

2012 年山东省威海市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个正确的，每小题选对得 3 分，选错、不选或多选，均不得分）

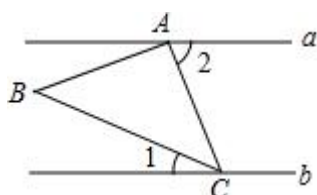
1. (3 分) 64 的立方根是 ()

- A. 8 B. ± 8 C. 4 D. ± 4

2. (3 分) 2012 年是威海市实施校安全工程 4 年规划的收官年，截止 4 月底，全市已开工项目 39 个，投入资金 4999 万元，请将 4999 万用科学记数法表示（保留两个有效数字） ()

- A. 4999×10^4 B. 4.999×10^7 C. 4.9×10^7 D. 5.0×10^7

3. (3 分) 如图， $a \parallel b$ ，点 A 在直线 a 上，点 C 在直线 b 上， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

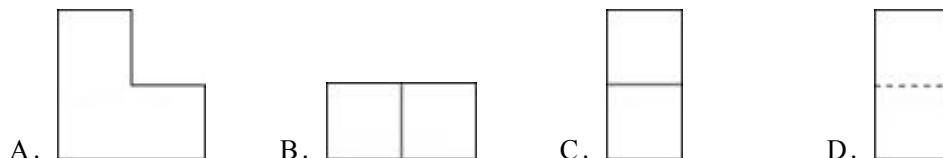
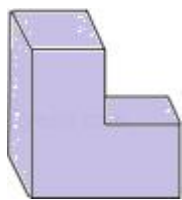


- A. 25° B. 65° C. 70° D. 75°

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $a^5 + a^5 = a^{10}$
C. $a \div a^{-2} = a^3$ D. $(-3a)^2 = -9a^2$

5. (3 分) 如图所示的机器零件的左视图是 ()



6. (3 分) 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 3$ B. $x \geq 3$ C. $x \neq 3$ D. $x < -3$

7. (3 分) 某外贸公司要出口一批食品罐头，标准质量为每听 454 克，现抽去 10 听样品进行检测，它们的质量与标准质量的差值（单位：克）如下：-10，+5，0，+5，0，0，-

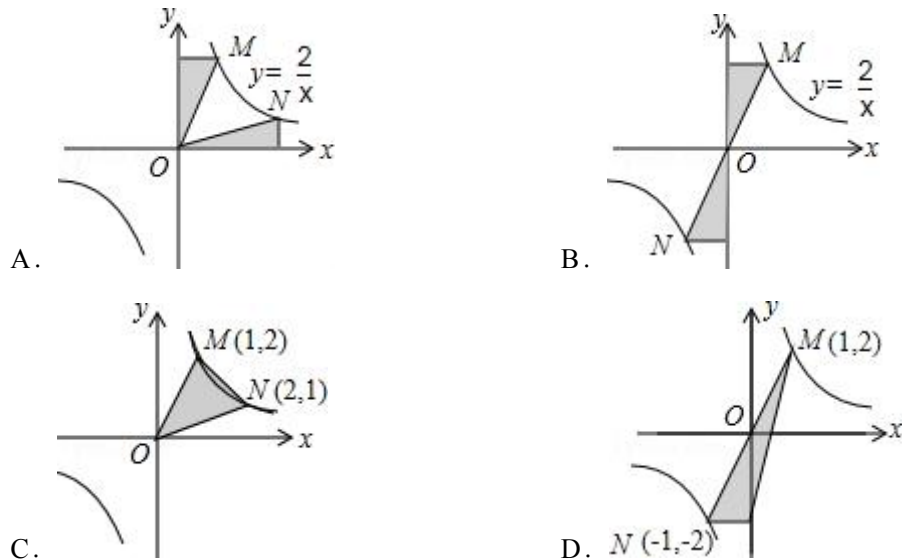
5, 0, +5, +10. 则这 10 听罐头质量的平均数及众数为 ()

- A. 454, 454 B. 455, 454 C. 454, 459 D. 455, 0

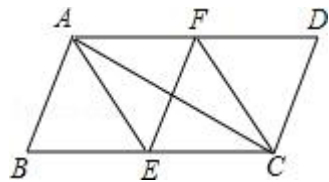
8. (3 分) 化简 $\frac{2x}{x^2-9} + \frac{1}{3-x}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{1}{x-3}$ B. $\frac{1}{x+3}$ C. $\frac{1}{3-x}$ D. $\frac{3x+3}{x^2-9}$

9. (3 分) 下列选项中, 阴影部分面积最小的是 ()

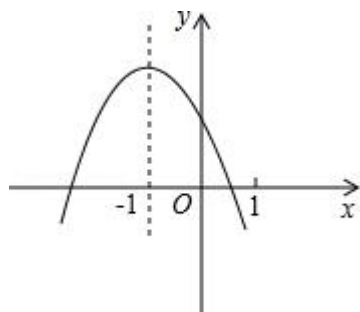


10. (3 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AE , CF 分别是 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的平分线, 添加一个条件, 仍无法判断四边形 $AECF$ 为菱形的是 ()



- A. $AE = AF$ B. $EF \perp AC$
C. $\angle B = 60^\circ$ D. AC 是 $\angle EAF$ 的平分线

11. (3 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论错误的是 ()



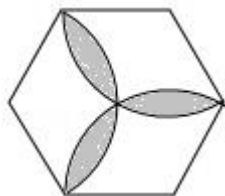
- A. $abc > 0$

B. $3a > 2b$

C. $m(am+b) \leq a-b$ (m 为任意实数)

D. $4a-2b+c < 0$

12. (3分) 向一个图案如图所示的正六边形靶子上随意抛一枚飞镖, 则飞镖插在阴影区域的概率为 ()



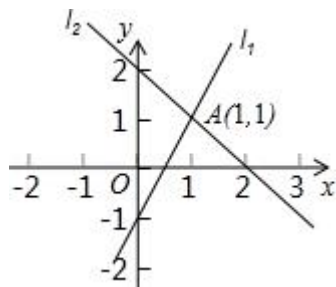
A. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}-1$ B. $\frac{1}{6}$ C. $1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$ D. $\frac{1}{5}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 只要求填出最后结果)

13. (3分) 计算: $(2-\sqrt{3})^0 - (\frac{1}{2})^{-1} - (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) =$ _____.

