

2011 年山东省威海市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个正确的，每小题选对得 3 分，选错、不选或多选均不得分）

1. (3 分) 在实数 0, $-\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, -2 中, 最小的是 ()

- A. -2 B. $-\sqrt{3}$ C. 0 D. $\sqrt{2}$

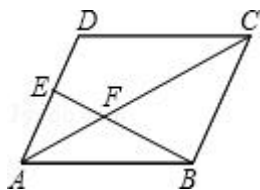
2. (3 分) 今年体育学业考试增加了跳绳测试项目, 下面是测试时记录员记录的一组 (10 名) 同学的测试成绩 (单位: 个/分钟).

176 180 184 180 170 176 172 164 186 180

该组数据的众数、中位数、平均数分别为 ()

- A. 180, 180, 178 B. 180, 178, 178
C. 180, 178, 176.8 D. 178, 180, 176.8

3. (3 分) 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 为 AD 的中点, 连接 BE , 交 AC 于点 F , 则 $AF:CF =$ ()



- A. 1: 2 B. 1: 3 C. 2: 3 D. 2: 5

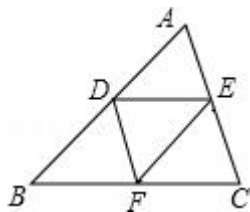
4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $(x^3)^3 = x^6$
C. $x^5 + x^5 = x^{10}$ D. $(-ab)^5 \div (-ab)^2 = -a^3b^3$

5. (3 分) 下列各点中, 在函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象上的是 ()

- A. $(-2, -4)$ B. $(2, 3)$ C. $(-6, 1)$ D. $(-\frac{1}{2}, 3)$

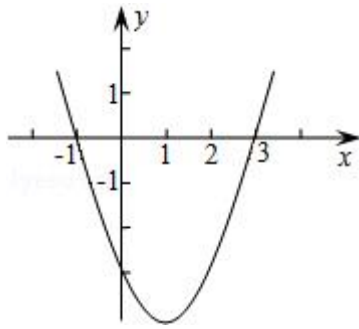
6. (3 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, 点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点, 点 F 在 BC 边上, 连接 DE , DF , EF , 则添加下列哪一个条件后, 仍无法判定 $\triangle BFD$ 与 $\triangle EDF$ 全等 ()



- A. $EF \parallel AB$ B. $BF = CF$ C. $\angle A = \angle DFE$ D. $\angle B = \angle DEF$

7. (3 分) 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象如图所示. 当 $y < 0$ 时, 自变量 x 的取值范围是

()



- A. $-1 < x < 3$ B. $x < -1$ C. $x > 3$ D. $x < -3$ 或 $x > 3$

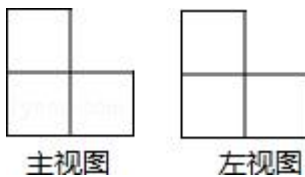
8. (3分) 计算 $1 \div \frac{1+m}{1-m} \cdot (m^2-1)$ 的结果是 ()

- A. $-m^2-2m-1$ B. $-m^2+2m-1$ C. m^2-2m-1 D. m^2-1

9. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m-2)x + m+1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值是 ()

- A. 0 B. 8 C. $4 \pm 2\sqrt{2}$ D. 0 或 8

10. (3分) 如图是由一些大小相同的小立方体组成的几何体的主视图和左视图, 则组成这个几何体的小立方体的个数不可能是 ()

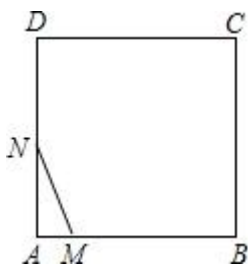


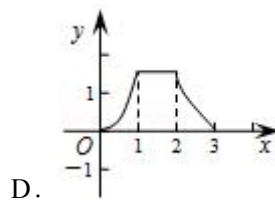
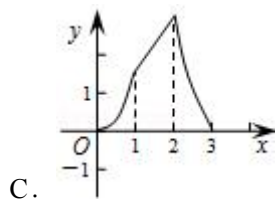
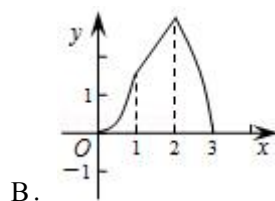
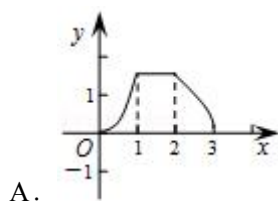
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

11. (3分) 如果不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 3(x-1) \\ x < m \end{cases}$ 的解集是 $x < 2$, 那么 m 的取值范围是 ()

- A. $m = 2$ B. $m > 2$ C. $m < 2$ D. $m \geq 2$

12. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 3cm$, 动点 M 自 A 点出发沿 AB 方向以每秒 $1cm$ 的速度运动, 同时动点 N 自 A 点出发沿折线 $AD - DC - CB$ 以每秒 $3cm$ 的速度运动, 到达 B 点时运动同时停止. 设 $\triangle AMN$ 的面积为 $y (cm^2)$. 运动时间为 x (秒), 则下列图象中能大致反映 y 与 x 之间函数关系的是 ()

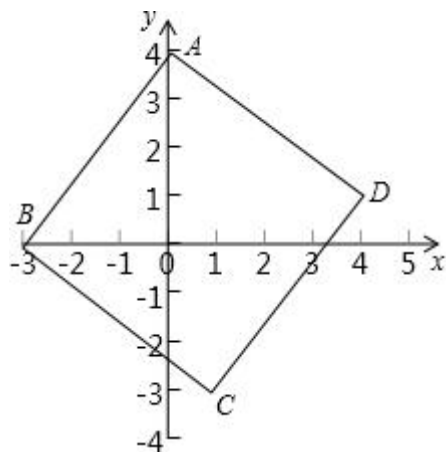




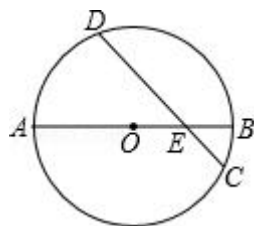
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，只要求填出最后结果）

13. (3 分) 计算 $(\sqrt{50} - \sqrt{8}) \div \sqrt{2}$ 的结果是_____.

