

数 学 试 题

3. 考试过程中允许考生进行剪、拼、折叠等实验。

第 I 卷

一、选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分）每小题都给出标号为 A, B, C, D 四个备选答案，其中有且只有一个是正确的.

D. $\pm 2\pi$

D

D

D7

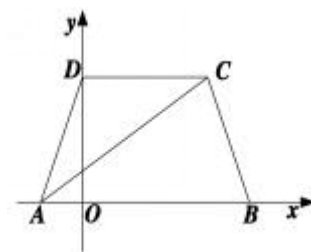
第 1 页 共 10 页

正确的有

- A.1 个 B.2 个
C.3 个 D.4 个

6.如图,在平面直角坐标系中,等腰梯形 $ABCD$ 的下底在 x 轴上,且 B 点坐标为 $(4, 0)$, D 点坐标为 $(0, 3)$, 则 AC 长为

- A.4 B.5
C.6 D.不能确定



(第 6 题图)

7.在共有 15 人参加的“我爱祖国”演讲比赛中,参赛选手要想知道自己是否能进入前 8 名,只需要了解自己的成绩以及全部成绩的

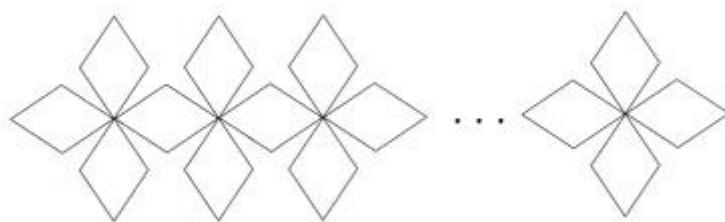
- A.平均数 B.众数 C.中位数 D.方差

8.下列一元二次方程两实数根和为-4 的是

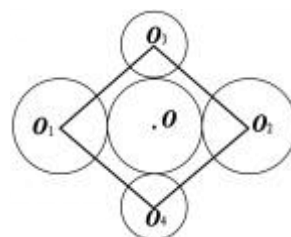
- A. $x^2+2x-4=0$ B. $x^2-4x+4=0$
C. $x^2+4x+10=0$ D. $x^2+4x-5=0$

9.一个由小菱形组成的装饰链,断去了一部分,剩下部分如图所示,则断去部分的小菱形的个数可能是

- A.3 B.4
C.5 D.6



(第 9 题图)



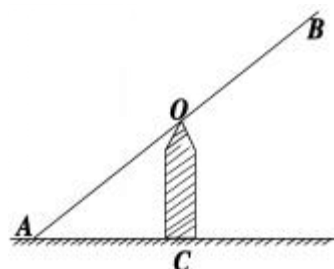
(第 10 题图)

10.如图, $\odot O_1$, $\odot O$, $\odot O_2$ 的半径均为 2 cm, $\odot O_3$, $\odot O_4$ 的半径均为 1cm, $\odot O$ 与其他 4 个圆均相外切, 图形既关于 O_1O_2 所在直线对称, 又关于 O_3O_4 所在直线对称, 则四边形 $O_1O_4O_2O_3$ 的面积为

- A. 12 cm^2 B. 24 cm^2
C. 36 cm^2 D. 48 cm^2

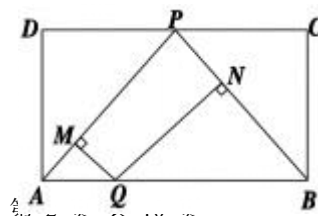
11.如图是跷跷板示意图, 横板 AB 绕中点 O 上下转动, 立柱 OC 与地面垂直. 设 B 点的最大高度为 h_1 . 若将横板 AB 换成横板 $A'B'$, 且 $A'B' = 2AB$, O 仍为 $A'B'$ 的中点, 设 B' 点的最大高度为 h_2 , 则下列结论正确的是

- A. $h_2=2h_1$ B. $h_2=1.5h_1$
C. $h_2=h_1$ D. $h_2=\frac{1}{2}h_1$

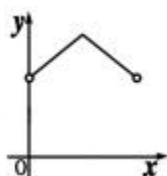


(第 11 题图)

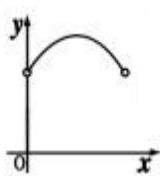
12.如图, 矩形 $ABCD$ 中, P 为 CD 的中点, 点 Q 为 AB 上的动点 (不与 A , B 重合). 过 Q 作 $QM \perp PA$ 于 M , $QN \perp PB$



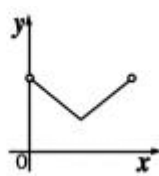
于 N. 设 AQ 的长度为 x , QM 与 QN 的长度和为 y , 则能表示 y 与 x 之间的函数关系的图象大致是



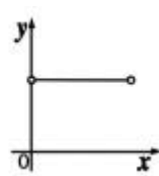
A



B



C



D

第 II 卷

二、填空题 (本题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. 计算: $\tan 45^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ =$ _____.

