

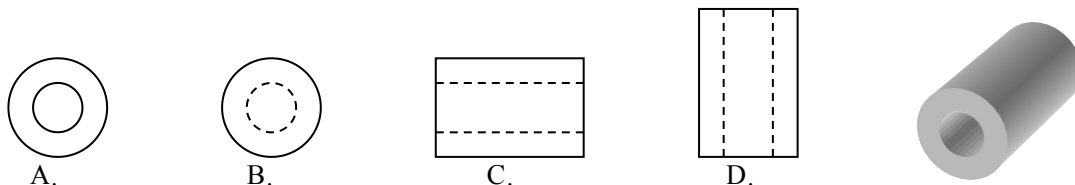
2011 年山东省青岛市中考数学试题

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. $-\frac{1}{2}$ 的倒数是【 】

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

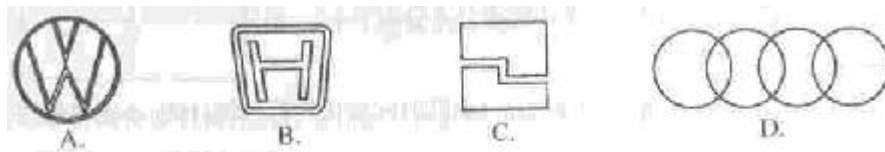
2. 如图，空心圆柱的主视图是【 】



3. 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的直径分别是 4cm 和 6cm, $O_1O_2 = 5\text{cm}$, 则两圆的位置关系是【 】

- A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

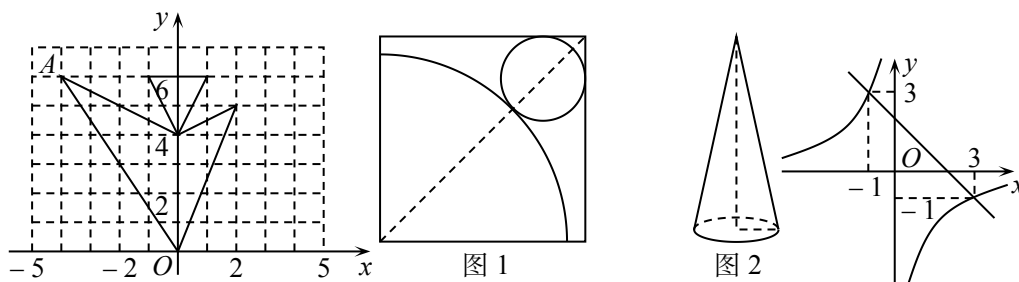
4. 下列汽车标志中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是【 】



5. 某种鲸的体重约为 $1.36 \times 10^5 \text{kg}$. 关于这个近似数，下列说法正确的是【 】

- A. 精确到百分位，有 3 个有效数字 B. 精确到个位，有 6 个有效数字
C. 精确到千位，有 6 个有效数字 D. 精确到千位，有 3 个有效数字

6. 如图，若将直角坐标系中“鱼”的每个“顶点”的横坐标保持不变，纵坐标分别变为原来的 $\frac{1}{2}$ ，则点 A 的对应点的坐标是【 】



- A. $(-4, 3)$ B. $(4, 3)$ C. $(-2, 6)$ D. $(-2, 3)$

7. 如图 1，在正方形铁皮上剪下一个扇形和一个半径为 1cm 的圆形，使之恰好围成图 2 所示的一个圆锥，则圆锥的高为【 】

- A. $\sqrt{17}\text{cm}$ B. 4cm C. $\sqrt{15}\text{cm}$ D. $\sqrt{3}\text{cm}$

8. 已知一次函数 $y_1 = kx + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 在同一直角坐标系中的图象如图所示，则

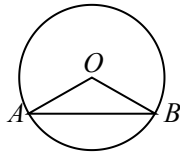
当 $y_1 < y_2$ 时， x 的取值范围是【 】

- A. $x < -1$ 或 $0 < x < 3$ B. $-1 < x < 0$ 或 $x > 3$
C. $-1 < x < 0$ D. $x > 3$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

9. 已知甲、乙两支仪仗队各有 10 名队员，这两支仪仗队队员身高的平均数都是 178cm，方差分别为 0.6 和 1.2，则这两支仪仗队身高更整齐的是_____仪仗队.

