

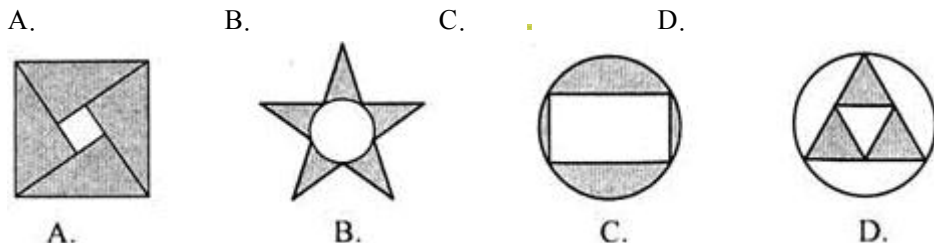
# 山东省 2012 年 青 岛 市 中 考 数 学 试 题

## 一、选择题 (本题满分 24 分, 共 8 小题, 每小题 3 分)

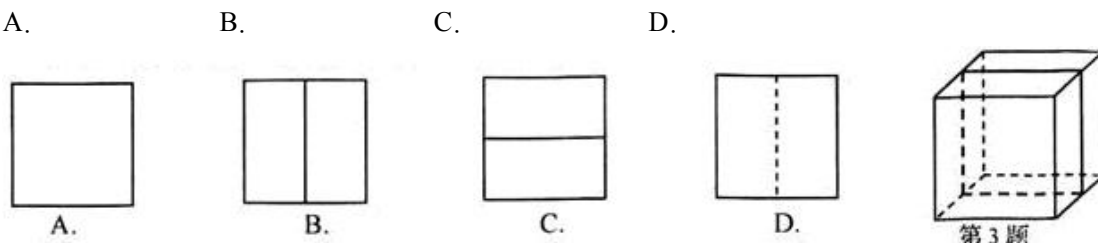
1.  $-2$  的绝对值是【     】

- A.  $-\frac{1}{2}$                       B.  $-2$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $2$

2. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是【     】



3. 如图, 正方体表面上画有一圈黑色线条, 则它的左视图是【     】



4. 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的半径分别为 4 和 6,  $O_1O_2 = 2$ , 则 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是【     】

- A. 内切                      B. 相交                      C. 外切                      D. 外离

5. 某次知识竞赛中, 10 名学生的成绩统计如下:

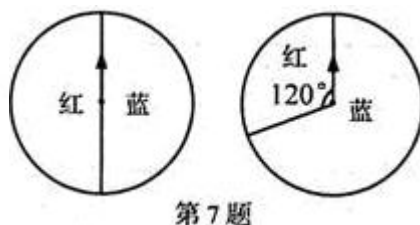
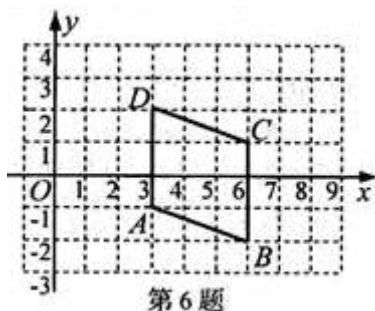
|       |    |    |    |    |     |
|-------|----|----|----|----|-----|
| 分数(分) | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| 人数(人) | 1  | 1  | 5  | 2  | 1   |

则下列说明正确的是【     】

- A. 学生成绩的极差是 4                      B. 学生成绩的众数是 5  
C. 学生成绩的中位数是 80 分                      D. 学生成绩的平均分是 80 分

6. 如图, 将四边形  $ABCD$  先向左平移 3 个单位, 再向上平移 2 个单位, 那么点  $A$  的对应点  $A_1$  的坐标是【     】

- A.  $(6, 1)$                       B.  $(0, 1)$                       C.  $(0, -3)$                       D.  $(6, -3)$



