

2011 年山东省德州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来．每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分．

1. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $(-8) - 8 = 0$

B. $(-\frac{1}{2}) \times (-2) = 1$

C. $-(-1)^0 = 1$

D. $|-2| = -2$

2. (3 分) 一个几何体的主视图、左视图、俯视图完全相同，它一定是 ()

A. 圆柱

B. 圆锥

C. 球体

D. 长方体

3. (3 分) 温家宝总理强调，“十二五”期间，将新建保障性住房 36 000 000 套，用于解决中低收入和新参加工作的大学生住房的需求．把 36 000 000 用科学记数法表示应是 ()

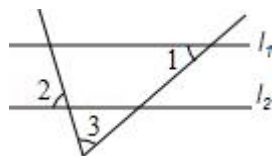
A. 3.6×10^7

B. 3.6×10^6

C. 36×10^6

D. 0.36×10^8

4. (3 分) 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ， $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 75^\circ$ ，则 $\angle 3$ 等于 ()



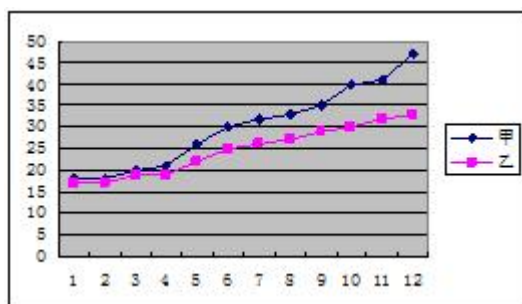
A. 55°

B. 60°

C. 65°

D. 70°

5. (3 分) 某赛季甲、乙两名篮球运动员 12 场比赛得分情况用图表示如下：



对这两名运动员的成绩进行比较，下列四个结论中，不正确的是 ()

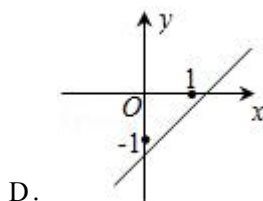
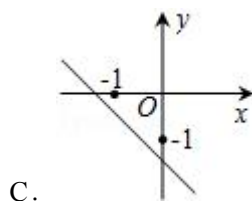
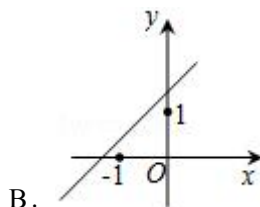
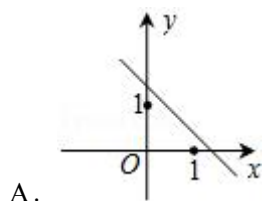
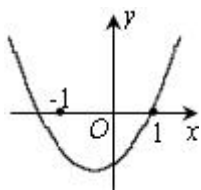
A. 甲运动员得分的极差大于乙运动员得分的极差

B. 甲运动员得分的中位数大于乙运动员得分的中位数

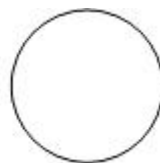
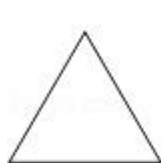
C. 甲运动员的得分平均数大于乙运动员的得分平均数

D. 甲运动员的成绩比乙运动员的成绩稳定

6. (3 分) 已知函数 $y = (x - a)(x - b)$ (其中 $a > b$) 的图象如下面右图所示，则函数 $y = ax + b$ 的图象可能正确的是 ()



7. (3分) 一个平面封闭图形内 (含边界) 任意两点距离的最大值称为该图形的“直径”, 封闭图形的周长与直径之比称为图形的“周率”, 下面四个平面图形 (依次为正三角形、正方形、正六边形、圆) 的周率从左到右依次记为 a_1, a_2, a_3, a_4 , 则下列关系中正确的是 ()



- A. $a_4 > a_2 > a_1$ B. $a_4 > a_3 > a_2$ C. $a_1 > a_2 > a_3$ D. $a_2 > a_3 > a_4$

8. (3分) 图 1 是一个边长为 1 的等边三角形和一个菱形的组合图形, 菱形边长为等边三角形边长的一半, 以此为基础单位, 可以拼成一个形状相同但尺寸更大的图形 (如图 2), 依此规律继续拼下去 (如图 3), $\dots$, 则第 n 个图形的周长是 ()



图 1

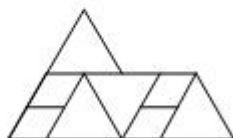


图 2

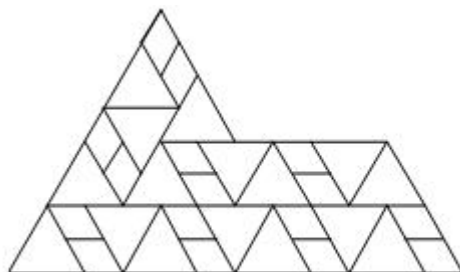


图 3

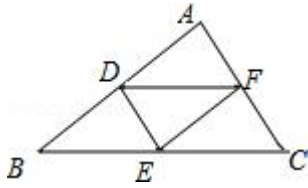
$\dots\dots$

- A. 2^n B. 4^n C. 2^{n+1} D. 2^{n+2}

二、填空题: 本大题共 8 小题, 共 32 分, 只要求填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

9. (4分) 点 $P(1, 2)$ 关于 x 轴的对称点 P_1 的坐标是_____.

10. (4分) 如图, D, E, F 分别为 $\triangle ABC$ 三边的中点, 则图中平行四边形的个数为_____.



11. (4分) 母线长为 2, 底面圆的半径为 1 的圆锥的侧面积为_____.

