

2011 年山东省济宁市中考数学试卷

一、选择题（下列各题的四个选项中，只有一项符合题意，每小题 3 分，共 30 分）.

1. (3 分) $-1-2$ 的结果是 ()

- A. -1 B. -3 C. 1 D. 3

2. (3 分) 下列等式成立的是 ()

- A. $a^2+a^3=a^5$ B. $a^3-a^2=a$ C. $a^2 \cdot a^3=a^6$ D. $(a^2)^3=a^6$

3. (3 分) 如果一个等腰三角形的两边长分别是 $5cm$ 和 $6cm$, 那么此三角形的周长是 ()

- A. $15cm$ B. $16cm$ C. $17cm$ D. $16cm$ 或 $17cm$

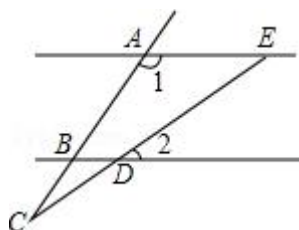
4. (3 分) 下列各式中, 正确的是 ()

- A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ B. $2+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$ D. $\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. (3 分) 已知关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的一个根是 $-a$ ($a \neq 0$), 则 $a-b$ 值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

6. (3 分) 如图, $AE \parallel BD$, $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数是 ()



- A. 10° B. 20° C. 30° D. 40°

7. (3 分) 在 $x^2 \square 2xy \square y^2$ 的空格 $\square$ 中, 分别填上 “+” 或 “-”, 在所得的代数式中, 能构成完全平方式的概率是 ()

- A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

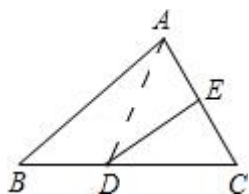
8. (3 分) 已知二次函数 $y = ax^2+bx+c$ 中, 其函数 y 与自变量 x 之间的部分对应值如下表所示:

x	$\cdots$	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	4	1	0	1	4	$\cdots$

点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在函数的图象上, 则当 $1 < x_1 < 2$, $3 < x_2 < 4$ 时, y_1 与 y_2 的大小关系正确的是 ()

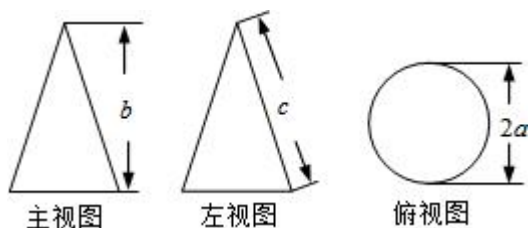
- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 \geq y_2$ D. $y_1 \leq y_2$

9. (3分) 如图: $\triangle ABC$ 的周长为 30cm , 把 $\triangle ABC$ 的边 AC 对折, 使顶点 C 和点 A 重合, 折痕交 BC 边于点 D , 交 AC 边与点 E , 连接 AD , 若 $AE = 4\text{cm}$, 则 $\triangle ABD$ 的周长是()



- A. 22cm B. 20cm C. 18cm D. 15cm

10. (3分) 如图是某几何体的三视图及相关数据, 则判断正确的是()



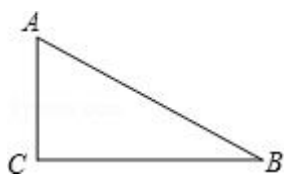
- A. $a > c$ B. $b > c$ C. $4a^2 + b^2 = c^2$ D. $a^2 + b^2 = c^2$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分; 只要求填写最后结果)

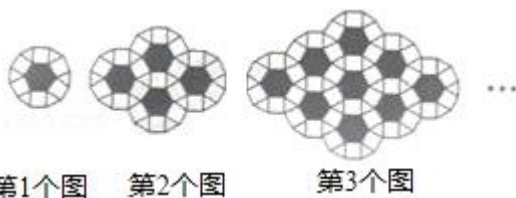
11. (3分) 若反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 在第一, 三象限, 则 k 的取值范围是_____.

12. (3分) 将二次函数 $y = x^2 - 4x + 5$ 化成 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式, 则 $y =$ _____.

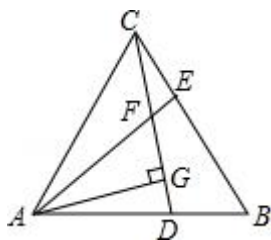
13. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, 以点 C 为圆心, 以 3cm 长为半径作圆, 则 $\odot C$ 与 AB 的位置关系是_____.



14. (3分) 如图, 观察每一个图中黑色正六边形的排列规律, 则第 10 个图中黑色正六边形有_____个.



