

# 2012 年临沂中考数学试题

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 120 分，考试时间 120 分钟.

## 第 I 卷（选择题 共 42 分）

一、选择题（本大题共 14 题，每小题 3 分，共 42 分，在每小题所给的 4 个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.  $-\frac{1}{6}$  的倒数是

- A. 6    B. -6    C.  $\frac{1}{6}$     D.  $-\frac{1}{6}$

2. 太阳的半径大约是 696000 千米，用科学记数法可表示为

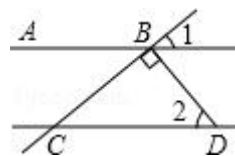
- A.  $696 \times 10^3$  千米    B.  $69.6 \times 10^4$  千米    C.  $6.96 \times 10^5$  千米    D.  $6.96 \times 10^6$  千米

3. 下列计算正确的是

- A.  $2a^2 + 4a^2 = 6a^4$     B.  $(a+1)^2 = a^2 + 1$     C.  $(a^2)^3 = a^5$     D.  $x^7 \div x^5 = x^2$

4. 如图， $AB \parallel CD$ ， $DB \perp BC$ ， $\angle 1 = 40^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是

- A.  $40^\circ$     B.  $50^\circ$     C.  $60^\circ$     D.  $140^\circ$



5. 化简  $(1 + \frac{4}{a-2}) \div \frac{a}{a-2}$  的结果是 ( )

- A.  $\frac{a+2}{a}$     B.  $\frac{a}{a+2}$     C.  $\frac{a-2}{a}$     D.  $\frac{a}{a-2}$

6. 在四张完全相同的卡片上，分别画有圆、菱形、等腰三角形、等腰梯形，现从中随机抽取一张，卡片上的图形恰好是中心对称图形的概率是

- A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{2}$     C.  $\frac{3}{4}$     D. 1

7. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 4x = 5$  时，此方程可变形为

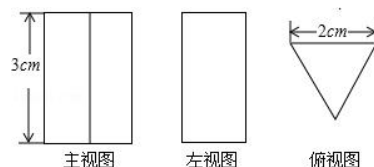
- A.  $(x+2)^2 = 1$     B.  $(x-2)^2 = 1$     C.  $(x+2)^2 = 9$     D.  $(x-2)^2 = 9$

8. 不等式组  $\begin{cases} 2x-1 < 5, \\ \frac{3x-1}{2} + 1 \geq x \end{cases}$  的解集在数轴上表示正确的是

- A.    B.    C.    D.

9. 如图是一个几何体的三视图，则这个几何体的侧面积是

- A.  $18\text{cm}^2$     B.  $20\text{cm}^2$     C.  $(18+2\sqrt{3})\text{cm}^2$     D.  $(18+4\sqrt{3})\text{cm}^2$

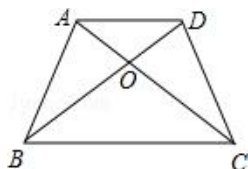


10. 关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} 3x - y = m, \\ x + my = n \end{cases}$  的解是  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 1, \end{cases}$  则  $|m - n|$  的值是

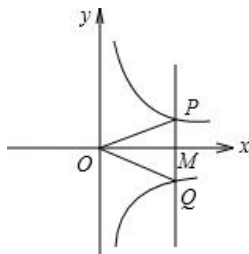
A. 5    B. 3    C. 2    D. 1

11. 如图, 在等腰梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ , 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 下列结论不一定正确的是

A.  $AC = BD$     B.  $OB = OC$     C.  $\angle BCD = \angle BDC$     D.  $\angle ABD = \angle ACD$



(第 11 题图)



(第 12 题图)

12. 如图, 若点  $M$  是  $x$  轴正半轴上任意一点, 过点  $M$  作  $PQ \parallel y$  轴, 分别交函数  $y = \frac{k_1}{x}$  ( $x > 0$ ) 和  $y = \frac{k_2}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象于点  $P$  和  $Q$ , 连接  $OP$  和  $OQ$ . 则下列结论正确的是