7. 用图中两个可自由转动的转盘做“配紫色”游戏: 分别旋转两个转盘, 若其中一个转出红色, 另一个转出蓝色即可配成紫色, 那么可配成紫色的概率是【     】

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

8. 点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$  都在反比例函数  $y = -\frac{3}{x}$  的图象上, 且  $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ , 则  $y_1$ 、

$y_2$ 、 $y_3$  的大小关系是【     】

A.  $y_3 < y_1 < y_2$

B.  $y_1 < y_2 < y_3$

C.  $y_3 < y_2 < y_1$

D.  $y_2 < y_1 < y_3$

## 二、填空题 (本题满分 18 分, 共 6 小题, 每小题 3 分)

9.  $(-3)^0 + \sqrt{12} \times \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

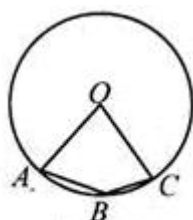
10. 为改善学生的营养状况, 中央财政从 2011 年秋季学期起, 为试点地区在校生提供营养膳食补助, 一年所需资金约为 160 亿元, 用科学记数法表示为  $\underline{\hspace{2cm}}$  元.

11. 如图, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  在  $\odot O$  上,  $\angle AOC = 60^\circ$ , 则  $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .

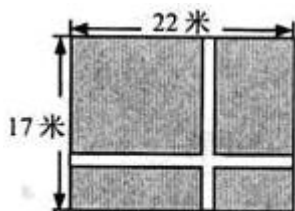
12. 如图, 在一块长为 22m、宽为 17m 的矩形地面上, 要修建同样宽的两条互相垂直的道路 (两条道路各与矩形一边平行), 剩余部分种上草坪, 使草坪面积为  $300\text{m}^2$ . 若设道路宽为  $x\text{m}$ , 则根据题意可列方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $AC = 1$ . 现在将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  逆时针旋转至  $\triangle A'B'C$ , 使得点  $A'$  恰好落在  $AB$  上, 连接  $BB'$ , 则  $BB'$  的长度为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

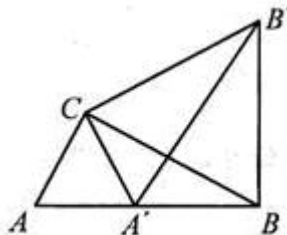
14. 如图, 圆柱形玻璃杯高为 12cm、底面周长为 18cm, 在杯内离杯底 4cm 的点  $C$  处有一滴蜂蜜, 此时一只蚂蚁正好在杯外壁, 离杯上沿 4cm 与蜂蜜相对的点  $A$  处, 则蚂蚁到达蜂蜜的最短距离为  $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ .



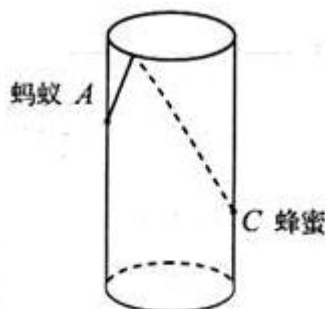
第 11 题



第 12 题



第 13 题



第 14 题

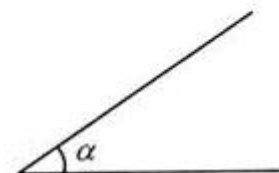
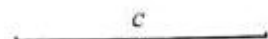
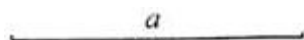
## 三、作图题 (本题满分 4 分)

15. 用圆规、直尺作图, 不写作法, 但要保留作图痕迹.

已知: 线段  $a$ 、 $c$ ,  $\angle \alpha$ .

求作:  $\triangle ABC$ , 使  $BC = a$ ,  $AB = c$ ,  $\angle ABC = \angle \alpha$ .

