

2011 年山东省滨州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，在每小题的四个选项中只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，并将其字母标号填写答题栏内，每小接合面选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记 0 分，满分 36 分.

1. (3 分) 在实数 π 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sin 30^\circ$ ，无理数的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. (3 分) 二次根式 $\sqrt{1+2x}$ 有意义时， x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq \frac{1}{2}$ B. $x \leq -\frac{1}{2}$ C. $x \geq -\frac{1}{2}$ D. $x \leq \frac{1}{2}$

3. (3 分) 某商品原价 289 元，经连续两次降价后售价为 256 元，设平均每降价的百分率为 x ，则下面所列方程正确的是 ()

- A. $289(1-x)^2 = 256$ B. $256(1-x)^2 = 289$
C. $289(1-2x)^2 = 256$ D. $256(1-2x)^2 = 289$

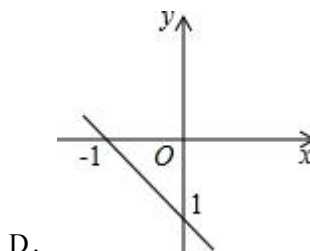
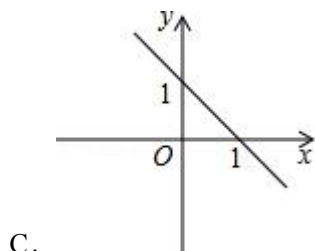
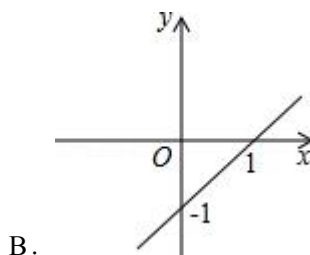
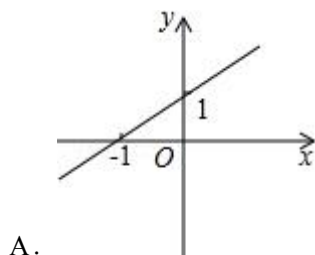
4. (3 分) 四张质地、大小、背面完全相同的卡片上，正面分别画有圆、矩形、等边三角形、等腰梯形四个图案. 现把它们的正面向下随机摆放在桌面上，从中任意抽出一张，则抽出的卡片正面图案是中心对称图形的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

5. (3 分) 若某三角形的两边长分别为 3 和 4，则下列长度的线段能作为其第三边的是 ()

- A. 1 B. 5 C. 7 D. 9

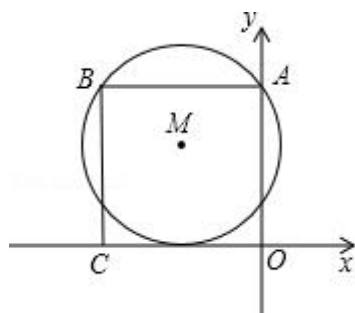
6. (3 分) 关于一次函数 $y = -x+1$ 的图象，下列所画正确的是 ()



7. (3分) 抛物线 $y = (x+2)^2 - 3$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 平移得到, 则下列平移过程正确的是 ()

- A. 先向左平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位
- B. 先向左平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位
- C. 先向右平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位
- D. 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位

8. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $ABCO$ 的顶点 A 、 C 分别在 y 轴、 x 轴上, 以 AB 为弦的 $\odot M$ 与 x 轴相切. 若点 A 的坐标为 $(0, 8)$, 则圆心 M 的坐标为 ()



- A. $(-4, 5)$
- B. $(-5, 4)$
- C. $(5, -4)$
- D. $(4, -5)$

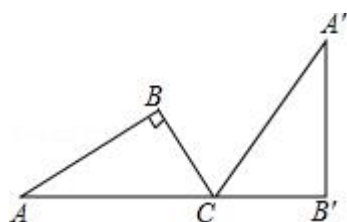
9. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 72^\circ$, $AB = 10$, 则边 AC 的长约为 (精确到 0.1) ()

- A. 9.1
- B. 9.5
- C. 3.1
- D. 3.5

10. (3分) 在快速算法中, 法国的“小九九”从“一一得一”到“五五二十五”和我国的“小九九”算法是完全一样的, 而后面“六到九”的运算就改用手势了. 如计算 8×9 时, 左手伸出 3 根手指, 右手伸出 4 根手指, 两只手伸出手指数的和为 7, 未伸出手指数的积为 2, 则 $8 \times 9 = 10 \times 7 + 2 = 72$. 那么在计算 6×7 时, 左、右手伸出的手指数应该分别为 ()