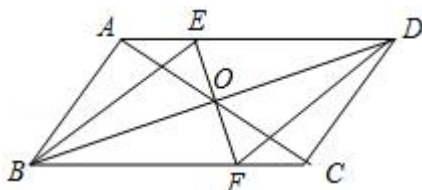
15. (3分) 如图, 等边三角形 ABC 中, D 、 E 分别为 AB 、 BC 边上的两动点, 且总使 $AD = BE$, AE 与 CD 交于点 F , $AG \perp CD$ 于点 G , 则 $\frac{FG}{AF} =$ _____.



三、解答题（共 55 分，解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤）

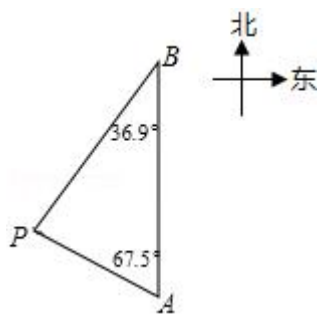
16.（5 分）化简： $\frac{a-b}{a} \div (a - \frac{2ab-b^2}{a})$.

17.（5 分）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于 O ，过点 O 作直线 $EF \perp BD$ ，分别交 AD 、 BC 于点 E 和点 F ，求证：四边形 $BEDF$ 是菱形.

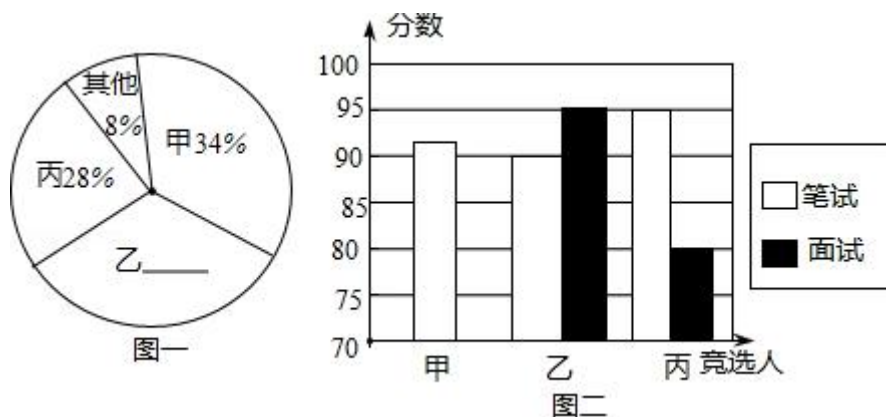


18.（6 分）日本福岛出现核电站事故后，我国国家海洋局高度关注事态发展，紧急调集海上巡逻的海检船，在相关海域进行现场监测与海水采样，针对核泄漏在极端情况下对海洋环境的影响及时开展分析评估. 如图，上午 9 时，海检船位于 A 处，观测到某港口城市 P 位于海检船的北偏西 67.5° 方向，海检船以 21 海里/时的速度向正北方向行驶，下午 2 时海检船到达 B 处，这时观察到城市 P 位于海检船的南偏西 36.9° 方向，求此时海检船所在 B 处与城市 P 的距离？

（参考数据： $\sin 36.9^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 36.9^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\sin 67.5^\circ \approx \frac{12}{13}$, $\tan 67.5^\circ \approx \frac{12}{5}$ ）



19.（6 分）某初中学校欲向高一级学校推荐一名学生，根据规定的推荐程序：首先由本年级 200 名学生民主投票，每人只能推荐一人（不设弃权票），选出了票数最多的甲、乙、丙三人. 投票结果统计如图一：



其次，对三名候选人进行了笔试和面试两项测试，各项成绩如下表所示：

测试项目	测试成绩/分		
	甲	乙	丙
笔试	92	90	95
面试	85	95	80

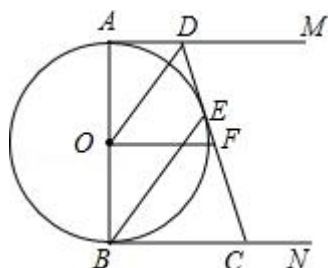
图二是某同学根据上表绘制的一个不完全的条形图。

请你根据以上信息解答下列问题：

- 补全图一和图二；
- 请计算每名候选人的得票数；
- 若每名候选人得一票记 1 分，投票、笔试、面试三项得分按照 2：5：3 的比确定，计算三名候选人的平均成绩，成绩高的将被录取，应该录取谁？

20. (7 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AM 和 BN 是它的两条切线， DE 切 $\odot O$ 于点 E ，交 AM 与点 D ，交 BN 于点 C ， F 是 CD 的中点，连接 OF 。