14. (3 分) 正方形 $ABCD$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示，已知 A 点坐标 $(0, 4)$ ， B 点坐标 $(-3, 0)$ ，则 C 点坐标_____.

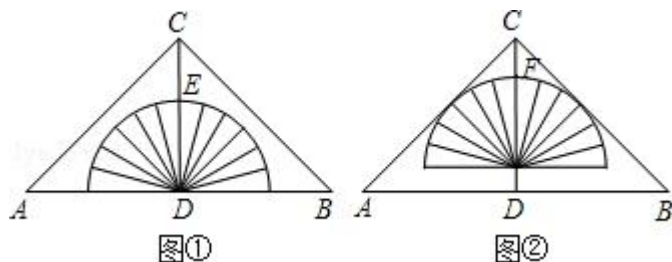


15. (3 分) 如图， $\odot O$ 的直径 AB 与弦 CD 交于点 E ， $AE = 5$ ， $BE = 1$ ， $CD = 4\sqrt{2}$ ，则 $\angle AED$ = _____.

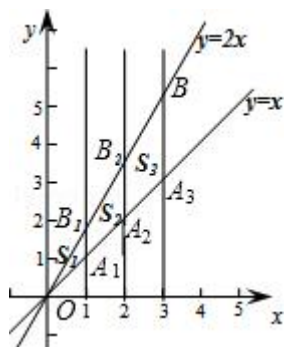


16. (3 分) 因式分解： $16 - 8(x - y) + (x - y)^2 =$ _____.

17. (3 分) 如图①，将一个量角器与一张等腰三角形 ($\triangle ABC$) 纸片放置成轴对称图形. $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，半圆 (量角器) 的圆心与点 D 重合，测得 $CE = 5\text{cm}$ ；将量角器沿 DC 方向平移 2cm ，半圆 (量角器) 恰与 $\triangle ABC$ 的边 AC ， BC 相切，如图②. 则 AB 的边长为_____ cm . (精确到 0.1cm)



18. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l_1 \perp x$ 轴于点 $(1, 0)$, 直线 $l_2 \perp x$ 轴于点 $(2, 0)$, 直线 $l_3 \perp x$ 轴于点 $(3, 0) \cdots$ 直线 $l_n \perp x$ 轴于点 $(n, 0)$. 函数 $y = x$ 的图象与直线 $l_1, l_2, l_3, \cdots l_n$ 分别交于点 $A_1, A_2, A_3, \cdots A_n$, 函数 $y = 2x$ 的图象与直线 $l_1, l_2, l_3, \cdots l_n$ 分别交于点 $B_1, B_2, B_3, \cdots B_n$. 如果 $\triangle OA_1B_1$ 的面积记为 S_1 , 四边形 $A_1A_2B_2B_1$ 的面积记作 S_2 , 四边形 $A_2A_3B_3B_2$ 的面积记作 $S_3, \cdots$ 四边形 $A_{n-1}A_nB_nB_{n-1}$ 的面积记作 S_n , 那么 $S_{2011} = \underline{\hspace{2cm}}$.



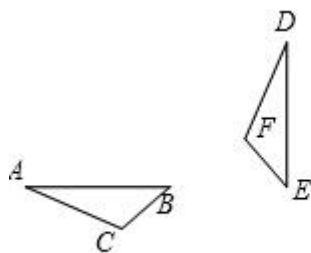
三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

19. (7 分) 解方程: $\frac{3}{x-1} - \frac{x+3}{x^2-1} = 0$.

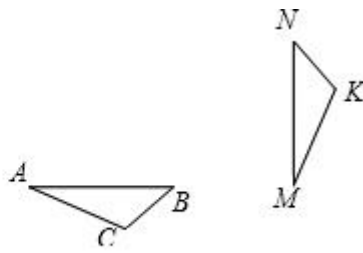
20. (8 分) 我们学习过: 在平面内, 将一个图形绕一个定点沿着某个方向转动一个角度, 这样的图形运动叫做旋转, 这个定点称为旋转中心.

(1) 如图①, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. $\triangle DEF$ 能否由 $\triangle ABC$ 通过一次旋转得到? 若能, 请用直尺和圆规画出旋转中心, 若不能, 试简要说明理由;

(2) 如图②, $\triangle ABC \cong \triangle MNK$. $\triangle MNK$ 能否由 $\triangle ABC$ 通过一次旋转得到? 若能, 请用直尺和圆规画出旋转中心, 若不能, 试简要说明理由. (保留必要的作图痕迹)

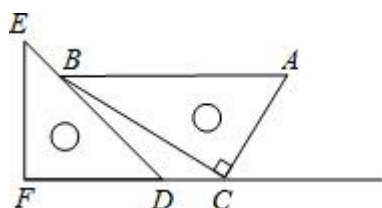


图①

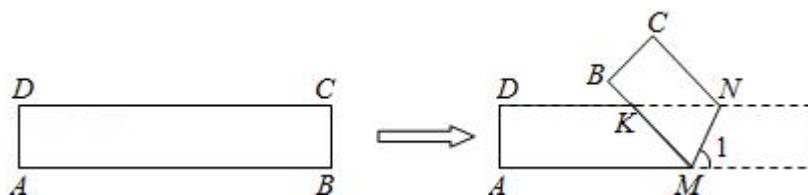


图②

21. (9分) 甲乙二人玩一个游戏：每人分别抛掷一个质地均匀的小立方体（每个面分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6），落定后，若两个小立方体朝上的数字之和为偶数，则甲胜；若两个小立方体朝上的数字之和为奇数，则乙胜，你认为这个游戏公平吗？试说明理由.
22. (9分) 为了参加 2011 年威海国际铁人三项（游泳，自行车，长跑）系列赛业余组的比赛，李明针对自行车和长跑项目进行专项训练. 某次训练中，李明骑自行车的平均速度为每分钟 600 米，跑步的平均速度为每分钟 200 米，自行车路段和长跑路段共 5 千米，用时 15 分钟. 求自行车路段和长跑路段的长度.
23. (10分) 一副直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上， $AB \parallel CF$ ， $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AC = 10$ ，试求 CD 的长.