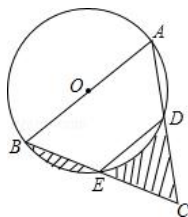
A.  $\angle POQ$  不可能等于  $90^\circ$

B.  $\frac{PM}{QM} = \frac{k_1}{k_2}$

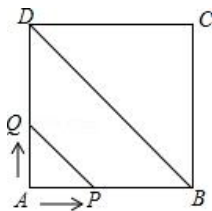
C. 这两个函数的图象一定关于  $x$  轴对称    D.  $\triangle POQ$  的面积是  $\frac{1}{2}(|k_1| + |k_2|)$

13. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $E$  为  $BC$  的中点,  $AB = 4$ ,  $\angle BED = 120^\circ$ , 则图中阴影部分的面积之和为

A. 1    B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     C.  $\sqrt{3}$     D.  $2\sqrt{3}$

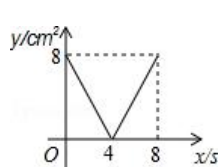


(第 13 题图)

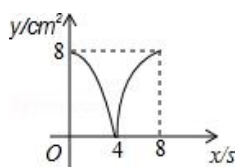


(第 14 题图)

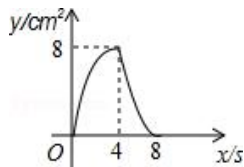
14. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为  $4\text{cm}$ , 动点  $P, Q$  同时从点  $A$  出发, 以  $1\text{cm/s}$  的速度分别沿  $A \rightarrow B \rightarrow C$  和  $A \rightarrow D \rightarrow C$  的路径向点  $C$  运动, 设运动时间为  $x$  (单位:  $s$ ), 四边形  $PBDQ$  的面积为  $y$  (单位:  $\text{cm}^2$ ), 则  $y$  与  $x$  ( $0 \leq x \leq 8$ ) 之间函数关系可以用图象表示为



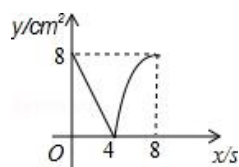
A.



B.



C.



D.

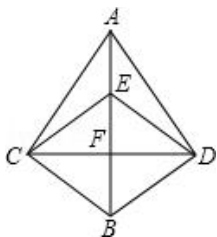
## 第Ⅱ卷（非选择题 共 78 分）

二.填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分，把答案填在题中横线上）

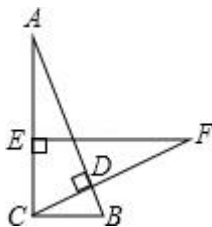
15. 分解因式:  $a - 6ab + 9ab^3 =$ \_\_\_\_\_.

16. 计算:  $4\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{8} =$ \_\_\_\_\_.

17. 如图,  $CD$  与  $BE$  互相垂直平分,  $AD \perp DB$ ,  $\angle BDE = 70^\circ$ , 则  $\angle CAD =$ \_\_\_\_\_°.



(第 17 题图)



(第 18 题图)

18. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $BC = 2\text{cm}$ ,  $CD \perp AB$ , 在  $AC$  上取一点  $E$ , 使  $EC = BC$ , 过点  $E$  作  $EF \perp AC$  交  $CD$  的延长线于点  $F$ , 若  $EF = 5\text{cm}$ , 则  $AE =$ \_\_\_\_\_cm.