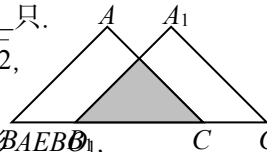
10. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的弦，半径 $OA = 6\text{cm}$ ， $\angle AOB = 120^\circ$ ，则 $AB =$ _____cm.



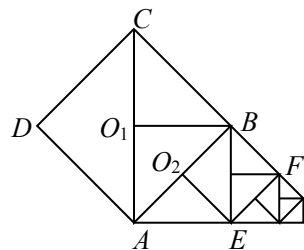
11. 某车间加工 120 个零件后，采用了新工艺，工效是原来的 1.5 倍，这样加工同样多的零件就少用 1 小时，采用新工艺前每小时加工多少个零件？若设采用新工艺前每小时加工 x 个零件，则根据题意可列方程为_____.

12. 生物工作者为了估计一片山林中雀鸟的数量，设计了如下方案：先捕捉 100 只雀鸟，给它们做上标记后放回山林；一段时间后，再从中随机捕捉 500 只，其中有标记的雀鸟有 5 只. 请你帮助工作人员估计这片山林中雀鸟的数量约为_____只.

13. 如图，将等腰直角 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$. 若 $BC = 3\sqrt{2}$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 重叠部分面积为 2，则 $BB_1 =$ _____.



14. 如图，以边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的边 AB 为对角线作第二个正方形 $BAEB_1O_1$ ，再以 BE 为对角线作第三个正方形 $EFBO_2$ ，如此作下去， $\dots$ ，则所作的第 n 个正方形的面积 $S_n =$ _____.

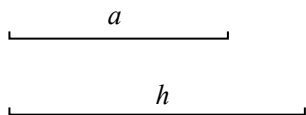


三、作图题（本题满分 12 分）

15. 如图，已知线段 a 和 h .

求作： $\triangle ABC$ ，使得 $AB = AC$ ， $BC = a$ ，且 BC 边上的高 $AD = h$.

要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹.



四、解答题（本大题共 9 小题，满分 74 分）

16. (每小题 4 分，满分 8 分)

(1) 解方程组：
$$\begin{cases} 4x + 3y = 5, \\ x - 2y = 4. \end{cases}$$

(2) 化简：
$$\frac{b+1}{a^2-4} \div \frac{b^2+b}{a+2}.$$

17. (6 分) 图 1 是某城市三月份 1 至 8 日的日最高气温随时间变化的折线统计图，小刚根据图 1 将数据统计整理后制成了图 2.

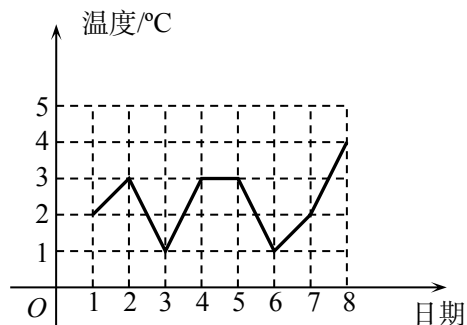


图 1

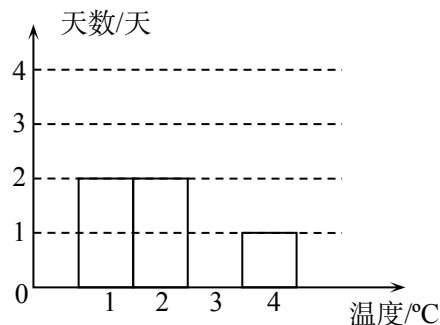
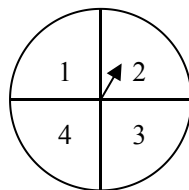


图 2

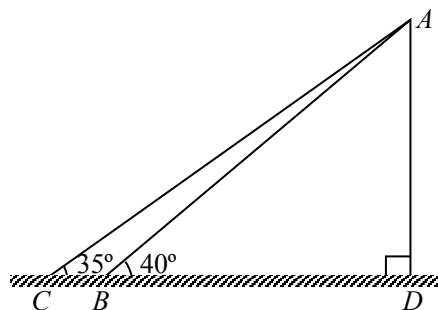
根据图中信息，解答下列问题：

- (1)将图 2 补充完整;
 (2)这 8 天的日最高气温的中位数是_____°C;
 (3)计算这 8 天的日最高气温的平均数.