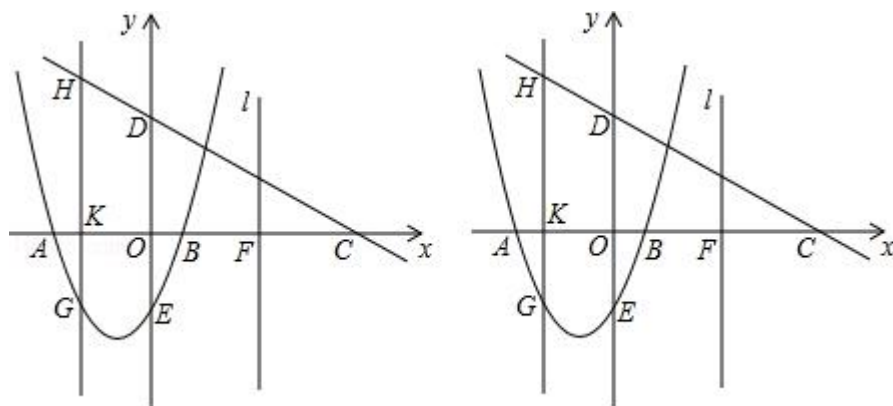


24. (11分) 如图， $ABCD$ 是一张矩形纸片， $AD = BC = 1$ ， $AB = CD = 5$. 在矩形 $ABCD$ 的边 AB 上取一点 M ，在 CD 上取一点 N ，将纸片沿 MN 折叠，使 MB 与 DN 交于点 K ，得到 $\triangle MNK$.



- (1) 若 $\angle 1 = 70^\circ$ ，求 $\angle MKN$ 的度数；
- (2) $\triangle MNK$ 的面积能否小于 $\frac{1}{2}$ ？若能，求出此时 $\angle 1$ 的度数；若不能，试说明理由；
- (3) 如何折叠能够使 $\triangle MNK$ 的面积最大？请你用备用图探究可能出现的情况，求最大值.
25. (12分) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交 x 轴于点 $A(-3, 0)$ ，点 $B(1, 0)$ ，交 y 轴于

点 $E(0, -3)$. 点 C 是点 A 关于点 B 的对称点, 点 F 是线段 BC 的中点, 直线 l 过点 F 且与 y 轴平行. 直线 $y = -x + m$ 过点 C , 交 y 轴于 D 点.



备用图

- (1) 求抛物线的函数表达式;
- (2) 点 K 为线段 AB 上一动点, 过点 K 作 x 轴的垂线与直线 CD 交于点 H , 与抛物线交于点 G , 求线段 HG 长度的最大值;
- (3) 在直线 l 上取点 M , 在抛物线上取点 N , 使以点 A, C, M, N 为顶点的四边形是平行四边形, 求点 N 的坐标.

2011 年山东省威海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个正确的，每小题选对得 3 分，选错、不选或多选均不得分）

1. 【分析】根据正数都大于 0，负数都小于 0，两个负数绝对值大的反而小即可求解．

【解答】解：∵ 正数大于 0 和一切负数，

所以只需比较 $-\sqrt{3}$ 和 -2 的大小，

因为 $|\sqrt{3}| < |\sqrt{4}|$ ，

所以最小的数是 -2 ．

故选：A．

【点评】此题主要考查了实数的大小的比较，注意两个无理数的比较方法：统一根据二次根式的性质，把根号外的移到根号内，只需比较被开方数的大小．

2. 【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数（或两个数的平均数）为中位数，众数是一组数据中出现次数最多的数据．再根据平均数、众数和中位数的定义求解即可．

【解答】解：在这一组数据中 180 是出现次数最多的，故众数是 180；

将这组数据从小到大的顺序排列（164，170，172，176，176，180，180，180，184，186），处于中间位置的那两个数为 176，180，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是 178；

平均数为： $(164+170+172+176+176+180+180+180+184+186) \div 10 = 176.8$ ．

故选：C．

【点评】本题为统计题，考查平均数、众数与中位数的意义．将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数）叫做这组数据的中位数；如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错．

3. 【分析】根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形，求证 $\triangle AEF \sim \triangle BCF$ ，然后利用其对应边成比例即可求得答案．

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $\triangle AEF \sim \triangle BCF$ ，

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{CF},$$

∵点 E 为 AD 的中点,

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{CF} = \frac{1}{2},$$

故选: A .

【点评】此题主要考查学生对相似三角形的判定与性质, 平行四边形的性质等知识点, 难度不大, 属于基础题.

4. 【分析】根据合并同类项、幂的乘方与积的乘方、同底数幂的除法与乘法等知识点进行作答即可求得答案.

【解答】解: A 、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$, 故 A 错误;

B 、 $(x^3)^3 = x^9$, 故 B 错误;

C 、 $x^5 + x^5 = 2x^5$, 故 C 错误;

D 、 $(-ab)^5 \div (-ab)^2 = -a^5b^5 \div a^2b^2 = -a^3b^3$, 故 D 正确.