结论:

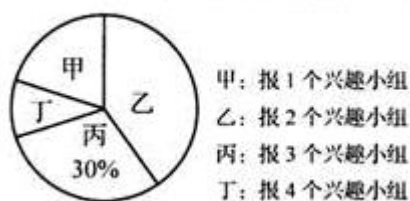


## 四、解答题 (本题满分 94 分, 共 9 小题)

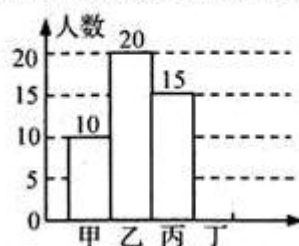
16. (8分)(1)化简:  $\left[\frac{1}{a} + 1\right] \div \frac{1-a^2}{1+2a+a^2}$ ; (2)解不等式组:  $\begin{cases} 3(x+1) < 5x, \\ \frac{1}{3}x - 1 \leq 7 - \frac{5}{3}x. \end{cases}$

17. (6分)某校为开展每天一小时阳光体育活动,准备组建篮球、排球、足球、乒乓球四个兴趣小组,并规定每名学生至少参加1个小组,即可以兼报多个小组.该校对八年级全体学生报名情况进行了调查,并将所得数据绘制成如下两幅统计图:

报1至4个兴趣小组人数的扇形统计图



报1至4个兴趣小组人数的条形统计图



根据图中的信息,解答下列问题:

- (1)补全条形统计图;
- (2)若该校八年级共有400名学生,估计报名参加2个兴趣小组的人数;
- (3)综合上述信息,谈谈你对该校即将开展的兴趣小组活动的意见和建议(不超过30字).

18. (6分)某商场为了吸引顾客,举行抽奖活动,并规定:顾客每购买100元的商品,就可以随机抽取一张奖券,抽得奖券“紫气东来”、“化开富贵”、“吉星高照”,就可以分别获得100元、50元、20元的购物券,抽得“谢谢惠顾”不赠购物券;如果顾客不愿意抽奖,可以直接获得购物券10元,小明购买了100元的商品,他看到商场公布的前10000张奖券的抽奖结果如下:

| 奖券种类    | 紫气东来 | 化开富贵 | 吉星高照 | 谢谢惠顾 |
|---------|------|------|------|------|
| 出现张数(张) | 500  | 1000 | 2000 | 6500 |

- (1)求“紫气东来”奖券出现的频率;
- (2)请你帮助小明判断,抽奖和直接获得购物券,哪种方式更合算?说明理由.

19. (6分)小丽乘坐汽车从青岛到黄岛奶奶家,她去时经过环湾高速公路,全程约84km,返回时经过跨海大桥,全程约45km.小丽所乘汽车去时的平均速度是返回时的1.2倍,所用时间却比返回时多20min.求小丽所乘汽车返回时的平均速度.

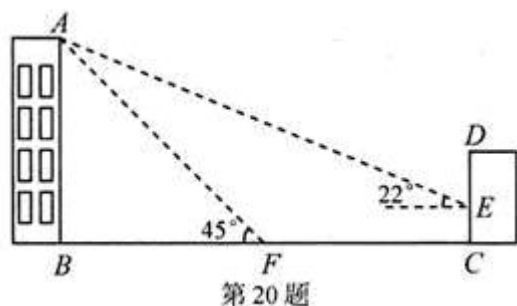
20. (8分)如图,某校教学楼AB的后面有一建筑物CD,当光线与地面的夹角是22°时,教学楼在

建筑物的墙上留下高 2m 的影子  $CE$ ；而当光线与地面的夹角是  $45^\circ$  时，教学楼顶  $A$  在地面上的影子  $F$  与墙角  $C$  有 13m 的距离( $B$ 、 $F$ 、 $C$  在一条直线上).

(1) 求教学楼  $AB$  的高度；

(2) 学校要在  $A$ 、 $E$  之间挂一些彩旗，请你求出  $A$ 、 $E$  之间的距离(结果保留整数).