18. (6 分)小明和小亮用图中的转盘做游戏: 分别转动转盘两次, 若两次数字之差(大数减小数)大于或等于 2, 小明得 1 分, 否则小亮得 1 分. 你认为游戏是否公平? 若公平, 请说明理由; 若不公平, 请你修改规则, 使游戏对双方公平.



19. (6 分)某商场准备改善原有楼梯的安全性能, 把倾斜角由原来的 40° 减至 35° . 已知原楼梯 AB 长为 5m, 调整后的楼梯所占地面 CD 有多长?
 (结果精确到 0.1m. 参考数据: $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\sin 35^\circ \approx 0.57$, $\tan 35^\circ \approx 0.70$)



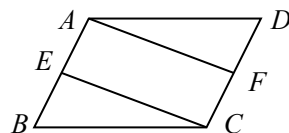
20. (8 分)某企业为了改善污水处理条件, 决定购买 A 、 B 两种型号的污水处理设备共 8 台, 其中每台的价格、月处理污水量如下表:
 经预算, 企业最多支出 57 万元购买污水处理设备, 且要求设备月处理污水量不低于 1490 吨.

	A 型	B 型
价 格(万元/台)	8	6
月处理污水量(吨/月)	200	180

- (1)企业有哪几种购买方案?
 (2)哪种购买方案更省钱?

21. (8 分)在 $\square ABCD$ 中, E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点, 连接 AF 、 CE .

- (1)求证: $\triangle BEC \cong \triangle DFA$;
 (2)连接 AC , 当 $CA = CB$ 时, 判断四边形 $AECF$ 是什么特殊四边形? 并证明你的结论.



22. (10 分)某商场经营某种品牌的童装, 购进时的单价是 60 元. 根据市场调查, 在一段时间内, 销售单价是 80 元时, 销售量是 200 件, 而销售单价每降低 1 元, 就可多售出 20 件.

- (1)写出销售量 y 件与销售单价 x 元之间的函数关系式;
 (2)写出销售该品牌童装获得的利润 w 元与销售单价 x 元之间的函数关系式;
 (3)若童装厂规定该品牌童装销售单价不低于 76 元, 且商场要完成不少于 240 件的销售

任务，则商场销售该品牌童装获得的最大利润是多少？

23. (10 分)

问题提出

我们在分析解决某些数学问题时，经常要比较两个数或代数式的大小，而解决问题的策略一般要进行一定的转化，其中“作差法”就是常用的方法之一．所谓“作差法”：就是通过作差、变形，并利用差的符号确定他们的大小，即要比较代数式 M 、 N 的大小，只要作出它们的差 $M - N$ ，若 $M - N > 0$ ，则 $M > N$ ；若 $M - N = 0$ ，则 $M = N$ ；若 $M - N < 0$ ，则 $M < N$ ．

问题解决

如图 1，把边长为 $a + b$ ($a \neq b$) 的大正方形分割成两个边长分别是 a 、 b 的小正方形及两个矩形，试比较两个小正方形面积之和 M 与两个矩形面积之和 N 的大小．

解：由图可知： $M = a^2 + b^2$ ， $N = 2ab$ ．

$$\therefore M - N = a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2.$$

$$\because a \neq b, \therefore (a - b)^2 > 0.$$

$$\therefore M - N > 0.$$

$$\therefore M > N.$$

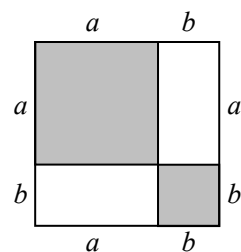


图 1

类别应用

(1) 已知小丽和小颖购买同一种商品的平均价格分别为 $\frac{a+b}{2}$ 元/千克和 $\frac{2ab}{a+b}$ 元/千克 (a 、 b 是正数，且 $a \neq b$)，试比较小丽和小颖所购买商品的平均价格的高低．

(2) 试比较图 2 和图 3 中两个矩形周长 M_1 、 N_1 的大小 ($b > c$)．

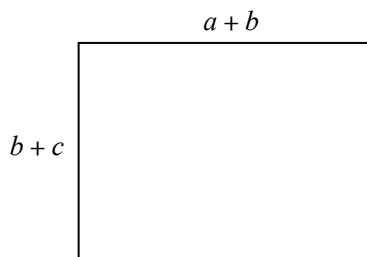


图 2

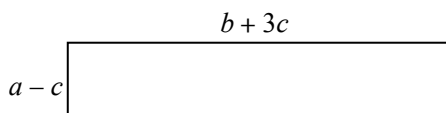


图 3

联系拓广

小刚在超市里买了一些物品，用一个长方体的箱子“打包”，这个箱子的尺寸如图 4 所示 (其中 $b > a > c > 0$)，售货员分别可按图 5、图 6、图 7 三种方法进行捆绑，哪种方法用绳最短？哪种方法用绳最长？请说明理由．