- 求证： $OD \parallel BE$ ；
- 猜想： OF 与 CD 有何数量关系？并说明理由。



21. (8 分) “五一”期间，为了满足广大人民的消费需求，某商店计划用 160000 元购进一批家电，这批家电的进价和售价如下表：

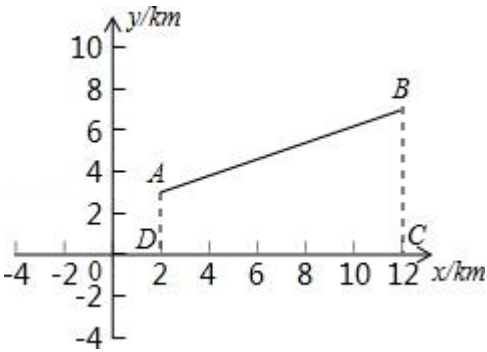
类别	彩电	冰箱	洗衣机
进价	2000	1600	1000
售价	2200	1800	1100

(1) 若全部资金用来购买彩电和洗衣机共 100 台，问商店可以购买彩电和洗衣机各多少台？

(2) 若在现有资金 160000 元允许的范围内，购买上表中三类家电共 100 台，其中彩电台数和冰箱台数相同，且购买洗衣机的台数不超过购买彩电的台数，请你算一算有几种进货方案？哪种进货方案能使商店销售完这批家电后获得的利润最大？并求出最大利润。（利润 = 售价 - 进价）

22. (8 分) 去冬今春，济宁市遭遇了 200 年不遇的大旱，某乡镇为了解决抗旱问题，要在某河道建一座水泵站，分别向河的同一侧张村 A 和李村 B 送水。经实地勘查后，工程人员设计图纸时，以河道上的大桥 O 为坐标原点，以河道所在的直线为 x 轴建立直角坐标系（如图）。两村的坐标分别为 A (2, 3), B (12, 7)。

- (1) 若从节约经费考虑，水泵站建在距离大桥多远的地方可使所用输水管道最短？
- (2) 水泵站建在距离大桥多远的地方，可使它到张村、李村的距离相等？



23. (10 分) 如图，第一象限内半径为 2 的 $\odot C$ 与 y 轴相切于点 A，作直径 AD，过点 D 作 $\odot C$ 的切线 l 交 x 轴于点 B，P 为直线 l 上一动点，已知直线 PA 的解析式为：y = kx + 3。

- (1) 设点 P 的纵坐标为 p，写出 p 随 k 变化的函数关系式。
- (2) 设 $\odot C$ 与 PA 交于点 M，与 AB 交于点 N，则不论动点 P 处于直线 l 上（除点 B 以外）的什么位置时，都有 $\triangle AMN \sim \triangle ABP$ 。请你对于点 P 处于图中位置时的两三角形相似给予证明；

(3) 是否存在使 $\triangle AMN$ 的面积等于 $\frac{32}{25}$ 的 k 值？若存在，请求出符合的 k 值；若不存在，请说明理由。

2011 年山东省济宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（下列各题的四个选项中，只有一项符合题意，每小题 3 分，共 30 分）.

1. 【分析】根据有理数减法法则：减去一个数等于加上它的相反数，计算即可.

【解答】解： $-1-2=-1+(-2)=- (1+2)=-3$,

故选：B.

【点评】此题主要考查了有理数减法，关键是正确把握法则.

2. 【分析】根据同底数幂的乘法的性质，幂的乘方的性质，积的乘方的性质，合并同类项的法则，对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、 $a^2+a^3=a^5$ ，不是同类项不能合并，故本选项错误；

B、 $a^3-a^2=a$ ，不是同类项不能合并，故本选项错误；

C、 $a^2\cdot a^3=a^5$ ，故本选项错误；

D、 $(a^2)^3=a^6$ ，故本选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了合并同类项，同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方，理清指数的变化是解题的关键.

3. 【分析】已知等腰三角形的两边长，但没指出哪个是腰哪个是底，故应该分两种情况进行分析.

【解答】解：（1）当腰长是 5cm 时，周长 $=5+5+6=16\text{cm}$ ；

（2）当腰长是 6cm 时，周长 $=6+6+5=17\text{cm}$.

故选：D.

【点评】此题主要考查学生对等腰三角形的性质的理解及运用，注意分类讨论思想的运用.

4. 【分析】根据二次根式相加减，先把各个二次根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的二次根式进行合并，合并方法为系数相加减，根式不变即可解答.