19. 读一读: 式子“ $1+2+3+4+\dots+100$ ”表示从 1 开始的 100 个连续自然数的和, 由于式子比较长, 书

写不方便, 为了简便起见, 我们将其表示为  $\sum_{n=1}^{100} n$ , 这里“ $\Sigma$ ”是求和符号, 通过对以上材料的阅读,

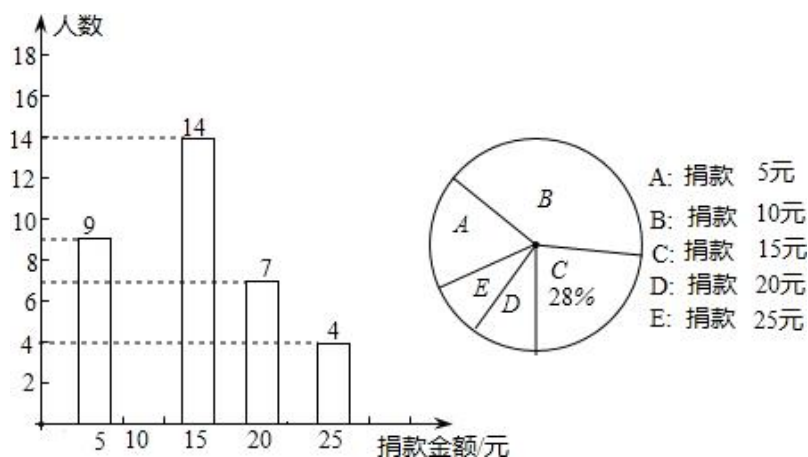
计算  $\sum_{n=1}^{2012} \frac{1}{n(n+1)} =$ \_\_\_\_\_.

三、开动脑筋, 你一定能做对! (本大题共 3 小题, 共 20 分)

20. (本小题满分 6 分)

“最美女教师”张丽莉, 为抢救两名学生, 以致双腿高位截肢, 社会各界纷纷为她捐款, 我市某中学九年级一班全体同学参加了捐款活动, 该班同学捐款情况的部分统计图如图所示:

- (1) 求该班的总人数;
- (2) 将条形图补充完整, 并写出捐款总额的众数;
- (3) 该班平均每人捐款多少元?



21. (本小题满分 7 分)

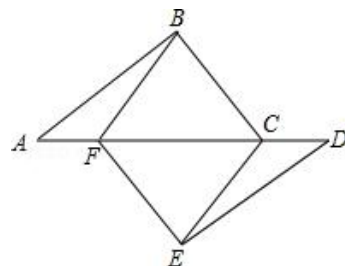
某工厂加工某种产品，机器每小时加工产品的数量比手工每小时加工产品的数量的 2 倍多 9 件. 若加工 1800 件这样的产品，机器加工所用的时间是手工加工所用时间的  $\frac{3}{7}$  倍，求手工每小时加工产品的数量.

22. (本小题满分 7 分)

如图，点  $A, F, C, D$  在同一直线上，点  $B$  和点  $E$  分别在直线  $AD$  的两侧，且  $AB=DE$ ,  $\angle A=\angle D$ ,  $AF=DC$ .

(1) 求证：四边形  $BCEF$  是平行四边形，

(2) 若  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $AB=4$ ,  $BC=3$ , 当  $AF$  为何值时，四边形  $BCEF$  是菱形.



(第 22 题图)

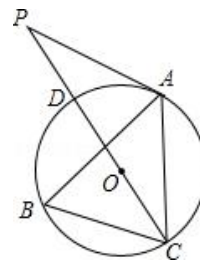
四、认真思考，你一定能成功! (本大题共 2 小题，共 19 分)

23. (本小题满分 9 分)

如图，点  $A, B, C$  分别是  $\odot O$  上的点， $\angle B=60^\circ$ ,  $AC=3$ ,  $CD$  是  $\odot O$  的直径， $P$  是  $CD$  延长线上的一点，且  $AP=AC$ .