- A. 1, 2
- B. 1, 3
- C. 4, 2
- D. 4, 3

11. (3分) 如图. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AC = 4\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 顺时针方向旋转至 $\triangle A'B'C$ 的位置, 且 A 、 C 、 B' 三点在同一条直线上, 则点 A 所经过的最短路线的长为 ()



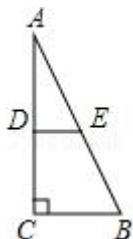
A. $4\sqrt{3}\pi$

B. 8cm

C. $\frac{16}{3}\pi\text{cm}$

D. $\frac{8}{3}\pi\text{cm}$

12. (3分) 如图, 在一张 $\triangle ABC$ 纸片中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, DE 是中位线, 现把纸片沿中位线 DE 剪开, 计划拼出以下四个图形: ①邻边不等的矩形; ②等腰梯形; ③有两个角为锐角的菱形; ④正方形. 那么以上图形一定能被拼成的个数为 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题: 本大题 6 个小题, 每小题填对最后结果得 4 分, 满分 24 分.

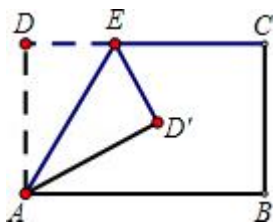
13. (4分) 分解因式: $x^2 - 4 =$ _____.

14. (4分) 若 $x = 2$ 是关于 x 的方程 $x^2 - x - a^2 + 5 = 0$ 的一个根, 则 a 的值为 _____.

15. (4分) 边长为 6cm 的等边三角形中, 其一边上高的长度为 _____.

16. (4分) 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 则 $\tan A =$ _____.

17. (4分) 将矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠, 得到如图所示图形. 若 $\angle CED' = 56^\circ$, 则 $\angle AED$ 的大小是 _____ $^\circ$.



18. (4分) 若点 $A(m, -2)$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, 则当函数值 $y \geq -2$ 时, 自变量 x 的取值范围是 _____.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 60 分)

19. (6分) 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} - (\pi + 3)^0 - \cos 30^\circ + \sqrt{12} + |\frac{\sqrt{3}}{2} - 1|$.

20. (7分) 依据下列解方程 $\frac{0.3x+0.5}{0.2} = \frac{2x-1}{3}$ 的过程, 请在前面的括号内填写变形步骤,

在后面的括号内填写变形依据.

解: 原方程可变形为 $\frac{3x+5}{2} = \frac{2x-1}{3}$ (_____)

去分母, 得 $3(3x+5) = 2(2x-1)$. (_____)

去括号, 得 $9x+15=4x-2$. ()

(), 得 $9x-4x=-15-2$. ()

合并, 得 $5x=-17$. ()

(), 得 $x=-\frac{17}{5}$. ()

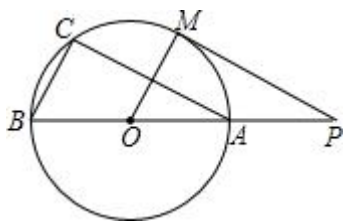
21. (8分) 甲、乙两名同学进行射击训练, 在相同条件下各射靶 5 次, 成绩统计如下:

命中环数	7	8	9	10
甲命中相应环数的次数	2	2	0	1
乙命中相应环数的次数	1	3	1	0

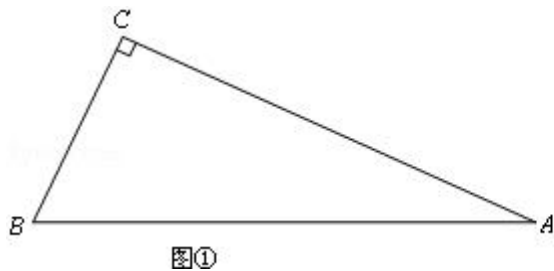
若从甲、乙两人射击成绩方差的角度评价两人的射击水平, 则谁的射击成绩更稳定些?

22. (8分) 如图, 直线 PM 切 $\odot O$ 于点 M , 直线 PO 交 $\odot O$ 于 A 、 B 两点, 弦 $AC \parallel PM$, 连接 OM 、 BC .

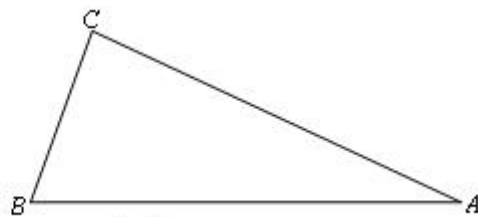
求证: (1) $\triangle ABC \sim \triangle POM$; (2) $2OA^2 = OP \cdot BC$.