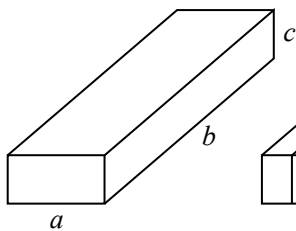


图 4

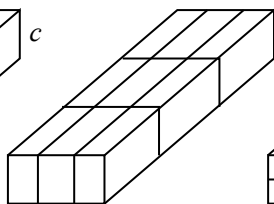


图 5

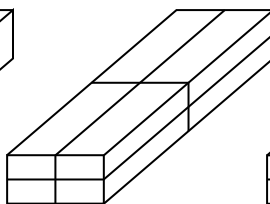


图 6

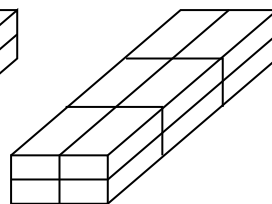
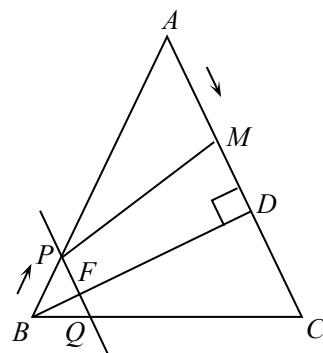


图 7

24. (12 分)如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10\text{cm}$, $BD \perp AC$ 于点 D , 且 $BD = 8\text{cm}$. 点 M 从点 A 出发, 沿 AC 的方向匀速运动, 速度为 2cm/s ; 同时直线 PQ 由点 B 出发, 沿 BA 的方向匀速运动, 速度为 1cm/s , 运动过程中始终保持 $PQ \parallel AC$, 直线 PQ 交 AB 于点 P 、交 BC 于点 Q 、交 BD 于点 F . 连接 PM , 设运动时间为 $t\text{s}$ ($0 < t < 5$).

- (1) 当 t 为何值时, 四边形 $PQCM$ 是平行四边形?
- (2) 设四边形 $PQCM$ 的面积为 $y\text{cm}^2$, 求 y 与 t 之间的函数关系式;
- (3) 是否存在某一时刻 t , 使 $S_{\text{四边形 } PQCM} = \frac{9}{16} S_{\triangle ABC}$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 说明理由;
- (4) 连接 PC , 是否存在某一时刻 t , 使点 M 在线段 PC 的垂直平分线上? 若存在, 求出此时 t 的值; 若不存在, 说明理由.



2011 年青岛中考数学答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	B	D	D	A	C	B

二、填空题

9. 甲 10. $6\sqrt{3}$ 11. $\frac{120}{x} - \frac{120}{1.5x} = 1$ 12. 1000 13. $\sqrt{2}$ 14. $\frac{1}{2^{n-1}}$

三、作图题

15. 正确作图;

正确写出结论。

四、解答题

16. (1) $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ (2) 解: 原式 = $\frac{b+1}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{a+2}{b(b+1)} = \frac{1}{b(a-2)}$

17. 解: (1) 补对条形统计图

(2) 2.5°C

(3) $\bar{x} = \frac{1}{8} \times (1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 1) = \frac{19}{8} (^{\circ}\text{C})$ (或 2.375°)

18. 解:

	1	2	3	4
1	0	1	2	3
2	1	0	1	2
3	2	1	0	1
4	3	2	1	0

$\therefore P(\text{差大于或等于 } 2) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}, P(\text{差小于 } 2) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

$\therefore$ 小明得分: $1 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$; 小亮得分: $1 \times \frac{5}{8} = \frac{5}{8}$

$\therefore \frac{3}{8} \neq \frac{5}{8}, \therefore$ 游戏对双方不公平。游戏规则改为量词数字差大于或等于 2, 小明得

5 分; 否则, 小亮得 3 分。

19. 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\sin 40^{\circ} = \frac{AD}{AB} = \frac{AD}{5}$

$\therefore AD = 5 \sin 40^{\circ} \approx 5 \times 0.64 = 3.2$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\tan 35^{\circ} = \frac{AD}{CD} = \frac{3.2}{CD}$