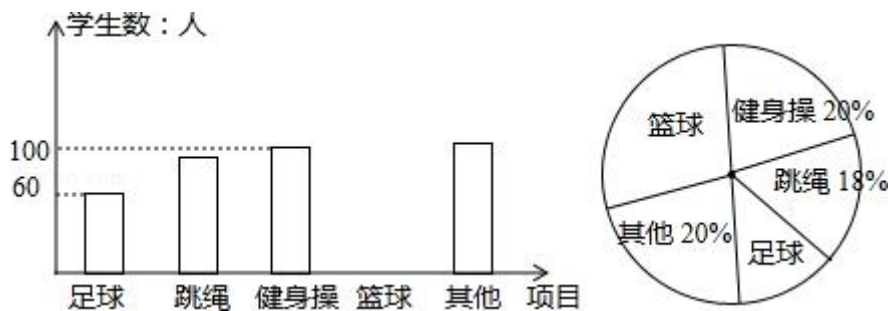
14. (3分) 分解因式: $3x^2y+12xy^2+12y^3 =$ _____.

15. (3分) 如图, 直线 l_1, l_2 交于点 A , 观察图象, 点 A 的坐标可以看作方程组 _____ 的解.



16. (3分) 若关于 x 的方程 $x^2+(a-1)x+a^2=0$ 的两根互为倒数, 则 $a =$ _____.

17. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $(4, 0), (8, 2), (6, 4)$. 已知 $\triangle A_1B_1C_1$ 的两个顶点的坐标为 $(1, 3), (2, 5)$, 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 位似, 则 $\triangle A_1B_1C_1$ 的第三个顶点的坐标为 _____.



请你根据图中提供的信息解答下列问题:

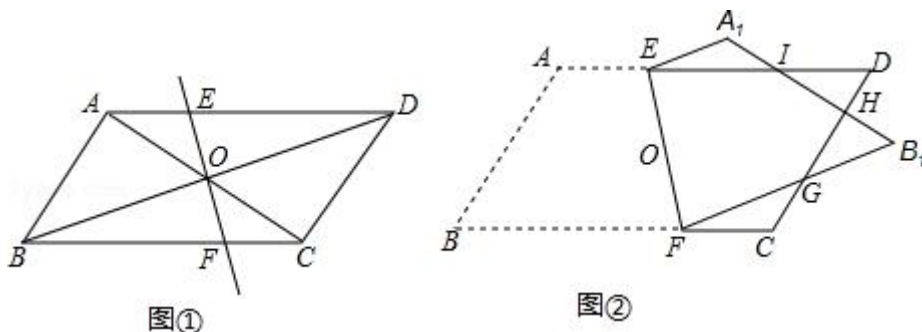
- (1) 本次抽样调查的样本容量是多少?
- (2) 根据条形统计图中的数据, 求扇形统计图中“最喜欢足球运动”的学生数所对应扇形的圆心角度数.
- (3) 请将条形统计图补充完整.
- (4) 若该市 2011 年约有初一新生 21000 人, 请你估计全市本届学生中“最喜欢足球运动”的学生约有多少人.

22. (9 分) 小明计划用 360 元从大型系列科普丛书《是什么是什么》(每本价格相同) 中选购部分图书. “六一”期间, 书店推出优惠政策: 该系列丛书 8 折销售. 这样, 小明比原计划多买了 6 本. 求每本书的原价和小明实际购买图书的数量.

23. (10 分) (1) 如图①, $\square ABCD$ 的对角线 AC , BD 交于点 O , 直线 EF 过点 O , 分别交 AD , BC 于点 E , F .
求证: $AE = CF$.

(2) 如图②, 将 $\square ABCD$ (纸片) 沿过对角线交点 O 的直线 EF 折叠, 点 A 落在点 A_1 处, 点 B 落在点 B_1 处, 设 FB_1 交 CD 于点 G , A_1B_1 分别交 CD , DE 于点 H , I .

求证: $EI = FG$.



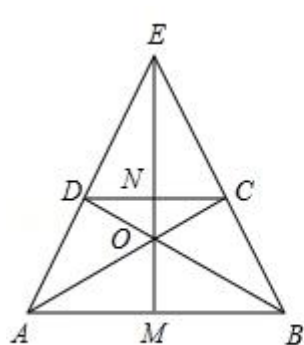
24. (11 分) 探索发现

已知: 在梯形 $ABCD$ 中, $CD \parallel AB$, AD , BC 的延长线相交于点 E , AC , BD 相交于点 O , 连接 EO 并延长交 AB 于点 M , 交 CD 于点 N .

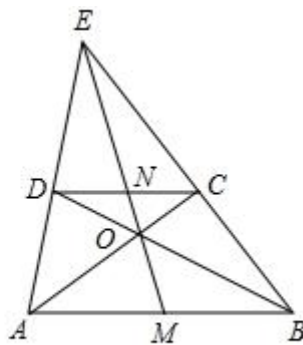
- (1) 如图①, 如果 $AD = BC$, 求证: 直线 EM 是线段 AB 的垂直平分线.
- (2) 如图②, 如果 $AD \neq BC$, 那么线段 AM 与 BM 是否相等? 请说明理由.

学以致用

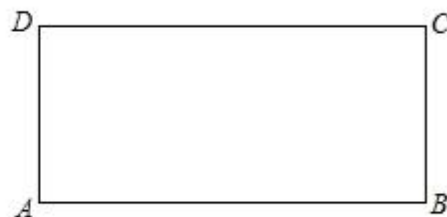
仅用直尺 (没有刻度), 试作出图③中的矩形 $ABCD$ 的一条对称轴. (写出作图步骤, 保留作图痕迹)



图①

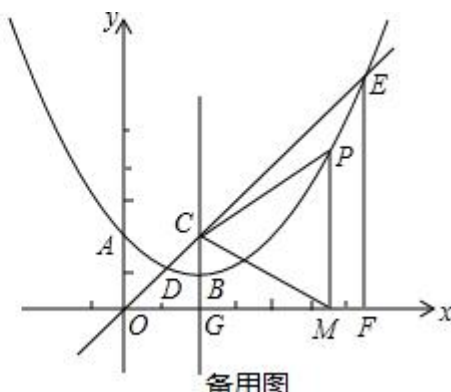
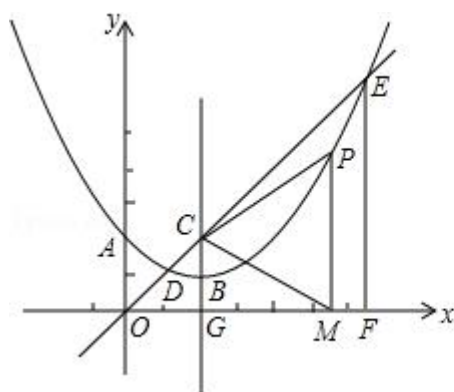


图②



图③

25. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点为 $B(2, 1)$, 且过点 $A(0, 2)$, 直线 $y = x$ 与抛物线交于点 D, E (点 E 在对称轴的右侧), 抛物线的对称轴交直线 $y = x$ 于点 C , 交 x 轴于点 G , $EF \perp x$ 轴, 垂足为点 F , 点 P 在抛物线上, 且位于对称轴的右侧, $PM \perp x$ 轴, 垂足为点 M , $\triangle PCM$ 为等边三角形.