【解答】解：A， $\because \sqrt{2}+\sqrt{3}$ 不能进行合并，故错误；

B， $\because 2+\sqrt{2}$ 为不同的被开方数，不能直接相加，故错误；

C， $\because 3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}\neq 3$ ，故错误；

D， $\because \sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，故正确；

故选：D.

【点评】本题考查二次根式的加减法，属于基础题，关键是掌握二次根式相加减，先把各个二次根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的二次根式进行合并，合并方法为系数相加减，根式不变.

5. 【分析】由一元二次方程的根与系数的关系 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ 、以及已知条件求出方程的另一根是 -1 ，然后将 -1 代入原方程，求 $a - b$ 的值即可.

【解答】解：∵关于 x 的方程 $x^2 + bx + a = 0$ 的一个根是 $-a$ ($a \neq 0$),

$$\therefore x_1 \cdot (-a) = a, \text{ 即 } x_1 = -1,$$

$$\therefore 1 - b + a = 0,$$

$$\therefore a - b = -1.$$

故选：A.

【点评】本题主要考查了一元二次方程的解. 解答该题时，还借用了一元二次方程的根与系数的关系 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

6. 【分析】由 $AE \parallel BD$ ，根据两直线平行，同位角相等，即可求得 $\angle CBD$ 的度数，又由对顶角相等，即可得 $\angle CDB$ 的度数，由三角形内角和定理即可求得 $\angle C$ 的度数.

【解答】解：∵ $AE \parallel BD$,

$$\therefore \angle CBD = \angle 1 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle 2 = 40^\circ, \quad \angle C + \angle CBD + \angle CDB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 20^\circ.$$

故选：B.

【点评】此题考查了平行线的性质与三角形内角和定理. 注意两直线平行，同位角相等.

7. 【分析】让填上“+”或“-”后成为完全平方公式的情况数除以总情况数即为所求的概率.

【解答】解：能够凑成完全平方公式，则 $2xy$ 前可是“-”，也可以是“+”，但 y^2 前面的符号一定是“+”，

此题总共有 $(-, -)$ 、 $(+, +)$ 、 $(+, -)$ 、 $(-, +)$ 四种情况，能构成完全平方公式的有 2 种，

$$\text{所以概率是 } \frac{1}{2}.$$

故选：C.

【点评】此题考查完全平方公式与概率的综合应用，注意完全平方公式的形式．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比； $a^2 \pm 2ab + b^2$ 能构成完全平方式．

8. 【分析】由表格可知，当 $1 < x < 2$ 时， $0 < y < 1$ ，当 $3 < x < 4$ 时， $1 < y < 4$ ，由此可判断 y_1 与 y_2 的大小．

【解答】解：∵ 当 $1 < x < 2$ 时，函数值 y 小于 1，当 $3 < x < 4$ 时，函数值 y 大于 1，
∴ $y_1 < y_2$ ．

故选：B．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特点．关键是由表格判断自变量取值范围内，函数值的大小．

9. 【分析】由图形和题意可知 $AD = DC$, $AE = CE = 4$, $AB + BC = 22$, $\triangle ABD$ 的周长 = $AB + AD + BD$ = $AB + CD + BC - CD = AB + BC$ ，即可求出周长为 22．

【解答】解：∵ $AE = 4\text{cm}$ ，

∴ $AC = 8$ ，

∴ $\triangle ABC$ 的周长为 30cm ，

∴ $AB + BC = 22$ ，

∴ $\triangle ABD$ 的周长 = $AB + AD + BD$ ， $AD = DC$ ，

∴ $\triangle ABD$ 的周长 = $AB + AD + BD = AB + CD + BC - CD = AB + BC = 22$

故选：A．

【点评】本题主要考查翻折变换的性质、三角形的周长，关键在于求出 $AB + BC$ 的长度．

10. 【分析】由三视图知道这个几何体是圆锥，圆锥的高是 b ，母线长是 c ，底面圆的半径是 a ，刚好组成一个以 c 为斜边的直角三角形．

【解答】解：根据勾股定理， $a^2 + b^2 = c^2$ ．

故选：D．

【点评】本题由物体的三种视图推出原来几何体的形状，考查了圆锥的高，母线和底面半径的关系．

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分；只要求填写最后结果）

11. 【分析】根据反比例函数在第一，三象限得到 $k - 1 > 0$ ，求解即可．

【解答】解：根据题意，得 $k - 1 > 0$ ，

解得 $k > 1$ ．

故答案为： $k > 1$ ．

【点评】 本题主要考查反比例函数的性质：当 $k > 0$ 时，函数图象位于第一、三象限，当 $k < 0$ 时，函数图象位于第二、四象限。

12. 【分析】 将二次函数 $y = x^2 - 4x + 5$ 的右边配方即可化成 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式。