故选: D .

【点评】本题考查了合并同类项, 同底数的幂的除法与乘法, 积的乘方等多个运算性质, 需同学们熟练掌握.

5. 【分析】根据函数 $y = -\frac{6}{x}$, 得到 $-6 = xy$, 只要把点的坐标代入上式成立即可.

【解答】解: ∵ 函数 $y = -\frac{6}{x}$,

$$\therefore -6 = xy,$$

只要把点的坐标代入上式成立即可,

把答案 A 、 B 、 D 的坐标代入都不成立, 只有 C 成立.

故选: C .

【点评】本题主要考查对反比例函数图象上点的坐标特征的理解和掌握, 能根据反比例函数图象上点的坐标特征进行判断是解此题的关键.

6. 【分析】根据平行线的性质得到 $\angle BDF = \angle EFD$, 根据 DE 分别是 $ABAC$ 的中点, 推出 $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2}BC$, 得到 $\angle EDF = \angle BFD$, 根据全等三角形的判定即可判断 A ; 由 $DE = \frac{1}{2}BC = BF$, $\angle EDF = \angle BFD$, $DF = DF$ 即可得到 $\triangle BFD \cong \triangle EDF$; 由 $\angle A = \angle DFE$ 证不出 $\triangle BFD \cong \triangle EDF$; 由 $\angle B = \angle DEF$, $\angle EDF = \angle BFD$, $DF = DF$, 得到 $\triangle BFD \cong \triangle EDF$.

【解答】解: A 、∵ $EF \parallel AB$,

$$\therefore \angle BDF = \angle EFD,$$

$\because DE$ 分别是 $ABAC$ 的中点,

$\therefore DE = \frac{1}{2}BC, DE \parallel BC$ (三角形的中位线定理),

$\therefore \angle EDF = \angle BFD$ (平行线的性质),

$\because DF = DF$,

$\therefore \triangle BFD \cong \triangle EDF$, 故本选项正确;

B、 $\because DE = \frac{1}{2}BC = BF, \angle EDF = \angle BFD, DF = DF, \therefore \triangle BFD \cong \triangle EDF$, 故本选项正确;

C、由 $\angle A = \angle DFE$ 证不出 $\triangle BFD \cong \triangle EDF$, 故本选项错误;

D、 $\because \angle B = \angle DEF, \angle EDF = \angle BFD, DF = DF, \therefore \triangle BFD \cong \triangle EDF (AAS)$, 故本选项正确.

故选: C.

【点评】 本题主要考查对全等三角形的判定, 平行线的性质, 三角形的中位线等知识点的理解和掌握, 能求出证全等的 3 个条件是证此题的关键.

7. **【分析】** 先观察图象确定抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象与 x 轴的交点, 然后根据 $y < 0$ 时, 所对应的自变量 x 的变化范围.

【解答】 解: 由图象可以看出:

$y < 0$ 时, 自变量 x 的取值范围是 $-1 < x < 3$;

故选: A.

【点评】 本题考查了二次函数的图象. 此类题可用数形结合的思想进行解答, 这也是速解习题常用的方法.

8. **【分析】** 首先将除法变为乘法运算, 即乘以除数的倒数, 然后利用乘法运算法则约分求解即可求得答案.

【解答】 解: $1 \div \frac{1+m}{1-m} \cdot (m^2 - 1) = 1 \times \frac{1-m}{1+m} \times (m+1)(m-1) = -(m-1)^2 = -m^2 + 2m - 1$.

故选: B.

【点评】 此题考查了分式的乘除混合运算. 解题的关键是注意运算顺序: 同级运算, 从左到右依次进行.

9. **【分析】** 根据一元二次方程根的判别式的意义, 由程 $x^2 + (m-2)x + m+1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则有 $\Delta = 0$, 得到关于 m 的方程, 解方程即可.

【解答】 解: $\because$ 一元二次方程 $x^2 + (m-2)x + m+1 = 0$ 有两个相等的实数根,

$\therefore \Delta = 0$, 即 $(m-2)^2 - 4 \times 1 \times (m+1) = 0$,

整理, 得 $m^2 - 8m = 0$,

解得 $m_1 = 0$, $m_2 = 8$.

故选: D.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

10. **【分析】** 主视图、左视图是分别从物体正面、左面看, 所得到的图形.

【解答】 解: 根据主视图与左视图, 第一行的正方体有 1 (只有一边有) 或 2 (左右都有) 个, 第二行的正方形可能有 2 (左边有) 或 3 (左右都有) 个,

$\therefore 1+2=3$, $1+3=4$, $2+2=4$, $2+3=5$,

故不可能有 6 个.

故选: D.

【点评】 本题考查由三视图确定几何体的形状, 主要考查学生空间想象能力及动手操作能力.

11. **【分析】** 先解第一个不等式, 再根据不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 3(x-1) \\ x < m \end{cases}$ 的解集是 $x < 2$, 从而得

出关于 m 的不等式, 解不等式即可.

【解答】 解: 解第一个不等式得, $x < 2$,

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 3(x-1) \\ x < m \end{cases}$ 的解集是 $x < 2$,

$\therefore m \geq 2$,

故选: D.

【点评】 本题是已知不等式组的解集, 求不等式中另一未知数的问题. 可以先将另一未知数当作已知处理, 求出解集与已知解集比较, 进而求得另一个未知数. 求不等式的公共解, 要遵循以下原则: 同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了.

12. **【分析】** 当点 N 在 AD 上时, 易得 $S_{\triangle AMN}$ 的关系式; 当点 N 在 CD 上时, 高不变, 但底边在增大, 所以 $S_{\triangle AMN}$ 的面积关系式为一个一次函数; 当 N 在 BC 上时, 表示出 $S_{\triangle AMN}$ 的关系式, 根据开口方向判断出相应的图象即可.