23. (9分) 根据给出的下列两种情况, 请用直尺和圆规找到一条直线, 把 $\triangle ABC$ 恰好分割成两个等腰三角形 (不写作法, 但需保留作图痕迹); 并根据每种情况分别猜想: $\angle A$ 与 $\angle B$ 有怎样的数量关系时才能完成以上作图? 并举例验证猜想所得结论.



图①



图②

(1) 如图① $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 24^\circ$

①作图:

②猜想:

③验证:

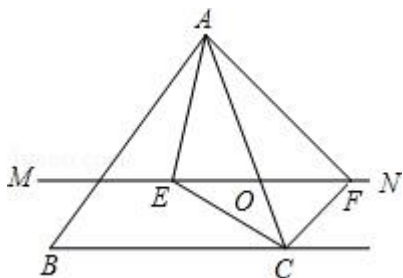
(2) 如图② $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 84^\circ$, $\angle A = 24^\circ$.

①作图：

②猜想：

③验证：

24. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 是 AC 边上(端点除外)的一个动点, 过点 O 作直线 $MN \parallel BC$. 设 MN 交 $\angle BCA$ 的平分线于点 E , 交 $\angle BCA$ 的外角平分线于点 F , 连接 AE 、 AF . 那么当点 O 运动到何处时, 四边形 $AECF$ 是矩形? 并证明你的结论.

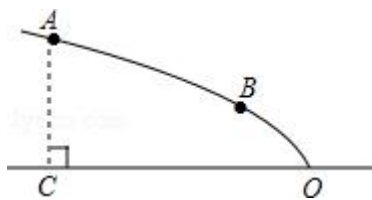


25. (12分) 如图, 某广场设计的一建筑物造型的纵截面是抛物线的一部分, 抛物线的顶点 O 落在水平面上, 对称轴是水平线 OC . 点 A 、 B 在抛物线造型上, 且点 A 到水平面的距离 $AC = 4$ 米, 点 B 到水平面距离为 2 米, $OC = 8$ 米.

(1) 请建立适当的直角坐标系, 求抛物线的函数解析式;

(2) 为了安全美观, 现需在水平线 OC 上找一点 P , 用质地、规格已确定的圆形钢管制作两根支柱 PA 、 PB 对抛物线造型进行支撑加固, 那么怎样才能找到两根支柱用料最省(支柱与地面、造型对接方式的用料多少问题暂不考虑)时的点 P ? (无需证明)

(3) 为了施工方便, 现需计算出点 O 、 P 之间的距离, 那么两根支柱用料最省时点 O 、 P 之间的距离是多少? (请写出求解过程)



2011 年山东省滨州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，在每小题的四个选项中只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，并将其字母标号填写答题栏内，每小接合面选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记 0 分，满分 36 分.

1. 【分析】先把 $\sin 30^\circ$ 化为 $\frac{1}{2}$ 的形式，再根据无理数的定义进行解答即可.

【解答】解： $\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 这一组数中的无理数有： π , $\sqrt{2}$.

故选：B.

【点评】本题考查的是无理数的定义，即其中初中范围内学习的无理数有： π , 2π 等；开方开不尽的数；以及像 $0.1010010001\cdots$ ，等有这样规律的数.

2. 【分析】根据二次根式有意义的条件，被开方数大于等于 0，列出不等式，求出 x 的取值范围即可.

【解答】解： $\because$ 二次根式 $\sqrt{1+2x}$ 有意义，

$$\therefore 1+2x \geq 0,$$

$$\text{解得 } x \geq -\frac{1}{2}.$$

故选：C.

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件及解一元一次不等式，比较简单.

3. 【分析】增长率问题，一般用增长后的量 = 增长前的量 $\times$ (1+增长率)，本题可参照增长率问题进行计算，如果设平均每次降价的百分率为 x ，可以用 x 表示两次降价后的售价，然后根据已知条件列出方程.

【解答】解：根据题意可得两次降价后售价为 $289(1-x)^2$,

$$\therefore \text{方程为 } 289(1-x)^2 = 256.$$

故选：A.

【点评】本题考查一元二次方程的应用，解决此类两次变化问题，可利用公式 $a(1+x)^2 = c$ ，其中 a 是变化前的原始量， c 是两次变化后的量， x 表示平均每次的增长率.

本题的主要错误是有部分学生没有仔细审题，把答案错看成 B.