(1) 求证： $AP$  是  $\odot O$  的切线；

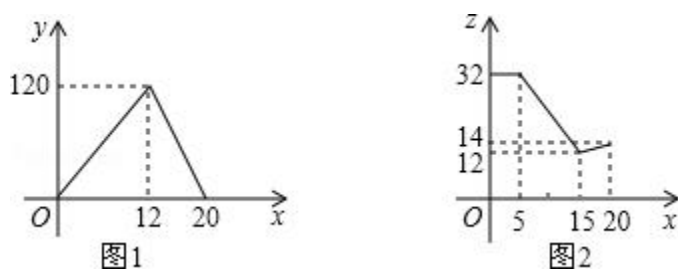
(2) 求  $PD$  的长.



(第 23 题图)

24. (本小题满分 10 分)

小明家今年种植的“红灯”樱桃喜获丰收，采摘上市 20 天全部销售完，小明对销售情况进行跟踪记录，并将记录情况绘成图象，日销售量  $y$  (单位：千克) 与上市时间  $x$  (单位：天) 的函数关系如图 1 所示，樱桃价格  $z$  (单位：元/千克) 与上市时间  $x$  (单位：天) 的函数关系式如图 2 所示.



(第 24 题图)

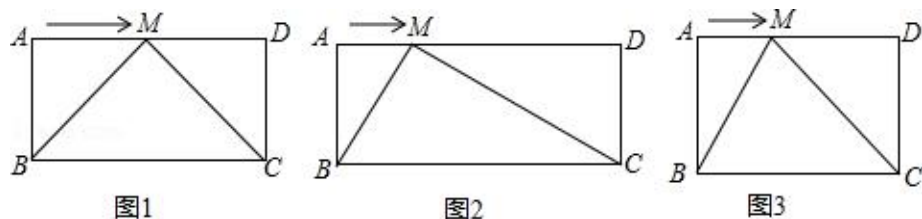
- (1) 观察图象，直接写出日销售量的最大值；
- (2) 求小明家樱桃的日销售量  $y$  与上市时间  $x$  的函数解析式；
- (3) 试比较第 10 天与第 12 天的销售金额哪天多？

五、相信自己，加油啊! (本大题共 2 小题，共 24 分)

25. (本小题满分 11 分)

已知，在矩形  $ABCD$  中， $AB=a$ ， $BC=b$ ，动点  $M$  从点  $A$  出发沿边  $AD$  向点  $D$  运动.

- (1) 如图 1，当  $b=2a$ ，点  $M$  运动到边  $AD$  的中点时，请证明  $\angle BMC=90^\circ$ ；
- (2) 如图 2，当  $b>2a$  时，点  $M$  在运动的过程中，是否存在  $\angle BMC=90^\circ$ ，若存在，请给与证明；若不存在，请说明理由；
- (3) 如图 3，当  $b<2a$  时，(2) 中的结论是否仍然成立？请说明理由.

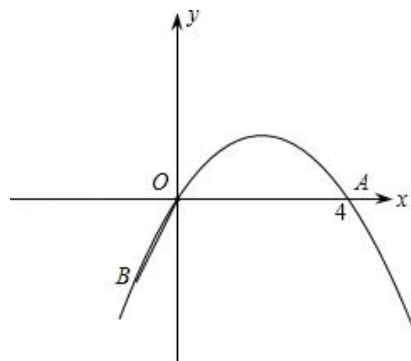


(第 25 题图)

26. (本小题满分 13 分)

如图, 点  $A$  在  $x$  轴上,  $OA=4$ , 将线段  $OA$  绕点  $O$  顺时针旋转  $120^\circ$  至  $OB$  的位置.

- (1) 求点  $B$  的坐标;
- (2) 求经过点  $A$ 、 $O$ 、 $B$  的抛物线的解析式;
- (3) 在此抛物线的对称轴上, 是否存在点  $P$ , 使得以点  $P$ 、 $O$ 、 $B$  为顶点的三角形是等腰三角形? 若存在, 求点  $P$  的坐标; 若不存在, 说明理由.