12. (4分) 当 $x = \sqrt{2}$ 时, $\frac{x^2 - 1}{x^2 - x} - 1 =$ _____.

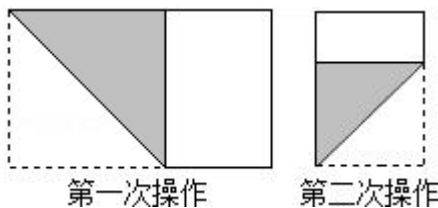
13. (4分) 下列命题中, 其逆命题成立的是_____. (只填写序号)

- ①同旁内角互补, 两直线平行;
- ②如果两个角是直角, 那么它们相等;
- ③如果两个实数相等, 那么它们的平方相等;
- ④如果三角形的三边长 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 那么这个三角形是直角三角形.

14. (4分) 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两个根, 则 $x_1^2 + x_2^2 =$ _____.

15. (4分) 在 4 张卡片上分别写有 1~4 的整数, 随机抽取一张后放回, 再随机地抽取一张, 那么第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的概率是_____.

16. (4分) 长为 1, 宽为 a 的矩形纸片 ($\frac{1}{2} < a < 1$), 如图那样折一下, 剪下一个边长等于矩形宽度的正方形 (称为第一次操作); 再把剩下的矩形如图那样折一下, 剪下一个边长等于此时矩形宽度的正方形 (称为第二次操作); 如此反复操作下去. 若在第 n 此操作后, 剩下的矩形为正方形, 则操作终止. 当 $n = 3$ 时, a 的值为_____.



三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 64 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (6分) 解不等式组, 并把解集在数轴上表示出来
$$\begin{cases} -3(x-2) \leq 4-x \\ \frac{1+2x}{3} > x-1 \end{cases}$$

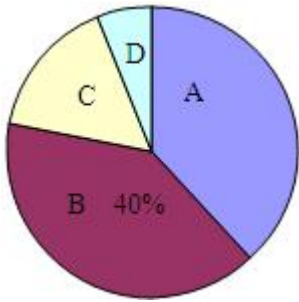
18. (8分) 2011 年 5 月 9 日至 14 日, 德州市共有 35000 余名学生参加中考体育测试, 为了了解九年级男生立定跳远的成绩, 从某校随机抽取了 50 名男生的测试成绩, 根据测试评分标准, 将他们的得分按优秀、良好、及格、不及格 (分别用 A, B, C, D 表示) 四个

等级进行统计，并绘制成下面的扇形图和统计表：

等级	成绩（分）	频数（人数）	频率
<i>A</i>	90 ~ 100	19	0.38
<i>B</i>	75 ~ 89	<i>m</i>	<i>x</i>
<i>C</i>	60 ~ 74	<i>n</i>	<i>y</i>
<i>D</i>	60 以下	3	0.06
合计		50	1.00

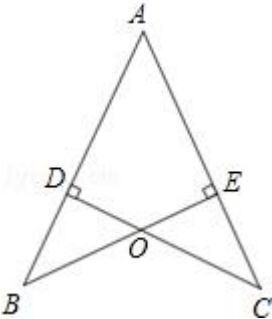
请你根据以上图表提供的信息，解答下列问题：

- (1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 在扇形图中，*C* 等级所对应的圆心角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度；
- (3) 如果该校九年级共有 500 名男生参加了立定跳远测试，那么请你估计这些男生成绩等级达到优秀和良好的共有多少人？



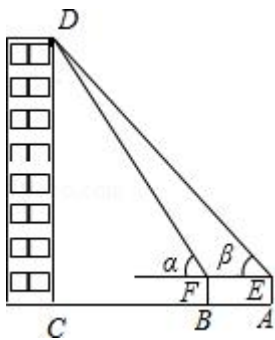
19. (8 分) 如图， $AB = AC$ ， $CD \perp AB$ 于 D ， $BE \perp AC$ 于 E ， BE 与 CD 相交于点 O 。

- (1) 求证： $AD = AE$ ；
- (2) 连接 OA ， BC ，试判断直线 OA ， BC 的关系并说明理由。



20. (10 分) 某兴趣小组用高为 1.2 米的仪器测量建筑物 CD 的高度。如示意图，由距 CD 一定距离的 A 处用仪器观察建筑物顶部 D 的仰角为 β ，在 A 和 C 之间选一点 B ，由 B 处用仪器观察建筑物顶部 D 的仰角为 α 。测得 A ， B 之间的距离为 4 米， $\tan \alpha = 1.6$ ， $\tan \beta =$

1.2, 试求建筑物 CD 的高度.



21. (10 分) 为创建“国家卫生城市”, 进一步优化市中心城区的环境, 德州市政府拟对部分路段的人行道地砖、花池、排水管道等公用设施全面更新改造, 根据市政建设的需要, 须在 60 天内完成工程. 现在甲、乙两个工程队有能力承包这个工程. 经调查知道: 乙队单独完成此项工程的时间比甲队单独完成多用 25 天, 甲、乙两队合作完成工程需要 30 天, 甲队每天的工程费用 2500 元, 乙队每天的工程费用 2000 元.

(1) 甲、乙两个工程队单独完成各需多少天?

(2) 请你设计一种符合要求的施工方案, 并求出所需的工程费用.

22. (10 分) ●观察计算

当 $a = 5$, $b = 3$ 时, $\frac{a+b}{2}$ 与 $\sqrt{ab}$ 的大小关系是_____.

当 $a = 4$, $b = 4$ 时, $\frac{a+b}{2}$ 与 $\sqrt{ab}$ 的大小关系是_____.