4. 【分析】先判断出圆、矩形、等边三角形、等腰梯形中的中心对称图形，再根据概率公式

解答即可.

【解答】解：圆、矩形、等边三角形、等腰梯形中，中心对称图形有圆，矩形 2 个；

$$\text{则 } P(\text{中心对称图形}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

故选：B.

【点评】此题考查了概率公式和中心对称图形的定义，要弄清概率公式适用的条件方可解题：

(1) 试验中所有可能出现的基本事件有有限个；

(2) 每个基本事件出现的可能性相等.

5. 【分析】此题首先根据三角形的三边关系，求得第三边的取值范围，再进一步找到符合条件的数值.

【解答】解：根据三角形的三边关系，得：第三边 $>$ 两边之差，即 $4 - 3 = 1$ ，而 $<$ 两边之和，即 $4 + 3 = 7$ ，

即 $1 <$ 第三边 < 7 ，

$\therefore$ 只有 5 符合条件，

故选：B.

【点评】本题主要考查了构成三角形的条件：两边之和 $>$ 第三边，两边之差 $<$ 第三边，比较简单.

6. 【分析】根据函数的 k 为 -1 ， $b = 1$ ，可判断函数为减函数，且与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴.

【解答】解：由题意得：函数的 k 为 -1 ， $b = 1$ ，

$\therefore$ 函数为减函数，且与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴，

结合选项可得 C 符合题意.

故选：C.

【点评】本题考查一次函数的图象的知识，难度不大，对于此类题目要先判断增减性及与 y 轴交点的位置.

7. 【分析】根据“左加右减，上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】解：抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位可得到抛物线 $y = (x+2)^2$ ，

抛物线 $y = (x+2)^2$ ，再向下平移 3 个单位即可得到抛物线 $y = (x+2)^2 - 3$ ．

故平移过程为：先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位．

故选：B.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，要求熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减.

8. 【分析】过点 M 作 $MD \perp AB$ 于 D ，连接 AM . 设 $\odot M$ 的半径为 R ，因为四边形 $OABC$ 为正方形，顶点 A, C 在坐标轴上，以边 AB 为弦的 $\odot M$ 与 x 轴相切，若点 A 的坐标为 $(0, 8)$ ，所以 $DA = \frac{1}{2}AB = 4$ ， $DM = 8 - R$ ， $AM = R$ ，又因 $\triangle ADM$ 是直角三角形，利用勾股定理即可得到关于 R 的方程，解之即可.

【解答】解：过点 M 作 $MD \perp AB$ 于 D ，交 OC 于点 E . 连接 AM ，设 $\odot M$ 的半径为 R .

$\because$ 以边 AB 为弦的 $\odot M$ 与 x 轴相切， $AB \parallel OC$,

$\therefore DE \perp CO$,

$\therefore DE$ 是 $\odot M$ 直径的一部分；

$\because$ 四边形 $OABC$ 为正方形，顶点 A, C 在坐标轴上，点 A 的坐标为 $(0, 8)$,

$\therefore OA = AB = CB = OC = 8$ ， $DM = 8 - R$ ；

$\therefore AD = BD = 4$ (垂径定理)；

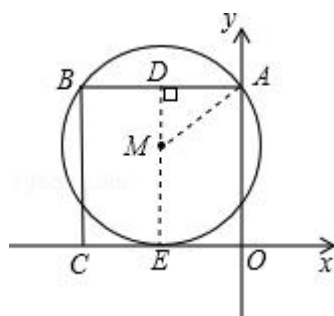
在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中，

根据勾股定理可得 $AM^2 = DM^2 + AD^2$,

$\therefore R^2 = (8 - R)^2 + 4^2$ ， $\therefore R = 5$.

$\therefore M(-4, 5)$.

故选：A.



【点评】本题考查了垂径定理、坐标与图形性质、勾股定理及正方形的性质. 解题时，需仔细分析题意及图形，利用勾股定理来解决问题.

9. 【分析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，根据三角函数的定义，易得 AB 、 AC 及 $\angle A$ 的关系，进而计算可得答案.

【解答】解：根据题意

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 有 $\cos A = \frac{AC}{AB}$, $\sin A = \frac{BC}{AB}$;

则 $AC = AB \cdot \cos A = 10 \times \cos 72^\circ \approx 3.1$;

故选: C.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 要熟练掌握好边角之间的关系及三角函数的定义.

10. **【分析】** 通过猜想得出数据, 再代入看看是否符合即可.

