

二〇一三年东营市初中学生学业考试

数学试题

(总分 120 分 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 本试题分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分,第Ⅰ卷为选择题,36分;第Ⅱ卷为非选择题,84分;全卷共6页.
2. 数学试题答案卡共8页.答题前,考生务必将自己的姓名、考号、考试科目涂写在答题卡上,考试结束,试题和答题卡一并收回.
3. 第Ⅰ卷每题选出答案后,都必须用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号【ABCD】涂黑.如需改动,先用橡皮擦干净,再改涂其它答案.第Ⅱ卷按要求用0.5mm签字笔答在答题卡的相应位置上.
4. 考试时,不允许使用科学计算器.

第Ⅰ卷(选择题 共36分)

一、选择题:本大题共12小题,在每小题给出的四个选项中,只有一项是正确的,请把正确的选项选出来.每小题选对得3分,选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

1. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 ()

- A. ± 4 B. 4 C. ± 2 D. 2

2. 下列运算正确的是 ()

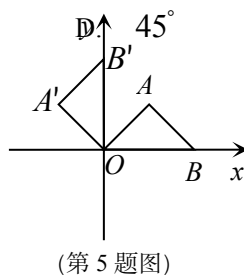
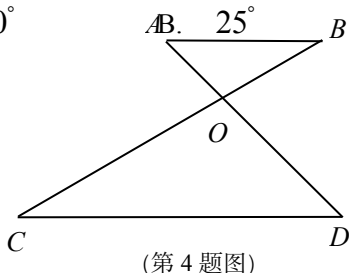
- A. $a^3 - a^2 = a$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
C. $(a^3)^2 = a^6$ D. $(3a)^3 = 9a^3$

3. 国家卫生和计划生育委员会公布 H7N9 禽流感病毒直径约为 0.0000001m, 则病毒直径 0.0000001m 用科学记数法表示为 () (保留两位有效数字).

- A. $0.10 \times 10^{-6} \text{m}$ B. $1 \times 10^{-7} \text{m}$
C. $1.0 \times 10^{-7} \text{m}$ D. $0.1 \times 10^{-6} \text{m}$

4. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, AD 和 BC 相交于点 O , $\angle A = 50^\circ$, $\angle AOB = 105^\circ$, 则 $\angle C$ 等于 ()

- A. 20° B. 25° C. 35°



5. 将等腰直角三角形 AOB 按如图所示放置，然后绕点 O 逆时针旋转 90° 至 $\triangle A'OB'$ 的位置，点 B 的横坐标为 2，则点 A' 的坐标为 ()

- A. (1,1) B. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ C. (-1,1) D. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

6. 若定义： $f(a,b)=(-a,b)$ ， $g(m,n)=(m,-n)$ ，例如 $f(1,2)=(-1,2)$ ， $g(-4,-5)=(-4,5)$ ，则 $g(f(2,-3))= ()$ 。

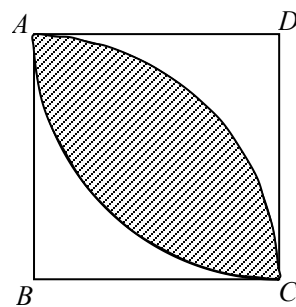
- A. (2,-3) B. (-2,3) C. (2,3) D. (-2,-3)

7. 已知 $\odot O_1$ 的半径 $r_1=2$ ， $\odot O_2$ 的半径 r_2 是方程 $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-1}$ 的根， $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的圆心距为 1，那么两圆的位置关系为 ()

- A. 内含 B. 内切 C. 相交 D. 外切

8. 如图，正方形 $ABCD$ 中，分别以 B 、 D 为圆心，以正方形的边长 a 为半径画弧，形成树叶形（阴影部分）图案，则树叶形图案的周长为 ()

- A. πa B. $2\pi a$
C. $\frac{1}{2}\pi a$ D. $3a$



(第 8 题图)

9. 2013 年“五·一”期间，小明与小亮两家准备从东营港、黄河入海口、龙悦湖中选择一景点游玩，小明与小亮通过抽签方式确定景点，则两家抽到同一景点的概率是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{4}$

10. 如果一个直角三角形的两条边长分别是 6 和 8，另一个与它相似的直角三角形边长分别是 3、4 及 x ，那么 x 的值 ()

- A. 只有 1 个 B. 可以有 2 个 C. 可以有 3 个 D. 有无数个

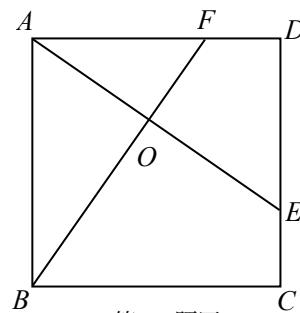
11. 要组织一次篮球联赛，赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场），计划安排 21 场比赛，则参赛球队的个数是 ()

- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

12. 如图, E 、 F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 CD 、 AD 上的点, 且 $CE=DF$, AE 、 BF 相交于点 O , 下列结论: (1) $AE=BF$; (2) $AE \perp BF$;

(3) $AO=OE$; (4) $S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形}DEOF}$ 中正确的有 ()

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个



(第 12 题图)

第 II 卷 (非选择题 共 84 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 共 20 分, 只要求填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

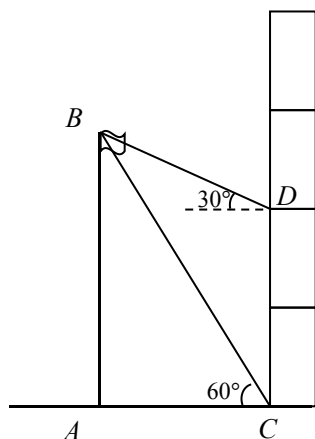
13. 分解因式 $2a^2 - 8b^2 =$ _____.

14. 一组数据 1, 3, 2, 5, 2, a 的众数是 a , 这组数据的中位数是 _____.

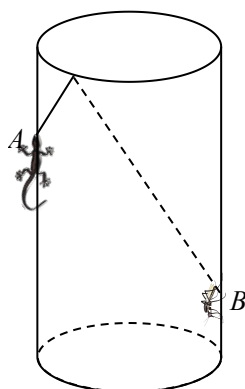
15. 某校研究性学习小组测量学校旗杆 AB 的高度, 如图在教学楼一楼 C 处测得旗杆顶部的仰角为 60° , 在教学楼三楼 D 处测得旗杆顶部的仰角为 30° , 旗杆底部与教学楼一楼在同一水平线上, 已知每层楼的高度为 3 米, 则旗杆 AB 的高度为 _____ 米.

16. 如图, 圆柱形容器中, 高为 1.2m, 底面周长为 1m, 在容器内壁离容器底部 0.3m 的点 B 处有一蚊子, 此时一只壁虎正好在容器外壁, 离容器上沿 0.3m 与蚊子相对的点 A 处, 则壁虎捕捉蚊子的最短距离为 _____ m (容器厚度忽略不计).

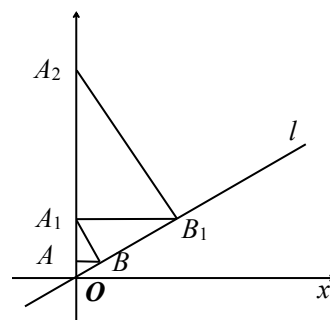
17. 如图, 已知直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 过点 $A(0, 1)$ 作 y 轴的垂线交直线 l 于点 B , 过点 B 作直线 l 的垂线交 y 轴于点 A_1 ; 过点 A_1 作 y 轴的垂线交直线 l 于点 B_1 , 过点 B_1 作直线 l 的垂线交 y 轴于点 A_2 ; 按此作法继续下去, 则点 A_{2013} 的坐标为 _____.



(第 15 题图)



(第 16 题图)



(第 17 题图)

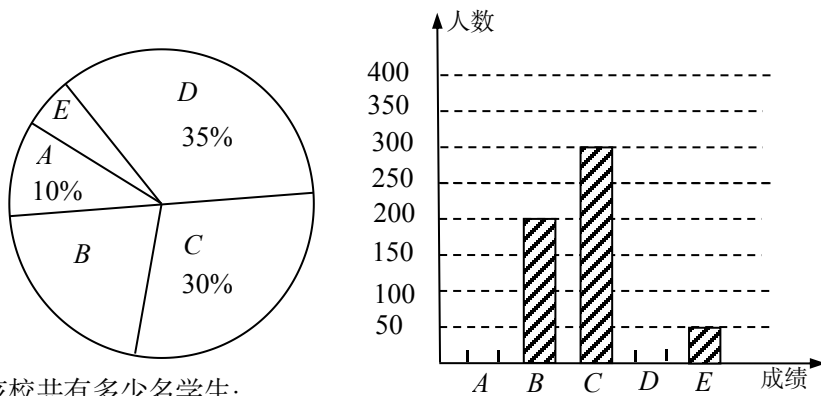
三、解答题：本大题共 7 小题，共 64 分。解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 7 分，第(1)题 3 分，第(2)题 4 分)

(1) 计算： $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (\pi - 3.14)^0 - 2\sin 60^\circ - \sqrt{12} + |1 - 3\sqrt{3}|$.