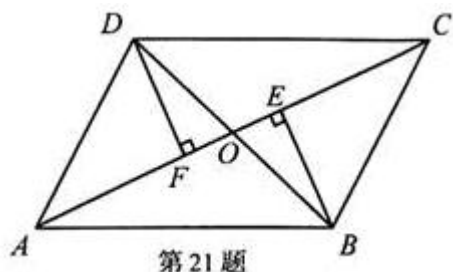
(参考数据:  $\sin 22^\circ \approx \frac{3}{8}$ ,  $\cos 22^\circ \approx \frac{15}{16}$ ,  $\tan 22^\circ \approx \frac{2}{5}$ )



21. (8 分) 如图，四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$ 、 $BD$  交于点  $O$ ， $BE \perp AC$  于  $E$ ， $DF \perp AC$  于  $F$ ，点  $O$  既是  $AC$  的中点，又是  $EF$  的中点.

(1) 求证:  $\triangle BOE \cong \triangle DOF$ ;

(2) 若  $OA = \frac{1}{2}BD$ ，则四边形  $ABCD$  是什么特殊四边形？请说明理由.

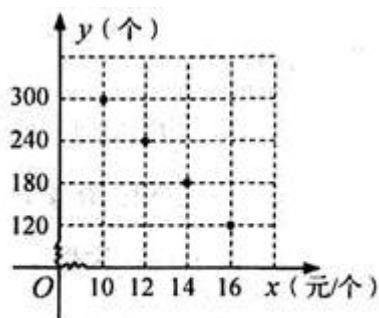


22. (10 分) 在“母亲节”期间，某校部分团员参加社会公益活动，准备购进一批许愿瓶进行销售，并将所得利润捐给慈善机构. 根据市场调查，这种许愿瓶一段时间内的销售量  $y$ (个) 于销售单价  $x$ (元/个) 之间的对应关系如图所示.

(1) 试判断  $y$  与  $x$  之间的函数关系，并求出函数关系式；

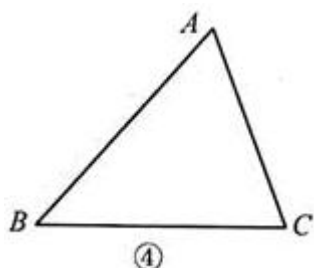
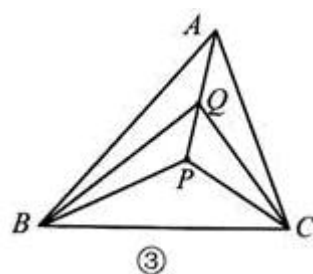
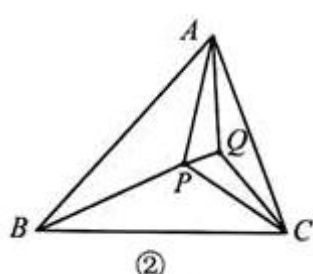
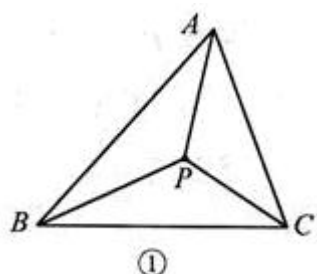
(2) 若许愿瓶的进价为 6 元/个，按照上述市场调查销售规律，求利润  $w$ (元) 与销售单价  $x$ (元/个) 之间的函数关系式；

(3) 若许愿瓶的进货成本不超过 900 元，要想获得最大利润，试求此时这种许愿瓶的销售单价，并求出最大利润.



第22题

23. (10分)问题提出：以  $n$  边形的  $n$  个顶点和它内部的  $m$  个点，共  $(m+n)$  个点作为顶点，可把原  $n$  边形分割成多少个互不重叠的小三角形？



问题探究：为了解决上面的问题，我们将采取一般问题特殊化的策略，先从简单和具体的情形入手：

探究一：以  $\triangle ABC$  的 3 个顶点和它内部的 1 个点  $P$ ，共 4 个点为顶点，可把  $\triangle ABC$  分割成多少个互不重叠的小三角形？

如图①，显然，此时可把  $\triangle ABC$  分割成 3 个互不重叠的小三角形。

探究二：以  $\triangle ABC$  的 3 个顶点和它内部的 2 个点  $P$ 、 $Q$ ，共 5 个点为顶点，可把  $\triangle ABC$  分割成多少个互不重叠的小三角形？