●探究证明

如图所示, $\triangle ABC$ 为圆 O 的内接三角形, AB 为直径, 过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D , 设 $AD = a$, $BD = b$.

(1) 分别用 a , b 表示线段 OC , CD ;

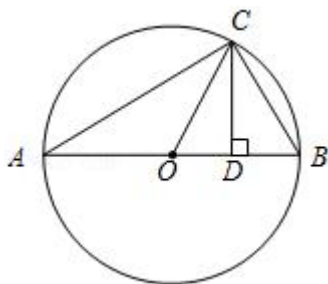
(2) 探求 OC 与 CD 表达式之间存在的关系 (用含 a , b 的式子表示).

●归纳结论

根据上面的观察计算、探究证明, 你能得出 $\frac{a+b}{2}$ 与 $\sqrt{ab}$ 的大小关系是: _____.

●实践应用

要制作面积为 1 平方米的长方形镜框, 直接利用探究得出的结论, 求出镜框周长的最小值.



23. (12分) 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 P 是反比例函数 $y = \frac{2\sqrt{3}}{x}$ ($x > 0$) 图象上一个动点, 以 P 为圆心的圆始终与 y 轴相切, 设切点为 A .

(1) 如图 1, $\odot P$ 运动到与 x 轴相切, 设切点为 K , 试判断四边形 $OKPA$ 的形状, 并说明理由.

(2) 如图 2, $\odot P$ 运动到与 x 轴相交, 设交点为 B, C . 当四边形 $ABCP$ 是菱形时:

① 求出点 A, B, C 的坐标.

② 在过 A, B, C 三点的抛物线上是否存在点 M , 使 $\triangle MBP$ 的面积是菱形 $ABCP$ 面积的 $\frac{1}{2}$?

若存在, 试求出所有满足条件的 M 点的坐标; 若不存在, 试说明理由.

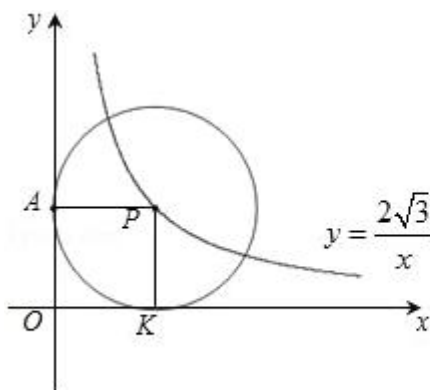


图 1

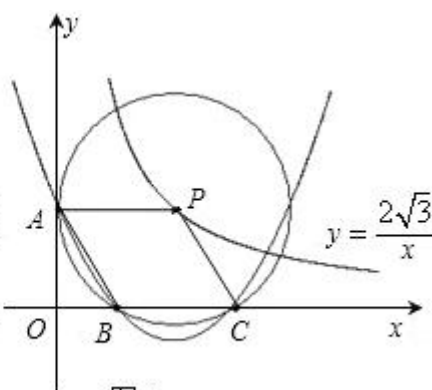


图 2

2011 年山东省德州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来．每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分．

1. 【分析】利用有理数的减法、有理数的乘法法则和 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)、负数的绝对值等于它的相反数计算即可．

【解答】解：A、 $(-8) - 8 = -16$ ，此选项错误；

B、 $(-\frac{1}{2}) \times (-2) = 1$ ，此选项正确；

C、 $-(-1)^0 = -1$ ，此选项错误；

D、 $|-2| = 2$ ，此选项错误．

故选：B．

【点评】本题考查了有理数的减法、有理数的乘法法则、零指数幂、绝对值的计算．解题的关键是熟练掌握各种运算法则．

2. 【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形．

【解答】解：A、圆柱的主视图、左视图都是长方形，俯视图是圆形；故本选项错误；

B、圆锥的主视图、左视图都是三角形，俯视图是圆形；故本选项错误；

C、球体的主视图、左视图、俯视图都是圆形；故本选项正确；

D、长方体的主视图为长方形、左视图为长方形或正方形、俯视图为长方形或正方形；故本选项错误；

故选：C．

【点评】本题考查了简单几何体的三视图，锻炼了学生的空间想象能力．

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．

【解答】解： $\because 36\,000\,000 = 3.6 \times 10^7$ ；

故选：A．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

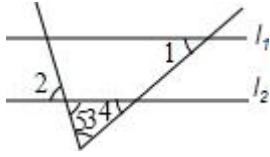
4. 【分析】设 $\angle 2$ 的对顶角为 $\angle 5$ ， $\angle 1$ 在 l_2 上的同位角为 $\angle 4$ ，结合已知条件可推出 $\angle 1 = \angle 4 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 5 = 75^\circ$ ，即可得出 $\angle 3$ 的度数．

【解答】解：∵直线 $l_1 \parallel l_2$ ， $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 75^\circ$ ，

∴ $\angle 1 = \angle 4 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 5 = 75^\circ$ ，

∴ $\angle 3 = 65^\circ$ ．

故选：C．



【点评】本题主要考查三角形的内角和定理，平行线的性质和对顶角的性质，关键在于根据已知条件找到有关相等的角．

5. 【分析】结合折线统计图，利用数据逐一分析解答即可．

【解答】解：A、由图可知甲、乙运动员第一场比赛得分相同，第十二场比赛得分甲运动员比乙运动员得分高，所以甲运动员得分的极差大于乙运动员得分的极差，故 A 选项正确；