(2) 先化简再计算： $\frac{a^2 - 1}{a^2 - 2a + 1} \cdot \frac{a - 1}{a + 1} - \frac{a}{a - 1}$ ，再选取一个你喜欢的数代入求值。

19. (本题满分 8 分)东营市“创建文明城市”活动如火如荼的展开.某中学为了搞好“创城”活动的宣传，校学生会就本校学生对东营“市情市况”的了解程度进行了一次调查测试.经过对测试成绩的分析，得到如下图所示的两幅不完整的统计图 (A: 59 分及以下；B: 60—69 分；C: 70—79 分；D: 80—89 分；E: 90—100 分).请你根据图中提供的信息解答以下问题：



(1) 求该校共有多少名学生；

(2) 将条形统计图补充完整；

(3) 在扇形统计图中，计算出“60—69 分”部分所对应的圆心角的度数；

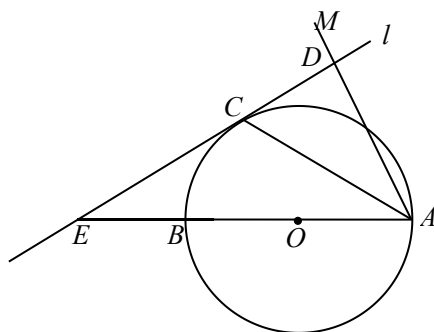
(4) 从该校中任选一名学生，其测试成绩为“90—100 分”的概率是多少？

20. (本题满分 8 分)如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 为 $\odot O$ 上一点，若 $\angle BAC = \angle CAM$ ，过点 C 作直线 l 垂直于射线 AM ，垂足为点 D 。

(1) 试判断 CD 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 若直线 l 与 AB 的延长线相交于点 E ， $\odot O$ 的半径为 3，并且 $\angle CAB = 30^\circ$ 。

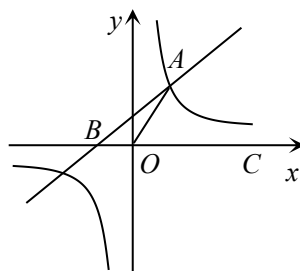
求 CE 的长。



(第 20 题图)

21. (本题满分 9 分)如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = nx + 2(n \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 在第一象限内的图象交于点 A , 与 x 轴交于点 B , 线段 $OA = 5$, C 为 x 轴正半轴上一点, 且 $\sin \angle AOC = \frac{4}{5}$.

- (1) 求一次函数和反比例函数的解析式;
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



(第 21 题图)

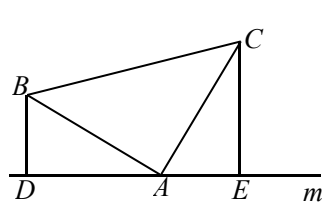
22. (13 东营, 本题满分 10 分)在东营市中小学标准化建设工程中, 某学校计划购进一批电脑和电子白板, 经过市场考察得知, 购买 1 台电脑和 2 台电子白板需要 3.5 万元, 购买 2 台电脑和 1 台电子白板需要 2.5 万元.

- (1) 求每台电脑、每台电子白板各多少万元?
- (2) 根据学校实际, 需购进电脑和电子白板共 30 台, 总费用不超过 30 万元, 但不低于 28 万元, 请你通过计算求出有几种购买方案, 哪种方案费用最低.

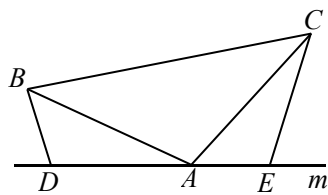
23. (13 东营, 本题满分 10 分)(1)如图(1), 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 直线 m 经过点 A , $BD \perp$ 直线 m , $CE \perp$ 直线 m , 垂足分别为点 D 、 E . 证明: $DE = BD + CE$.

(2) 如图(2), 将(1)中的条件改为: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上, 并且有 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$, 其中 α 为任意锐角或钝角. 请问结论 $DE = BD + CE$ 是否成立? 如成立, 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由.

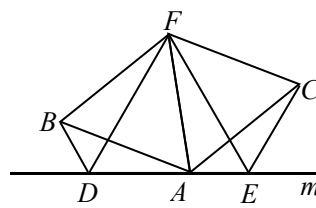
(3) 拓展与应用: 如图(3), D 、 E 是 D 、 A 、 E 三点所在直线 m 上的两动点 (D 、 A 、 E 三点互不重合), 点 F 为 $\angle BAC$ 平分线上的一点, 且 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形, 连接 BD 、 CE , 若 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC$, 试判断 $\triangle DEF$ 的形状.



(图 1)



(图 2)



(图 3)

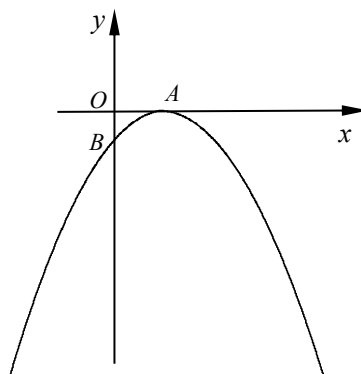
(第 23 题图)

24. (13 东营, 本题满分 12 分) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点 $A(2, 0)$, 与 y 轴的交点为 $B(0, -1)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在对称轴右侧的抛物线上找一点 C , 使以 BC 为直径的圆经过抛物线的顶点 A . 并求出点 C 的坐标以及此时圆的圆心 P 点的坐标.

(3) 在 (2) 的基础上, 设直线 $x=t$ ($0 < t < 10$) 与抛物线交于点 N , 当 t 为何值时, $\triangle BCN$ 的面积最大, 并求出最大值.



(第 24 题图)

2013 年东营市初中学生学业考试

数学试题参考答案与评分标准

评卷说明:

1. 选择题和填空题中的每小题, 只有满分和零分两个评分档, 不给中间分.
2. 解答题中的每小题的解答中所对应的分数, 是指考生正确解答到该步骤所应得的累计分数. 本答案对每小题只给出一种解法, 对考生的其他解法, 请参照评分意见相应评分.
3. 如果考生在解答的中间过程出现计算错误, 但并没有改变试题的实质和难度, 其后续部分酌情给分, 但最多不超过正确解答分数的一半; 若出现严重的逻辑错误, 后续部分就不再给分.

一. 选择题: 本大题共 12 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	C	C	B	C	B	B	A	A	B	C	B

二. 填空题: 本大题共 5 小题, 共 20 分, 只要求填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

13. $2(a+2b)(a-2b)$; 14. 2; 15. 9; 16. 1.3;

17. $(0, 4^{2013})$ 或 $(0, 2^{4026})$ (注: 以上两答案任选一个都对)

三. 解答题: 本大题共 7 小题, 共 64 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (本题满分 7 分, 第(1)题 3 分, 第(2)题 4 分)

(1) 解:

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \frac{3}{2} + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} - (1 - 3\sqrt{3}) \\
 &= \frac{3}{2} + 1 - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 1 + 3\sqrt{3} \\
 &= \frac{3}{2} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}
 \end{aligned}$$

(2) 解:

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \frac{a^2 - 1}{a^2 - 2a + 1} \cdot \frac{a - 1}{a + 1} - \frac{a}{a - 1} \\
 &= \frac{(a + 1)(a - 1)}{(a - 1)^2} \cdot \frac{a - 1}{a + 1} - \frac{a}{a - 1} \\
 &= 1 - \frac{a}{a - 1}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{1-a} \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

选取任意一个不等于 ± 1 的 a 的值, 代入求值. 如: 当 $a = 0$ 时,

$$\text{原式} = \frac{1}{1-a} = 1 \cdots \cdots 7 \text{ 分}$$

19. (本题满分 8 分)

解: (1) 该学校的学生人数是: $300 \div 30\% = 1000$ (人) $\cdots \cdots 2$ 分

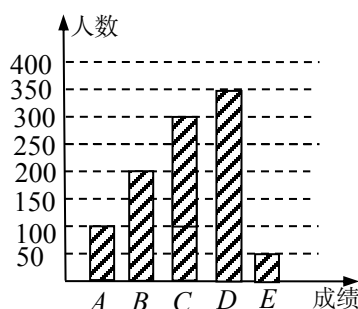
(2) 条形统计图如图所示. $\cdots \cdots 4$ 分

(3) 在扇形统计图中, “60—69 分” 部分所对应的圆心角的度数是:

$$360^\circ \times \left(\frac{200}{1000} \times 100\% \right) = 72^\circ \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

(4) 从该校中任选一名学生, 其测试成绩为 “90—100 分” 的概率是:

$$\frac{50}{1000} = \frac{1}{20} \cdots \cdots 8 \text{ 分}$$



(第 19 题答案图)

20. (本题满分 8 分)

(1) 解: 直线 CD 与 $\odot O$ 相切. $\cdots \cdots 1$ 分

理由如下: 连接 OC .

$$\because OA = OC$$

$$\therefore \angle BAC = \angle OCA$$

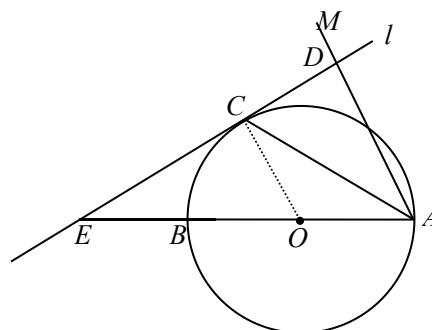
$$\because \angle BAC = \angle CAM$$

$$\therefore \angle OCA = \angle CAM$$

$$\therefore OC \parallel AM \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

$$\because CD \perp AM$$

$$\therefore OC \perp CD$$



(第 20 题答案图)

∴ 直线 CD 与 $\odot O$ 相切.5 分

(2) 解:

$$\because \angle CAB = 30^\circ$$

$$\therefore \angle COE = 2\angle CAB = 60^\circ$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle COE \text{ 中, } OC=3, CE=OC \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

21. (本题满分 9 分)