在探究一的基础上，我们可看作在图①  $\triangle ABC$  的内部，再添加 1 个点  $Q$ ，那么点  $Q$  的位置会有两种情况：

一种情况，点  $Q$  在图①分割成的某个小三角形内部。不妨设点  $Q$  在  $\triangle PAC$  的内部，如图②；

另一种情况，点  $Q$  在图①分割成的小三角形的某条公共边上。不妨设点  $Q$  在  $PA$  上，如图③。

显然，不管哪种情况，都可把  $\triangle ABC$  分割成 5 个互不重叠的小三角形。

探究三：以  $\triangle ABC$  的三个顶点和它内部的 3 个点  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ ，共 6 个点为顶点，可把  $\triangle ABC$  分割成\_\_\_\_\_个互不重叠的小三角形，并在图④中画出一一种分割示意图。

探究四：以  $\triangle ABC$  的三个顶点和它内部的  $m$  个点，共  $(m+3)$  个点为顶点，可把  $\triangle ABC$  分割成

个互不重叠的小三角形.

探究拓展: 以四边形的 4 个顶点和它内部的  $m$  个点, 共  $(m+4)$  个点为顶点, 可把四边形分割成\_\_\_\_\_个互不重叠的小三角形.

问题解决: 以  $n$  边形的  $n$  个顶点和它内部的  $m$  个点, 共  $(m+n)$  个点作为顶点, 可把原  $n$  边形分割成\_\_\_\_\_个互不重叠的小三角形.

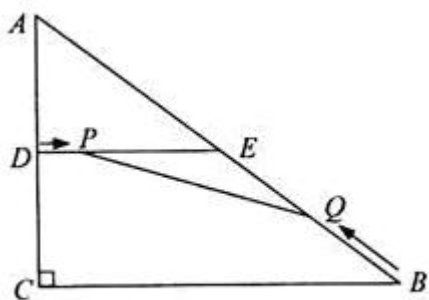
实际应用: 以八边形的 8 个顶点和它内部的 2012 个点, 共 2020 个顶点, 可把八边形分割成多少个互不重叠的小三角形? (要求列式计算)

24. (12 分)如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 6\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ ,  $D$ 、 $E$  分别是  $AC$ 、 $AB$  的中点, 连接  $DE$ . 点  $P$  从点  $D$  出发, 沿  $DE$  方向匀速运动, 速度为  $1\text{cm/s}$ ; 同时, 点  $Q$  从点  $B$  出发, 沿  $BA$  方向匀速运动, 速度为  $2\text{cm/s}$ , 当点  $P$  停止运动时, 点  $Q$  也停止运动. 连接  $PQ$ , 设运动时间为  $t(0 < t < 4)\text{s}$ . 解答下列问题:

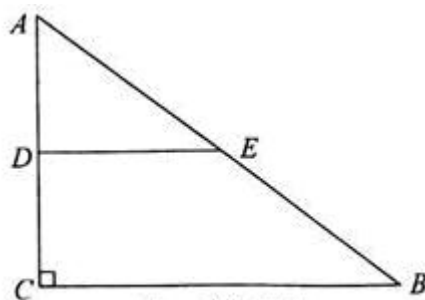
(1)当  $t$  为何值时,  $PQ \perp AB$ ?

(2)当点  $Q$  在  $B$ 、 $E$  之间运动时, 设五边形  $PQBCD$  的面积为  $y\text{cm}^2$ , 求  $y$  与  $t$  之间的函数关系式;

(3)在(2)的情况下, 是否存在某一时刻  $t$ , 使得  $PQ$  分四边形  $BCDE$  所成的两部分的面积之比为  $S_{\triangle PQE} : S_{\text{五边形 } PQBCD} = 1 : 29$ ? 若存在, 求出此时  $t$  的值以及点  $E$  到  $PQ$  的距离  $h$ ; 若不存在, 请说明理由.