【解答】解：当点 N 在 AD 上时，即 $0 \leq x \leq 1$ ， $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \times x \times 3x = \frac{3}{2}x^2$ ，

点 N 在 CD 上时，即 $1 \leq x \leq 2$ ， $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \times x \times 3 = \frac{3}{2}x$ ， y 随 x 的增大而增大，所以排除

A 、 D ；

当 N 在 BC 上时，即 $2 \leq x \leq 3$ ， $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \times x \times (9 - 3x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x$ ，开口方向向下。

故选： B 。

【点评】考查动点问题的函数图象问题；根据自变量不同的取值范围得到相应的函数关系式是解决本题的关键。

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，只要求填出最后结果）

13. 【分析】本题只需将二次根式化为最简，然后合并同类二次根式，最后进行二次根式的除法运算即可。

【解答】解：原式 $= (5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) \div \sqrt{2} = 3$ 。

故答案为：3。

【点评】本题考查二次根式的混合运算，难度不大，解答此类题目时往往要先将二次根式化为最简。

14. 【分析】根据正方形的性质，过 C 点作 $CE \perp x$ 轴于 E ，可证 $\triangle ABO \cong \triangle BCE$ ，求出 CE ， BE 的长，从而求解。

【解答】解：过 C 点作 $CE \perp x$ 轴于 E 。

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AB = BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABO + \angle CBE = 90^\circ$ ，又 $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$ ，

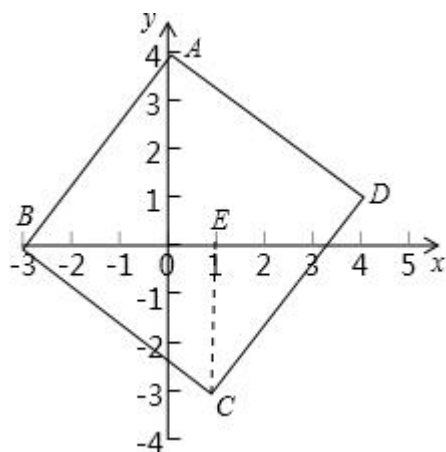
$\therefore \angle BAO = \angle CBE$ ，又 $\angle AOB = \angle BEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle BCE$ ，

$\therefore CE = OB = 3$ ， $BE = OA = 4$ ，

$\therefore C$ 点坐标为 $(4 - 3, -3)$ ，即 $(1, -3)$ 。

故答案为： $(1, -3)$ 。



【点评】 本题充分运用正方形的性质，先证 $\triangle ABO \cong \triangle BCE$ ，把已知坐标转化为相关线段的长，再求与点 C 的坐标有关的长度，从而确定 C 点坐标．

15. 【分析】 连接 OD ，过圆心 O 作 $OH \perp CD$ 于点 H ．根据垂径定理求得 $DH = CH = \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{2}$ ；然后根据已知条件“ $AE = 5$ ， $BE = 1$ ”求得 $\odot O$ 的直径 $AB = 6$ ，从而知 $\odot O$ 的半径 $OD = 3$ ， $OE = 2$ ；最后利用勾股定理求得 $OH = 1$ ，再由 30° 角所对的直角边是斜边的一半来求 $\angle AED$ ．

【解答】 解：连接 OD ，过圆心 O 作 $OH \perp CD$ 于点 H ．

$$\therefore DH = CH = \frac{1}{2}CD \text{ (垂径定理)};$$

$$\because CD = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore DH = 2\sqrt{2};$$

$$\text{又} \because AE = 5, BE = 1,$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore OA = OD = 3 \text{ (} \odot O \text{ 的半径)};$$

$$\therefore OE = 2;$$

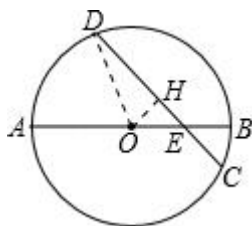
$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ODH \text{ 中, } OH = \sqrt{OD^2 - DH^2} = 1 \text{ (勾股定理)};$$

$$\text{在 Rt}\triangle OEH \text{ 中, } OH = \frac{1}{2}OE,$$

$$\therefore \angle OEH = 30^\circ,$$

$$\text{即 } \angle AED = 30^\circ.$$

故答案为： 30° ．



【点评】本题综合考查了垂径定理、含 30° 角的直角三角形、勾股定理. 解答此题时, 借助于辅助线 OH , 将隐含在题干中的已知条件 OH 垂直平分 CD 显现了出来, 从而构建了两个直角三角形: $\text{Rt}\triangle ODH$ 和 $\text{Rt}\triangle OEH$, 然后根据勾股定理和含 30° 角的直角三角形的相关知识点来求 $\angle AED$ 的度数.

16. 【分析】将 $(x-y)$ 看作整体, 利用完全平方公式分解, 即可求得答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & 16 - 8(x-y) + (x-y)^2, \\ & = [4 - (x-y)]^2, \\ & = (4 - x + y)^2. \end{aligned}$$

故答案为: $(4 - x + y)^2$.

【点评】此题考查了利用完全平方公式法分解因式. 注意整体思想的应用是解题的关键.

17. 【分析】如图, 设图②中半圆的圆心为 O , 与 BC 的切点为 M , 连接 OM , 根据切线的性质可以得到 $\angle OMC = 90^\circ$, 而根据已知条件可以得到 $\angle DCB = 45^\circ$, 设 AB 为 $2x$, 根据等腰直角三角形的性质得到 $CD = BD = x$, 而 $CE = 5\text{cm}$, 又将量角器沿 DC 方向平移 2cm , 由此得到半圆的半径为 $x - 5$, $OC = x - 2$, 然后在 $\text{Rt}\triangle OCM$ 中利用三角函数可以列出关于 x 的方程, 解方程即可求解.