备用图

- (1) 求该抛物线的表达式;
- (2) 求点 P 的坐标;
- (3) 试判断 CE 与 EF 是否相等, 并说明理由;
- (4) 连接 PE , 在 x 轴上点 M 的右侧是否存在一点 N , 使 $\triangle CMN$ 与 $\triangle CPE$ 全等? 若存在, 试求出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

2012 年山东省威海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，每小题选对得 3 分，选错、不选或多选，均不得分）

1. 【分析】如果一个数 x 的立方等于 a ，那么 x 是 a 的立方根，根据此定义求解即可．

【解答】解：∵4 的立方等于 64，

∴64 的立方根等于 4．

故选：C．

【点评】此题主要考查了求一个数的立方根，解题时应先找出所要求的这个数是哪一个数的立方．由开立方和立方是互逆运算，用立方的方法求这个数的立方根．注意一个数的立方根与原数的性质符号相同．

2. 【分析】较大的数保留有效数字需要用科学记数法来表示．用科学记数法保留有效数字，要在标准形式 $a \times 10^n$ 中 a 的部分保留，从左边第一个不为 0 的数字数起，需要保留几位就数几位，然后根据四舍五入的原理进行取舍．

【解答】解：4999 万 $= 4999 \times 10^4 = 4.999 \times 10^7 \approx 5.0 \times 10^7$ ．

故选：D．

【点评】本题考查了科学记数法与有效数字，对于用科学记数法表示的数，有效数字的计算方法以及与精确到哪一位是需要识记的内容，经常会出错．

3. 【分析】根据等腰直角三角形性质求出 $\angle ACB$ ，求出 $\angle ACE$ 的度数，根据平行线的性质得出 $\angle 2 = \angle ACE$ ，代入求出即可．

【解答】解：∵ $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，

∴ $\angle B = \angle ACB = 45^\circ$ ，

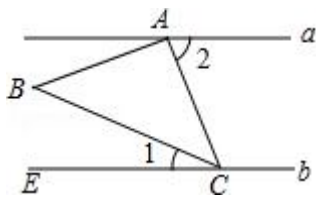
∵ $\angle 1 = 20^\circ$ ，

∴ $\angle ACE = 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$ ，

∵ $a \parallel b$ ，

∴ $\angle 2 = \angle ACE = 65^\circ$ ，

故选：B．



【点评】 本题考查了三角形的内角和定理、等腰直角三角形、平行线的性质，关键是求出 $\angle ACE$ 的度数.

4. 【分析】 利用同底数幂的乘法、合并同类项的运算法则、同底数幂的除法以及积的乘方的知识求解即可求得答案，注意排除法在解选择题中的应用.

【解答】 解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故本选项错误；

B、 $a^5 + a^5 = 2a^5$ ，故本选项错误；

C、 $a \div a^{-2} = a^{1 - (-2)} = a^3$ ，故本选项正确；

D、 $(-3a)^2 = 9a^2$ ，故本选项错误.

故选：C.

【点评】 此题考查了同底数幂的乘法、合并同类项的运算法则、同底数幂的除法以及积的乘方的知识. 此题比较简单，注意掌握是指数的变化是解此题的关键.

5. 【分析】 根据左视图的定义，找到从左面看所得到的图形即可.

【解答】 解：机器零件的左视图是一个矩形. 中间有 1 条横着的虚线.

故选：D.

【点评】 本题考查了三视图的知识，左视图是从物体的左面看得到的视图；注意看到的棱用实线表示，看不到的用虚线表示.

6. 【分析】 一般地从两个角度考虑：分式的分母不为 0；偶次根式被开方数大于或等于 0；当一个式子中同时出现这两点时，应该是取让两个条件都满足的公共部分.

【解答】 解：根据题意得到： $x - 3 > 0$,

解得 $x > 3$.

故选：A.

【点评】 本题考查了函数式有意义的 x 的取值范围. 判断一个式子是否有意义，应考虑分母上若有字母，字母的取值不能使分母为零，二次根号下字母的取值应使被开方数为非负数. 易错易混点：学生易对二次根式的非负性和分母不等于 0 混淆.

7. 【分析】 首先求得 $-10, +5, 0, +5, 0, 0, -5, 0, +5, +10$ 这 10 个数的平均数以及众数，然后分别加上 454 克，即可求解.

【解答】解：平均数是： $454 + \frac{1}{10}(-10+5+0+5+0+0-5+0+5+10) = 454+1 = 455$ 克，

$-10, +5, 0, +5, 0, 0, -5, 0, +5, +10$ 的众数是 0，因而这 10 听罐头的质量的众数是： $454+0 = 454$ 克。

故选：B。

【点评】本题考查了众数与平均数的求法，正确理解定理，理解 $-10, +5, 0, +5, 0, 0, -5, 0, +5, +10$ 与这 10 听罐头质量的平均数及众数的关系是关键。

8. 【分析】先把 $x^2 - 9$ 因式分解得到最简公分母为 $(x+3)(x-3)$ ，然后通分得到 $\frac{2x-(x+3)}{(x+3)(x-3)}$ ，

再把分子化简后约分即可。

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：原式} &= \frac{2x}{(x+3)(x-3)} - \frac{1}{x-3} \\ &= \frac{2x-(x+3)}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{x-3}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{1}{x+3}.\end{aligned}$$

故选：B。

【点评】本题考查了分式的加减法：先把各分母因式分解，确定最简公分母，然后进行通分化为同分母的分式，再把分母不变，分子相加减，然后进行约分化为最简分式或整式。

9. 【分析】根据反比例函数系数 k 的几何意义对各选项进行逐一分析即可。

【解答】解：A、 $\because M、N$ 两点均在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上， $\therefore S_{\text{阴影}} = 2$ ；

B、 $\because M、N$ 两点均在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上， $\therefore S_{\text{阴影}} = 2$ ；