(第 26 题图)

# 2012 年临沂中考数学试题参考答案

一、选择题 (每小题 3 分, 共 42 分)

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 答案 | B | C | D | B | A | B | D | A | A | D  | C  | D  | C  | B  |

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

15.  $a(3b-1)^2$  或  $a(1-3b)^2$     16. 0    17. 70    18. 3    19.  $\frac{2012}{2013}$

三、开动脑筋, 你一定能做对! (共 20 分)

20. 解: (1)  $\frac{14}{28\%} = 50$  (人).

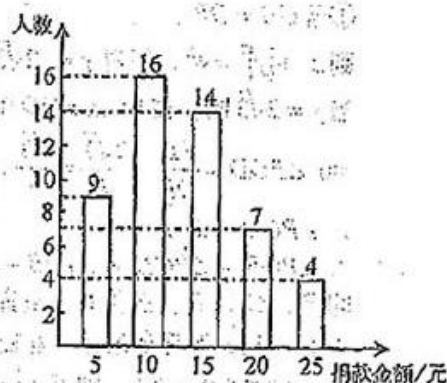
因此该班总人数是 50 人. .... (2 分)

(2) 图形补充正确, .... (3 分)

众数是 10. .... (4 分)

(3)  $\frac{1}{50}(5 \times 9 + 10 \times 16 + 15 \times 14 + 20 \times 7 + 25 \times 4)$   
 $= \frac{1}{50} \times 655 = 13.1.$

因此该班平均每人捐款 13.1 元. .... (6 分)



21. 解: 设手工每小时加工产品  $x$  件, 则机器每小时加工产品  $(2x+9)$  件. .... (1 分)

根据题意, 得  $\frac{1800}{x} \times \frac{3}{7} = \frac{1800}{2x+9}$ . .... (3 分)

解这个方程, 得  $x = 27$ . .... (5 分)

经检验,  $x = 27$  是原方程的解. .... (6 分)

答: 手工每小时加工产品 27 件. .... (7 分)

22. (1) 证明:  $\because AF = DC, \therefore AF + FC = DC + FC$ , 即  $AC = DF$ .

又  $\because \angle A = \angle D, AB = DE, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ . .... (2 分)

$\therefore BC = EF, \angle ACB = \angle DFE$ .

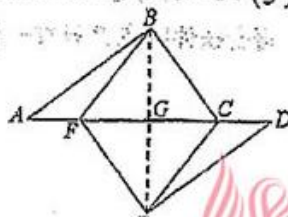
$\therefore BC \parallel EF, \therefore$  四边形  $BCEF$  是平行四边形. .... (3 分)

(2) 若四边形  $BCEF$  是菱形,

连接  $BE$ , 交  $CF$  于点  $G$ ,

$\therefore BE \perp CF, FG = CG$ .

$\because \angle ABC = 90^\circ, AB = 4, BC = 3,$



$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5, \quad (4 \text{分})$$

$$\because \angle BGC = \angle ABC = 90^\circ, \quad \angle ACB = \angle BCG,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BGC.$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CG}{BC}, \quad \text{即 } \frac{3}{5} = \frac{CG}{3}, \quad \therefore CG = \frac{9}{5}, \quad \therefore FC = 2CG = \frac{18}{5}. \quad (6 \text{分})$$

$$\therefore AF = AC - FC = 5 - \frac{18}{5} = \frac{7}{5}.$$

因此, 当  $AF = \frac{7}{5}$  时, 四边形  $BCEF$  是菱形. (7 分)

四、认真思考, 你一定能成功! (共 19 分)

23. (1) 证明: 连接  $OA$ .  $\because \angle B = 60^\circ, \therefore \angle AOC = 2\angle B = 120^\circ.$  (1 分)

$$\text{又 } \because OA = OC, \therefore \angle ACP = \angle CAO = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle AOP = 60^\circ. \quad (2 \text{分})$$

$$\text{又 } \because AC = AP, \therefore \angle P = \angle ACP = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle OAP = 90^\circ. \quad (4 \text{分})$$

$$\therefore OA \perp AP, \therefore AP \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线.} \quad (5 \text{分})$$