解: (1) 过 A 点作 $AD \perp x$ 轴于点 D ,

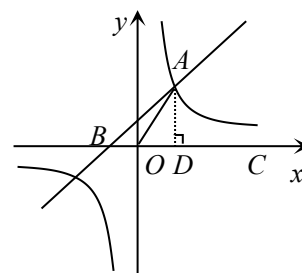
$$\because \sin \angle AOC = \frac{AD}{AO} = \frac{4}{5}, \quad OA = 5$$

$$\therefore AD = 4.$$

由勾股定理得: $DO=3$,

∵ 点 A 在第一象限

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为}(3, 4) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



(第 21 题图)

$$\text{将 } A \text{ 的坐标为}(3, 4) \text{ 代入 } y = \frac{m}{x}, \text{ 得 } 4 = \frac{m}{3}, \therefore m = 12$$

$$\therefore \text{该反比例函数的解析式为 } y = \frac{12}{x} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{将 } A \text{ 的坐标为}(3, 4) \text{ 代入 } y = nx + 2 \text{ 得: } n = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式是 } y = \frac{2}{3}x + 2 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 在 } y = \frac{2}{3}x + 2 \text{ 中, 令 } y = 0, \text{ 即 } \frac{2}{3}x + 2 = 0, \therefore x = -3$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标是 } (-3, 0)$$

$$\therefore OB = 3, \text{ 又 } DA = 4$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot AD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6, \text{ 所以 } \triangle AOB \text{ 的面积为 } 6. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

22. (本题满分 10 分)

解: (1) 设每台电脑 x 万元, 每台电子白板 y 万元, 根据题意得:

$$\begin{cases} x+2y=3.5, \\ 2x+y=2.5 \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

解得: $\begin{cases} x=0.5, \\ y=1.5 \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

答: 每台电脑 0.5 万元, 每台电子白板 1.5 万元. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(2) 设需购进电脑 a 台, 则购进电子白板 $(30-a)$ 台,

则 $\begin{cases} 0.5a+1.5(30-a) \geq 28, \\ 0.5a+1.5(30-a) \leq 30 \end{cases} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

解得: $15 \leq a \leq 17$, 即 $a=15, 16, 17$. $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

故共有三种方案:

方案一: 购进电脑 15 台, 电子白板 15 台. 总费用为 $0.5 \times 15 + 1.5 \times 15 = 30$ 万元;

方案二: 购进电脑 16 台, 电子白板 14 台. 总费用为 $0.5 \times 16 + 1.5 \times 14 = 29$ 万元;

方案三: 购进电脑 17 台, 电子白板 13 台. 总费用为 $0.5 \times 17 + 1.5 \times 13 = 28$ 万元;

所以, 方案三费用最低. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

23. (本题满分 10 分)

证明: (1) $\because BD \perp \text{直线 } m, CE \perp \text{直线 } m$

$$\therefore \angle BDA = \angle CEA = 90^\circ$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ$$

$$\because \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CAE = \angle ABD \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

又 $AB = AC$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = BD, AD = CE$$

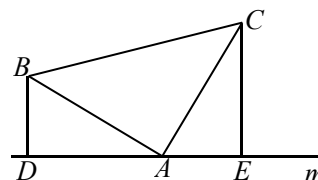
$$\therefore DE = AE + AD = BD + CE \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) $\because \angle BDA = \angle BAC = \alpha$,

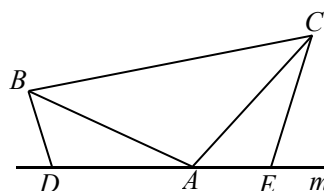
$$\therefore \angle DBA + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - \alpha$$

$$\therefore \angle DBA = \angle CAE \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because \angle BDA = \angle AEC = \alpha, AB = AC$$



(图 1)



(图 2)

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA$ 5 分

$\therefore AE=BD, AD=CE$

$\therefore DE=AE+AD=BD+CE$ 6 分

(3) 由 (2) 知, $\triangle ADB \cong \triangle CEA$,

$BD=AE, \angle DBA = \angle CAE$

$\therefore \triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形

$\therefore \angle ABF = \angle CAF = 60^\circ$

$\therefore \angle DBA + \angle ABF = \angle CAE + \angle CAF$

$\therefore \angle DBF = \angle FAE$ 8 分

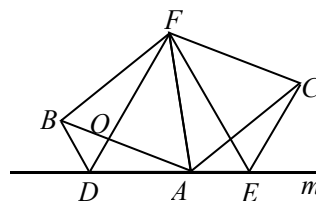
$\therefore BF=AF$

$\therefore \triangle DBF \cong \triangle EAF$ 9 分

$\therefore DF=EF, \angle BFD = \angle AFE$

$\therefore \angle DFE = \angle DFA + \angle AFE = \angle DFA + \angle BFD = 60^\circ$

$\therefore \triangle DEF$ 为等边三角形.10 分



(图 3)

24. (本题满分 12 分)

解: (1) $\because$ 抛物线的顶点是 $A(2,0)$, 设抛物线的解析式为 $y = a(x-2)^2$.

由抛物线过 $B(0,-1)$ 得 $4a = -1$, $\therefore a = -\frac{1}{4}$2 分

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2$.

即 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$3 分

(2) 设 C 的坐标为 (x, y) .

$\because A$ 在以 BC 为直径的圆上. $\therefore \angle BAC = 90^\circ$.

作 $CD \perp x$ 轴于 D , 连接 AB 、 AC .

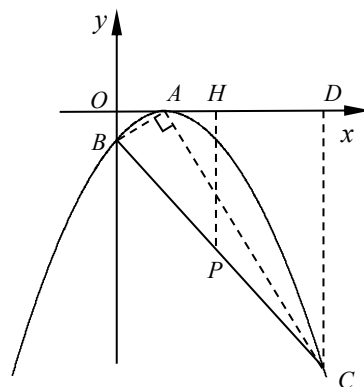
则有 $\triangle AOB \sim \triangle CDA$4 分

$$\frac{OB}{AD} = \frac{OA}{CD}$$

$\therefore OB \cdot CD = OA \cdot AD$.

即 $1 \cdot |y| = 2(x-2)$. $\therefore |y| = 2x-4$.

$\therefore$ 点 C 在第四象限.



(第 24(2)答案图)

$\therefore y = -2x + 4 \dots\dots\dots 5$ 分

由 $\begin{cases} y = -2x + 4, \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 = -1 \end{cases}$

$\therefore$ 点 C 在对称轴右侧的抛物线上.

$\therefore$ 点 C 的坐标为 (10,-16). $\dots\dots\dots 6$ 分

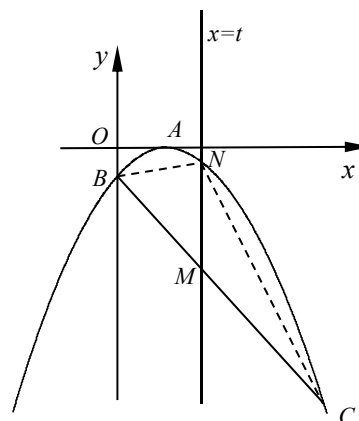
$\therefore P$ 为圆心, $\therefore P$ 为 BC 中点.

取 OD 中点 H, 连 PH, 则 PH 为梯形 OBCD 的中位线.

$\therefore PH = \frac{1}{2}(OB + CD) = \frac{17}{2} \dots\dots\dots 7$ 分

$\therefore D(10,0) \therefore H(5,0) \therefore P(5, -\frac{17}{2})$.

故点 P 坐标为 $(5, -\frac{17}{2})$. $\dots\dots\dots 8$ 分



(第 24(3)答案图)

(3) 设点 N 的坐标为 $(t, -\frac{1}{4}t^2 + t - 1)$, 直线 $x = t$ ($0 < t < 10$) 与直线 BC 交于点 M.

$S_{\triangle BMN} = \frac{1}{2}MN \cdot t, S_{\triangle CMN} = \frac{1}{2}MN \cdot (10 - t)$

所以 $S_{\triangle BCN} = S_{\triangle BMN} + S_{\triangle CMN} = \frac{1}{2}MN \cdot 10 \dots\dots\dots 9$ 分

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 直线 BC 经过 B(0,-1)、C(10,-16)

所以 $\begin{cases} b = -1, \\ 10k + b = -16 \end{cases}$ 成立, 解得: $\begin{cases} k = -\frac{3}{2}, \\ b = -1 \end{cases} \dots\dots\dots 10$ 分

所以直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x - 1$, 则点 M 的坐标为 $(t, -\frac{3}{2}t - 1)$

$MN = (-\frac{1}{4}t^2 + t - 1) - (-\frac{3}{2}t - 1) = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{5}{2}t \dots\dots\dots 11$ 分

$S_{\triangle BCN} = \frac{1}{2}(-\frac{1}{4}t^2 + \frac{5}{2}t) \cdot 10$

$$= -\frac{5}{4}t^2 + \frac{25}{2}t = -\frac{5}{4}(t-5)^2 + \frac{125}{4}$$

所以，当 $t=5$ 时， $S_{\triangle BCN}$ 有最大值，最大值是 $\frac{125}{4}$.……………12 分

山东省东营市 2013 年中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来.每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

1. (3 分) (2013•东营) $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 ()

- A. ± 4 B. 4 C. ± 2 D. 2

考点：算术平方根. 3718684

分析：首先根据算术平方根的定义求出 $\sqrt{16}$ 的值，然后再利用算术平方根的定义即可求出结果.

解答：解： $\because \sqrt{16}=4$,

$\therefore 4$ 的算术平方根是 2,

$\therefore \sqrt{16}$ 的算术平方根是 2;

故选 D.

点评: 此题主要考查了算术平方根的定义, 解题的关键先计算出 $\sqrt{16}$ 的值, 再根据算术平方根的定义进行求解.