B、由图可知甲运动员得分始终大于乙运动员得分，所以甲运动员得分的中位数大于乙运动员得分的中位数，故 B 选项正确；

C、由图可知甲运动员得分始终大于乙运动员得分，所以甲运动员的得分平均数大于乙运动员的得分平均数，故 C 选项正确；

D、由图可知甲运动员得分数据波动性较大，乙运动员得分数据波动性较小，乙运动员的成绩比甲运动员的成绩稳定，故 D 选项错误．

故选：D．

【点评】此题主要结合折线统计图，利用极差、中位数、平均数以及方差来进行分析数据，找到解决问题的突破口．

6. 【分析】根据图象可得出方程 $(x-a)(x-b)=0$ 的两个实数根为 a ， b ，且一正一负，负数的绝对值大，又 $a > b$ ，则 $a > 0$ ， $b < 0$ ．根据一次函数 $y = ax + b$ 的图象的性质即可得出答案．

【解答】解：根据图象可知抛物线与 x 轴两交点的横坐标一正一负，则根据二次函数交点式的性质可知 a ， b 异号，

∵ $a > b$ ，

∴ $a > 0$ ， $b < 0$ ，

∴ 函数 $y = ax + b$ 的图象经过第一、三、四象限，

故选：D.

【点评】本题考查了抛物线与x轴的交点问题以及一次函数的性质，是重点内容要熟练掌握，

7. 【分析】设等边三角形的边长是 a ，求出等边三角形的周长，即可求出等边三角形的周率 a_1 ；设正方形的边长是 x ，根据勾股定理求出对角线的长，即可求出周率；设正六边形的边长是 b ，过 F 作 $FQ \parallel AB$ 交 BE 于 Q ，根据等边三角形的性质和平行四边形的性质求出直径，即可求出正六边形的周率 a_3 ；求出圆的周长和直径即可求出圆的周率，比较即可得到答案.

【解答】解：设等边三角形的边长是 a ，则等边三角形的周率 $a_1 = \frac{3a}{a} = 3$

设正方形的边长是 x ，由勾股定理得：对角线是 $\sqrt{2}x$ ，则正方形的周率是 $a_2 = \frac{4x}{\sqrt{2}x} = 2\sqrt{2} \approx 2.828$,

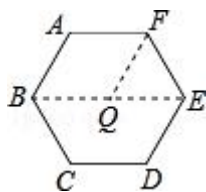
设正六边形的边长是 b ，过 F 作 $FQ \parallel AB$ 交 BE 于 Q ，得到平行四边形 $ABQF$ 和等边三角形 EFQ ，直径是 $b+b=2b$ ，

$\therefore$ 正六边形的周率是 $a_3 = \frac{6b}{2b} = 3$ ，

圆的周率是 $a_4 = \frac{2\pi r}{2r} = \pi$ ，

$\therefore a_4 > a_3 > a_2$.

故选：B.



【点评】本题主要考查对正多边形与圆，多边形的内角和定理，平行四边形的性质和判定，等边三角形的性质和判定等知识点的理解和掌握，理解题意并能根据性质进行计算是解此题的关键.

8. 【分析】从图1到图3，周长分别为4，8，16，由此即可得到通式，利用通式即可求解.

【解答】解：下面是各图的周长：

图1中周长为4；

图2周长为8；

图3周长为16；

所以第 n 个图形周长为 2^{n+1} .

故选: C.

【点评】本题考查了图形的变化规律, 首先从图 1 到图 3 可得到规律, 然后利用规律得到一般结论解决问题.

二、填空题: 本大题共 8 小题, 共 32 分, 只要求填写最后结果, 每小题填对得 4 分.

9. 【分析】根据“关于 x 轴对称的点, 横坐标相同, 纵坐标互为相反数”即可求解.

【解答】解: $\because$ 关于 x 轴对称的点, 横坐标相同, 纵坐标互为相反数

$\therefore$ 点 $P(1, 2)$ 关于 x 轴的对称点 P_1 的坐标为 $(1, -2)$.

故答案为: $(1, -2)$.

【点评】本题考查关于 x 轴对称的点的坐标的特点, 解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律: 关于 x 轴对称的点, 横坐标相同, 纵坐标互为相反数.

10. 【分析】根据三角形中位线的性质定理, 可以推出 $DE \parallel AF$, $DF \parallel EC$, $DF \parallel BE$ 且 $DE = AF$, $DF = EC$, $DF = BE$, 根据平行四边形的判定定理, 即可推出有三个平行四边形.

【解答】解: $\because D, E, F$ 分别为 $\triangle ABC$ 三边的中点

$\therefore DE \parallel AF$, $DF \parallel EC$, $DF \parallel BE$ 且 $DE = AF$, $DF = EC$, $DF = BE$

$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 、 $DECF$ 、 $DFEB$ 分别为平行四边形

故答案为 3.

【点评】本题主要考查平行四边形的判定定理以及三角形中位线定理, 关键在于找出相等而且平行的对边.

11. 【分析】先计算出底面圆的周长, 它等于圆锥侧面展开图扇形的弧长, 而母线长为扇形的半径, 然后根据扇形的面积公式计算即可.

【解答】解: $\because$ 圆锥的底面圆的半径为 1,

$\therefore$ 圆锥的底面圆的周长 $= 2\pi \times 1 = 2\pi$,

$\therefore$ 圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2} \times 2\pi \times 2 = 2\pi$.

故答案为: 2π .

【点评】本题考查了圆锥的侧面积公式: $S = \frac{1}{2}l \cdot R$. 圆锥侧面展开图为扇形, 底面圆的周长等于扇形的弧长, 母线长为扇形的半径.