【解答】 解： $y = x^2 - 4x + 5$,

$$y = x^2 - 4x + 4 - 4 + 5,$$

$$y = x^2 - 4x + 4 + 1,$$

$$y = (x - 2)^2 + 1.$$

故答案为： $y = (x - 2)^2 + 1$ 。

【点评】 本题考查了二次函数的三种形式：一般式： $y = ax^2 + bx + c$ ，顶点式： $y = a(x - h)^2 + k$ ；两根式： $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ 。

13. 【分析】 先求出点 C 到直线 AB 的距离，比较与 3 的大小，从而得出答案。

【解答】 解：过 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，

$$\because \angle C = 90^\circ, \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

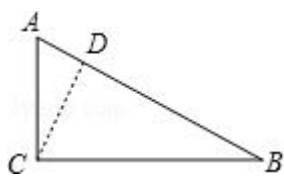
$$\because BC = 4\text{cm},$$

$$\therefore CD = 2\text{cm},$$

$$\because 2 < 3,$$

$\therefore \odot C$ 与直线 AB 相交。

故答案为：相交。



【点评】 本题考查了直线和圆的位置关系，解题的关键是判断圆的半径和圆心到直线的距离。

14. 【分析】 从图案分析可知，第 1 个图中黑色正六边形的个数都是 1 的平方，第 2 个图中黑色正六边形的个数都是 2 的平方，第 3 个图中黑色正六边形的个数都是 3 的平方，依此类推可得规律，那么第 10 个图中黑色正六边形个数可求。

【解答】 解：第 1 个图中黑色正六边形的个数是： $1^2 = 1$ ，

第 2 个图中黑色正六边形的个数是： $2^2 = 4$ ，

第 3 个图中黑色正六边形的个数是： $3^2 = 9$ ，

第 10 个图中黑色正六边形的个数是： $10^2 = 100$.

故答案为： 100 .

【点评】 本题主要考查图形的变化规律： 首先应找出图形哪些部分发生了变化， 是按照什么规律变化的， 通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解． 探寻规律要认真观察、 仔细思考， 善用联想来解决这类问题．

15. 【分析】 首先根据题意推出 $\triangle CAE \cong \triangle BCD$, 可知 $\angle DCB = \angle CAE$, 因此 $\angle AFG = \angle CAF + \angle ACF = \angle ACF + \angle DCB = 60^\circ$, 所以 $\angle FAG = 30^\circ$, 即可推出结论 .

【解答】 解： $\because AD = BE$,
 $\therefore CE = BD$,
 $\because$ 等边三角形 ABC ,
 $\therefore \triangle CAE \cong \triangle DCB$,
 $\therefore \angle DCB = \angle CAE$,
 $\therefore \angle AFG = \angle CAF + \angle ACF = \angle ACF + \angle DCB = 60^\circ$,
 $\because AG \perp CD$,
 $\therefore \angle FAG = 30^\circ$,
 $\therefore FG : AF = \frac{1}{2}$.
故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题主要考查全等三角形的判定和性质、 含 30 度角的直角三角形的性质、 等边三角形的性质， 解题的关键在于根据题意推出 $\triangle CAE \cong \triangle DCB$ 和 $\angle AFG = \angle CAF + \angle ACF = \angle ACF + \angle DCB = 60^\circ$.

三、解答题（共 55 分， 解答应写出文字说明、 证明过程或推演步骤）

16. 【分析】 首先通分， 进行减法运算， 然后把除法转化为乘法， 再进行化简即可

【解答】 解： 原式 $= \frac{a-b}{a} \div \frac{a^2-2ab+b^2}{a}$
 $= \frac{a-b}{a} \times \frac{a}{(a-b)^2}$
 $= \frac{1}{a-b}$.

【点评】 本题主要考查分式的混合运算， 分式的化简， 解题的关键在于掌握好分式的混合运算法则．

17. 【分析】 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形， 即可得 $AD \parallel BC$, $OB = OD$, 易证得 $\triangle OED \cong$

$\triangle OFB$, 可得 $DE = BF$, 即可证得四边形 $BEDF$ 是平行四边形, 又由 $EF \perp BD$, 即可证得平行四边形 $BEDF$ 是菱形.