C、如图所示，分别过点 $M、N$ 作 $MA \perp x$ 轴， $NB \perp x$ 轴，

$$\text{则 } S_{\text{阴影}} = S_{\triangle OAM} + S_{\text{阴影梯形 } ABNM} - S_{\triangle OBN} = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} (2+1) \times 1 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = \frac{3}{2};$$

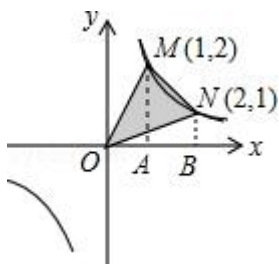
D、 $\because M、N$ 两点均在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，

$$\therefore \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2.$$

$$\therefore \frac{3}{2} < 2,$$

$\therefore C$ 中阴影部分的面积最小。

故选：C。



【点评】 本题考查的是反比例函数系数 k 的几何意义，即在反比例函数的图象上任意一点象坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{|k|}{2}$ ，且保持不变。

10. 【分析】 根据平行四边形性质推出 $\angle B = \angle D$ ， $\angle DAB = \angle DCB$ ， $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，求出 $\angle BAE = \angle DCF$ ，证 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，推出 $AE = CF$ ， $BE = DF$ ，求出 $AF = CE$ ，得出四边形 $AECF$ 是平行四边形，再根据菱形的判定判断即可。

【解答】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle B = \angle D, \angle DAB = \angle DCB, AB = CD, AD = BC,$$

$\because AE, CF$ 分别是 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的平分线，

$$\therefore \angle DCF = \frac{1}{2} \angle DCB, \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DCF,$$

$\because$ 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中

$$\begin{cases} \angle D = \angle B \\ AB = CD \\ \angle DCF = \angle BAE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore AE = CF, BE = DF,$$

$$\because AD = BC,$$

$$\therefore AF = CE,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形，

A、 $\because$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形， $AE = AF$ ，

$\therefore$ 平行四边形 $AECF$ 是菱形，故本选项正确；

B、 $\because EF \perp AC$ ，四边形 $AECF$ 是平行四边形，

$\therefore$ 平行四边形 $AECF$ 是菱形，故本选项正确；

C、 根据 $\angle B = 60^\circ$ 和平行四边形 $AECF$ 不能推出四边形是菱形，故本选项错误；

D、 $\because$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形，

$$\therefore AF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle ACE,$$

$$\because AC \text{ 平分 } \angle EAF,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle EAC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle ECA,$$

$$\therefore AE = EC,$$

$\because$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形，故本选项正确；

故选：C.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质和判定、菱形的判定、全等三角形的性质和判定、平行线的性质等知识点，主要考查学生的推理能力.

11. **【分析】** 根据函数图象可得各系数的关系： $a < 0$ ， $c > 0$ ，根据对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -1 < 0$ ，

则 $b < 0$ ，再利用图象与 x 轴交点右侧小于 1，则得出图象与坐标轴左侧交点一定小于 -2，

可知， $4a - 2b + c > 0$ ，再结合图象判断各选项.

【解答】 解：A. 由函数图象可得各系数的关系： $a < 0$ ， $c > 0$ ，对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -1 < 0$ ，

则 $b < 0$ ，

故 $abc > 0$ ，故此选项正确，但不符合题意；

$$B. \because x = -\frac{b}{2a} = -1,$$

$$\therefore b = 2a,$$

$$\therefore 2b = 4a,$$

$$\because a < 0, b < 0,$$

$$\therefore 3a > 2b, \text{ 故此选项正确，但不符合题意；}$$

C. $\because b = 2a$ ，代入 $m(am+b) - (a-b)$ 得：

$$\therefore m(am+2a) - (a-2a),$$

$$= am^2 + 2am + a,$$

$$= a(m+1)^2,$$

$$\because a < 0,$$

$$\therefore a(m+1)^2 \leq 0,$$

$$\therefore m(am+b) - (a-b) \leq 0,$$

即 $m(am+b) \leq a-b$, 故此选项正确, 但不符合题意;

D. 当 $x = -2$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$, 得出 $y = 4a - 2b + c$,

利用图象与 x 轴交点右侧小于 1, 则得出图象与坐标轴左侧交点一定小于 -2,

故 $y = 4a - 2b + c > 0$, 故此选项错误, 符合题意;

故选: D.

【点评】 此题主要考查了二次函数图象与系数的关系, 同学们应注意, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象, 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口, 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右, 以及利用对称轴得出 a, b 的关系是解题关键.

12. **【分析】** 根据已知假设出六边形边长为 1, 进而求出正六边形面积和 $S_{\text{扇形} FAB}$, $S_{\text{扇形} BCD}$, $S_{\text{扇形} DEF}$, 再利用三个扇形面积减去正六边形面积等于阴影部分面积, 进而得出飞镖插在阴影区域的概率.

【解答】 解: 根据图象可以得出, O 为正六边形中心, 过点 O 作 $OM \perp BC$,

设正六边形边长为 1, 根据正六边形每个内角为 120° ,

$$\text{则 } S_{\text{扇形} FAB} = \frac{120 \pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{3}, \text{ 故 } S_{\text{扇形} BCD} = \frac{120 \pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{3}, S_{\text{扇形} DEF} = \frac{120 \pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{3},$$

$$\because OC = BC = BO = 1, OM \perp BC,$$

$$\therefore OM = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

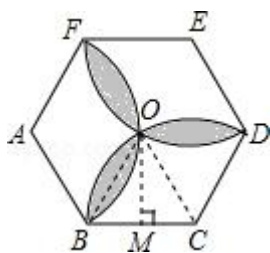
$$\therefore S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times OM \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore S_{\text{正六边形面积}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{飞镖插在阴影区域的概率为: } \frac{\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9} - 1.$$

故选: A.