12. 【分析】先将分式的分子和分母分别分解因式, 约分化简, 然后将 x 的值代入化简后的代数式即可求值.

【解答】解： $\frac{x^2-1}{x^2-x} - 1$

$$= \frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)} - 1$$

$$= \frac{x+1}{x} - \frac{x}{x}$$

$$= \frac{x+1-x}{x}$$

$$= \frac{1}{x}, \text{ 将 } x = \sqrt{2} \text{ 代入上式中得,}$$

$$\text{原式} = \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故答案为： $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】 本题主要考查分式求值方法之一：先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

13. **【分析】** 把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题，再分析逆命题是否为真命题，需要分别分析各题设是否能推出结论，从而利用排除法得出答案.

【解答】解：①两直线平行，同旁内角互补，正确；
 ②如果两个角相等，那么它们是直角，错误；
 ③如果两个实数的平方相等，那么这两个实数相等，错误；
 ④如果一个三角形是直角三角形， c 不一定是斜边，故不一定满足： $a^2+b^2=c^2$ ，故逆命题不一定正确，
 故答案为①.

【点评】 本题考查了互逆命题的知识，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题. 其中一个命题称为另一个命题的逆命题，难度适中.

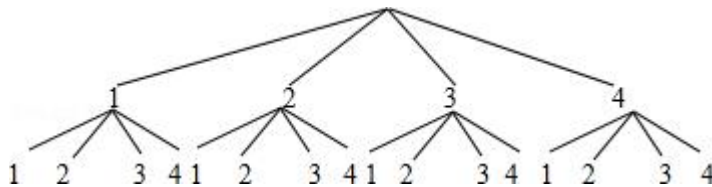
14. **【分析】** 先根据根与系数的关系求出 x_1+x_2 和 $x_1 \cdot x_2$ 的值，再利用完全平方公式对所求代数式变形，然后把 x_1+x_2 和 $x_1 \cdot x_2$ 的值整体代入计算即可.

【解答】解： $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2+x-1=0$ 的两个根，
 $\therefore x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{1} = -1, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1,$
 $\therefore x_1^2+x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = (-1)^2 - 2 \times (-1) = 1+2 = 3.$
 故答案是：3.

【点评】 本题考查了根与系数的关系、完全平方公式．解题的关键是先求出 x_1+x_2 和 $x_1 \cdot x_2$ 的值．

15. 【分析】 列举出所有情况，看第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的情况数占总情况数的多少即可．

【解答】 解：如图所示：



共有 16 种情况，第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的情况数有 8 种，

所以概率为 $\frac{1}{2}$ ，

故答案为 $\frac{1}{2}$ ．

【点评】 考查概率的求法；用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．得到第二次取出的数字能够整除第一次取出的数字的情况数是解决本题的关键．

16. 【分析】 根据操作步骤，可知每一次操作时所得正方形的边长都等于原矩形的宽．所以首先需要判断矩形相邻的两边中，哪一条边是矩形的宽．当 $\frac{1}{2} < a < 1$ 时，矩形的长为 1，宽为 a ，所以第一次操作时所得正方形的边长为 a ，剩下的矩形相邻的两边分别为 $1-a$ ， a ．由 $1-a < a$ 可知，第二次操作时所得正方形的边长为 $1-a$ ，剩下的矩形相邻的两边分别为 $1-a$ ， $a - (1-a) = 2a-1$ ．由于 $(1-a) - (2a-1) = 2-3a$ ，所以 $(1-a)$ 与 $(2a-1)$ 的大小关系不能确定，需要分情况进行讨论．又因为可以进行三次操作，故分两种情况：① $1-a > 2a-1$ ；② $1-a < 2a-1$ ．对于每一种情况，分别求出操作后剩下的矩形的两边，根据剩下的矩形为正方形，列出方程，求出 a 的值．

【解答】 解：由题意，可知当 $\frac{1}{2} < a < 1$ 时，第一次操作后剩下的矩形的长为 a ，宽为 $1-a$ ，所以第二次操作时正方形的边长为 $1-a$ ，第二次操作以后剩下的矩形的两边分别为 $1-a$ ， $2a-1$ ．此时，分两种情况：

①如果 $1-a > 2a-1$ ，即 $a < \frac{2}{3}$ ，那么第三次操作时正方形的边长为 $2a-1$ ．

∵ 经过第三次操作后所得的矩形是正方形，

∴ 矩形的宽等于 $1-a$ ，

即 $2a - 1 = (1 - a) - (2a - 1)$, 解得 $a = \frac{3}{5}$;

②如果 $1 - a < 2a - 1$, 即 $a > \frac{2}{3}$, 那么第三次操作时正方形的边长为 $1 - a$.

则 $1 - a = (2a - 1) - (1 - a)$, 解得 $a = \frac{3}{4}$.

故答案为: $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{3}{4}$.

【点评】 本题考查了一元一次方程的应用, 解题的关键是分两种情况: ① $1 - a > 2a - 1$;

② $1 - a < 2a - 1$. 分别求出操作后剩下的矩形的两边.

三、解答题: 本大题共 7 小题, 共 64 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

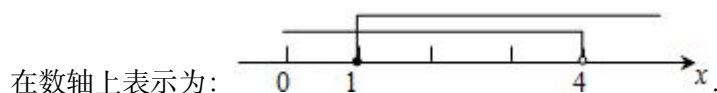
17. **【分析】** 分别解两个不等式得到 $x \geq 1$; $x < 4$. 它们的公共部分即为原不等式组的解集, 然后把解集表示在数轴上.