第 24 题



第 24 题备用图

## 二〇一二年山东省青岛市初级中学学业水平考试

### 数学试题参考答案及评分标准

说明:

1. 如果考生的解法与本解法不同,可参照本评分标准制定相应评分细则.
2. 当考生的解答在某一步出现错误,影响了后继部分时,如果这一步以后的解答未改变这道题的内容和难度,可视影响程度决定后面部分的给分,但不得超过后面部分应给分数的一半;如果这一步以后的解答有较严重的错误,就不给分.
3. 为阅卷方便,本解答中的推算步骤写得较为详细,但允许考生在解答过程中,合理省略非关键性的推算步骤.
4. 解答右端所注分数,表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

一、选择题(本题满分 24 分,共有 8 道小题,每小题 3 分)

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题 号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答 案 | D | C | B | A | C | B | D | A |

二、填空题(本题满分 18 分,共有 6 道小题,每小题 3 分)

|     |                    |                      |     |
|-----|--------------------|----------------------|-----|
| 题 号 | 9                  | 10                   | 11  |
| 答 案 | 7                  | $1.6 \times 10^{10}$ | 150 |
| 题 号 | 12                 | 13                   | 14  |
| 答 案 | $(22-x)(17-x)=300$ | $\sqrt{3}$           | 15  |

三、作图题(本题满分 4 分)

15. 正确作图; ..... 3 分
- 正确写出结论. .... 4 分

四、解答题（本题满分 74 分，共有 9 道小题）

16.（本小题满分 8 分）

$$\begin{aligned} (1) \text{ 解: 原式} &= \frac{1+a}{a} \cdot \frac{(1+a)(1-a)}{(1+a)^2} \\ &= \frac{1-a}{a} \end{aligned}$$

..... 4 分

$$(2) \begin{cases} 3(x+1) < 5x & \text{①} \\ \frac{1}{3}x - 1 \leq 7 - \frac{5}{3}x & \text{②} \end{cases}$$

解: 解不等式①得,  $x > \frac{3}{2}$

解不等式②得,  $x \leq 4$

$\therefore$  原式不等式组的解集为  $\frac{3}{2} < x \leq 4$ .

..... 4 分

17.（本小题满分 6 分）

(1) 正确补对条形统计图

..... 2 分

(2) 160 人

..... 4 分

(3) 合理即可.

..... 6 分

18.（本小题满分 6 分）

$$(1) \frac{500}{10000} = \frac{1}{20} \text{ 或 } 5\%$$

..... 2 分

(2) 平均每张奖券获得的购物券金额为

$$100 \times \frac{500}{10000} + 50 \times \frac{1000}{10000} + 20 \times \frac{2000}{10000} + 0 \times \frac{6500}{10000}$$

$= 14$  (元)

$\because 14 > 10$

$\therefore$  选择抽奖更合算.

..... 6 分

19. (本小题满分 6 分)

解: 设小丽所乘汽车返回时的平均速度是  $x$  千米/时, 根据题意得:

$$\frac{84}{1.2x} - \frac{45}{x} = \frac{20}{60} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

解这个方程, 得  $x = 75$  ..... 5 分

经检验,  $x = 75$  是原方程的解.

答: 小丽所乘汽车返回时的速度是 75 千米/时. ..... 6 分

20. (本小题满分 8 分)

解: (1) 过点  $E$  作  $EM \perp AB$ , 垂足为  $M$ .

设  $AB$  为  $x$ .