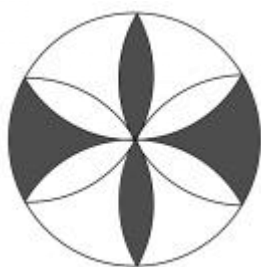
14. 平行四边形 ABCD 中, 已知点 A $(-1, 0)$, B $(2, 0)$, D $(0, 1)$. 则点 C 的坐标为 _____.

15. 如图为 2012 年伦敦奥运会纪念币的图案, 其形状近似看做正七边形, 则一个内角为 _____ 度 (不取近似值).

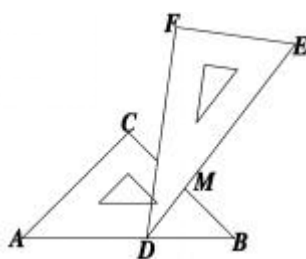


(第 15 题图)

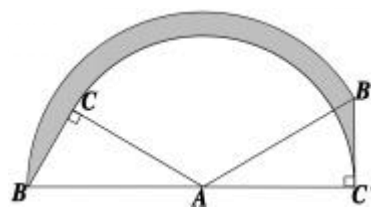
16. 如图所示的圆面图案是用相同半径的圆与圆弧构成的. 若向圆面投掷飞镖, 则飞镖落在黑色区域的概率为 _____.



(第 16 题图)



(第 17 题图)



(第 18 题图)

17. 一副三角板叠在一起如图放置, 最小锐角的顶点 D 恰好放在等腰直角三角板的斜边 AB 上, BC 与 DE 交于点 M. 如果 $\angle ADF = 100^\circ$, 那么 $\angle BMD$ 为 _____ 度.

18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 2$. 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 A 顺时针方向旋转至 $\triangle AB'C'$ 的位置, B, A, C' 三点共线, 则线段 BC 扫过的区域面积为 _____.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 66 分)

19. (本题满分 5 分)

化简: $(1 - \frac{a^2 + 8}{a^2 + 4a + 4}) \div \frac{4a - 4}{a^2 + 2a}$.

20. (本题满分 6 分)

第三届亚洲沙滩运动会服务中心要在某校选拔一名志愿者.经笔试、面试,结果小明和小颖并列第一.评委会决定通过抓球来确定人选.抓球规则如下:在不透明的布袋里装有除颜色之外均相同的 2 个红球和 1 个绿球,小明先取出一个球,记住颜色后放回,然后小颖再取出一个球.若取出的球都是红球,则小明胜出;若取出的球是一红一绿,则小颖胜出.你认为这个规则对双方公平吗?请用列表法或画树状图的方法进行分析.

21. (本题满分 8 分)

某市为了鼓励居民节约用电,采用分段计费的方法按月计算每户家庭的电费.月用电量不超过 200 度时,按 0.55 元/度计费;月用电量超过 200 度时,其中的 200 度仍按 0.55 元/度计费,超过部分按 0.70 元/度计费.设每户家庭月用电量为 x 度时,应交电费 y 元.