【解答】 解: 一只手伸出 1, 未伸出 4, 另一只手伸出 2, 未伸出 3, 伸出的和为 $3 \times 10 = 30$,

$30 + 4 \times 3 = 42$,

故选: A.

【点评】 此题是定义新运算题型. 通过阅读规则, 得出一般结论. 解题关键是对号入座不要找错对应关系.

11. **【分析】** 点 A 所经过的最短路线是以 C 为圆心、CA 为半径的一段弧线, 运用弧长公式计算求解.

【解答】 解: $\because \angle B = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, A、C、B' 三点在同一条直线上,

$\therefore \angle ACA' = 120^\circ$.

又 $AC = 4$,

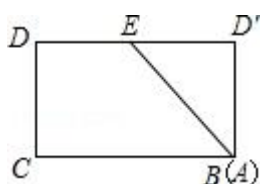
$\therefore \widehat{L_{AA'}} = \frac{120 \times \pi \times 4}{180} = \frac{8}{3} \pi$ (cm).

故选: D.

【点评】 此题考查了旋转的性质和弧长的计算, 搞清楚点 A 的运动轨迹是关键. 难度中等.

12. **【分析】** 将该三角形剪成两部分, 拼图使得 $\triangle ADE$ 和直角梯形 BCDE 不同的边重合, 即可解题.

【解答】 解: ①使得 BE 与 AE 重合, 即可构成邻边不等的矩形, 如图:

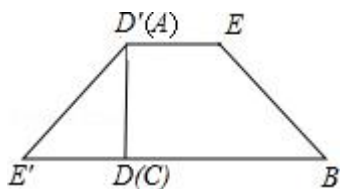


$$\because \angle B = 60^\circ,$$

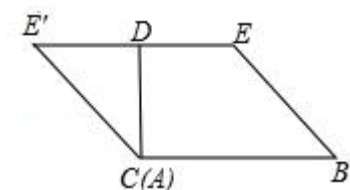
$$\therefore AC = \sqrt{3}BC,$$

$$\therefore CD \neq BC.$$

②使得 CD 与 AD 重合，即可构成等腰梯形，如图：



③使得 AD 与 DC 重合，能构成有两个角为锐角的是菱形，如图：



故计划可拼出①②③.

故选：C.

【点评】 本题考查了三角形中位线定理的运用，考查了三角形中位线定理的性质，本题

①中求证 $BD \neq BC$ 是解题的关键.

二、填空题：本大题 6 个小题，每小题填对最后结果得 4 分，满分 24 分.

13. **【分析】** 直接利用平方差公式进行因式分解即可.

$$\text{【解答】解：} x^2 - 4 = (x+2)(x-2).$$

故答案为： $(x+2)(x-2)$.

【点评】 本题考查了平方差公式因式分解. 能用平方差公式进行因式分解的式子的特点是：两项平方项，符号相反.

14. **【分析】** 方程的解就是能使方程左右两边相等的未知数的值，把 $x=2$ 代入方程，即可得到一个关于 a 的方程，即可求得 a 的值.

$$\text{【解答】解：把 } x=2 \text{ 代入方程 } x^2 - x - a^2 + 5 = 0 \text{ 得：}$$

$$4 - 2 - a^2 + 5 = 0,$$

$$\text{解得：} a = \pm\sqrt{7}.$$

故答案为： $\pm\sqrt{7}$.

【点评】 本题主要考查了方程的解得定义，是需要掌握的基本内容.

15. **【分析】** 根据等边三角形三角都是 60° 利用三角函数可求得其高.

【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore AB = 6\text{cm},$$

$$\therefore AD = 3\sqrt{3}\text{cm}.$$

故答案为： $3\sqrt{3}\text{cm}$.

【点评】 本题主要考查学生对等边三角形的性质的理解及运用能力，比较简单.

16. 【分析】 根据 $\triangle ABC$ 是等腰三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，求出 $\angle A = \angle B = 45^\circ$ ，从而求出角 A 的正切值.

【解答】 解：∵ $\triangle ABC$ 是等腰三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \tan A = \tan 45^\circ = 1,$$

故答案为 1.

【点评】 本题涉及到的知识点有：等腰直角三角形、特殊角的三角函数值，解题时牢记特殊角的三角函数值.

17. 【分析】 易得 $\angle DED'$ 的度数，除以 2 即为所求角的度数.

【解答】 解：∵ $\angle CED' = 56^\circ$ ，

$$\therefore \angle DED' = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle AED',$$

$$\therefore \angle AED = \frac{1}{2} \angle DED' = 62^\circ.$$

故答案为： 62.