2. (3 分) (2013•东营) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 - a^2 = a$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^3)^2 = a^6$ D. $(3a)^3 = 9a^3$

考点: 幂的乘方与积的乘方; 合并同类项; 同底数幂的乘法. 3718684

分析: 根据同底数幂的乘法的性质, 幂的乘方的性质, 积的乘方的性质, 合并同类项的法则, 对各选项分析判断后利用排除法求解.

解答: 解: A、不是同类项, 不能合并, 选项错误;

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 选项错误;

C、正确;

D、 $(3a)^3 = 27a^3$, 选项错误.

故选 C.

点评: 本题考查了合并同类项, 同底数幂的乘法, 幂的乘方, 积的乘方, 理清指数的变化是解题的关键.

3. (3 分) (2013•东营) 国家卫生和计划生育委员会公布 H7N9 禽流感病毒直径约为 0.0000001m, 则病毒直径 0.0000001m 用科学记数法表示为 () (保留两位有效数字).

- A. $0.10 \times 10^{-6} \text{m}$ B. $1 \times 10^{-7} \text{m}$ C. $1.0 \times 10^{-7} \text{m}$ D. $0.1 \times 10^{-6} \text{m}$

考点: 科学记数法与有效数字. 3718684

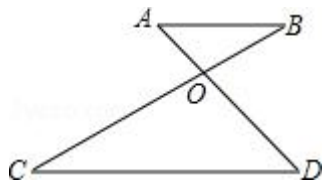
分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 0.0000001 中 1 的前面有 7 个 0, 所以可以确定 $n = -7$. 有效数字的计算方法是: 从左边第一个不是 0 的数字起, 后面所有的数字都是有效数字. 用科学记数法表示的数的有效数字只与前面的 a 有关, 与 10 的多少次方无关.

解答: 解: $0.0000001 = 1 \times 10^{-7} = 1.0 \times 10^{-7}$,

故选: C.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法, 以及用科学记数法表示的数的有效数字的确定方法.

4. (3分) (2013•东营) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, AD 和 BC 相交于点 O , $\angle A = 50^\circ$, $\angle AOB = 105^\circ$, 则 $\angle C$ 等于 ()



- A. 20° B. 25° C. 35° D. 45°

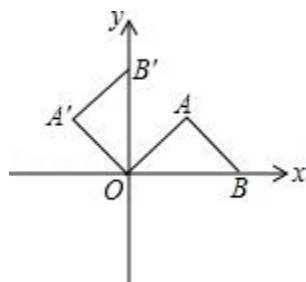
考点: 平行线的性质; 三角形内角和定理. 3718684

分析: 求出 $\angle B$ 的度数, 根据平行线性质得出 $\angle C = \angle B$, 代入求出即可.

解答: 解: $\because \angle A = 50^\circ$, $\angle AOB = 105^\circ$,
 $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle AOB = 25^\circ$,
 $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle C = \angle B = 25^\circ$,
 故选 B.

点评: 本题考查了平行线的性质和三角形的内角和定理的应用, 注意: 两直线平行, 内错角相等.

5. (3分) (2013•东营) 将等腰直角三角形 AOB 按如图所示放置, 然后绕点 O 逆时针旋转 90° 至 $\triangle A'OB'$ 的位置, 点 B 的横坐标为 2, 则点 A' 的坐标为 ()



- A. $(1, 1)$ B. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ C. $(-1, 1)$ D. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

考点: 坐标与图形变化-旋转. 3718684

分析: 过点 A 作 $AC \perp OB$ 于 C , 过点 A' 作 $A'C' \perp OB'$ 于 C' , 根据等腰直角三角形的性质求出 $OC = AC$, 再根据旋转的性质可得 $OC' = OC$, $A'C' = AC$, 然后写出点 A' 的坐标即可.

解答：解：如图，过点 A 作 $AC \perp OB$ 于 C，过点 A' 作 $A'C' \perp OB'$ 于 C' ，

$\because \triangle AOB$ 是等腰直角三角形，点 B 的横坐标为 2，

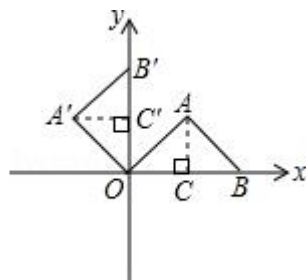
$\therefore OC=AC=\frac{1}{2} \times 2=1$ ，

$\because \triangle A'OB'$ 是 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到，

$\therefore OC'=OC=1$ ， $A'C'=AC=1$ ，

$\therefore$ 点 A' 的坐标为 $(-1, 1)$ 。

故选 C。



点评： 本题考查了坐标与图形变化－旋转，主要利用了等腰直角三角形的性质，旋转变换只改变图形的位置不改变图形的形状与大小的性质。

6. (3 分) (2013•东营) 若定义: $f(a, b) = (-a, b)$, $g(m, n) = (m, -n)$, 例如 $f(1, 2) = (-1, 2)$, $g(-4, -5) = (-4, 5)$, 则 $g(f(2, -3)) = (\quad)$

A. $(2, -3)$ B. $(-2, 3)$ C. $(2, 3)$ D. $(-2, -3)$

考点： 点的坐标. 3718684

专题： 新定义.

分析： 根据新定义先求出 $f(2, -3)$ ，然后根据 g 的定义解答即可.

解答： 解：根据定义， $f(2, -3) = (-2, -3)$ ，

所以， $g(f(2, -3)) = g(-2, -3) = (-2, 3)$ 。

故选 B。

点评： 本题考查了点的坐标，读懂题目信息，掌握新定义的运算规则是解题的关键。

7. (3 分) (2013•东营) 已知 $\odot O_1$ 的半径 $r_1=2$ ， $\odot O_2$ 的半径 r_2 是方程 $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-1}$ 的根， $\odot O_1$ 与

$\odot O_2$ 的圆心距为 1，那么两圆的位置关系为 ()

A. 内含

B. 内切

C. 相交

D. 外切

考点：圆与圆的位置关系；解分式方程. 3718684

分析：首先解分式方程求得 $\odot O_2$ 的半径 r_2 ，然后根据半径和圆心距进行判断两圆的位置关系即可.

解答：解：解方程 $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-1}$ 得： $x=3$

$\therefore r_1=2$ ， $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的圆心距为1，

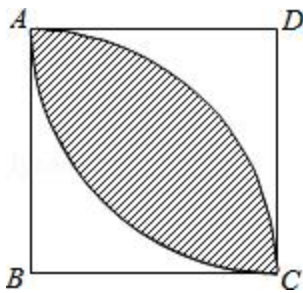
$\therefore 3-2=1$

$\therefore$ 两圆内切，

故选B

点评：此题考查了圆与圆的位置关系与分式方程的解法. 注意掌握两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R ， r 的数量关系间的联系是解此题的关键.

8. (3分) (2013•东营) 如图，正方形ABCD中，分别以B、D为圆心，以正方形的边长 a 为半径画弧，形成树叶形（阴影部分）图案，则树叶形图案的周长为（ ）



A. πa

B. $2\pi a$

C. $\frac{1}{2}\pi a$

D. $3a$

考点：扇形面积的计算. 3718684

分析：由图可知，阴影部分的周长是两个圆心角为 90° 、半径为 a 的扇形的弧长，可据此求出阴影部分的周长.

解答：解： $\because$ 四边形ABCD是边长为 a 正方形，

$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $AB = CB = AD = CD = a$ ，

$\therefore$ 树叶形图案的周长 $= \frac{90\pi \times a}{180} \times 2 = \pi a$.

故选A.

点评： 本题考查了弧长的计算．解答该题时，需要牢记弧长公式 $l = \frac{n\pi R}{180}$ (R 是半径)．

9. (3 分) (2013•东营) 2013 年“五•一”期间，小明与小亮两家准备从东营港、黄河入海口、龙悦湖中选择一景点游玩，小明与小亮通过抽签方式确定景点，则两家抽到同一景点的概率是 ()

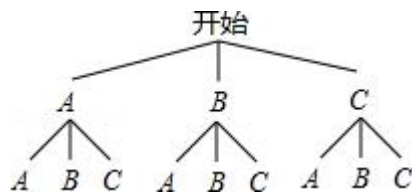
A. B. C. D.

考点： 列表法与树状图法． 3718684

分析： 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两家抽到同一景点的情况，再利用概率公式求解即可求得答案．

解答： 解：用 A、B、C 表示：东营港、黄河入海口、龙悦湖；

画树状图得：



∴ 共有 9 种等可能的结果，则两家抽到同一景点的有 3 种情况，

∴ 则两家抽到同一景点的概率是： $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ．

故选 A．

点评： 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．注意概率 = 所求情况数与总情况数之比．

10. (3 分) (2009•杭州) 如果一个直角三角形的两条边长分别是 6 和 8，另一个与它相似的直角三角形边长分别是 3 和 4 及 x，那么 x 的值 ()

A. 只有 1 个 B. 可以有 2 个
C. 有 2 个以上，但有限 D. 有无数个

考点： 勾股定理；相似三角形的判定与性质． 3718684

专题： 分类讨论.

分析： 两条边长分别是 6 和 8 的直角三角形有两种可能，即已知边均为直角边或者 8 为斜边，运用勾股定理分别求出第三边后，和另外三角形构成相似三角形，利用对应边成比例即可解答.

解答： 解： 根据题意，两条边长分别是 6 和 8 的直角三角形有两种可能，一种是 6 和 8 为直角边，那么根据勾股定理可知斜边为 10；另一种可能是 6 是直角边，而 8 是斜边，那么根据勾股定理可知另一条直角边为 $2\sqrt{7}$.