【点评】此题主要考查了概率公式以及正六边形面积求法和扇形面积公式等知识，根据已知得出三个扇形面积减去正六边形面积等于阴影部分面积是解题关键．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，只要求填出最后结果）

13. 【分析】分别根据 0 指数幂及负整数指数的运算法则计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可．

【解答】解：原式 $= 1 - 2 + \frac{1}{6}$
 $= -\frac{5}{6}$ ．

故答案为： $-\frac{5}{6}$ ．

【点评】本题考查的是实数的运算，熟知 0 指数幂及负整数指数的运算法则是解答此题的关键．

14. 【分析】先提取公因式 $3y$ ，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解．

【解答】解： $3x^2y + 12xy^2 + 12y^3$ ，
 $= 3y(x^2 + 4xy + 4y^2)$ ，
 $= 3y(x + 2y)^2$ ．

故答案为： $3y(x + 2y)^2$ ．

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

15. 【分析】设直线 l_1 的解析式是 $y = kx - 1$ ，设直线 l_2 的解析式是 $y = kx + 2$ ，把 $A(1, 1)$ 代入求出 k 的值，即可得出方程组．

【解答】解：设直线 l_1 的解析式是 $y = k_1x - 1$ ，设直线 l_2 的解析式是 $y = k_2x + 2$ ，
 $\because$ 把 $A(1, 1)$ 代入 l_1 得： $k_1 = 2$ ，
 $\therefore$ 直线 l_1 的解析式是 $y = 2x - 1$
 $\because$ 把 $A(1, 1)$ 代入 l_2 得： $k_2 = -1$ ，
 $\therefore$ 直线 l_2 的解析式是 $y = -x + 2$ ，
 $\therefore A$ 是两直线的交点，

∴点A的坐标可以看作方程组 $\begin{cases} y=-x+2 \\ y=2x-1 \end{cases}$ 的解,

故答案为: $\begin{cases} y=-x+2 \\ y=2x-1 \end{cases}$.

【点评】本题考查了一元一次函数与二元一次方程组的应用,主要考查学生的理解能力和计算能力.

16. 【分析】设方程的两根分别为 m 与 n ,由 m 与 n 互为倒数得到 $mn=1$,再由方程有解,得到根的判别式大于等于0,列出关于 a 的不等式,求出不等式的解集得到 a 的范围,然后利用根与系数的关系表示出两根之积,可得出关于 a 的方程,求出方程的解得到 a 的值即可.

【解答】解:设已知方程的两根分别为 m, n ,

由题意得: m 与 n 互为倒数,即 $mn=1$,

由方程有解,得到 $\Delta=b^2-4ac=(a-1)^2-4a^2\geq 0$,

解得: $-1\leq a\leq \frac{1}{3}$,

又 $mn=a^2$, ∴ $a^2=1$,

解得: $a=1$ (舍去)或 $a=-1$,

则 $a=-1$.

故答案为: -1

【点评】此题考查了根与系数的关系,倒数的定义,以及一元二次方程解的判定,一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$),当 $b^2-4ac\geq 0$ 时,方程有解,设此时方程的解为 x_1 和 x_2 ,则有 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

17. 【分析】首先由题意可求得直线AC、AB、BC的解析式与过点(1, 3), (2, 5)的直线的解析式,即可知过这两点的直线与直线AC平行,则可分别从①若A的对应点为 $A_1(1, 3)$, C的对应点为 $C_1(2, 5)$ 与②若C的对应点为 $A_1(1, 3)$, A的对应点为 $C_1(2, 5)$ 去分析求解,即可求得答案.

【解答】解:设直线AC的解析式为: $y=kx+b$,

∵ $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为(4, 0), (8, 2), (6, 4),

∴ $\begin{cases} 4k+b=0 \\ 6k+b=4 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=2 \\ b=-8 \end{cases}$,

∴直线AC的解析式为: $y=2x-8$,

同理可得：直线 AB 的解析式为： $y = \frac{1}{2}x - 2$ ，直线 BC 的解析式为： $y = -x + 10$ ，

$\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 的两个顶点的坐标为 $(1, 3)$, $(2, 5)$ ，

$\therefore$ 过这两点的直线为： $y = 2x + 1$ ，

$\therefore$ 过这两点的直线与直线 AC 平行，

①若 A 的对应点为 $A_1(1, 3)$ ， C 的对应点为 $C_1(2, 5)$ ，

则 $B_1C_1 \parallel BC$ ， $B_1A_1 \parallel BA$ ，

设直线 B_1C_1 的解析式为 $y = -x + a$ ，直线 B_1A_1 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + b$ ，

$$\therefore -2 + a = 5, \quad \frac{1}{2} + b = 3,$$

$$\text{解得： } a = 7, \quad b = \frac{5}{2},$$

$\therefore$ 直线 B_1C_1 的解析式为 $y = -x + 7$ ，直线 B_1A_1 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ，

则直线 B_1C_1 与直线 B_1A_1 的交点为： $(3, 4)$ ；

②若 C 的对应点为 $A_1(1, 3)$ ， A 的对应点为 $C_1(2, 5)$ ，

则 $B_1A_1 \parallel BC$ ， $B_1C_1 \parallel BA$ ，

设直线 B_1C_1 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + c$ ，直线 B_1A_1 的解析式为 $y = -x + d$ ，

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 + c = 5, \quad -1 + d = 3,$$

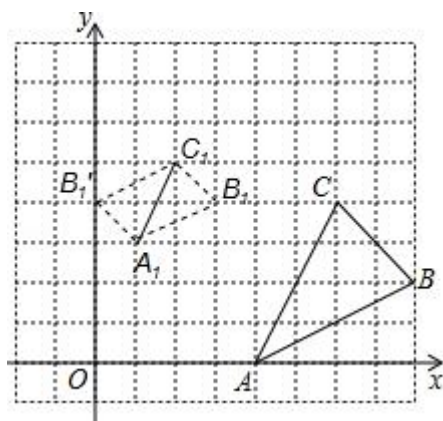
$$\text{解得： } c = 4, \quad d = 4,$$

$\therefore$ 直线 B_1C_1 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 4$ ，直线 B_1A_1 的解析式为 $y = -x + 4$ ，

则直线 B_1C_1 与直线 B_1A_1 的交点为： $(0, 4)$ 。

$\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 的第三个顶点的坐标为 $(3, 4)$ 或 $(0, 4)$ 。

故答案为： $(3, 4)$ 或 $(0, 4)$ 。



【点评】此题考查了位似图形的性质．此题难度适中，注意掌握位似图形的对应线段互相平行，注意掌握待定系数法求一次函数解析式的知识，注意分类讨论思想与数形结合思想的应用．

18. 【分析】过点 A_1 作 $A_1B \perp x$ 轴，作 $A_1C \parallel x$ 轴 $A_2C \parallel y$ 轴，相交于点 C ，然后求出点 A_1 的坐标，以及 A_1C 、 A_2C 的长度，并出 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 、 A_6 的坐标，然后总结出点的坐标的变化规律，再把 2012 代入规律进行计算即可得解．

【解答】解：如图，过点 A_1 作 $A_1B \perp x$ 轴，作 $A_1C \parallel x$ 轴 $A_2C \parallel y$ 轴，相交于点 C ，

$\because OA_1 = 1$ ， OA_1 与 x 轴的夹角为 30° ，

$$\therefore OB = OA_1 \cdot \cos 30^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$A_1B = OA_1 \cdot \sin 30^\circ = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{点 } A_1 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right),$$