(2) 连接  $AD$ .  $\because CD$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle CAD = 90^\circ.$

$$\therefore AD = AC \cdot \tan 30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}. \quad (7 \text{分})$$

$$\therefore \angle ADC = \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle PAD = \angle ADC - \angle P = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle P = \angle PAD, \therefore PD = AD = \sqrt{3}. \quad (9 \text{分})$$

24. 解: (1) 120 千克 (1 分)

(2) 当  $0 \leq x \leq 12$  时, 设日销售量与上市时间的函数解析式为  $y = kx$ .

$$\because \text{点 } (12, 120) \text{ 在 } y = kx \text{ 的图象上, } \therefore k = 10.$$

$$\therefore \text{函数解析式为 } y = 10x. \quad (2 \text{分})$$

当  $12 < x \leq 20$  时, 设日销售量与上市时间的函数解析式为  $y = kx + b$ .

$$\because \text{点 } (12, 120), (20, 0) \text{ 在 } y = kx + b \text{ 的图象上,}$$

$$\therefore \begin{cases} 12k + b = 120, \\ 20k + b = 0. \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} k = -15, \\ b = 300. \end{cases}$$

$$\therefore \text{函数解析式为 } y = -15x + 300. \quad (5 \text{分})$$

(3)  $\because$  第 10 天和第 12 天在第 5 天和第 15 天之间,

$\therefore$  当  $5 < x \leq 15$  时, 设樱桃价格与上市时间的函数解析式为  $z = kx + b$ .

$$\because \text{点 } (5, 32), (15, 12) \text{ 在 } z = kx + b \text{ 的图象上,}$$

$$\therefore \begin{cases} 5k+b=32, \\ 15k+b=12. \end{cases} \therefore \begin{cases} k=-2, \\ b=42. \end{cases} \therefore \text{函数解析式为 } z=-2x+42. \quad (7 \text{ 分})$$

当  $x=10$  时,  $y=10 \times 10=100$ ,  $z=-2 \times 10+42=22$ .

销售金额为  $100 \times 22=2200$  (元).  $\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

当  $x=12$  时,  $y=120$ ,  $z=-2 \times 12+42=18$ .

销售金额为  $120 \times 18=2160$  (元).  $\dots\dots\dots (9 \text{ 分})$

$\because 2200 > 2160$ ,

$\therefore$  第 10 天的销售金额多.  $\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

### 五、相信自己,加油呀! (共 24 分)

25. (1) 证明:  $\because b=2a$ , 点  $M$  是  $AD$  的中点,  $\therefore AB=AM=MD=DC$ .

又  $\because$  在矩形  $ABCD$  中,  $\angle A=\angle D=90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle AMB=\angle DMC=45^\circ$ ,  $\therefore \angle BMC=90^\circ$ ,  $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

(2) 存在.  $\dots\dots\dots (3 \text{ 分})$

理由: 若  $\angle BMC=90^\circ$ , 则  $\angle AMB+\angle DMC=90^\circ$ .

又  $\because \angle AMB+\angle ABM=90^\circ$ ,  $\therefore \angle ABM=\angle DMC$ .

又  $\because \angle A=\angle D=90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABM \sim \triangle DMC$   $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

$\therefore \frac{AM}{CD} = \frac{AB}{DM}$ ,  $\dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

设  $AM=x$ , 则  $\frac{x}{a} = \frac{a}{b-x}$ , 整理, 得  $x^2-bx+a^2=0$ ,  $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

$\because b > 2a$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $\therefore \Delta=b^2-4a^2 > 0$ .  $\dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根, 且两根均大于零, 符合题意.