所以另一个与它相似的直角三角形也有两种可能，

第一种是 $\frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{x}$ ，解得 $x=5$ ；

第二种是 $\frac{6}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{x} = \frac{8}{4}$ ，解得 $x=\sqrt{7}$. 所以可以有 2 个.

故选 B.

点评： 本题考查了勾股定理和三角形相似的有关知识. 本题学生常常漏掉第二种情况，是一道易错题.

11. (3 分) (2013•东营) 要组织一次篮球联赛，赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场），计划安排 21 场比赛，则参赛球队的个数是（ ）

A. 5 个

B. 6 个

C. 7 个

D. 8 个

考点： 一元二次方程的应用. 3718684

专题： 应用题.

分析： 赛制为单循环形式（每两队之间都赛一场）， x 个球队比赛总场数 $= \frac{x(x+1)}{2}$. 即可列方程求解.

解答： 解： 设有 x 个队，每个队都要赛 $(x-1)$ 场，但两队之间只有一场比赛，

$$x(x-1) \div 2 = 21,$$

解得 $x=7$ 或 -6 （舍去）.

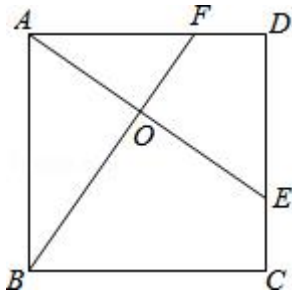
故应邀请 7 个球队参加比赛.

故选 C.

点评： 本题考查了一元二次方程的应用，解决本题的关键是读懂题意，得到总场数的等量关系.

12. (3 分) (2013•东营) 如图，E、F 分别是正方形 ABCD 的边 CD、AD 上的点，且 $CE=DF$ ，AE、BF 相交于点 O，下列结论：

(1) $AE=BF$; (2) $AE \perp BF$; (3) $AO=OE$; (4) $S_{\triangle AOB}=S_{\text{四边形 DEOF}}$ 中正确的有 ()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

考点：全等三角形的判定与性质；正方形的性质. 3718684

分析：根据正方形的性质得 $AB=AD=DC$ ， $\angle BAD=\angle D=90^\circ$ ，则由 $CE=DF$ 易得 $AF=DE$ ，根据“SAS”可判断 $\triangle ABD \cong \triangle DAE$ ，所以 $AE=BF$ ；根据全等的性质得 $\angle ABF=\angle EAD$ ，利用 $\angle EAD+\angle EAB=90^\circ$ 得到 $\angle ABF+\angle EAB=90^\circ$ ，则 $AE \perp BF$ ；连结 BE ， $BE > BC$ ， $BA \neq BE$ ，而 $BO \perp AE$ ，根据垂直平分线的性质得到 $OA \neq OE$ ；最后根据 $\triangle ABD \cong \triangle DAE$ 得 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle DAE}$ ，则 $S_{\triangle ABD}-S_{\triangle AOF}=S_{\triangle DAE}-S_{\triangle AOF}$ ，即 $S_{\triangle AOB}=S_{\text{四边形 DEOF}}$ 。

解答：解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AB=AD=DC$ ， $\angle BAD=\angle D=90^\circ$ ，

而 $CE=DF$ ，

$\therefore AF=DE$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle DAE$ 中

$$\begin{cases} AB=DA \\ \angle BAD=\angle ADE, \\ AF=DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle DAE$ ，

$\therefore AE=BF$ ，所以 (1) 正确；

$\therefore \angle ABF=\angle EAD$ ，

而 $\angle EAD+\angle EAB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABF+\angle EAB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB=90^\circ$ ，

$\therefore AE \perp BF$ ，所以 (2) 正确；

连结 BE ，

$\because BE > BC$ ，

$$\therefore BA \neq BE,$$

而 $BO \perp AE$,

$$\therefore OA \neq OE, \text{ 所以 (3) 错误;}$$

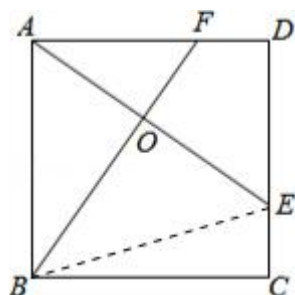
$$\because \triangle ABD \cong \triangle DAE,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle DAE},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} - S_{\triangle AOF} = S_{\triangle DAE} - S_{\triangle AOF},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形 DEOF}}, \text{ 所以 (4) 正确.}$$

故选 C.



点评： 本题考查了全等三角形的判定与性质：判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”；全等三角形的对应边相等．也考查了正方形的性质．

二、填空题：本大题共 5 小题，共 20 分，只要求填写最后结果，每小题填对得 4 分．

13. (4 分) (2008•怀化) 分解因式： $2a^2 - 8b^2 = \underline{2(a-2b)(a+2b)}$.

考点： 提公因式法与公式法的综合运用． 3718684

分析： 先提取公因式 2，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

解答： 解： $2a^2 - 8b^2$,

$$= 2(a^2 - 4b^2),$$

$$= 2(a+2b)(a-2b).$$

点评： 本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式，熟记公式是解题的关键，难点在于要进行二次分解因式．

14. (4 分) (2013•东营) 一组数据 1, 3, 2, 5, 2, a 的众数是 a, 这组数据的中位数是 2 .

考点： 中位数；众数． 3718684

分析：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数，由此可得出 a 的值，将数据从小到大排列可得出中位数.

解答：解：1, 3, 2, 5, 2, a 的众数是 a ,

$$\therefore a=2,$$

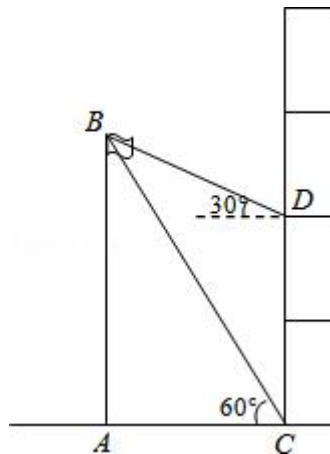
将数据从小到大排列为：1, 2, 2, 2, 3, 5,

中位数为：2.

故答案为：2.

点评：本题考查了众数及中位数的知识，解答本题的关键是掌握众数及中位数的定义，属于基础题.

15. (4 分) (2013•东营) 某校研究性学习小组测量学校旗杆 AB 的高度，如图在教学楼一楼 C 处测得旗杆顶部的仰角为 60° ，在教学楼三楼 D 处测得旗杆顶部的仰角为 30° ，旗杆底部与教学楼一楼在同一水平线上，已知每层楼的高度为 3 米，则旗杆 AB 的高度为 9 米.



考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题. 3718684

分析：过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，则四边形 $ACDE$ 为矩形， $AE=CD=6$ 米， $AC=DE$. 设 $BE=x$ 米，先解 $Rt\triangle BDE$ ，得出 $DE=\sqrt{3}x$ 米， $AC=\sqrt{3}x$ 米，再解 $Rt\triangle ABC$ ，得出 $AB=3x$ 米，然后根据 $AB-BE=AE$ ，列出关于 x 的方程，解方程即可.

解答：解：过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，由题意可知，四边形 $ACDE$ 为矩形，

则 $AE=CD=6$ 米， $AC=DE$.

设 $BE=x$ 米.

在 $Rt\triangle BDE$ 中， $\because \angle BED=90^\circ$ ， $\angle BDE=30^\circ$ ，

$$\therefore DE=\sqrt{3}BE=\sqrt{3}x \text{ 米},$$

$$\therefore AC=DE=\sqrt{3}x \text{ 米}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle BAC=90^\circ$, $\angle ACB=60^\circ$,

$$\therefore AB=\sqrt{3}AC=\sqrt{3}\times\sqrt{3}x=3x \text{ 米},$$

$$\therefore AB-BE=AE,$$

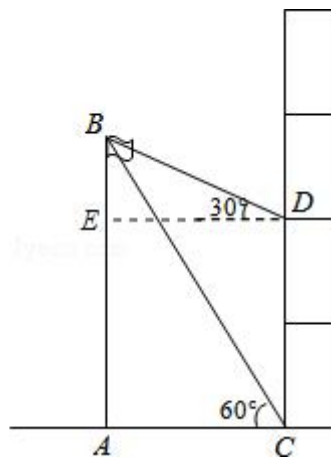
$$\therefore 3x-x=6,$$

$$\therefore x=3,$$

$$AB=3\times 3=9 \text{ (米)}.$$

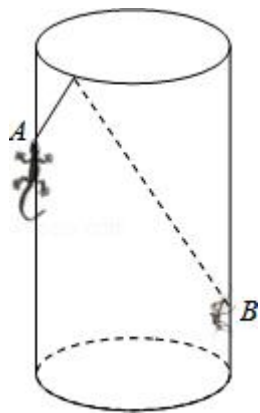
即旗杆 AB 的高度为 9 米.

故答案为 9.



点评: 此题考查了解直角三角形的应用-仰角俯角问题, 作出辅助线, 构造直角三角形是解题的关键.

16. (4 分) (2013•东营) 如图, 圆柱形容器中, 高为 1.2m, 底面周长为 1m, 在容器内壁离容器底部 0.3m 的点 B 处有一蚊子, 此时一只壁虎正好在容器外壁, 离容器上沿 0.3m 与蚊子相对的点 A 处, 则壁虎捕捉蚊子的最短距离为 1.3 m (容器厚度忽略不计).



考点: 平面展开-最短路径问题. 3718684

分析：将容器侧面展开，建立 A 关于 EF 的对称点 A'，根据两点之间线段最短可知 A' B 的长度即为所求.