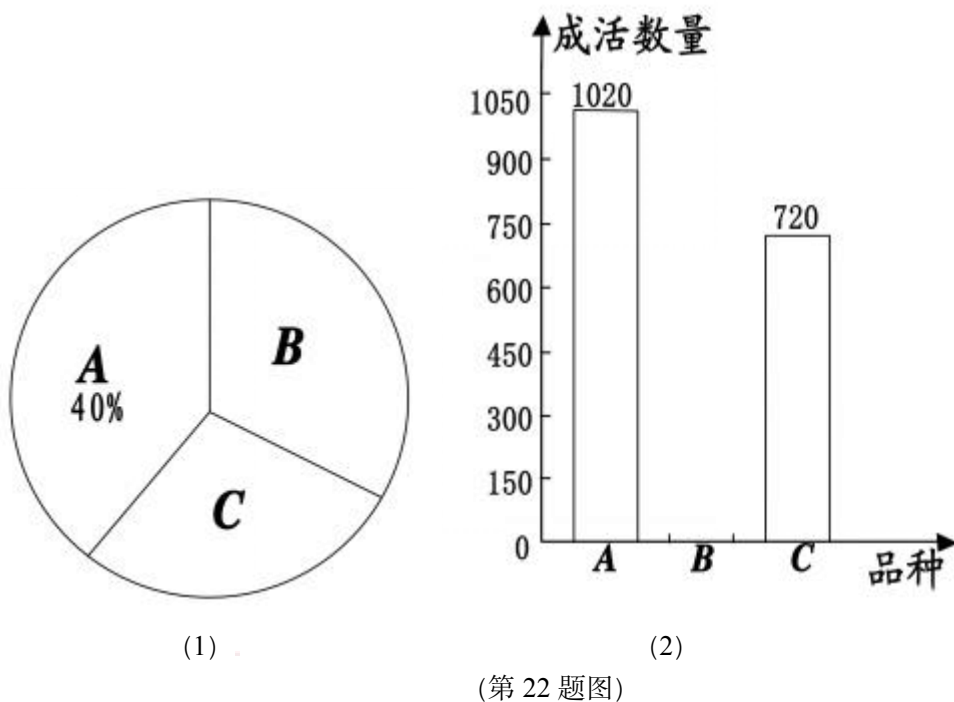
- (1) 分别求出 $0 \leq x \leq 200$ 和 $x > 200$ 时, y 与 x 的函数表达式;
- (2) 小明家 5 月份交纳电费 117 元,小明家这个月用电多少度?

22. (本题满分 9 分)

某市园林处去年植树节在滨海路两侧栽了 A, B, C 三个品种的树苗.栽种的 A, B, C 三个品种树苗数量的扇形统计图如图 (1), 其中 B 种树苗数量对应的扇形圆心角为 120° . 今年植树节前管理员调查了这三个品种树苗的成活率情况,准备今年从三个品种中选成活率最高的品种再进行栽种.经调查得知: A 品种的成活率为 85%, 三个品种的总成活率为 89%, 但三个品种树苗成活数量统计图尚不完整, 如图 (2).

请你根据以上信息帮管理员解决下列问题:

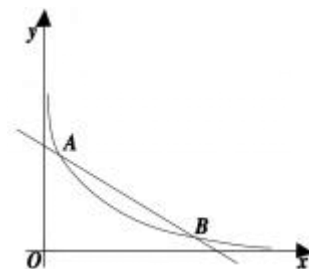
- (1) 三个品种树苗去年共栽多少棵?
- (2) 补全条形统计图, 并通过计算, 说明今年应栽哪个品种的树苗.



23. (本题满分 8 分)

如图，在平面直角坐标系中，A，B 两点的纵坐标分别为 7 和 1，直线 AB 与 y 轴所夹锐角为 60° 。

- (1) 求线段 AB 的长；
- (2) 求经过 A，B 两点的反比例函数的解析式。

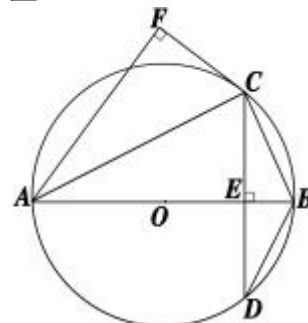


(第 23 题图)

24. (本题满分 8 分)

如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，垂足为点 E， $CF \perp AF$ ，且 $CF = CE$ 。

- (1) 求证：CF 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $\sin \angle BAC = 2/5$ ，求 $\frac{S_{\triangle CBD}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值。



(第 24 题图)

25. (本题满分 10 分)

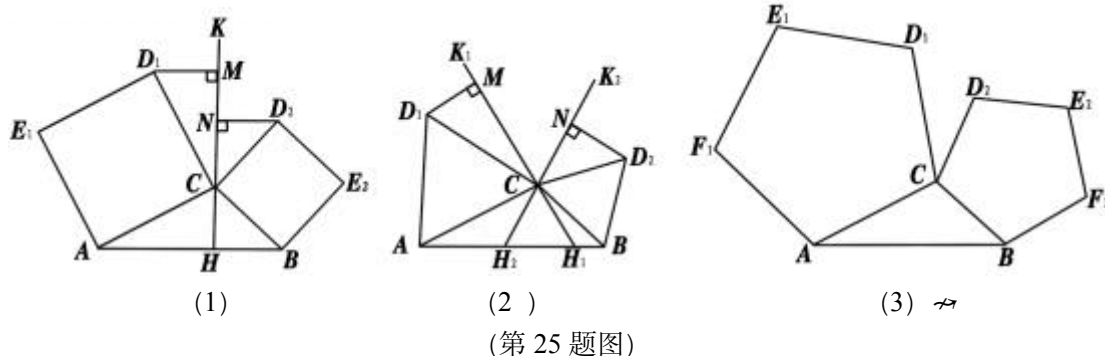
(1) 问题探究:

如图 (1), 分别以 $\triangle ABC$ 的边 AC 与边 BC 为边, 向 $\triangle ABC$ 外作正方形 ACD_1E_1 和正方形 BCD_2E_2 , 过点 C 作直线 KH 交直线 AB 于点 H , 使 $\angle AHK = \angle ACD_1$, 作 $D_1M \perp KH$, $D_2N \perp KH$, 垂足分别为点 M , N . 试探究线段 D_1M 与线段 D_2N 的数量关系, 并加以证明.

(2) 拓展延伸:

①如图 (2), 若将“问题探究”中的正方形改为正三角形, 过点 C 作直线 K_1H_1 , K_2H_2 , 分别交直线 AB 于点 H_1 , H_2 , 使 $\angle AH_1K_1 = \angle BH_2K_2 = \angle ACD_1$. 作 $D_1M \perp K_1H_1$, $D_2N \perp K_2H_2$, 垂足分别为点 M , N . $D_1M = D_2N$ 是否仍成立? 若成立, 给出证明; 若不成立, 说明理由.

②如图 (3), 若将①中的“正三角形”改为“正五边形”, 其他条件不变. $D_1M = D_2N$ 是否仍成立? (要求: 在图 3 中补全图形, 注明字母, 直接写出结论, 不需证明)



26. (本题满分 12 分)

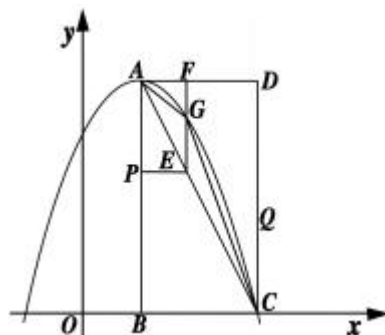
如图, 在平面直角坐标系中, 已知矩形 $ABCD$ 的三个顶点的坐标分别为 $B(1, 0)$,

$C(3, 0)$, $D(3, 4)$. 以 A 为顶点的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 C . 动点 P 从点 A 出发, 沿线段 AB 向点 B 运动, 同时动点 Q 从点 C 出发, 沿线段 CD 向点 D 运动. 点 P , Q 的运动速度均为每秒 1 个单位, 运动时间为 t 秒. 过点 P 作 $PE \perp AB$ 交 AC 于点 E .

(1) 直接写出点 A 的坐标, 并求出抛物线的解析式;

(2) 过点 E 作 $EF \perp AD$ 于 F , 交抛物线于点 G , 当 t 为何值时, $\triangle ACG$ 的面积最大? 最大值为多少?

(3) 在动点 P , Q 运动的过程中, 当 t 为何值时, 在矩形 $ABCD$ 内 (包括边界) 存在点 H , 使以 C , Q , E , H 为顶点的四边形为菱形? 请直接写出 t 的值.



(第 26 题图)

2012 年烟台市初中学生学业考试

数学试题参考答案及评分意见

本试题答案及评分意见，供阅卷评分使用.考生若写出其它正确答案，可参照评分意见相应评分.

一、选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	A	C	A	B	C	D	C	B	C	D

二、填空题（本题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13. 2 14. (3, 1) 15. $\frac{900}{7}$ 16. $\frac{1}{3}$ 17. 85 18. $\frac{5\pi}{12}$

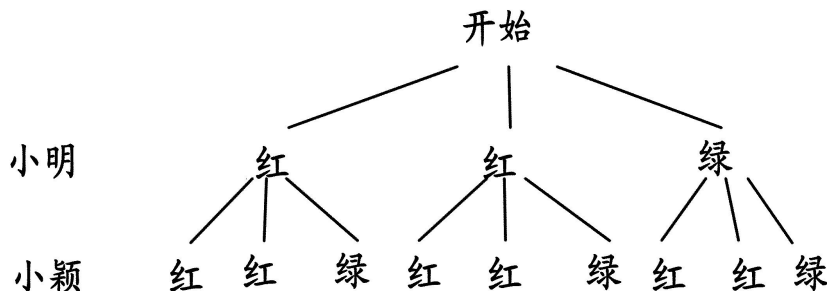
三、解答题(本题共 8 个小题，满分 66 分)