【解答】解: 如图, 设图②中半圆的圆心为 O , 与 BC 的切点为 M ,

连接 OM ,

则 $OM \perp MC$,

$$\therefore \angle OMC = 90^\circ,$$

依题意知道 $\angle DCB = 45^\circ$,

设 AB 为 $2x$,

$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

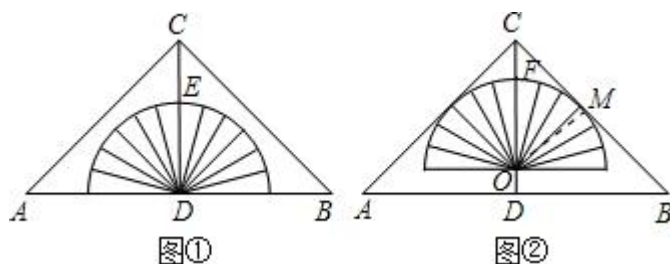
$$\therefore CD = BD = x,$$

而 $CE = 5\text{cm}$, 又将量角器沿 DC 方向平移 2cm ,

$$\therefore \text{半圆的半径为 } x - 5, \quad OC = x - 2,$$

$$\begin{aligned}\therefore \sin \angle DCB &= \frac{OM}{CO} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \therefore \frac{x-5}{x-2} &= \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \therefore x &= \frac{10-2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}, \\ \therefore AB &= 2x = 2 \times \frac{10-2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \approx 24.5 \text{ (cm)}.\end{aligned}$$

故答案为：24.5.



【点评】 本题考查了圆的切线性质，及解直角三角形的知识．运用切线的性质来进行计算或论证，常通过作辅助线连接圆心和切点，利用垂直构造直角三角形解决有关问题．

18. **【分析】** 先求出 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 和点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ 的坐标，利用三角形的面积公式计算 $\triangle OA_1B_1$ 的面积；四边形 $A_1A_2B_2B_1$ 的面积，四边形 $A_2A_3B_3B_2$ 的面积， $\dots$ 四边形 $A_{n-1}A_nB_nB_{n-1}$ 的面积，则通过两个三角形的面积差计算，这样得到 $S_n = n - \frac{1}{2}$ ，然后把 $n = 2011$ 代入即可．

【解答】 解： $\because$ 函数 $y = x$ 的图象与直线 $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ 分别交于点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$,

$$\therefore A_1(1, 1), A_2(2, 2), A_3(3, 3) \dots A_n(n, n),$$

又 $\because$ 函数 $y = 2x$ 的图象与直线 $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ 分别交于点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$,

$$\therefore B_1(1, 2), B_2(2, 4), B_3(3, 6), \dots B_n(n, 2n),$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2 - 1),$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (4 - 2) - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2 - 1),$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (6 - 3) - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (4 - 2),$$

$\dots$

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (2n - n) - \frac{1}{2} \cdot (n - 1) [2(n - 1) - (n - 1)]$$

$$= \frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{2} (n - 1)^2$$

$$= n - \frac{1}{2}.$$

$$\text{当 } n = 2011, S_{2011} = 2011 - \frac{1}{2} = 2010.5.$$

故答案为 2010.5.

【点评】 本题考查了两条直线交点坐标的求法：利用两个图象的解析式建立方程组，解方程组即可；也考查了三角形的面积公式以及梯形的面积公式.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19. **【分析】** 观察可得最简公分母是 $(x-1)(x+1)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】 解：方程的两边同乘 $(x-1)(x+1)$ ，得

$$3x+3-x-3=0,$$

解得 $x=0$.

检验：把 $x=0$ 代入 $(x-1)(x+1)=-1 \neq 0$.

$\therefore$ 原方程的解为： $x=0$.

【点评】 本题考查了分式方程的解法，注：（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.（2）解分式方程一定要注意验根.

20. **【分析】**（1）能. 连接对应点，作对应点连线的垂直平分线，两条垂直平分线的交点为旋转中心；

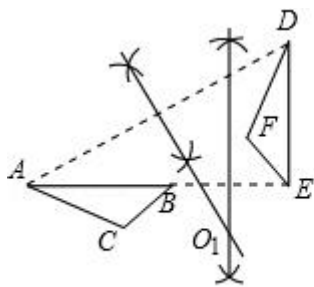
（2）能. 根据三角形的全等关系，找出对应点并连线，作对应点连线的垂直平分线，两条垂直平分线的交点即为旋转中心.

【解答】 解：（1）能.

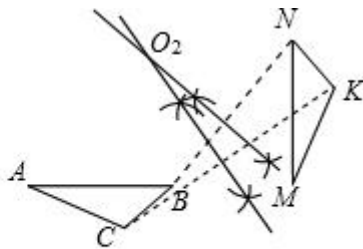
点 O_1 就是所求作的旋转中心；

（2）能.

点 O_2 就是所求作的旋转中心.



图①



图②

【点评】本题考查了旋转变换的作图．关键是明确旋转中心与对应点的连线相等的性质，故作对应点连线的垂直平分线．

21. 【分析】依据题意先用列表法或画树状图法分析所有等可能的出现结果，然后根据概率公式游戏双方获胜的概率，比较是否相等即可，游戏双方获胜的概率相同，游戏就公平，否则游戏不公平．

【解答】解：公平．

理由：

甲 乙	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

∴一共有 36 种结果，每种结果出现的可能性是相同的，其中两个数字之和为偶数的有 18 种，数字之和为奇数的有 18 种，

$$\therefore P(\text{甲胜}) = P(\text{乙胜}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}.$$

∴游戏是公平的．

【点评】本题考查的是游戏公平性的判断．判断游戏公平性就要计算每个事件的概率，概率相等就公平，否则就不公平．

22. 【分析】根据题意可知，本题中的相等关系是“自行车路段和长跑路段共 5 千米”和“用时 15 分钟”，列方程组求解即可．

【解答】解：方法 1：设自行车路段的长度为 x 米，长跑路段的长度为 y 米，则：

$$\begin{cases} x+y=5000 \\ \frac{x}{600}+\frac{y}{200}=15 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=3000 \\ y=2000 \end{cases}$.