解答：解：如图：

∵ 高为 1.2m，底面周长为 1m，在容器内壁离容器底部 0.3m 的点 B 处有一蚊子，此时一只壁虎正好在容器外壁，离容器上沿 0.3m 与蚊子相对的点 A 处，

∴ A' D=0.5m，BD=1.2m，

∴ 将容器侧面展开，作 A 关于 EF 的对称点 A'，

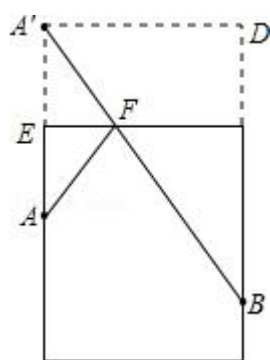
连接 A' B，则 A' B 即为最短距离，

$$A' B = \sqrt{A' D^2 + BD^2}$$

$$= \sqrt{0.5^2 + 1.2^2}$$

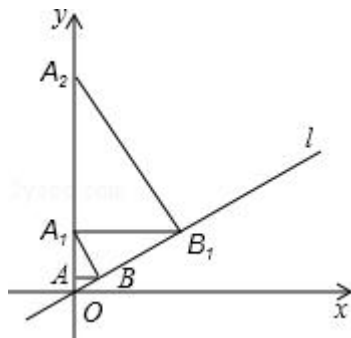
$$= 1.3 \text{ (m)}.$$

故答案为：1.3.



点评：本题考查了平面展开——最短路径问题，将图形展开，利用轴对称的性质和勾股定理进行计算是解题的关键．同时也考查了同学们的创造性思维能力．

17. (4 分) (2013•东营) 如图，已知直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，过点 A (0, 1) 作 y 轴的垂线交直线 l 于点 B，过点 B 作直线 l 的垂线交 y 轴于点 A₁；过点 A₁ 作 y 轴的垂线交直线 l 于点 B₁，过点 B₁ 作直线 l 的垂线交 y 轴于点 A₂；…按此作法继续下去，则点 A₂₀₁₃ 的坐标为 (0, 4²⁰¹³) 或 (0, 2⁴⁰²⁶) (注：以上两答案任选一个都对) ．



考点： 规律型： 点的坐标； 一次函数图象上点的坐标特征． 3718684

分析： 根据所给直线解析式可得 l 与 x 轴的夹角，进而根据所给条件依次得到点 A_1 ， A_2 的坐标，通过相应规律得到 A_{2013} 坐标即可．

解答： 解： $\because$ 直线 l 的解析式为： $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，

$\therefore l$ 与 x 轴的夹角为 30° ，

$\because AB \parallel x$ 轴，

$\therefore \angle ABO = 30^\circ$ ，

$\because OA = 1$ ，

$\therefore AB = \sqrt{3}$ ，

$\because A_1B \perp l$ ，

$\therefore \angle ABA_1 = 60^\circ$ ，

$\therefore AA_1 = 3$ ，

$\therefore A_1O = (0, 4)$ ，

同理可得 $A_2 = (0, 16)$ ，

...

$\therefore A_{2013}$ 纵坐标为： 4^{2013} ，

$\therefore A_{2013} = (0, 4^{2013})$ ．

故答案为： $(0, 4^{2013})$ ．

点评： 本题考查的是一次函数综合题，先根据所给一次函数判断出一次函数与 x 轴夹角是解决本题的突破点；根据含 30° 的直角三角形的特点依次得到 A 、 A_1 、 A_2 、 $A_3 \cdots$ 的点的坐标是解决本题的关键．

三、解答题： 本大题共 7 小题， 共 64 分． 解答要写出必要的文字说明、 证明过程或演算步骤．

18. (7分) (2013•东营) (1) 计算:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (\pi - 3.14)^0 - 2\sin 60^\circ - \sqrt{12} + |1 - 3\sqrt{3}|.$$

(2) 先化简再计算: $\frac{a^2 - 1}{a^2 - 2a + 1} \cdot \frac{a - 1}{a + 1} - \frac{a}{a - 1}$, 再选取一个你喜欢的数代入求值.

考点: 分式的化简求值; 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值. 3718684

专题: 计算题.

分析: (1) 原式第一项利用负指数幂法则计算, 第二项利用零指数幂法则计算, 第三项利用特殊角的三角函数值化简, 第四项化为最简二次根式, 最后一项利用绝对值的代数意义化简, 计算即可得到结果;

(2) 原式第一项约分后, 两项通分并利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果, 将 $a=0$ 代入计算即可求出值.

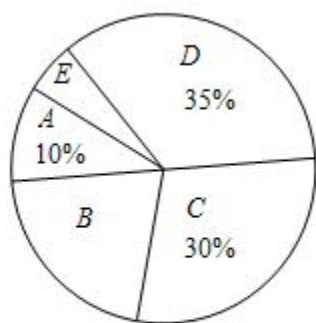
解答: 解: (1) 原式 $= +1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} - (1 - 3\sqrt{3}) = +1 - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 1 + 3\sqrt{3} =$

$$(2) \text{原式} = \frac{(a+1)(a-1)}{(a-1)^2} \cdot \frac{a-1}{a+1} - \frac{a}{a-1} = 1 - \frac{a}{a-1} = \frac{1-a}{1-a}$$

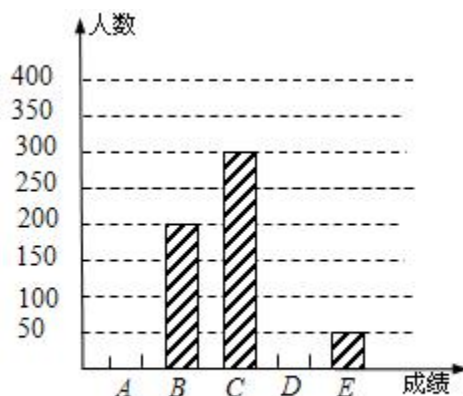
当 $a=0$ 时, 原式 $=1$.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 以及实数的运算, 分式的加减运算关键是通分, 通分的关键是找最简公分母; 分式的乘除运算关键是约分, 约分的关键是找公因式.

19. (8分) (2013•东营) 东营市“创建文明城市”活动如火如荼的展开. 某中学为了搞好“创城”活动的宣传, 校学生会就本校学生对东营“市情市况”的了解程度进行了一次调查测试. 经过对测试成绩的分析, 得到如图所示的两幅不完整的统计图 (A: 59分及以下; B: 60-69分; C: 70-79分; D: 80-89分; E: 90-100分). 请你根据图中提供的信息解答以下问题:



甲



乙

- (1) 求该校共有多少名学生；
- (2) 将条形统计图补充完整；
- (3) 在扇形统计图中，计算出“60 – 69 分”部分所对应的圆心角的度数；
- (4) 从该校中任选一名学生，其测试成绩为“90 – 100 分”的概率是多少？

考点： 条形统计图；扇形统计图；概率公式. 3718684

分析： (1) 根据扇形图可得 70 – 79 分的学生占总体的 30%，由条形图可得 70 – 79 分的学生有 300 人，利用总数=频数÷所占百分比进行计算即可；

(2) 首先计算出 59 分及以下、80 – 89 分的学生人数，再补图；

(3) 首先计算出 60 – 69 分部分的学生所占百分比，再利用 $360^{\circ} \times \text{百分比}$ 即可；

(4) 成绩为“90 – 100 分”的学生有 50 人，用 50：总人数 1000 即可.

解答： 解： (1) 该学校的学生人数是： $300 \div 30\% = 1000$ (人).

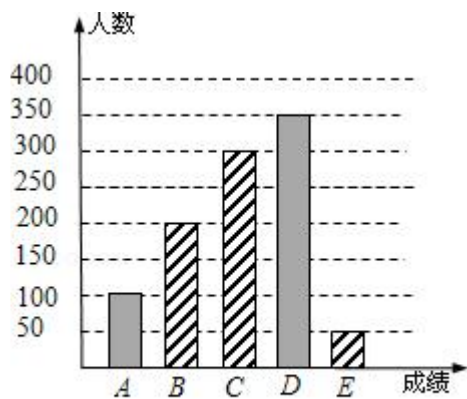
(2) $1000 \times 10\% = 100$ (人),

$1000 \times 35\% = 350$ (人),

条形统计图如图所示.

(3) 在扇形统计图中，“60 – 69 分”部分所对应的圆心角的度数是： $360^{\circ} \times (\frac{200}{1000} \times 100\%) = 72^{\circ}$ ；

(4) 从该校中任选一名学生，其测试成绩为“90 – 100 分”的概率是： $\frac{50}{1000} = \frac{1}{20}$.

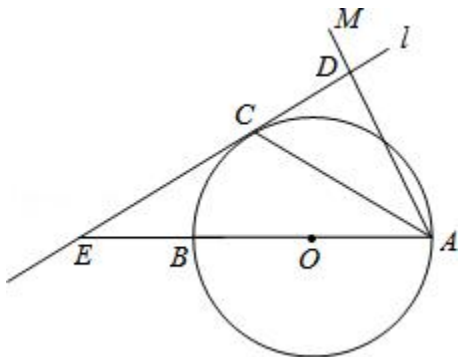


乙

点评：此题主要考查了扇形统计图、条形统计图，以及概率，关键是正确理解图中所表示的意义，从图中获取正确的信息.

20. (8分) (2013•东营) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 为 $\odot O$ 上一点, 若 $\angle BAC = \angle CAM$, 过点 C 作直线 l 垂直于射线 AM, 垂足为点 D.