【解答】 解:
$$\begin{cases} -3(x-2) \leq 4-x & \text{①} \\ \frac{1+2x}{3} > x-1 & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得 $x \geq 1$;

解不等式②, 得 $x < 4$.

$$\therefore 1 \leq x < 4.$$



【点评】 本题考查了解不等式组的方法: 分别解各不等式, 然后写出它们的公共部分即为不等式组的解集. 也考查了利用数轴表示不等式组的解集得方法.

18. **【分析】** (1) 让总人数 50 乘以相应的百分比 40% 可得 m 的值, x 为相应百分比; 让总人数 50 减去其余已知人数可得 n 的值, 除以 50 即为 y 的值;

(2) 让 360 乘以相应频率即为 C 等级所对应的圆心角;

(3) 该校九年级总人数 500 乘以 AB 两个等级的百分比的和即为所求的人数.

【解答】 解: (1) $50 \times 40\% = 20$, 0.4; $50 - 19 - 20 - 3 = 8$, $8 \div 50 = 0.16$;

故答案为: 20, 8, 0.4, 0.16;

(2) $0.16 \times 360^\circ = 57.6^\circ$,

故答案为 57.6.

(3) 由上表可知达到优秀和良好的共有 $19 + 20 = 39$ 人, $500 \times \frac{39}{50} = 390$ 人.

【点评】考查有关识图问题；读懂图意是解决本题的关键；用到的知识点为：频数 = 总数 $\times$ 相应频率.

19. 【分析】(1) 根据全等三角形的判定方法，证明 $\triangle ACD \cong \triangle ABE$ ，即可得出 $AD = AE$ ，
(2) 根据已知条件得出 $\triangle ADO \cong \triangle AEO$ ，得出 $\angle DAO = \angle EAO$ ，即可判断出 OA 是 $\angle BAC$ 的平分线，即 $OA \perp BC$.

【解答】(1) 证明：在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABE$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle A \\ \angle ADC = \angle AEB = 90^\circ \\ AC = AB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE,$$

$$\therefore AD = AE.$$

(2) 答：直线 OA 垂直平分 BC .

理由如下：连接 BC ， AO 并延长交 BC 于 F ，

在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 与 $\text{Rt}\triangle AEO$ 中，

$$\begin{cases} OA = OA \\ AD = AE \end{cases}$$

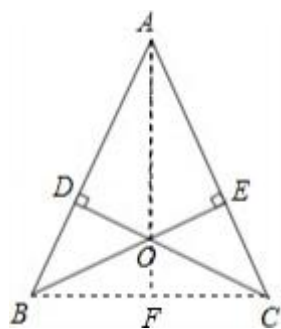
$$\therefore \text{Rt}\triangle ADO \cong \text{Rt}\triangle AEO \text{ (HL)},$$

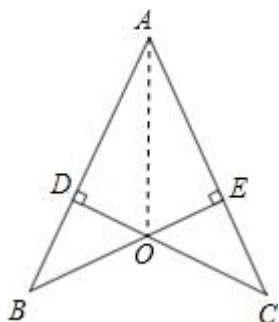
$$\therefore \angle DAO = \angle EAO,$$

即 OA 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$$\text{又} \because AB = AC,$$

$$\therefore OA \perp BC \text{ 且平分 } BC.$$





【点评】本题考查了全等三角形的判定方法，以及全等三角形的对应边相等，对应角相等的性质，难度适中．

20. 【分析】 CD 与 EF 的延长线交于点 G ，设 $DG = x$ 米．由三角函数的定义得到，在 $\text{Rt}\triangle DGF$ 中， $\tan \alpha = \frac{DG}{GF}$ ，在 $\text{Rt}\triangle DGE$ 中， $\tan \beta = \frac{DG}{GE}$ ，根据 $EF = EG - FG$ ，得到关于 x 的方程，解出 x ，再加上 1.2 即为建筑物 CD 的高度．

【解答】解： CD 与 EF 的延长线交于点 G ，如图，

设 $DG = x$ 米．

在 $\text{Rt}\triangle DGF$ 中， $\tan \alpha = \frac{DG}{GF}$ ，即 $\tan \alpha = \frac{x}{GF}$ ．

在 $\text{Rt}\triangle DGE$ 中， $\tan \beta = \frac{DG}{GE}$ ，即 $\tan \beta = \frac{x}{GE}$ ．

$$\therefore GF = \frac{x}{\tan \alpha}, \quad GE = \frac{x}{\tan \beta}.$$

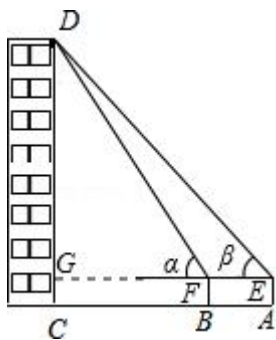
$$\therefore EF = \frac{x}{\tan \beta} - \frac{x}{\tan \alpha}.$$

$$\therefore 4 = \frac{x}{1.2} - \frac{x}{1.6},$$

解方程得： $x = 19.2$ ．

$$\therefore CD = DG + GC = 19.2 + 1.2 = 20.4.$$

答：建筑物高为 20.4 米．



【点评】本题考查了仰角的概念：向上看，视线与水平线的夹角叫仰角．也考查了测量建筑物高度的方法以及三角函数的定义．

21. 【分析】(1) 如果设甲工程队单独完成该工程需 x 天, 那么由“乙队单独完成此项工程的时间比甲队单独完成多用 25 天”, 得出乙工程队单独完成该工程需 $(x+25)$ 天. 再根据“甲、乙两队合作完成工程需要 30 天”, 可知等量关系为: 甲工程队 30 天完成该工程的工作量+乙工程队 30 天完成该工程的工作量 = 1.