答：自行车路段的长度为 3000 米，长跑路段的长度为 2000 米.

方法 2：设自行车路段的长度为 x 米，长跑路段的长度为 $(5000 - x)$ 米，则：

$$\frac{x}{600} + \frac{5000-x}{200} = 15,$$

解得 $x = 3000$,

$$5000 - x = 5000 - 3000 = 2000.$$

答：自行车路段的长度为 3000 米，长跑路段的长度为 2000 米.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用，解题关键是弄清题意，合适的等量关系，列出方程组. 注意弄清骑自行车的时间、跑步的时间与共用时之间的关系.

23. 【分析】过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M ，根据题意可求出 BC 的长度，然后在 $\triangle EFD$ 中可求出 $\angle EDF = 45^\circ$ ，进而可得出答案.

【解答】解：过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M ,

在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AC = 10$,

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ, BC = AC \times \tan 60^\circ = 10\sqrt{3},$$

$$\because AB \parallel CF,$$

$$\therefore BM = BC \times \sin 30^\circ = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{3},$$

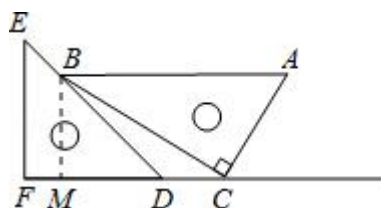
$$CM = BC \times \cos 30^\circ = 15,$$

在 $\triangle EFD$ 中， $\angle F = 90^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle EDF = 45^\circ,$$

$$\therefore MD = BM = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = CM - MD = 15 - 5\sqrt{3}.$$



【点评】本题考查了解直角三角形的性质及平行线的性质，难度较大，解答此类题目的

关键根据题意建立三角形利用所学的三角函数的关系进行解答.

24. 【分析】(1) 根据矩形的性质和折叠的性质求出 $\angle KNM$, $\angle KMN$ 的度数, 根据三角形内角和即可求解;

(2) 过 M 点作 $ME \perp DN$, 垂足为 E , 通过证明 $NK > 1$, 由三角形面积公式可得 $\triangle MNK$ 的面积不可能小于 $\frac{1}{2}$;

(3) 分情况一: 将矩形纸片对折, 使点 B 与 D 重合, 此时点 K 也与 D 重合; 情况二: 将矩形纸片沿对角线 AC 对折, 此时折痕即为 AC 两种情况讨论求解.

【解答】解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AM \parallel DN.$$

$$\therefore \angle KNM = \angle 1.$$

$$\because \angle 1 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle KNM = \angle KMN = \angle 1 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle MKN = 40^\circ.$$

(2) 不能.

过 M 点作 $ME \perp DN$, 垂足为 E , 则 $ME = AD = 1$.

$$\because \angle KNM = \angle KMN,$$

$$\therefore MK = NK,$$

$$\text{又} \because MK \geq ME,$$

$$\therefore NK \geq 1.$$

$$\therefore \triangle MNK \text{ 的面积} = \frac{1}{2} NK \cdot ME \geq \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \triangle MNK \text{ 的面积不可能小于 } \frac{1}{2}.$$

(3) 分两种情况:

情况一: 将矩形纸片对折, 使点 B 与 D 重合, 此时点 K 也与 D 重合.

$$MK = MB = x, \text{ 则 } AM = 5 - x.$$

$$\text{由勾股定理得 } 1^2 + (5 - x)^2 = x^2,$$

$$\text{解得 } x = 2.6.$$

$$\therefore MD = ND = 2.6.$$

$$S_{\triangle MNK} = S_{\triangle MND} = \frac{1 \times 2.6}{2} = 1.3.$$

情况二：将矩形纸片沿对角线 AC 对折，此时折痕即为 AC 。

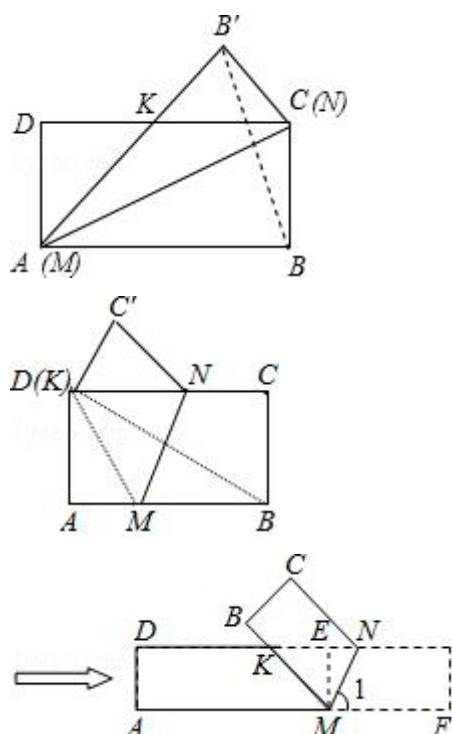
$MK = AK = CK = x$ ，则 $DK = 5 - x$ 。

同理可得 $MK = NK = 2.6$ 。

$\therefore MD = 1$ ，

$$\therefore S_{\triangle MNK} = \frac{1 \times 2.6}{2} = 1.3.$$

$\triangle MNK$ 的面积最大值为 1.3。



【点评】 本题考查了翻折变换（折叠问题），矩形的性质，勾股定理，三角形的面积计算，注意分类思想的运用，综合性较强，有一定的难度。

25. **【分析】**（1）把点 E 、 A 、 B 的坐标代入函数表达式，即可求出 a 、 b 、 c 的值；

（2）根据 C 点的坐标求出直线 CD 的解析式，然后结合图形设出 K 点的坐标 $(t, 0)$ ，表达出 H 点和 G 点的坐标，列出 HG 关于 t 的表达式，根据二次函数的性质求出最大值；