$\therefore$  当  $b > 2a$  时, 存在  $\angle BMC=90^\circ$ .  $\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

(3) 不成立.  $\dots\dots\dots (9 \text{ 分})$

理由: 若  $\angle BMC=90^\circ$ , 由 (2) 可知  $x^2-bx+a^2=0$ ,

$\because b < 2a$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $\therefore \Delta=b^2-4a^2 < 0$ .  $\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

$\therefore$  方程没有实数根.

$\therefore$  当  $b < 2a$  时, 不存在  $\angle BMC=90^\circ$ , 即 (2) 中的结论不成立.  $\dots\dots\dots (11 \text{ 分})$

26. 解: (1) 如图, 过点  $B$  作  $BC \perp x$  轴, 垂足为  $C$ , 则  $\angle BCO=90^\circ$ .

$\because \angle AOB=120^\circ$ ,  $\therefore \angle BOC=60^\circ$ .

又  $\because OA=OB=4$

$\therefore OC=\frac{1}{2}OB=\frac{1}{2} \times 4=2$ ,  $BC=OB \cdot \sin 60^\circ=4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ .

$\therefore$  点  $B$  的坐标是  $(-2, -2\sqrt{3})$ .  $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

(2)  $\because$  抛物线过原点  $O$  和点  $A$ 、 $B$ ,  $\therefore$  可设抛物线解析式为  $y=ax^2+bx$ .

将  $A(4, 0)$ 、 $B(-2, -2\sqrt{3})$  代入,



$$\begin{cases} 16a+4b=0, \\ 4a-2b=-2\sqrt{3}. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{\sqrt{3}}{6}, \\ b=\frac{2\sqrt{3}}{3}. \end{cases} \quad (4 \text{分})$$

$$\therefore \text{此抛物线的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{6}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x. \quad (5 \text{分})$$

(3) 存在. (6 \text{分})

如图, 抛物线的对称轴是  $x=2$ ,

直线  $x=2$  与  $x$  轴的交点为  $D$ .

设点  $P$  的坐标为  $(2, y)$  (7 \text{分})

①若  $OB=OP$ ,

则  $2^2 + |y|^2 = 4^2$ , 解得  $y = \pm 2\sqrt{3}$ . (8 \text{分})

当  $y = 2\sqrt{3}$  时, 在  $\text{Rt} \triangle POD$  中,  $\angle PDO = 90^\circ$ ,

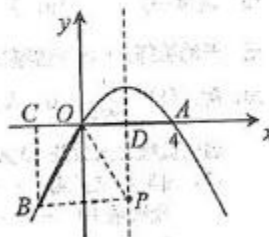
$$\sin \angle POD = \frac{PD}{OP} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$\therefore \angle POD = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle POB = \angle POD + \angle AOB = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ ,

即  $P, O, B$  三点在同一条直线上,

$y = 2\sqrt{3}$  不符合题意, 舍去.  $\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(2, -2\sqrt{3})$ . (10 \text{分})



方法一: ②若  $OB=PB$ , 则  $4^2 + |y + 2\sqrt{3}|^2 = 4^2$ ,

解得  $y = -2\sqrt{3}$ .

$\therefore$  点  $P$  的坐标是  $(2, -2\sqrt{3})$ . (11 \text{分})

③若  $OP=BP$ , 则  $2^2 + |y|^2 = 4^2 + |y + 2\sqrt{3}|^2$ ,

解得  $y = -2\sqrt{3}$ .

$\therefore$  点  $P$  的坐标是  $(2, -2\sqrt{3})$ . (12 \text{分})

综上所述, 符合条件的点  $P$  只有一个, 其坐标为  $(2, -2\sqrt{3})$ . (13 \text{分})

方法二: 在  $\triangle BOP$  中, 求得  $BP=4$ ,  $OP=4$ . 又  $\because OB=4$ ,

$\therefore \triangle BOP$  为等边三角形. (12 \text{分})

$\therefore$  符合条件的点  $P$  只有一个, 其坐标为  $(2, -2\sqrt{3})$ . (13 \text{分})