19. (本题满分 5 分) III

$$\text{解: 原式} = \frac{(a^2 + 4a + 4) - (a^2 + 8)}{a^2 + 4a + 4} \cdot \frac{a^2 + 2a}{4a - 4} = \frac{4a - 4}{(a + 2)^2} \cdot \frac{a(a + 2)}{4a - 4} = \frac{a}{a + 2}.$$

20. (本题满分 6 分) III

解: 根据题意，列出树状图如下：



由此可知，共有 9 种等可能的结果，其中，两红球及一红一绿各有 4 种结果

$P(\text{都是红球}) = \frac{4}{9}$ ， $P(1 \text{ 红 } 1 \text{ 绿球}) = \frac{4}{9}$ ，因此，这个规则对双方是公平的.

21. (本题满分 8 分) III

解: (1) 当 $0 \leq x \leq 200$ 时， y 与 x 的函数表达式是 $y = 0.55x$;

当 $x > 200$ 时， y 与 x 的函数表达式是 $y = 0.55 \times 200 + 0.7(x - 200)$ ，即 $y = 0.7x - 30$.

(2) 因为小明家 5 月份的电费超过 110 元，

所以把 $y = 117$ 代入 $y = 0.7x - 30$ 中，得 $x = 210$.

答: 小明家 5 月份用电 210 度.

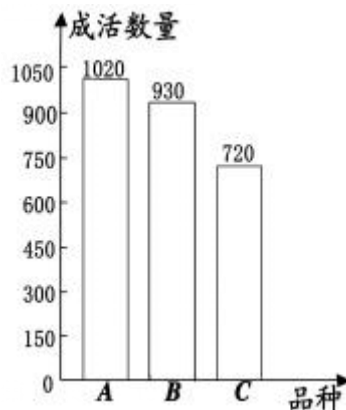
22. (本题满分 9 分)

解: (1) A 品种树苗棵数为 $1020 \div 85\% = 1200$ (棵)

所以，三个品种树苗共栽棵数为 $1200 \div 40\% = 3000$ (棵).

(2) B 品种树苗成活棵数为 $3000 \times 89\% - 1020 - 720 = 930$ (棵).

补全条形统计图，如图.



$$\text{B 品种树苗成活率为 } \frac{930}{3000 \times \frac{120}{360}} \times 100\% = 93\%;$$

$$\text{C 品种树苗成活率为 } \frac{720}{3000 - 1200 - 3000 \times \frac{120}{360}} \times 100\% = 90\%.$$

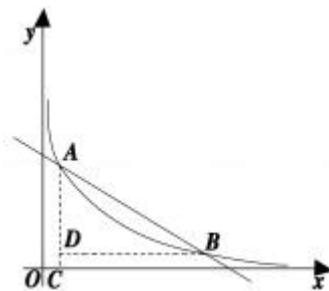
所以, B 品种成活率最高, 今年应栽 B 品种树苗.

23. (本题满分 8 分)

解: (1) 分别过点 A, B 作 $AC \perp x$ 轴, $BD \perp AC$, 垂足分别为点 C, D.
由题意, 知 $\angle BAC = 60^\circ$, $AD = 7 - 1 = 6$,

$$\text{所以 } AB = \frac{AD}{\cos 60^\circ} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12.$$

(2) 设过 A, B 两点的反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$, A 点的坐标为 $(m, 7)$.



$$\therefore BD = AD \cdot \tan 60^\circ = 6\sqrt{3},$$

$\therefore$ B 点的坐标为 $(m + 6\sqrt{3}, 1)$.

$$\therefore \begin{cases} 7m = k, \\ (m + 6\sqrt{3}) \cdot 1 = k. \end{cases}$$

解得 $k = 7\sqrt{3}$.

$\therefore$ 所求反比例函数的解析式为 $y = \frac{7\sqrt{3}}{x}$.

24. (本题满分 8 分) III

(1) 证明: 连接 OC.

$\therefore CE \perp AB$, $CF \perp AF$, $CE = CF$,

$\therefore AC$ 平分 $\angle BAF$, 即 $\angle BAF = 2\angle BAC$.