【解答】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, OB = OD,$$

$$\therefore \angle EDO = \angle FBO, \angle OED = \angle OFB,$$

$$\therefore \triangle OED \cong \triangle OFB (AAS),$$

$$\therefore DE = BF,$$

$$\text{又} \because ED \parallel BF,$$

$$\therefore \text{四边形 } BEDF \text{ 是平行四边形},$$

$$\therefore EF \perp BD,$$

$$\therefore \square BEDF \text{ 是菱形}.$$

【点评】此题考查了平行四边形的判定与性质, 菱形的判定以及全等三角形的判定与性质. 此题难度不大, 解题的关键是注意数形结合思想的应用.

18. 【分析】过点 P 作 $PC \perp AB$, 构造直角三角形, 设 $PC = x$ 海里, 用含有 x 的式子表示 AC , BC 的值, 从而求出 x 的值, 再根据三角函数值求出 BP 的值即可解答.

【解答】解: 过点 P 作 $PC \perp AB$, 垂足为 C , 设 $PC = x$ 海里

$$\text{在 Rt}\triangle APC \text{ 中}, \therefore \tan A = \frac{PC}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{PC}{\tan 67.5^\circ} = \frac{5x}{12}$$

$$\text{在 Rt}\triangle PCB \text{ 中}, \therefore \tan B = \frac{PC}{BC},$$

$$\therefore BC = \frac{x}{\tan 36.9^\circ} = \frac{4x}{3}$$

$\therefore$ 从上午 9 时到下午 2 时要经过五个小时

$$\therefore AC + BC = AB = 21 \times 5,$$

$$\therefore \frac{5x}{12} + \frac{4x}{3} = 21 \times 5,$$

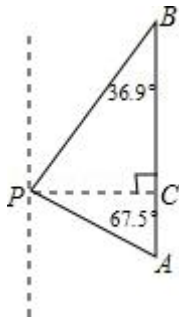
解得 $x = 60$

$$\therefore \sin B = \frac{PC}{PB},$$

$$\therefore PB = \frac{PC}{\sin B} = \frac{60}{\sin 36.9^\circ} = 60 \times \frac{5}{3} = 100 \text{ (海里)}$$

$\therefore$ 海检船所在 B 处与城市 P 的距离为 100 海里.

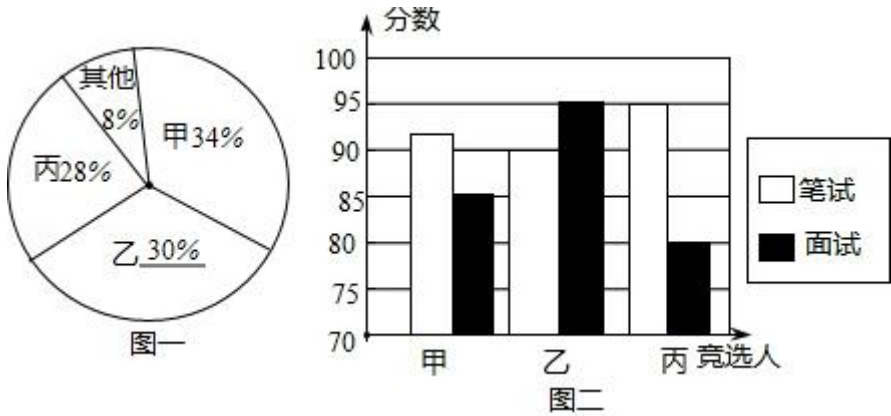
故答案为：100 海里．



【点评】 本题考查方位角、直角三角形、锐角三角函数的有关知识．解一般三角形的问题一般可以转化为解直角三角形的问题，解决的方法就是作高线．

19. 【分析】（1）由图 1 可看出，乙的得票所占的百分比为 1 减去“丙+甲+其他”的百分比；
 （2）由题意可分别求得三人的得票数，甲的得票数 = $200 \times 34\%$ ，乙的得票数 = $200 \times 30\%$ ，丙的得票数 = $200 \times 28\%$ ；
 （3）由题意可分别求得三人的得分，比较得出结论．

【解答】解：（1）



- （2）甲的票数是： $200 \times 34\% = 68$ （票），
 乙的票数是： $200 \times 30\% = 60$ （票），
 丙的票数是： $200 \times 28\% = 56$ （票）；

$$\text{（3）甲的平均成绩：}\overline{x_1} = \frac{68 \times 2 + 92 \times 5 + 85 \times 3}{2 + 5 + 3} = 85.1,$$

$$\text{乙的平均成绩：}\overline{x_2} = \frac{60 \times 2 + 90 \times 5 + 95 \times 3}{2 + 5 + 3} = 85.5,$$

$$\text{丙的平均成绩：}\overline{x_3} = \frac{56 \times 2 + 95 \times 5 + 80 \times 3}{2 + 5 + 3} = 82.7,$$

$\therefore$ 乙的平均成绩最高，

∴应该录取乙.