- (1) 试判断 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;
- (2) 若直线 l 与 AB 的延长线相交于点 E, $\odot O$ 的半径为 3, 并且 $\angle CAB = 30^\circ$, 求 CE 的长.



考点：切线的判定；解直角三角形. 3718684

分析： (1) 连接 OC, 根据 $OA = OC$, 推出 $\angle BAC = \angle OCA$, 求出 $\angle OCA = \angle CAM$, 推出 $OC \parallel AM$, 求出 $OC \perp CD$, 根据切线的判定推出即可;

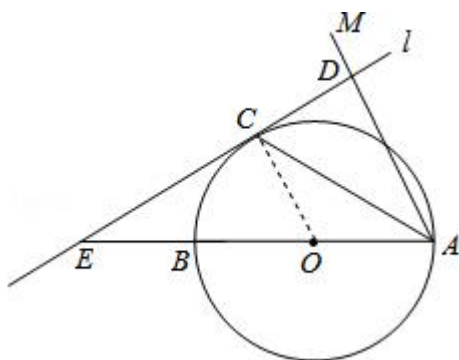
(2) 根据 $OC = OA$ 推出 $\angle BAC = \angle ACO$, 求出 $\angle COE = 2\angle CAB = 60^\circ$, 在 $Rt\triangle COE$ 中, 根据 $CE = OC \cdot \tan 60^\circ$ 求出即可.

解答： 解： (1) 直线 CD 与 $\odot O$ 相切.

理由如下： 连接 OC.

$\because OA=OC,$
 $\therefore \angle BAC=\angle OCA,$
 $\because \angle BAC=\angle CAM,$
 $\therefore \angle OCA=\angle CAM,$
 $\therefore OC\parallel AM,$
 $\because CD\perp AM,$
 $\therefore OC\perp CD,$
 $\because OC$ 为半径,
 $\therefore$ 直线 CD 与 $\odot O$ 相切.

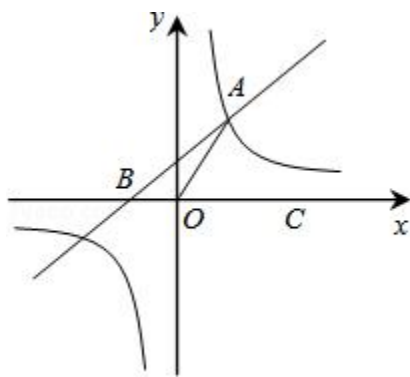
(2) $\because OC=OA,$
 $\therefore \angle BAC=\angle ACO,$
 $\because \angle CAB=30^\circ,$
 $\therefore \angle COE=2\angle CAB=60^\circ,$
 $\therefore$ 在 $Rt\triangle COE$ 中, $OC=3, CE=OC\cdot\tan 60^\circ=3\sqrt{3}.$



点评： 本题考查了切线的判定，等腰三角形的性质和判定，平行线性质，锐角三角函数的定义，三角形外角性质的应用，主要考查学生运用定理进行推理和计算的能力.

21. (9分) (2013•东营) 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=nx+2$ ($n\neq 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($m\neq 0$) 在第一象限内的图象交于点 A，与 x 轴交于点 B，线段 $OA=5$ ，C 为 x 轴正半轴上一点，且 $\sin\angle AOC=.$

- (1) 求一次函数和反比例函数的解析式；
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



考点：反比例函数与一次函数的交点问题．3718684

专题：计算题．

分析：（1）过 A 点作 $AD \perp x$ 轴于点 D，根据已知的 $\angle AOC$ 的正弦值以及 OA 的长，利用三角形函数的定义求出 AD 的长，再利用勾股定理求出 OD 的长，即可得到点 A 的坐标，把点 A 的坐标分别代入到反比例函数和一次函数的解析式中即可确定出两函数的解析式；

（2）根据 x 轴上点的特征，令一次函数的 $y=0$ ，求出 x 的值，确定出点 B 的坐标，得到线段 OB 的长，利用三角形的面积公式即可求出三角形 AOB 的面积．

解答：解：（1）过 A 点作 $AD \perp x$ 轴于点 D，

$$\because \sin \angle AOC = \frac{AD}{AO}, \quad OA=5,$$

$$\therefore AD=4,$$

在 $Rt\triangle AOD$ 中，由勾股定理得： $DO=3$ ，

$\therefore$ 点 A 在第一象限，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(3, 4)$ ，

将 A 的坐标为 $(3, 4)$ 代入 $y=$ ，得 $4=$ ，

$$\therefore m=12,$$

$$\therefore \text{该反比例函数的解析式为 } y=\frac{12}{x},$$

将 A 的坐标为 $(3, 4)$ 代入 $y=nx+2$ 得： $n=$ ，

$\therefore$ 一次函数的解析式是 $y=x+2$ ；

（2）在 $y=x+2$ 中，令 $y=0$ ，即 $x+2=0$ ，

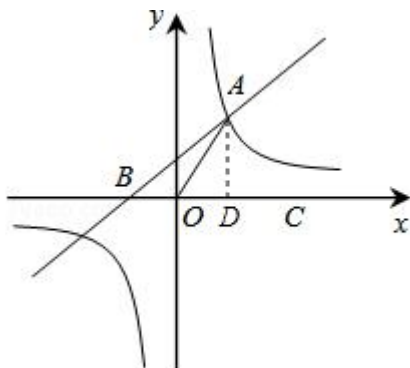
$$\therefore x=-3,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(-3, 0)$

$\therefore OB=3$, 又 $AD=4$,

$\therefore S_{\triangle AOB}=OB \cdot AD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4=6$,

则 $\triangle AOB$ 的面积为 6.



点评: 此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 涉及的知识有: 勾股定理, 待定系数法求函数的解析式, 三角形的面积, 以及三角函数的定义, 用待定系数法确定函数的解析式, 是常用的一种解题方法, 同学们要熟练掌握这种方法.

22. (10 分) (2013•东营) 在东营市中小学标准化建设工程中, 某学校计划购进一批电脑和电子白板, 经过市场考察得知, 购买 1 台电脑和 2 台电子白板需要 3.5 万元, 购买 2 台电脑和 1 台电子白板需要 2.5 万元.

(1) 求每台电脑、每台电子白板各多少万元?

(2) 根据学校实际, 需购进电脑和电子白板共 30 台, 总费用不超过 30 万元, 但不低于 28 万元, 请你通过计算求出有几种购买方案, 哪种方案费用最低.

考点: 一元一次不等式组的应用; 二元一次方程组的应用. 3718684

分析: (1) 先设每台电脑 x 万元, 每台电子白板 y 万元, 根据购买 1 台电脑和 2 台电子白板需要 3.5 万元, 购买 2 台电脑和 1 台电子白板需要 2.5 万元列出方程组, 求出 x , y 的值即可;

(2) 先设需购进电脑 a 台, 则购进电子白板 $(30-a)$ 台, 根据需购进电脑和电子白板共 30 台, 总费用不超过 30 万元, 但不低于 28 万元列出不等式组, 求出 a 的取值范围, 再根据 a 只能取整数, 得出购买方案, 再根据每台电脑的价格和每台电子白板的价格, 算出总费用, 再进行比较, 即可得出最省钱的方案.

解答: 解: (1) 设每台电脑 x 万元, 每台电子白板 y 万元, 根据题意得:

$$\begin{cases} x+2y=3.5 \\ 2x+y=2.5 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x=0.5 \\ y=1.5 \end{cases}$,

答: 每台电脑 0.5 万元, 每台电子白板 1.5 万元.

(2) 设需购进电脑 a 台, 则购进电子白板 $(30-a)$ 台, 根据题意得:

$$\begin{cases} 0.5a+1.5(30-a) \leq 30 \\ 0.5a+1.5(30-a) > 28 \end{cases}$$

解得: $15 \leq a < 17$,

$\therefore a$ 只能取整数,

$\therefore a=15, 16$,

$\therefore$ 有两种购买方案,

方案 1: 需购进电脑 15 台, 则购进电子白板 15 台,

方案 2: 需购进电脑 16 台, 则购进电子白板 14 台,

$15 \times 0.5 + 1.5 \times 15 = 30$ (万元),

$16 \times 0.5 + 1.5 \times 14 = 29$ (万元),

$\therefore 29 < 30$,

$\therefore$ 选择方案 1 最省钱.

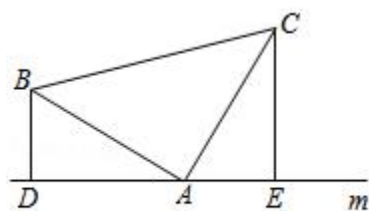
点评: 本题考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式组的应用, 解题的关键是读懂题意, 找出之间的数量关系, 列出二元一次方程组 and 一元一次不等式组, 注意 a 只能取整数.

23. (10 分) (2013•东营) (1) 如图 (1), 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, 直线 m 经过点 A , $BD \perp$ 直线 m , $CE \perp$ 直线 m , 垂足分别为点 D 、 E .

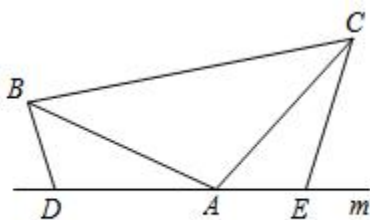
证明: $DE=BD+CE$.

(2) 如图 (2), 将 (1) 中的条件改为: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上, 并且有 $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC=\alpha$, 其中 α 为任意锐角或钝角. 请问结论 $DE=BD+CE$ 是否成立? 如成立, 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由.