(2) 首先根据(1)中的结果, 排除在 60 天内不能单独完成该工程的乙工程队, 从而可知符合要求的施工方案有两种: 方案一: 由甲工程队单独完成; 方案二: 由甲乙两队合作完成. 针对每一种情况, 分别计算出所需的工程费用.

【解答】解:(1) 设甲工程队单独完成该工程需 x 天, 则乙工程队单独完成该工程需 $(x+25)$ 天, 总工作量为 1, (1 分)

根据题意得: $\frac{30}{x} + \frac{30}{x+25} = 1$. (3 分)

方程两边同乘以 $x(x+25)$, 得 $30(x+25) + 30x = x(x+25)$,

即 $x^2 - 35x - 750 = 0$.

解之, 得 $x_1 = 50$, $x_2 = -15$. (5 分)

经检验, $x_1 = 50$, $x_2 = -15$ 都是原方程的解.

但 $x_2 = -15$ 不符合题意, 应舍去. (6 分)

$\therefore$ 当 $x = 50$ 时, $x+25 = 75$.

答: 甲工程队单独完成该工程需 50 天, 则乙工程队单独完成该工程需 75 天. (7 分)

(2) 此问题只要设计出符合条件的一种方案即可.

方案一: 由甲工程队单独完成. (8 分)

所需费用为: $2500 \times 50 = 125000$ (元). (10 分)

方案二: 由甲乙两队合作完成.

所需费用为: $(2500+2000) \times 30 = 135000$ (元). (10 分)

【点评】本题考查分式方程在工程问题中的应用. 分析题意, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键. 工程问题的基本关系式: 工作总量 = 工作效率 $\times$ 工作时间.

22. 【分析】●观察计算: 分别代入计算即可得出 $\frac{a+b}{2}$ 与 $\sqrt{ab}$ 的大小关系;

●探究证明:

(1) 由于 OC 是直径 AB 的一半, 则 OC 易得. 通过证明 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$, 可求 CD ;

(2) 分 $a = b$, $a \neq b$ 讨论可得出 $\frac{a+b}{2}$ 与 $\sqrt{ab}$ 的大小关系;

● 实践应用: 通过前面的结论长方形为正方形时, 周长最小.

【解答】解: ● 观察计算: $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$, $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$.

● 探究证明:

(1) $\because AB = AD + BD = 2OC$,

$$\therefore OC = \frac{a+b}{2}$$

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

$$\because \angle A + \angle ACD = 90^\circ, \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BCD.$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD.$$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}.$$

$$\text{即 } CD^2 = AD \cdot BD = ab,$$

$$\therefore CD = \sqrt{ab}.$$

(2) 当 $a = b$ 时, $OC = CD$, $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$;

$a \neq b$ 时, $OC > CD$, $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$.

● 结论归纳: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

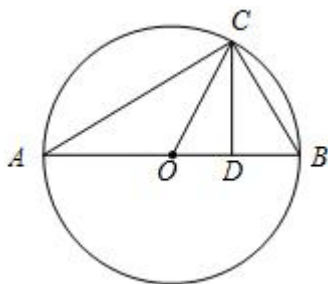
● 实践应用

设长方形一边长为 x 米, 则另一边长为 $\frac{1}{x}$ 米, 设镜框周长为 l 米, 则 $l = 2(x + \frac{1}{x}) \geq$

$$4\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 4.$$

当 $x = \frac{1}{x}$, 即 $x = 1$ (米) 时, 镜框周长最小.

此时四边形为正方形时, 周长最小为 4 米.



【点评】 本题综合考查了几何不等式，相似三角形的判定与性质，通过计算和证明得出结论： $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 是解题的关键.

23. 【分析】 (1) 四边形 $OKPA$ 是正方形. 当 $\odot P$ 分别与两坐标轴相切时, $PA \perp y$ 轴, $PK \perp x$ 轴, x 轴 $\perp y$ 轴, 且 $PA = PK$, 可判断结论;

(2) ①连接 PB , 设点 $P(x, \frac{2\sqrt{3}}{x})$, 过点 P 作 $PG \perp BC$ 于 G , 则半径 $PB = PC$, 由菱形的性质得 $PC = BC$, 可知 $\triangle PBC$ 为等边三角形, 在 $\text{Rt}\triangle PBG$ 中, $\angle PBG = 60^\circ$, $PB = PA = x$, $PG = \frac{2\sqrt{3}}{x}$, 利用 $\sin \angle PBG = \frac{PG}{PB}$, 列方程求 x 即可;

②求直线 PB 的解析式, 利用过 A 点或 C 点且平行于 PB 的直线解析式与抛物线解析式联立, 列方程组求满足条件的 M 点坐标即可.

【解答】 解: (1) 四边形 $OKPA$ 是正方形.

证明: $\because \odot P$ 分别与两坐标轴相切,

$\therefore PA \perp OA, PK \perp OK$.

$\therefore \angle PAO = \angle OKP = 90^\circ$.

又 $\because \angle AOK = 90^\circ$,

$\therefore \angle PAO = \angle OKP = \angle AOK = 90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $OKPA$ 是矩形.

又 $\because AP = KP$,

$\therefore$ 四边形 $OKPA$ 是正方形.

(2) ①连接 PB , 设点 P 的横坐标为 x , 则其纵坐标为 $\frac{2\sqrt{3}}{x}$.

过点 P 作 $PG \perp BC$ 于 G .