$CD = \frac{3.2}{\tan 35^{\circ}} = \frac{3.2}{0.70} = 4.6$

答: 调整后的楼梯所占地面 CD 约为 4.6 米。

20. 解: (1) 设购买 A 型设备 x 台, 则 B 型设备 $(8-x)$ 台, 由题意得:

$$\begin{cases} 8x + 6(8-x) \leq 57 \\ 200x + 180(8-x) \geq 1490 \end{cases}$$

解得: $2\frac{1}{2} \leq x \leq 4\frac{1}{2}$

$\therefore x$ 是正整数

$\therefore x=3, 4$

答: 有两种购买方案, 买 A 型设备 3 台, B 型设备 5 台; 或买 A 型设备 4 台, B 型设备 4 台。

(2) 当 $x=3$ 时, $3 \times 8 + 5 \times 6 = 54$ (万元)

当 $x=4$ 时, $4 \times 8 + 4 \times 6 = 56$ (万元)

答：买 A 型设备 3 台，B 型设备 5 台更省钱。

21. 证明：(1) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形

$$\therefore AB=CD, \angle B=\angle D, BC=AD$$

$\because$ E、F 分别是 AB、CD 的中点

$$\therefore BE=\frac{1}{2}AB, DF=\frac{1}{2}CD$$

$$\therefore BE=DF$$

$$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DFA$$

(2) 四边形 AECF 是梯形。

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ 且 $AB=CD$ 。

$\because$ E、F 分别是 AB、CD 的中点

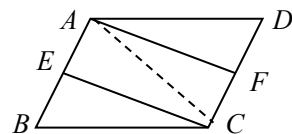
$$\therefore AE=\frac{1}{2}AB, CF=\frac{1}{2}CD$$

$\therefore AE \parallel CF$ 且 $AE=CF$ 。

$\because CA=CB$, E 是 AB 的中点，

$\therefore CE \perp AB$, 即 $\angle AEC=90^\circ$

$\therefore \square AECF$ 是矩形。



22. 解：(1) 由题意，得： $y = 200 + (80 - x) \times 20 = -20x + 1800$

(2) 由题意，得： $w = (x - 60)(-20x + 1800) = -20x^2 + 3000x - 108000$

(3) 由题意，得：
$$\begin{cases} -20x + 1800 \geq 240 \\ x \geq 76 \end{cases}$$

解得 $76 \leq x \leq 78$

$$w = -20x^2 + 3000x - 108000,$$

对称轴为 $x = -\frac{3000}{2 \times (-20)} = 75$, 又 $a < 0$

$\therefore$ 当 $76 \leq x \leq 78$, w 随 x 增大而减小

$\therefore$ 当 $x = 76$ 时, $w_{\text{最大}} = (76 - 60)(-20 \times 76 + 1800) = 4480$

答：这段时间上场最多获利 4480 元。

23. 解：类比应用

$$(1) \frac{a+b}{2} - \frac{2ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{2(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{2(a+b)}$$

$\because a, b$ 是正整数且 $a \neq b$

$$\therefore \frac{(a-b)^2}{2(a+b)} > 0, \quad \therefore \frac{a+b}{2} > \frac{2ab}{a+b}$$

即效力的平均价格比小颖的高。

(2) 由图知, $M_1 = 2(a + b + b + c) = 2a + 4b + 2c$

$$N_1 = 2(a - c + b + 3c) = 2a + 2b + 4c$$

$$M_1 - N_1 = (2a + 4b + 2c) - (2a + 2b + 4c) = 2b - 2c = 2(b - c)$$

$\therefore b > c, \therefore 2(b - c) > 0$, 即 $M_1 - N_1 > 0, \therefore M_1 > N_1$ 。

∴第一个矩形的周长大于第二个矩形的周长。

联系拓广

设图⑤的捆绑绳长为 l_1 ，则 $l_1 = 2a \times 2 + 2b \times 2 + 4c \times 2 = 4a + 4b + 8c$

设图⑥的捆绑绳长为 l_2 ，则 $l_2 = 2a \times 2 + 2b \times 2 + 2c \times 2 = 4a + 4b + 4c$

设图⑦的捆绑绳长为 l_3 ，则 $l_3 = 3a \times 2 + 2b \times 2 + 3c \times 2 = 6a + 4b + 6c$

$$l_1 - l_2 = (4a + 4b + 8c) - (4a + 4b + 4c) = 4c > 0$$

$$\therefore l_1 > l_2$$

$$l_3 - l_2 = (6a + 4b + 6c) - (4a + 4b + 4c) = 2a + 2c > 0$$

$\therefore l_3 > l_2$ (由式子观察得出 $l_3 > l_2$, $l_1 > l_2$ 也可得分.)