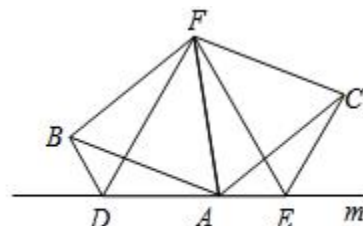
(3) 拓展与应用: 如图 (3), D 、 E 是 D 、 A 、 E 三点所在直线 m 上的两动点 (D 、 A 、 E 三点互不重合), 点 F 为 $\angle BAC$ 平分线上的一点, 且 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形, 连接 BD 、 CE , 若 $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC$, 试判断 $\triangle DEF$ 的形状.



(图 1)



(图 2)



(图 3)

考点：全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定. 3718684

分析：（1）根据 $BD \perp$ 直线 m ， $CE \perp$ 直线 m 得 $\angle BDA = \angle CEA = 90^\circ$ ，而 $\angle BAC = 90^\circ$ ，根据等角的余角相等得 $\angle CAE = \angle ABD$ ，然后根据“AAS”可判断 $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ ，

则 $AE = BD$ ， $AD = CE$ ，于是 $DE = AE + AD = BD + CE$ ；

（2）与（1）的证明方法一样；

（3）与前面的结论得到 $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ ，则 $BD = AE$ ， $\angle DBA = \angle CAE$ ，根据等边三角形的性质得 $\angle ABF = \angle CAF = 60^\circ$ ，则 $\angle DBA + \angle ABF = \angle CAE + \angle CAF$ ，则 $\angle DBF = \angle FAE$ ，

利用“SAS”可判断 $\triangle DBF \cong \triangle EAF$ ，所以 $DF = EF$ ， $\angle BFD = \angle AFE$ ，于是

$\angle DFE = \angle DFA + \angle AFE = \angle DFA + \angle BFD = 60^\circ$ ，根据等边三角形的判定方法可得到 $\triangle DEF$ 为等边三角形。

解答：证明：（1） $\because BD \perp$ 直线 m ， $CE \perp$ 直线 m ，

$$\therefore \angle BDA = \angle CEA = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle ABD,$$

$\because$ 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CEA$ 中

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle CEA, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = BD, AD = CE,$$

$$\therefore DE = AE + AD = BD + CE;$$

$$(2) \because \angle BDA = \angle BAC = \alpha,$$

$$\therefore \angle DBA + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle ABD,$$

$\therefore$ 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CEA$ 中

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle CEA, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = BD, AD = CE,$$

$$\therefore DE = AE + AD = BD + CE;$$

(3) 由 (2) 知, $\triangle ADB \cong \triangle CEA$,

$$BD = AE, \angle DBA = \angle CAE,$$

$\therefore \triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形,

$$\therefore \angle ABF = \angle CAF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DBA + \angle ABF = \angle CAE + \angle CAF,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle FAE,$$

$$\therefore BF = AF$$

在 $\triangle DBF$ 和 $\triangle EAF$ 中

$$\begin{cases} FB = FA \\ \angle FBD = \angle FAE, \\ BD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBF \cong \triangle EAF \text{ (sas)},$$

$$\therefore DF = EF, \angle BFD = \angle AFE,$$

$$\therefore \angle DFE = \angle DFA + \angle AFE = \angle DFA + \angle BFD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle DEF$ 为等边三角形.

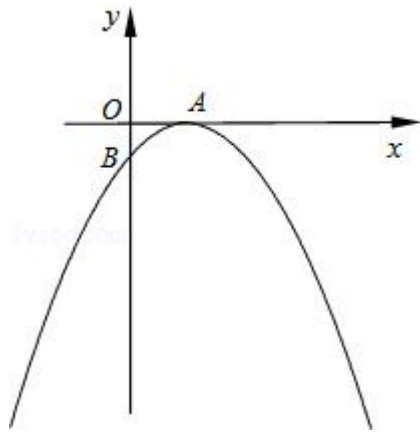
点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质: 判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”; 全等三角形的对应边相等. 也考查了等边三角形的判定与性质.

24. (12 分) (2013•东营) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点 A (2, 0), 与 y 轴的交点为 B (0, -1).

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在对称轴右侧的抛物线上找出一一点 C，使以 BC 为直径的圆经过抛物线的顶点 A. 并求出点 C 的坐标以及此时圆的圆心 P 点的坐标.

(3) 在 (2) 的基础上，设直线 $x=t$ ($0 < t < 10$) 与抛物线交于点 N，当 t 为何值时， $\triangle BCN$ 的面积最大，并求出最大值.



考点：二次函数综合题. 3718684

分析：(1) 利用顶点式写出二次函数解析式，进而得出 a 的值，得出解析式即可；

(2) 首先得出 $\triangle AOB \sim \triangle CDA$ ，进而得出 y 与 x 之间的函数关系，即可得出点 C 的坐标，根据 $PH = (OB + CD)$ 求出 P 点坐标即可；

(3) 首先设点 N 的坐标为 $(t, -t^2 + t - 1)$ ，得出 $S_{\triangle BCN} = S_{\triangle BMN} + S_{\triangle CMN} = \frac{1}{2}MN \times 10$ ，求出直线 BC 的解析式，进而表示出 M 点坐标，即可得出 $\triangle BCN$ 与 t 的函数关系式，求出最值即可.

解答：解：(1) $\because$ 抛物线的顶点是 A (2, 0),

设抛物线的解析式为 $y = a(x - 2)^2$.

由抛物线过 B (0, -1) 得： $4a = -1$,

$$\therefore a = -\frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2.$$

$$\text{即 } y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1.$$

(2) 如图 1，设 C 的坐标为 (x, y).

$\because$ A 在以 BC 为直径的圆上. $\therefore \angle BAC = 90^\circ$.

作 $CD \perp x$ 轴于 D，连接 AB、AC.

$$\therefore \angle OAB + \angle DAC = 90^\circ, \quad \angle OAB + \angle ABO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BOA = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle CDA,$$

$$\therefore \frac{OB}{AD} = \frac{OA}{CD}$$

$$\therefore OB \cdot CD = OA \cdot AD.$$

$$\text{即 } 1 \cdot |y| = 2(x - 2). \quad \therefore |y| = 2x - 4.$$

$\therefore$ 点 C 在第四象限.

$$\therefore y = -2x + 4,$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x_1 = 10 \\ y_1 = -16 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 0 \end{cases}.$$

$\therefore$ 点 C 在对称轴右侧的抛物线上.

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(10, -16)$,

$\therefore$ P 为圆心, $\therefore$ P 为 BC 中点.

取 OD 中点 H, 连 PH, 则 PH 为梯形 OBCD 的中位线.

$$\therefore PH = (OB + CD) = \frac{17}{2}.$$

$$\therefore D(10, 0) \quad \therefore H(5, 0)$$

$$\therefore P\left(5, -\frac{17}{2}\right).$$

$$\text{故点 P 坐标为 } \left(5, -\frac{17}{2}\right).$$

(3) 如图 2, 设点 N 的坐标为 $(t, -t^2 + t - 1)$, 直线 $x = t$ ($0 < t < 10$) 与直线 BC 交于点 M.

$$S_{\triangle BMN} = \frac{1}{2}MN \cdot t, \quad S_{\triangle CMN} = \frac{1}{2}MN \cdot (10 - t),$$

$$\text{所以 } S_{\triangle BCN} = S_{\triangle BMN} + S_{\triangle CMN} = \frac{1}{2}MN \times 10,$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 直线 BC 经过 B $(0, -1)$ 、C $(10, -16)$,

$$\text{所以} \begin{cases} b = -1 \\ 10k + b = -16 \end{cases} \text{成立,}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{3}{2}, \\ b = -1 \end{cases}$$

所以直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x - 1$, 则点 M 的坐标为 $(t, -t-1)$,

$$MN = \left(-\frac{1}{4}t^2 + t - 1\right) - \left(-\frac{3}{2}t - 1\right) = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{5}{2}t,$$

$$S_{\triangle BCN} = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4}t^2 + \frac{5}{2}t\right) \times 10,$$

$$= -\frac{5}{4}t^2 + \frac{25}{2}t$$

$$= -\frac{5}{4}(t-5)^2 + \frac{125}{4},$$

所以, 当 $t=5$ 时, $S_{\triangle BCN}$ 有最大值, 最大值是 $\frac{125}{4}$.

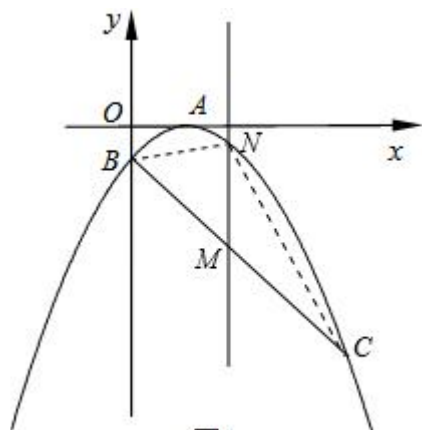


图2

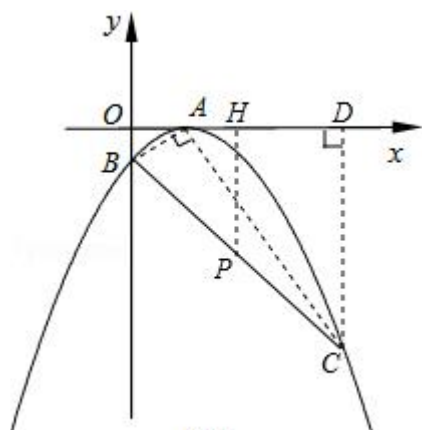


图1

点评: 此题主要考查了二次函数的综合应用以及待定系数法求一次函数解析式和相似三角形的判定与性质等知识, 根据已知利用数形结合得出是解题关键.