【点评】 考查翻折变换问题；用到的知识点为：翻折前后得到的角相等.

18. 【分析】 根据题意可求点 A 的坐标；画出草图，运用观察法求解.

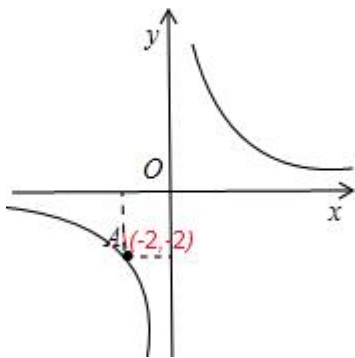
【解答】 解：∵ 点 $A(m, -2)$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上，

$$\therefore -2m = 4, m = -2.$$

$$\therefore A(-2, -2).$$

$$\therefore \text{当函数值 } y \geq -2 \text{ 时，自变量 } x \text{ 的取值范围是 } x \leq -2 \text{ 或 } x > 0.$$

故答案为： $x \leq -2$ 或 $x > 0$.



【点评】此题考查了反比例函数的图象及其性质以及运用观察法解不等式，难度中等．注意反比例函数的图象是双曲线．

三、解答题（共 7 小题，满分 60 分）

19. 【分析】本题涉及零指数幂、负指数幂、特殊角的三角函数、绝对值、二次根式化简 5 个考点．在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

【解答】解：原式 $= 2 - 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 2 + \sqrt{3}$.

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、特殊角的三角函数值、绝对值等考点的运算

20. 【分析】解方程要先去分母，去括号，移项合并同类项，系数化 1，最后求得解．

【解答】解：原方程可变形为 $\frac{3x+5}{2} = \frac{2x-1}{3}$ （分数的基本性质）

去分母，得 $3(3x+5) = 2(2x-1)$.（等式性质 2）

去括号，得 $9x+15 = 4x-2$.（乘法分配律）

（移项），得 $9x-4x = -15-2$.（等式性质 1）

合并，得 $5x = -17$.（合并同类项）

（系数化为 1），得 $x = -\frac{17}{5}$.（等式性质 2）

【点评】本题考查解一元一次方程，关键知道解一元一次方程常见的过程有去分母，去括号、移项、系数化为 1，最后得解．

21. 【分析】根据平均数的公式：平均数 = 所有数之和再除以数的个数；方差就是各变量值与其均值离差平方的平均数，根据方差公式计算即可，所以计算方差前要先算出平均数，然后再利用方差公式计算．

【解答】解：甲、乙两人射击成绩的平均成绩分别为： $\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{5}(7 \times 2 + 8 \times 2 + 10 \times 1) = 8$ ，

(2分)

$$\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{5}(7 \times 1 + 8 \times 3 + 9 \times 1) = 8, \quad (3 \text{分})$$

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5}[2(7-8)^2 + 2(8-8)^2 + (10-8)^2] = 1.2, \quad (5 \text{分})$$

$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{5}[(7-8)^2 + 3(8-8)^2 + (9-8)^2] = 0.4, \quad (6 \text{分})$$

$$\therefore s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2.$$

$\therefore$ 乙同学的射击成绩比较稳定。(8分)

【点评】本题考查平均数、方差的定义：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，

方差越大，波动性越大，反之也成立。

平均数反映了一组数据的集中程度，求平均数的方法是所有数之和再除以数的个数；

方差是各变量值与其均值离差平方的平均数，它是测算数值型数据离散程度的最重要的方法。

22. 【分析】(1) 因为 PM 切 $\odot O$ 于点 M ，所以 $\angle PMO = 90^\circ$ ，又因为弦 AB 是直径，所以 $\angle ACB = \angle PMO = 90^\circ$ ，再有条件弦 $AC \parallel PM$ ，可证得 $\angle CAB = \angle P$ ，进而可证得 $\triangle ABC \sim \triangle POM$ ；

(2) 由 (1) 可得 $\frac{AB}{PO} = \frac{BC}{OM}$ ，又因为 $AB = 2OA$ ， $OA = OM$ ；所以 $2OA^2 = OP \cdot BC$ 。

【解答】证明：(1) $\because$ 直线 PM 切 $\odot O$ 于点 M ，

$$\therefore \angle PMO = 90^\circ,$$

$\because$ 弦 AB 是直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle PMO,$$

$$\because AC \parallel PM,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle P,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle POM;$$

(2) $\because \triangle ABC \sim \triangle POM$,

$$\therefore \frac{AB}{PO} = \frac{BC}{OM},$$

又 $AB = 2OA$, $OA = OM$,

$$\therefore \frac{2OA}{PO} = \frac{BC}{OA},$$

$$\therefore 2OA^2 = OP \cdot BC.$$

【点评】 本题考查了切线的性质：①圆的切线垂直于经过切点的半径；②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点；③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心和相似和圆有关的知识，具有一定的综合性.