$\because A_2A_1 \perp OA_1$ ， OA_1 与 x 轴的夹角为 30° ，

$$\therefore \angle OA_1C = 30^\circ, \angle A_2A_1C = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A_1A_2C = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\text{同理可求：} A_2C = OB = \frac{\sqrt{3}}{2}, A_1C = A_1B = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以，点 } A_2 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right),$$

$$\text{点 } A_3 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right), \text{ 即 } \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right),$$

$$\text{点 } A_4 \text{ 的坐标为 } \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \text{ 即 } (\sqrt{3} - 1, \sqrt{3} + 1),$$

$$\text{点 } A_5 \text{ 的坐标为 } \left(\sqrt{3} - 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3} + 1 + \frac{1}{2} \right), \text{ 即 } \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - 1, \sqrt{3} + \frac{3}{2} \right),$$

$$\text{点 } A_6 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - 1 - \frac{1}{2}, \sqrt{3} + \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \text{ 即 } \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} \right),$$

...

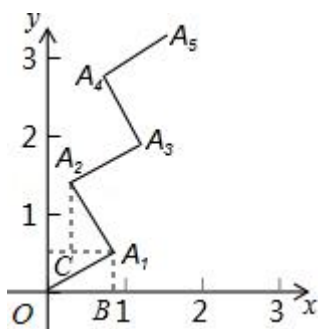
$$\text{当 } n \text{ 为奇数时，点 } A_n \text{ 的坐标为 } \left(\frac{n+1}{4}\sqrt{3} - \frac{n-1}{4}, \frac{n-1}{4}\sqrt{3} + \frac{n+1}{4} \right),$$

$$\text{当 } n \text{ 为偶数时，点 } A_n \text{ 的坐标为 } \left(\frac{n}{4}\sqrt{3} - \frac{n}{4}, \frac{n}{4}\sqrt{3} + \frac{n}{4} \right),$$

$$\text{所以，当 } n = 2012 \text{ 时，} \frac{n}{4}\sqrt{3} - \frac{n}{4} = 503\sqrt{3} - 503, \frac{n}{4}\sqrt{3} + \frac{n}{4} = 503\sqrt{3} + 503,$$

$$\text{点 } A_{2012} \text{ 的坐标为 } (503\sqrt{3} - 503, 503\sqrt{3} + 503).$$

$$\text{故答案为：} (503\sqrt{3} - 503, 503\sqrt{3} + 503).$$



【点评】 本题考查了点的坐标的规律变化问题，作出辅助线，求出各点的横坐标与纵坐标的规律变化的数值，然后依次写出前几个点的坐标，根据坐标与点的序号的特点找出点的坐标的通式是解题的关键．

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

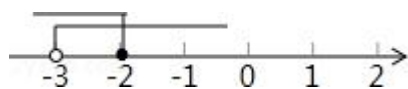
19. 【分析】 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可．

【解答】 解：解不等式①，得 $x \leq -2$ ，

解不等式②，得 $x > -3$ ，

故原不等式组的解集为 $-3 < x \leq -2$ ，

在数轴上表示为（如图）



【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组及在数轴上表示不等式组的解集，熟知实心圆点与空心圆点的区别是解答此题的关键．

20. 【分析】（1）连接 AD 、 AC ．根据“圆内接四边形对角互补”以及同角得到补角相等，推知 $\angle CKF = \angle ADC$ ；然后由圆心角、弧、弦间的关系以及圆周角定理证得 $\angle ADC = \angle AKD$ ；最后根据图中角与角间的和差关系证得结论；

（2）连接 OD ．利用垂径定理知 $DE = CE = \frac{1}{2}CD = 3$ ；然后在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中根据勾股定理求得 $OE = 4$ ；最后在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中利用三角函数的定义求得 $\tan \angle ADE = 3$ ，由等量代换知 $\tan \angle CKF = 3$ ．

【解答】（1）证明：连接 AD 、 AC ．

$\because \angle CKF$ 是圆内接四边形 $ADCK$ 的外角，

$\therefore \angle CKF + \angle AKC = 180^\circ$ ，

$\angle AKC + \angle ADC = 180^\circ$

$\therefore \angle CKF = \angle ADC$ ；

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{BC}$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{AC}$$

$$\therefore \angle ADC = \angle AKD,$$

$$\therefore \angle AKD = \angle CKF;$$

(2) 解: 连接 OD .

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $AB = 10$,

$$\therefore OD = 5;$$

$\because$ 弦 $CD \perp AB$, $CD = 6$,

$$\therefore DE = CE = \frac{1}{2}CD = 3 \text{ (垂径定理)};$$

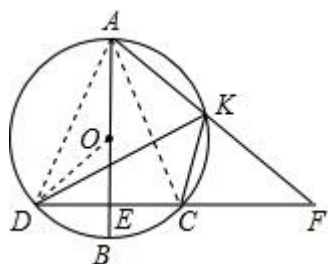
$$\text{在 Rt}\triangle ODE \text{ 中, } OE = \sqrt{OD^2 - DE^2} = 4,$$

$$\therefore AE = 9;$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, } \tan \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \frac{9}{3} = 3;$$

$$\therefore \angle CKF = \angle ADE,$$

$$\therefore \tan \angle CKF = 3.$$



【点评】 此题考查了圆的综合题. 解答此题时, 综合利用了圆内接四边形的性质、垂径定理、勾股定理以及解直角三角形等知识.

21. **【分析】** (1) 用喜欢健身操的学生数除以其所占的百分比即可求得样本容量;

(2) 用周角乘以最喜欢足球运动的学生所占的百分比即可求得其圆心角的度数;

(3) 求得喜欢篮球的人数后补全统计图即可;

(4) 用总人数乘以喜欢足球的人数占总人数的百分比即可求解.