（3）需要讨论解决，①若线段 AC 是以点 A 、 C 、 M 、 N 为顶点的平行四边形的边，当点 N 在点 M 的左侧时， $MN = 3 - n$ ；当点 N 在点 M 的右侧时， $MN = n - 3$ ，然后根据已知条件在求 n 的坐标就容易了

②若线段 AC 是以点 A 、 C 、 M 、 N 为顶点的平行四边形的对角线时，由“点 C 与点 A 关于点 B 中心对称”知：点 M 与点 N 关于点 B 中心对称，取点 F 关于点 B 的对称点 P ，

则 P 点坐标为 $(-1, 0)$, 过 P 点作 $NP \perp x$ 轴, 交抛物线于点 N , 结合已知条件再求 n 的坐标就容易了.

【解答】解: (1) 设抛物线的函数表达式为 $y = a(x-1)(x+3)$

$\because$ 抛物线交 y 轴于点 $E(0, -3)$, 将该点坐标代入上式, 得 $a = 1$

$\therefore$ 所求函数表达式为 $y = (x-1)(x+3)$,

即 $y = x^2 + 2x - 3$;

(2) $\because$ 点 C 是点 A 关于点 B 的对称点, 点 A 坐标 $(-3, 0)$, 点 B 坐标 $(1, 0)$,

$\therefore$ 点 C 坐标 $(5, 0)$,

$\therefore$ 将点 C 坐标代入 $y = -x + m$, 得 $m = 5$,

$\therefore$ 直线 CD 的函数表达式为 $y = -x + 5$,

设 K 点的坐标为 $(t, 0)$, 则 H 点的坐标为 $(t, -t + 5)$, G 点的坐标为 $(t, t^2 + 2t - 3)$,

$\because$ 点 K 为线段 AB 上一动点,

$\therefore -3 \leq t \leq 1$,

$\therefore HG = (-t + 5) - (t^2 + 2t - 3) = -t^2 - 3t + 8 = -\left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{41}{4}$,

$\because -3 < -\frac{3}{2} < 1$,

$\therefore$ 当 $t = -\frac{3}{2}$ 时, 线段 HG 的长度有最大值 $\frac{41}{4}$;

(3) $\because$ 点 F 是线段 BC 的中点, 点 $B(1, 0)$, 点 $C(5, 0)$,

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(3, 0)$,

$\because$ 直线 l 过点 F 且与 y 轴平行,

$\therefore$ 直线 l 的函数表达式为 $x = 3$,

$\because$ 点 M 在直线 l 上, 点 N 在抛物线上,

$\therefore$ 设点 M 的坐标为 $(3, m)$, 点 N 的坐标为 $(n, n^2 + 2n - 3)$,

$\because$ 点 $A(-3, 0)$, 点 $C(5, 0)$,

$\therefore AC = 8$,

分情况讨论:

①若线段 AC 是以点 A, C, M, N 为顶点的平行四边形的边, 则需 $MN \parallel AC$, 且 $MN = AC = 8$.

当点 N 在点 M 的左侧时, $MN = 3 - n$,

$\therefore 3 - n = 8$, 解得 $n = -5$,

$\therefore N$ 点的坐标为 $(-5, 12)$,

当点 N 在点 M 的右侧时, $MN = n - 3$,

$\therefore n - 3 = 8$,

解得 $n = 11$,

$\therefore N$ 点的坐标为 $(11, 140)$,

②若线段 AC 是以点 A 、 C 、 M 、 N 为顶点的平行四边形的对角线, 由“点 C 与点 A 关于点 B 中心对称”知: 点 M 与点 N 关于点 B 中心对称, 取点 F 关于点 B 的对称点 P , 则 P 点坐标为 $(-1, 0)$

过 P 点作 $NP \perp x$ 轴, 交抛物线于点 N ,

将 $x = -1$ 代入 $y = x^2 + 2x - 3$, 得 $y = -4$,

过点 N 作直线 NM 交直线 l 于点 M ,

在 $\triangle BPN$ 和 $\triangle BFM$ 中,

$\angle NBP = \angle MBF$,

$BF = BP$,

$\angle BPN = \angle BFM = 90^\circ$,

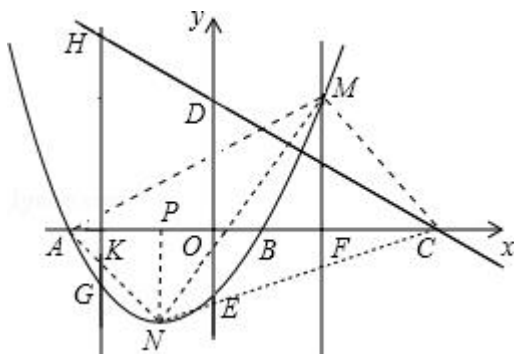
$\therefore \triangle BPN \cong \triangle BFM$,

$\therefore NB = MB$,

$\therefore$ 四边形 $ANCM$ 为平行四边形,

$\therefore$ 坐标 $(-1, -4)$ 的点 N 符合条件,

$\therefore$ 当 N 的坐标为 $(-5, 12)$, $(11, 140)$, $(-1, -4)$ 时, 以点 A 、 C 、 M 、 N 为顶点的四边形为平行四边形.



【点评】 本题主要考查了待定系数法求二次函数解析式函数图象交点的求法等知识点、

平行四边形的判定和性质等知识点，主要考查学生数形结合的数学思想方法．综合性强，考查学生分类讨论，数形结合的数学思想方法．