在  $Rt\triangle ABF$  中,  $\angle AFB = 45^\circ$

$$\therefore BF = AB = x$$

$$\therefore BC = BF + FC = x + 13$$

在  $Rt\triangle AEM$  中,  $\angle AEM = 22^\circ$ ,  $AM = AB - BM = AB - CE = x - 2$  ..... 3 分

$$\therefore \tan 22^\circ = \frac{AM}{ME}, \quad \frac{x-2}{x+13} = \frac{2}{5}, \quad x = 12.$$

即教学楼的高 12m. ..... 6 分

(2) 由 (1) 可得  $ME = BC = x + 13 = 12 + 13 = 25$ .

$$\text{在 } Rt\triangle AME \text{ 中, } \cos 22^\circ = \frac{ME}{AE}, \therefore AE = \frac{ME}{\cos 22^\circ} \approx \frac{25}{\frac{15}{16}} \approx 27$$

即  $A$ 、 $E$  之间的距离约为 27m. ..... 8 分

21. (本小题满分 8 分)

证明: (1)  $\because BE \perp AC, DF \perp AC$

$$\therefore \angle BEO = \angle DFO = 90^\circ$$

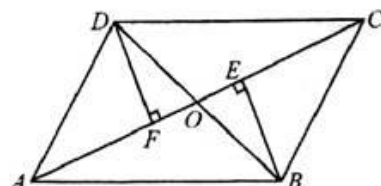
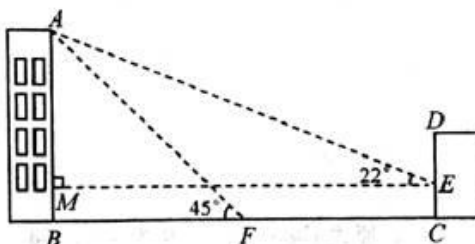
又  $\because \angle EOB = \angle FOD, OE = OF,$

$$\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOF \text{ (ASA)}$$

(2) 四边形  $ABCD$  是矩形. |

$$\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOF$$

$$\therefore OB = OD, \quad |$$



又  $\because \angle BOE = \angle DOF$   
 $\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形 |  
 $\therefore OA = \frac{1}{2}BD, OB = \frac{1}{2}AC$   
 $\therefore BD = AC$   
 $\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形 |  
..... 4 分

又 $\because OA=OC$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形

$$\because OA = \frac{1}{2}BD, OA = \frac{1}{2}AC$$

$\therefore BD=AC$   $\therefore \square ABCD$  是矩形. / ..... 8 分

22. (本小题满分 10 分)

解: (1)  $y$  是  $x$  的一次函数, 设  $y=kx+b$

图象过点  $(10, 300), (12, 240)$

$$\begin{cases} 10k+b=300 \\ 12k+b=240 \end{cases}, \quad \text{解得} \quad \begin{cases} k=-30 \\ b=600 \end{cases}$$

$$\therefore y=-30x+600$$

当  $x=14$  时,  $y=180$ ; 当  $x=16$  时,  $y=120$ ,

即点  $(14, 180), (16, 120)$  均在函数  $y=-30x+600$  图象上.

$\therefore y$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y=-30x+600$ . ..... 4 分

$$(2) w=(x-6)(-30x+600)$$

$$=-30x^2+780x-3600$$

即  $w$  与  $x$  之间的函数关系式为  $w=-30x^2+780x-3600$ . ..... 7 分

$$(3) \text{由题意得 } 6(-30x+600) \leq 900 \text{ 解得 } x \geq 15$$

$$w=-30x^2+780x-3600 \text{ 图象对称轴为 } x=-\frac{780}{2 \times (-30)}=13,$$

$$\because a=-30 < 0,$$

$\therefore$  抛物线开口向下, 当  $x \geq 15$  时,  $w$  随  $x$  增大而减小,

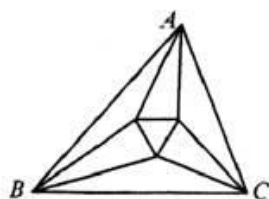
$$\therefore \text{当 } x=15 \text{ 时, } w_{\text{最大}}=1350$$

即以 15 元/个的价格销售这批许愿瓶可获得最大利润 1350 元. .... 10 分

23. (本小题满分 10 分)

探究三: 7

分割示意图. (答案不唯一).