【点评】 本题考查了条形统计图、扇形统计图以及加权平均数的求法. 重点考查了理解统计图的能力和平均数的计算能力.

20. **【分析】** (1) 连接 OE , 由于 AM 、 DE 是 $\odot O$ 的切线, $\angle OAD = \angle OED = 90^\circ$, 那么 $DA = DE$, 而 $OD = OD$, 于是可证 $\triangle AOD \cong \triangle EOD$, 从而有 $\angle AOD = \angle EOD = \frac{1}{2}\angle AOE$, 根据圆周角定理有 $\angle ABE = \frac{1}{2}\angle AOE$, 那么 $\angle AOD = \angle ABE$, 从而有 $OD \parallel BE$;

(2) 连接 OC , 由 (1) 得 $\angle OCB = \angle OCE$, 而 $AM \parallel BN$, 于是可得 $\angle ADO + \angle EDO + \angle OCB + \angle OCE = 180^\circ$, 再由 (1) 得 $\angle ADO = \angle EDO$, 易证 $\angle EDO + \angle OCE = 90^\circ$, 从而可知 $\triangle OCD$ 是直角三角形, 而 F 是斜边上的中点, 于是 $OF = \frac{1}{2}CD$.

【解答】 解: (1) 证明: 连接 OE ,

∵ AM 、 DE 是 $\odot O$ 的切线,

∴ $DA = DE$, $\angle OAD = \angle OED = 90^\circ$,

又 ∵ $OD = OD$,

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle EOD$ 中,

$$\begin{cases} DA=DE \\ OD=OD \end{cases},$$

∴ $\triangle AOD \cong \triangle EOD$,

∴ $\angle AOD = \angle EOD = \frac{1}{2}\angle AOE$,

∵ $\angle ABE = \frac{1}{2}\angle AOE$,

∴ $\angle AOD = \angle ABE$,

∴ $OD \parallel BE$;

(2) $OF = \frac{1}{2}CD$.

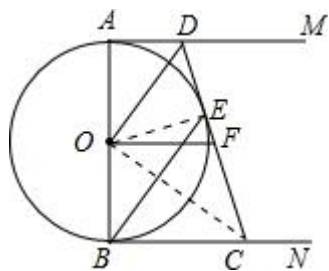
理由: 连接 OC ,

∵ BC 、 CE 是 $\odot O$ 的切线,

∴ $\angle OCB = \angle OCE$,

∵ $AM \parallel BN$,

∴ $\angle ADO + \angle EDO + \angle OCB + \angle OCE = 180^\circ$,

$$\therefore OF = \frac{1}{2}CD.$$

$$\therefore 33\frac{1}{3} \leq a,$$

解得 $33\frac{1}{3} \leq a \leq 37.5$. 因为 a 是整数, 所以 $a = 34, 35, 36, 37$.

因此, 共有四种进货方案. (6 分)

设商店销售完毕后获得的利润为 w 元,

$$\begin{aligned} \text{则 } w &= (2200 - 2000)a + (1800 - 1600)a + (1100 - 1000)(100 - 2a), \\ &= 200a + 10000, \end{aligned} \quad (7 \text{ 分})$$

$$\because 200 > 0,$$

$\therefore w$ 随 a 的增大而增大,

$$\therefore \text{当 } a = 37 \text{ 时, } w_{\text{最大值}} = 200 \times 37 + 10000 = 17400, \quad (8 \text{ 分})$$

所以, 商店获得的最大利润为 17400 元.

【点评】 本题主要考查了一次函数的实际应用, 解答一次函数的应用问题中, 要注意自变量的取值范围还必须使实际问题有意义, 属于中档题.

22. **【分析】** (1) 为了使所修水泵站的所用输水管道最短, 利用轴对称的方法画图可求;

(2) 所求点要满足两个条件, 到张村和李村的距离相等, 可以作连接两村线段的垂直平分线, 与 x 轴的交点即为所求.

【解答】 解: (1) 作点 B 关于 x 轴的对称点 E , 连接 AE , 则点 E 为 $(12, -7)$

设直线 AE 的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 则

$$\begin{cases} 2k + b = 3 \\ 12k + b = -7 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = 5 \end{cases}$,

当 $y = 0$ 时, $x = 5$.

所以, 水泵站建在距离大桥 5 千米的地方, 可使所用输水管道最短.