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC$,

$\therefore \angle BOC = \angle BAF$.

$\therefore OC \parallel AF$.

$\therefore CF \perp OC$.

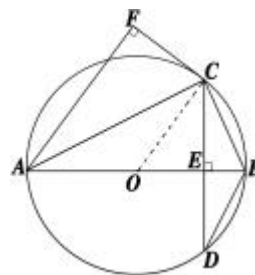
$\therefore CF$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$,

$\therefore CE = ED$.

$\therefore S_{\triangle CBD} = 2S_{\triangle CEB}$, $\angle BAC = \angle BCE$.

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBE$.



$$\therefore \frac{S_{\triangle CBE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{BC}{AB}\right)^2 = (\sin \angle BAC)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CBD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{8}{25}.$$

25. (本题满分 10 分)

解: (1) $D_1M = D_2N$.

证明: $\because \angle ACD_1 = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACH + \angle D_1CK = 90^\circ$.

$\because \angle AHK = \angle ACD_1 = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACH + \angle HAC = 90^\circ$.

$\therefore \angle D_1CK = \angle HAC$.

$\therefore AC = CD_1$,

$\therefore \triangle ACH \cong \triangle CD_1M$

$\therefore CH = D_1M$. 同理可证 $D_2N = CH$.

$\therefore D_1M = D_2N$.

(2) ① $D_1M = D_2N$ 成立.

证明: 过点 C 作 $CG \perp AB$, 垂足为点 G.

$\because \angle H_1AC + \angle ACH_1 + \angle AH_1C = 180^\circ$, $\angle D_1CM + \angle ACH_1 + \angle ACD_1 = 180^\circ$,

$\angle AH_1C = \angle ACD_1$,

$\therefore \angle H_1AC = \angle D_1CM$.

$\because AC = CD_1$, $\angle AGC = \angle CMD_1 = 90^\circ$,

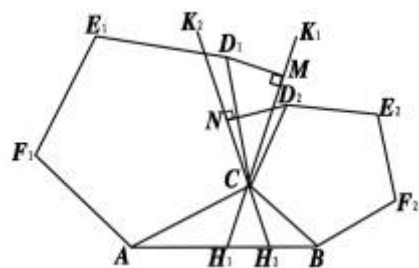
$\therefore \triangle ACG \cong \triangle CD_1M$.

$\therefore CG = D_1M$.

同理可证 $CG = D_2N$.

$\therefore D_1M = D_2N$.

② $D_1M = D_2N$ 还成立, 作图如下:



26. (本题满分 12 分)

解: (1) $A(1, 4)$.

由题意知, 可设抛物线的解析式为 $y = a(x-1)^2 + 4$.

因抛物线过点 $C(3, 0)$, 所以 $a(3-1)^2 + 4 = 0$.

所以 $a = -1$. 所以抛物线的解析式为 $y = -(x-1)^2 + 4$,

即 $y = -x^2 + 2x + 3$.

(2) $\because A(1, 4)$, $C(3, 0)$,

$\therefore$ 可求直线 AC 的解析式为 $y = -2x + 6$.

由题意, 得点 $P(1, 4-t)$.

将 $y = 4-t$ 代入 $y = -2x + 6$ 中, 解得点 E 的横坐标为 $x = 1 + \frac{t}{2}$.

$\therefore$ 点 G 的横坐标为 $1 + \frac{t}{2}$, 代入抛物线的解析式中, 可求点 G 的纵坐标为 $4 - \frac{t^2}{4}$.

$$\therefore GE = (4 - \frac{t^2}{4}) - (4 - t) = t - \frac{t^2}{4}.$$

又点 A 到 GE 的距离为 $\frac{t}{2}$, C 到 GE 的距离为 $2 - \frac{t}{2}$,

$$\text{所以 } S_{\triangle ACG} = S_{\triangle AEG} + S_{\triangle CEG} = \frac{1}{2} \cdot EG \cdot \frac{t}{2} + \frac{1}{2} \cdot EG \cdot (2 - \frac{t}{2})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (t - \frac{t^2}{4}) = -\frac{1}{4} (t - 2)^2 + 1.$$

所以当 $t=2$ 时, $S_{\triangle ACG}$ 有最大值, 最大值为 1.

$$(3) \quad t = \frac{20}{13} \text{ 或 } t = 20 - 8\sqrt{5}.$$