$$l_3 - l_1 = (6a + 4b + 6c) - (4a + 4b + 8c) = 2a - 2c = 2(a - c)$$

$$\because a > c, \therefore 2(a - c) > 0, \text{ 即 } l_3 - l_1 > 0, \therefore l_3 > l_1$$

∴ 所以第三种捆绑方法用绳最长，第二种最短。

24. 解: (1) 假设四边形 PQCM 是平行四边形, 则 $PM \parallel QC$, $\therefore AP = AM$

$$\therefore 10 - t = 2t, \text{ 解得 } t = \frac{10}{3}$$

答: 当 $t = \frac{10}{3}$ s 时, 四边形 PQCM 是平行四边形。

(2) 过 P 作 $PE \perp AC$, 交 AC 于 E。

$$\therefore PQ \parallel AC$$

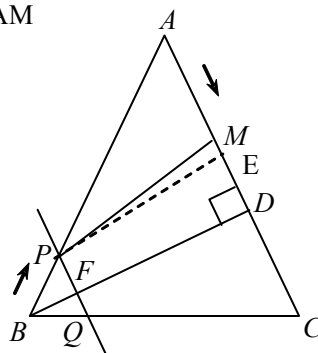
$\therefore \triangle PBQ \sim \triangle ABC$, $\therefore \triangle PBQ$ 是等腰三角形, $PQ=PB=t$,

$$\therefore \frac{BF}{BD} = \frac{BP}{BA}, \text{ 即 } \frac{BF}{8} = \frac{t}{10}, \text{ 解得 } BF = \frac{4}{5}t,$$

$$\therefore FD = BD - BF = 8 - \frac{4}{5}t$$

$$\text{又} \because MC = AC - AM = 10 - 2t,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(PQ + MC) \cdot FD = \frac{1}{2}(t + 10 - 2t)(8 - \frac{4}{5}t) = \frac{2}{5}t^2 - 8t + 40$$



答: y 与 t 之间的函数关系式是 $y = \frac{2}{5}t^2 - 8t + 40$

$$(3) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$$

当 $y = \frac{9}{16} S_{\triangle ABC} = \frac{9}{16} \times 40 = \frac{45}{2}$ 时,

$$\frac{2}{5}t^2 - 8t + 40 = \frac{45}{2}$$

$$4t^2 - 80t + 175 = 0$$

解得 $t_1 = \frac{5}{2}$, $t_2 = \frac{35}{2}$ (舍去)

答: 当 $t = \frac{5}{2}$ 时, $S_{\text{四边形} PQCM} = \frac{9}{16} S_{\triangle ABC}$

(4) 假设存在某一时刻 t , 使点 M 在线段 PC 的垂直平分线上, 则 $MP = MC$,
过 M 作 $MH \perp AB$, 交 AB 于 H , 由 $\triangle AHM \sim \triangle ADB$

$$\therefore \frac{HM}{BD} = \frac{AH}{AD} = \frac{AM}{AB}, \text{ 又 } AD = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$\therefore \frac{HM}{8} = \frac{AH}{6} = \frac{2t}{10},$$

$$\therefore HM = \frac{8}{5}t, AH = \frac{6}{5}t$$

$$\text{即 } HP = 10 - t - \frac{6}{5}t = 10 - \frac{11}{5}t$$

在 $\text{Rt}\triangle HMP$ 中,

$$MP^2 = \left(\frac{8}{5}t\right)^2 + \left(10 - \frac{11}{5}t\right)^2 = \frac{37}{5}t^2 - 44t + 100$$

$$\text{又 } \because MC^2 = (10 - 2t)^2 = 100 - 40t + 4t^2$$

$$\text{由 } MP^2 = MC^2$$

$$\therefore \frac{37}{5}t^2 - 44t + 100 = 100 - 40t + 4t^2$$

解得: $t_1 = \frac{20}{17}$, $t_2 = 0$ (舍去)

答: 当 $t = \frac{20}{17}$ s 时, 点 M 在线段 PC 的垂直平分线上。