(2) 作线段 AB 的垂直平分线 GF , 交 AB 于点 F , 交 x 轴于点 G

设点 G 的坐标为 $(x, 0)$

$$\text{在 Rt}\triangle AGD \text{ 中, } AG^2 = AD^2 + DG^2 = 3^2 + (x - 2)^2$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCG \text{ 中, } BG^2 = BC^2 + GC^2 = 7^2 + (12 - x)^2$$

$$\because AG = BG,$$

$$\therefore 3^2 + (x - 2)^2 = 7^2 + (12 - x)^2$$

解得 $x = 9$.

所以, 水泵站建在距离大桥 9 千米的地方, 可使它到张村、李村的距离相等.

又 $\because$ 点 P 也在直线 AP 上,

$$\therefore p = 4k + 3;$$

(2) 连接 DN .

$\because AD$ 是 $\odot C$ 的直径,

$$\therefore \angle AND = 90^\circ,$$

$$\because \angle ADN = 90^\circ - \angle DAN, \quad \angle ABD = 90^\circ - \angle DAN,$$

$$\therefore \angle ADN = \angle ABD,$$

又 $\because \angle ADN = \angle AMN$,

$$\therefore \angle ABD = \angle AMN$$

$$\because \angle MAN = \angle BAP$$

$$\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABP$$

(3) 存在.

理由: 把 $x = 0$ 代入 $y = kx + 3$ 得: $y = 3$, 即 $OA = BD = 3$,

$$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

$$\because S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot DN = \frac{1}{2} AD \cdot DB$$

$$\therefore DN = \frac{AD \cdot DB}{AB} = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore AN^2 = AD^2 - DN^2 = 4^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{256}{25},$$

$$\because \triangle AMN \sim \triangle ABP,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABP}} = \left(\frac{AN}{AP}\right)^2, \quad \text{即 } S_{\triangle AMN} = \left(\frac{AN}{AP}\right)^2 \cdot S_{\triangle ABP} = \frac{AN^2 \cdot S_{\triangle ABP}}{AP^2}$$

当点 P 在 B 点上方时,

$$\because AP^2 = AD^2 + PD^2 = AD^2 + (PB - BD)^2 = 4^2 + (4k + 3 - 3)^2 = 16(k^2 + 1),$$

$$\text{或 } AP^2 = AD^2 + PD^2 = AD^2 + (BD - PB)^2 = 4^2 + (3 - 4k - 3)^2 = 16(k^2 + 1),$$

$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} PB \cdot AD = \frac{1}{2} (4k + 3) \times 4 = 2(4k + 3),$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{AN^2 \cdot S_{\triangle ABP}}{AP^2} = \frac{256 \times 2(4k + 3)}{25 \times 16(k^2 + 1)} = \frac{32(4k + 3)}{25(k^2 + 1)} = \frac{32}{25},$$

整理得： $k^2 - 4k - 2 = 0$,

解得 $k_1 = 2 + \sqrt{6}$, $k_2 = 2 - \sqrt{6}$

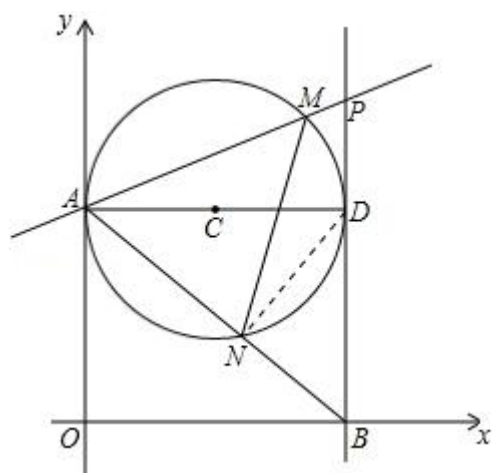
当点 P 在 B 点下方时,

$$\because AP^2 = AD^2 + PD^2 = 4^2 + (3 - 4k - 3)^2 = 16(k^2 + 1), \quad S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}PB \cdot AD = \frac{1}{2}[-(4k+3)] \times 4 = -2(4k+3)$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{AN^2 \cdot S_{\triangle ABP}}{AP^2} = \frac{-256 \times 2(4k+3)}{25 \times 16(k^2+1)} = \frac{32}{25}$$

化简得： $k^2 + 1 = -(4k+3)$, 解得： $k = -2$,

综合以上所得, 当 $k = 2 \pm \sqrt{6}$ 或 $k = -2$ 时, $\triangle AMN$ 的面积等于 $\frac{32}{25}$



【点评】 本题主要考查了梯形的性质, 矩形的判定, 相似三角形的判定和性质以及一次函数的综合应用, 要注意的是 (3) 中, 要根据 P 点的不同位置进行分类求解.