$\because$ 四边形 $ABCP$ 为菱形,

$\therefore BC = PA = PB = PC$ (半径).

$\therefore \triangle PBC$ 为等边三角形.

在 $\text{Rt}\triangle PBG$ 中, $\angle PBG = 60^\circ$, $PB = PA = x$,

$$PG = \frac{2\sqrt{3}}{x}.$$

$$\sin \angle PBG = \frac{PG}{PB}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{x}}{x}.$$

解之得: $x = \pm 2$ (负值舍去).

$$\therefore PG = \sqrt{3}, PA = BC = 2.$$

易知四边形 $OGPA$ 是矩形, $PA = OG = 2$, $BG = CG = 1$,

$$\therefore OB = OG - BG = 1, OC = OG + GC = 3.$$

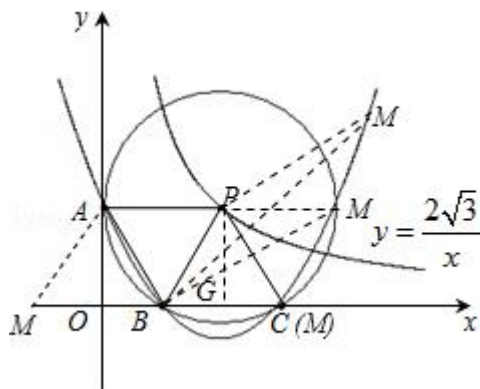
$$\therefore A(0, \sqrt{3}), B(1, 0), C(3, 0).$$

设二次函数解析式为: $y = ax^2 + bx + c$.

$$\text{据题意得: } \begin{cases} a+b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{解之得: } a = \frac{\sqrt{3}}{3}, b = -\frac{4\sqrt{3}}{3}, c = \sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{二次函数关系式为: } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}.$$



$$\text{②解法一: 设直线 } BP \text{ 的解析式为: } y = ux + v, \text{ 据题意得: } \begin{cases} u+v=0 \\ 2u+v=\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{解之得: } u = \sqrt{3}, v = -\sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{直线 } BP \text{ 的解析式为: } y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}.$$

过点 A 作直线 $AM \parallel BP$, 则可得直线 AM 的解析式为: $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$.

$$\text{解方程组: } \begin{cases} y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{得: } \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = \sqrt{3} \end{cases}; \begin{cases} x_2 = 7 \\ y_2 = 8\sqrt{3} \end{cases}.$$

过点 C 作直线 $CM \parallel PB$, 则可设直线 CM 的解析式为: $y = \sqrt{3}x + t$.

$$\therefore 0 = 3\sqrt{3} + t.$$

$$\therefore t = -3\sqrt{3}.$$

$\therefore$ 直线 CM 的解析式为: $y = \sqrt{3}x - 3\sqrt{3}$.

$$\text{解方程组: } \begin{cases} y = \sqrt{3}x - 3\sqrt{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{得: } \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = \sqrt{3} \end{cases}.$$

综上可知, 满足条件的 M 的坐标有四个,

分别为: $(0, \sqrt{3}), (3, 0), (4, \sqrt{3}), (7, 8\sqrt{3})$.

解法二: $\because S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} S_{\square PABC}$,

$\therefore A(0, \sqrt{3}), C(3, 0)$ 显然满足条件.

延长 AP 交抛物线于点 M , 由抛物线与圆的轴对称性可知, $PM = PA$.

又 $\because AM \parallel BC$,

$$\therefore S_{\triangle PBM} = S_{\triangle PBA} = \frac{1}{2} S_{\square PABC}.$$

$\therefore$ 点 M 的纵坐标为 $\sqrt{3}$.

又 $\because$ 点 M 的横坐标为 $AM = PA + PM = 2 + 2 = 4$.

$\therefore$ 点 $M(4, \sqrt{3})$ 符合要求.

点 $(7, 8\sqrt{3})$ 的求法同解法一.

综上可知, 满足条件的 M 的坐标有四个,

分别为: $(0, \sqrt{3}), (3, 0), (4, \sqrt{3}), (7, 8\sqrt{3})$.

解法三: 延长 AP 交抛物线于点 M , 由抛物线与圆的轴对称性可知, $PM = PA$.

又 $\because AM \parallel BC$,

$$\therefore S_{\triangle PBM} = S_{\triangle PBA} = \frac{1}{2} S_{\square PABC}.$$

$\therefore$ 点 M 的纵坐标为 $\sqrt{3}$.

$$\text{即 } \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} = \sqrt{3}.$$

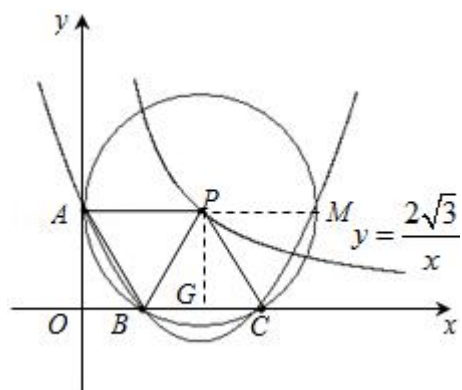
解得: $x_1 = 0$ (舍), $x_2 = 4$.

∴ 点 M 的坐标为 $(4, \sqrt{3})$.

点 $(7, 8\sqrt{3})$ 的求法同解法一.

综上所述, 满足条件的 M 的坐标有四个,

分别为: $(0, \sqrt{3}), (3, 0), (4, \sqrt{3}), (7, 8\sqrt{3})$.



【点评】 本题考查了二次函数的综合运用. 关键是由菱形、圆的性质, 数形结合解题.