23. **【分析】** (1) ①痕迹能体现作线段 AB (或 AC 、或 BC) 的垂直平分线，或作 $\angle ACD = \angle A$ (或 $\angle BCD = \angle B$) 两类方法均可，

②利用各角之间的关系得出 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ；

③可根据 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 24^\circ$ ， $\angle B = 66^\circ$ 时，有 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，此时就能找到一条把 $\triangle ABC$ 恰好分割成两个等腰三角形的直线.

(2) ①痕迹能体现作线段 AB (或 AC 、或 BC) 的垂直平分线，或作 $\angle ABD = \angle A$ 或在线段 CA 上截取 $CD = CB$ 三种方法均可.

②利用各角之间的关系得出 $\angle B = 3\angle A$ ；

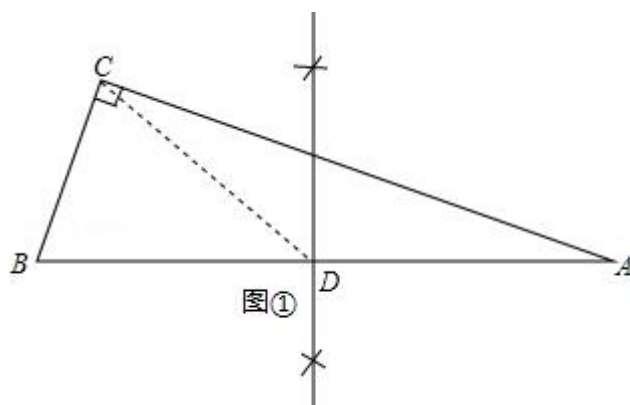
③利用特殊角 $\angle A = 24^\circ$ ， $\angle B = 72^\circ$ ，有 $\angle B = 3\angle A$ ，此时就能找到一条把 $\triangle ABC$ 恰好分割成两个等腰三角形的直线.

【解答】 解：(1) ①作图：痕迹能体现作线段 AB (或 AC 、或 BC) 的垂直平分线，或作 $\angle ACD = \angle A$ (或 $\angle BCD = \angle B$) 两类方法均可，

在边 AB 上找出所需要的点 D ，则直线 CD 即为所求 (2 分)

②猜想： $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，(4 分)

③验证：如在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 24^\circ$ ， $\angle B = 66^\circ$ 时，有 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，此时就能找到一条把 $\triangle ABC$ 恰好分割成两个等腰三角形的直线. (5 分)

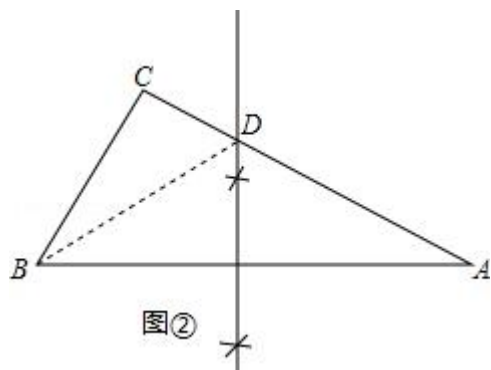


(2) 答：①作图：痕迹能体现作线段 AB 的垂直平分线，或作 $\angle ABD = \angle A$ 。

在边 AC 上找出所需要的点 D ，则直线 BD 即为所求（6 分）

②猜想： $\angle B = 3\angle A$ （8 分）

③验证：如在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 24^\circ$ ， $\angle B = 72^\circ$ ，有 $\angle B = 3\angle A$ ，此时就能找到一条把 $\triangle ABC$ 恰好分割成两个等腰三角形的直线。（9 分）。



