN \perp x$ 轴于点 N .

$$\text{则 } \tan \angle DON = \frac{DN}{ON} = \frac{1}{6}.$$

$$\therefore FE \parallel x \text{ 轴, 点 } E \text{ 的坐标为 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}\right).$$

∴ 点 F 的纵坐标是 $-\frac{1}{8}$.

把 $y = -\frac{1}{8}$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$, 得 $x = -\frac{13}{4}$,

∴ 点 F 的坐标是 $(-\frac{13}{4}, -\frac{1}{8})$,

∴ $EF = \frac{1}{2} + \frac{13}{4} = \frac{15}{4}$.

∴ $CE = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$,

∴ $\tan \angle CFE = \frac{CE}{EF} = \frac{1}{6}$,

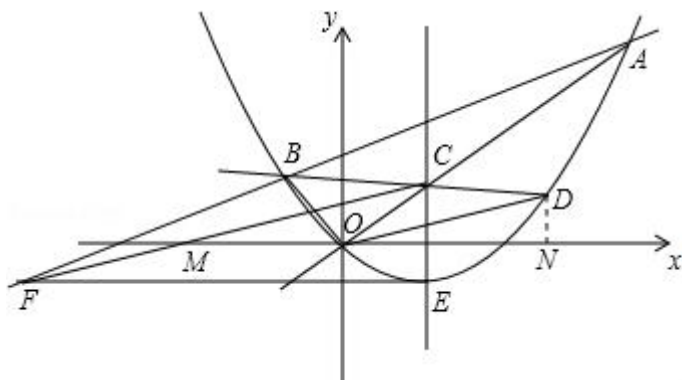
∴ $\angle CFE = \angle DON$.

又 ∵ $FE \parallel x$ 轴,

∴ $\angle CMN = \angle CFE$,

∴ $\angle CMN = \angle DON$,

∴ $OD \parallel CF$, 即 OD 与 CF 平行.



【点评】 本题考查了二次函数综合题. 其中涉及到的知识点有: 待定系数法求二次函数解析式, 一次函数与二次函数交点问题, 平行线的判定以及锐角三角函数的定义等知识点. 此题难度较大.