..... 2 分

探究四:  $3 + 2(m-1)$  或  $2m+1$

..... 4 分

探究拓展:  $4 + 2(m-1)$  或  $2m+2$

..... 6 分

问题解决:  $n + 2(m-1)$  或  $2m+n-2$

..... 8 分

实际应用: 把  $n=8$ ,  $m=2012$  代入上述代数式, 得

$$2m+n-2 = 2 \times 2012 + 8 - 2 = 4024 + 8 - 2 = 4030$$

..... 10 分

24. (本小题满分 12 分)

解: (1) 如图①, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $AC=6$ ,  $BC=8$

$$\therefore AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

$\because D, E$  分别是  $AC, AB$  的中点.

$$\therefore AD=DC=3, AE=EB=5, DE \parallel BC \text{ 且 } DE = \frac{1}{2}BC=4$$

$$\because PQ \perp AB \quad \therefore \angle PQB = \angle C = 90^\circ$$

又  $\because DE \parallel BC$

$$\therefore \angle AED = \angle B$$

$$\therefore \triangle PQE \sim \triangle ACB$$

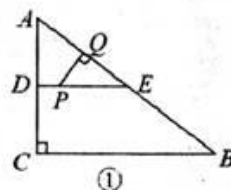
$$\therefore \frac{PE}{AB} = \frac{QE}{BC}$$

由题意得:  $PE=4-t$ ,  $QE=2t-5$ ,

$$\text{即 } \frac{4-t}{10} = \frac{2t-5}{8},$$

$$\text{解得 } t = \frac{41}{14}$$

..... 4 分



(2) 过点  $P$  作  $PM \perp AB$  于  $M$

由  $\triangle PME \sim \triangle ABC$ , 得

$$\frac{PM}{AC} = \frac{PE}{AB}$$

$$\therefore \frac{PM}{6} = \frac{4-t}{10}, \text{ 得 } PM = \frac{3}{5}(4-t)$$

$$\therefore S_{\triangle PQE} = \frac{1}{2} EQ \cdot PM = \frac{1}{2} (5-2t) \cdot \frac{3}{5} (4-t) = \frac{3}{5} t^2 - \frac{39}{10} t + 6$$

$$S_{\text{梯形 } DCBE} = \frac{1}{2} \times (4+8) \times 3 = 18$$

$$\therefore y = 18 - \left( \frac{3}{5} t^2 - \frac{39}{10} t + 6 \right) = -\frac{3}{5} t^2 + \frac{39}{10} t + 12$$

(3) 假设存在时刻  $t$ , 使  $S_{\triangle PQE} : S_{\text{五边形 } PQBCD} = 1 : 29$

$$\text{此时 } S_{\triangle PQE} = \frac{1}{30} S_{\text{四边形 } BCDE}$$

$$\therefore \frac{3}{5} t^2 - \frac{39}{10} t + 6 = \frac{1}{30} \times 18$$

$$\text{即 } 2t^2 - 13t + 18 = 0$$

$$\therefore t_1 = 2, t_2 = \frac{9}{2} \text{ (舍去)}$$

当  $t=2$  时,

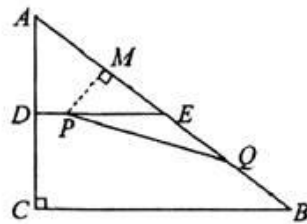
$$PM = \frac{3}{5} \times (4-2) = \frac{6}{5}, ME = \frac{4}{5} \times (4-2) = \frac{8}{5}$$

$$EQ = 5 - 2 \times 2 = 1, MQ = ME + EQ = \frac{8}{5} + 1 = \frac{13}{5}$$

$$PQ = \sqrt{PM^2 + MQ^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{13}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{205}}{5}$$

$$\therefore \frac{1}{2} PQ \cdot h = \frac{3}{5},$$

$$\therefore h = \frac{6}{5} \times \frac{5}{\sqrt{205}} = \frac{6\sqrt{205}}{205} \text{ (或 } \frac{6}{\sqrt{205}} \text{)}.$$



..... 8 分

..... 12 分