【点评】 此题主要考查了垂直平分线的作法以及垂直平分线的性质和三角形内角和定理的应用，根据垂直平分线的性质作出图形是解决问题的关键。

24. **【分析】** 当点 O 运动到 AC 的中点（或 $OA = OC$ ）时，四边形 $AECF$ 是矩形。由于 CE 平分 $\angle BCA$ ，那么有 $\angle 1 = \angle 2$ ，而 $MN \parallel BC$ ，利用平行线的性质有 $\angle 1 = \angle 3$ ，等量代换有 $\angle 2 = \angle 3$ ，于 $OE = OC$ ，同理 $OC = OF$ ，于是 $OE = OF$ ，而 $OA = OC$ ，那么可证四边形 $AECF$ 是平行四边形，又 CE 、 CF 分别是 $\angle BCA$ 及其外角的角平分线，易证 $\angle ECF$ 是 90° ，从而可证四边形 $AECF$ 是矩形。

【解答】 解：当点 O 运动到 AC 的中点（或 $OA = OC$ ）时，四边形 $AECF$ 是矩形。

证明： $\because CE$ 平分 $\angle BCA$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

又 $\because MN \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2,$$

$$\therefore EO = CO,$$

同理, $FO = CO$,

$$\therefore EO = FO,$$

又 $\because OA = OC$,

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$\because CF$ 是 $\angle BCA$ 的外角平分线,

$$\therefore \angle 4 = \angle 5,$$

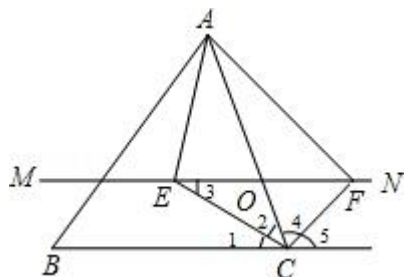
又 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 5 = \angle 2 + \angle 4,$$

又 $\because \angle 1 + \angle 5 + \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$,

$$\therefore \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ,$$

$\therefore$ 平行四边形 $AECF$ 是矩形.



【点评】 本题考查了角平分线的性质、平行线的性质、平行四边形的判定、矩形的判定. 解题的关键是利用对角线互相平分的四边形是平行四边形来证明四边形 $AECF$ 是平行四边形, 并证明 $\angle ECF$ 是 90° .

25. **【分析】** (1) 以点 O 为原点、射线 OC 为 y 轴的正半轴建立直角坐标系, 可设抛物线的函数解析式为 $y = ax^2$, 又由点 A 在抛物线上, 即可求得此抛物线的函数解析式;

(2) 延长 AC , 交建筑物造型所在抛物线于点 D , 连接 BD 交 OC 于点 P , 则点 P 即为所求;

(3) 首先根据题意求得点 B 与 D 的坐标, 设直线 BD 的函数解析式为 $y = kx + b$, 利用待定系数法即可求得直线 BD 的函数解析式, 把 $x = 0$ 代入 $y = -x + 4$, 即可求得点 P 的坐标.

【解答】 解: (1) 以点 O 为原点、射线 OC 为 y 轴的正半轴建立直角坐标系, 设抛物线的函数解析式为 $y = ax^2$,

由题意知点 A 的坐标为 $(4, 8)$.

$\because$ 点 A 在抛物线上,

$$\therefore 8 = a \times 4^2,$$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{所求抛物线的函数解析式为: } y = \frac{1}{2}x^2;$$

(2) 找法:

延长 AC , 交建筑物造型所在抛物线于点 D ,

则点 A 、 D 关于 OC 对称.

连接 BD 交 OC 于点 P , 则点 P 即为所求.

(3) 由题意知点 B 的横坐标为 2,

$\because$ 点 B 在抛物线上,

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (2, 2),$$

又 $\because$ 点 A 的坐标为 $(4, 8)$,

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (-4, 8),$$

设直线 BD 的函数解析式为 $y = kx + b$,

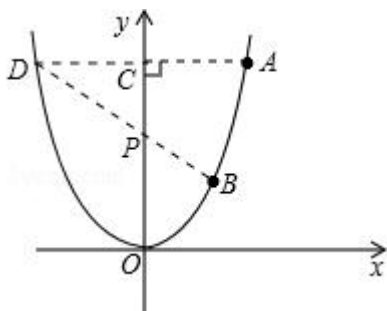
$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 2 \\ -4k + b = 8 \end{cases},$$

$$\text{解得: } k = -1, b = 4.$$

$$\therefore \text{直线 } BD \text{ 的函数解析式为 } y = -x + 4,$$

把 $x = 0$ 代入 $y = -x + 4$, 得点 P 的坐标为 $(0, 4)$,

两根支柱用料最省时, 点 O 、 P 之间的距离是 4 米.



【点评】 此题考查了二次函数的实际应用问题. 解此题的关键是根据题意构建二次函数

模型，然后根据二次函数解题.