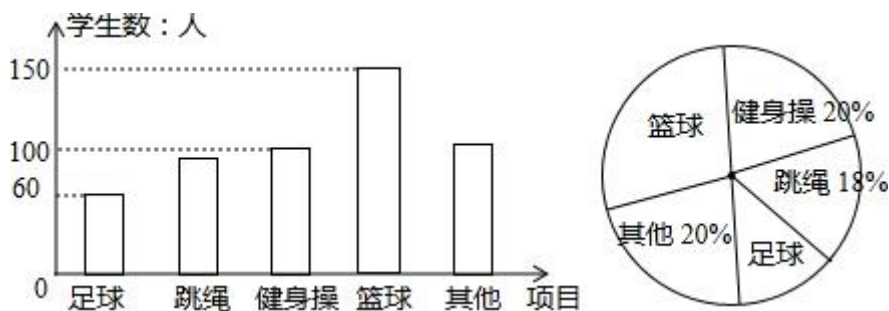
【解答】 解: (1) $100 \div 20\% = 500$,

$\therefore$ 本次抽样调查的样本容量是 500;

$$(2) \because 360^\circ \times \frac{60}{500} = 43.2^\circ,$$

$\therefore$ 扇形统计图中“最喜欢足球运动”的学生数所对应的扇形圆心角度数为 43.2° ；

(3) 如图：



$$(4) 21000 \times \frac{60}{500} = 2520 \text{ (人)}$$

全市本届学生中“最喜欢足球运动”的学生约有 2520 人；

【点评】 此题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图中各部分占总体的百分比之和为 1，直接反映部分占总体的百分比大小．

22. **【分析】** 根据：用 360 元钱打折后可购书本数 - 打折前 360 元钱可购书本数 = 6，列分式方程．

【解答】 解：设每本书的原价为 x 元，根据题意，得：

$$\frac{360}{0.8x} - \frac{360}{x} = 6,$$

解这个方程，得： $x = 15$ ，

经检验， $x = 15$ 是所列方程的根，

$$\text{则 } \frac{360}{0.8 \times 15} = 30 \text{ (本)},$$

所以，每本书的原价为 15 元，小明实际可购买图书 30 本．

【点评】 本题考查了分式方程的应用．利用分式方程解应用题时，一般题目中会有两个相等关系，这时要根据题目所要解决的问题，选择其中的一个相等关系作为列方程的依据，而另一个则用来设未知数．

23. **【分析】** (1) 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，可得 $AD \parallel BC$ ， $OA = OC$ ，又由平行线的性质，可得 $\angle 1 = \angle 2$ ，继而利用 ASA ，即可证得 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ ，则可证得 $AE = CF$ ．

(2) 根据平行四边形的性质与折叠性质, 易得 $A_1E = CF$, $\angle A_1 = \angle A = \angle C$, $\angle B_1 = \angle B = \angle D$, 继而可证得 $\triangle A_1IE \cong \triangle CGF$, 即可证得 $EI = FG$.

【解答】证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, OA = OC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$\because$ 在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ OA = OC \\ \angle 3 = \angle 4 \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF (ASA),$$

$$\therefore AE = CF;$$

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle A = \angle C, \angle B = \angle D,$$

由 (1) 得 $AE = CF$,

由折叠的性质可得: $AE = A_1E$, $\angle A_1 = \angle A$, $\angle B_1 = \angle B$,

$$\therefore A_1E = CF, \angle A_1 = \angle A = \angle C, \angle B_1 = \angle B = \angle D,$$

$$\text{又} \because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\because \angle 5 = \angle 3, \angle 4 = \angle 6,$$

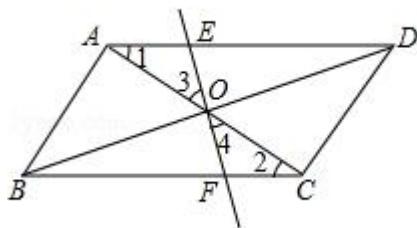
$$\therefore \angle 5 = \angle 6,$$

$\because$ 在 $\triangle A_1IE$ 与 $\triangle CGF$ 中,

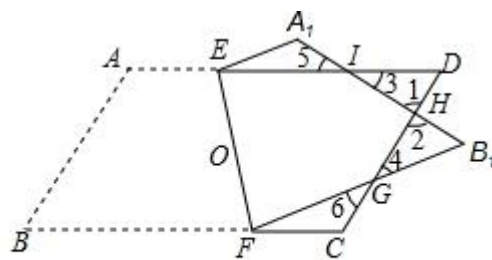
$$\begin{cases} \angle A_1 = \angle C \\ \angle 5 = \angle 6 \\ A_1E = CF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle A_1IE \cong \triangle CGF (AAS),$$

$$\therefore EI = FG.$$



图①



图②

【点评】 此题考查了平行四边形的性质、折叠的性质以及全等三角形的判定与性质. 此题难度适中, 注意掌握折叠前后图形的对应关系, 注意数形结合思想的应用.

24. **【分析】** (1) $AD = BC$, $CD \parallel AB$, 则四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, 根据等腰梯形的性质可以得到 $\angle DAB = \angle CBA$, 则 $AE = BE$, 即 E 在 AB 的垂直平分线上, 然后根据 $OA = OB$ 即可证明 O 在 AB 的垂直平分线上, 从而证得 EM 是 AB 的垂直平分线;

(2) 易证 $\triangle DEN \sim \triangle AEM$, $\triangle OND \sim \triangle OMB$, 则依据相似三角形的对应边的比相等, 可以证得: $\frac{DN}{BM} = \frac{DN}{AM}$, 从而证得 $BM = AM$;

(3) 根据 (2) 可以得到: 连接 AC , BD , 两线交于点 O_1 , 矩形 $ABCD$ 外任取一点 E , 连接 EA , EB , 分别交 DC 于点 G , H , 即可作出 AB 的中点 M , 则直线 MO_1 即为所求.

【解答】 (1) 证明: $\because AD = BC$, $CD \parallel AB$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$\therefore AC = BD$, $\angle DAB = \angle CBA$,

$\therefore AE = BE$

$\therefore$ 点 E 在线段 AB 的垂直平分线上,

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BAC$ 中, $AB = BA$, $AD = BC$, $BD = AC$,

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BAC$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore OA = OB$,

$\therefore$ 点 O 在线段 AB 的垂直平分线上,

则直线 EM 是线段 AB 的垂直平分线;

(2) 解: 相等. 理由:

$\because CD \parallel AB$, $\therefore \angle 3 = \angle EAB$

$\because \angle 4 = \angle 4$,

$$\therefore \triangle DEN \sim \triangle AEM$$

$$\therefore \frac{DN}{AM} = \frac{DE}{AE}, \text{ 同理 } \frac{DE}{AE} = \frac{DC}{AB}$$

$$\therefore \frac{DN}{AM} = \frac{DC}{AB}$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 6$$

$$\text{又 } \because \angle 7 = \angle 8,$$

$$\therefore \triangle OND \sim \triangle OMB$$

$$\therefore \frac{DN}{BM} = \frac{OD}{OB}, \text{ 同理 } \frac{OD}{OB} = \frac{DC}{AB}$$

$$\therefore \frac{DN}{BM} = \frac{DC}{AB}$$

$$\therefore \frac{DN}{BM} = \frac{DN}{AM}$$

$$\therefore AM = BM;$$

(3) 解：作法：如图③①连接 AC , BD , 两线交于点 O_1

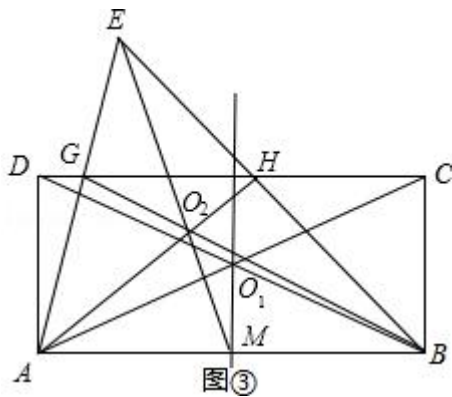
②在矩形 $ABCD$ 外任取一点 E , 连接 EA , EB , 分别交 DC 于点 G , H

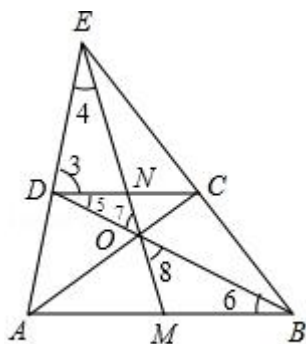
③连接 BG , AH , 两线交于点 O_2 .

④作直线 EO_2 , 交 AB 于点 M .

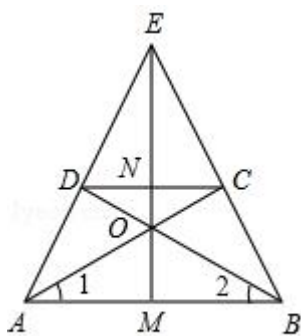
⑤作直线 MO_1 .

$\therefore$ 直线 MO_1 就是矩形 $ABCD$ 的一条对称轴.





图②



图①

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，正确根据相似三角形的对应边的比相等，

通过等量代换得到 $\frac{DN}{BM} = \frac{DN}{AM}$ 是关键.

25. 【分析】(1) 根据抛物线的顶点是 $(2, 1)$ ，因而设抛物线的表达式为 $y = a(x - 2)^2 + 1$ ，

把 A 的坐标代入即可求得函数的解析式；

(2) 根据 $\triangle PCM$ 为等边三角形，则 $\triangle CGM$ 中， $\angle CMD = 30^\circ$ ， CG 的长度可以求得，利用直角三角形的性质，即可求得 CM ，即等边 $\triangle CMP$ 的边长，则 P 的纵坐标，代入二次函数的解析式，即可求得 P 的坐标；

(3) 解方程组即可求得 E 的坐标，则 EF 的长等于 E 的纵坐标， OE 的长度，利用勾股定理可以求得，同理， OC 的长度可以求得，则 CE 的长度即可求解；

(4) 可以利用反证法，假设 x 轴上存在一点，使 $\triangle CMN \cong \triangle CPE$ ，可以证得 $EN = EF$ ，即 N 与 F 重合，与点 E 为直线 $y = x$ 上的点， $\angle CEF = 45^\circ$ 即点 N 与点 F 不重合相矛盾，故 N 不存在.

【解答】解：(1) 设抛物线的表达式为 $y = a(x - 2)^2 + 1$ ，将点 $A(0, 2)$ 代入，得

$$a(0 - 2)^2 + 1 = 2 \cdots 1 \text{ 分}$$

解这个方程，得 $a = \frac{1}{4}$

∴ 抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 1 = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$; …2 分

(2) 将 $x = 2$ 代入 $y = x$, 得 $y = 2$

∴ 点 C 的坐标为 $(2, 2)$ 即 $CG = 2$ …3 分

∵ $\triangle PCM$ 为等边三角形

∴ $\angle CMP = 60^\circ$, $CM = PM$

∵ $PM \perp x$ 轴,

∴ $\angle CMG = 30^\circ$

∴ $CM = 4$, $GM = 2\sqrt{3}$.

∴ $OM = 2 + 2\sqrt{3}$, $PM = 4$ …4 分

将 $y = 4$ 代入 $y = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 1$, 得 $4 = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 1$

解这个方程, 得 $x_1 = 2 + 2\sqrt{3} = OM$, $x_2 = 2 - 2\sqrt{3} < 0$ (不合题意, 舍去).

∴ 点 P 的坐标为 $(2 + 2\sqrt{3}, 4)$ …5 分

(3) 相等 …6 分

把 $y = x$ 代入 $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$, 得 $x = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$

解这个方程, 得 $x_1 = 4 + 2\sqrt{2}$, $x_2 = 4 - 2\sqrt{2} < 2$ (不合题意, 舍去)

∴ $y = 4 + 2\sqrt{2} = EF$

∴ 点 E 的坐标为 $(4 + 2\sqrt{2}, 4 + 2\sqrt{2})$

∴ $OE = \sqrt{EF^2 + OF^2} = 4 + 4\sqrt{2}$

又 ∵ $OC = \sqrt{CG^2 + OG^2} = 2\sqrt{2}$ …8 分

∴ $CE = OE - OC = 4 + 2\sqrt{2}$

∴ $CE = EF$ …9 分

(4) 不存在.

假设 x 轴上存在一点, 使 $\triangle CMN \cong \triangle CPE$, 则 $CN = CE$, $\angle MCN = \angle PCE$

∵ $\angle MCP = 60^\circ$,

∴ $\angle NCE = 60^\circ$

又 $\because CE = EF$,

$$\therefore CN = EF \cdots 11 \text{ 分}$$

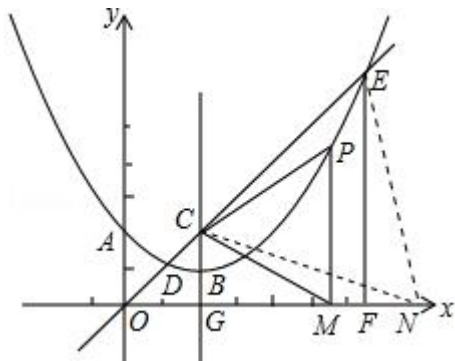
又 $\because$ 点 E 为直线 $y=x$ 上的点,

$$\therefore \angle CEF = 45^\circ \quad ,$$

$\therefore$ 点 N 与点 F 不重合.

$\therefore EF \perp x$ 轴, 这与“垂线段最短”矛盾,

$\therefore$ 原假设错误, 满足条件的点 N 不存在.



【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式，以及等边三角形的性质，解直角三角形，反证法，正确求得 E 的坐标是关键.