

2010 年山东省菏泽市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) 2010 年元月 19 日，山东省气象局预报我市元月 20 日的最高气温是 4°C ，最低气温是 -6°C ，那么我市元月 20 日的最大温差是 ()

A. 10°C B. 6°C C. 4°C D. 2°C

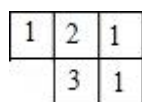
2. (3 分) 负实数 a 的倒数是 ()

A. $-a$ B. $\frac{1}{a}$ C. $-\frac{1}{a}$ D. a

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

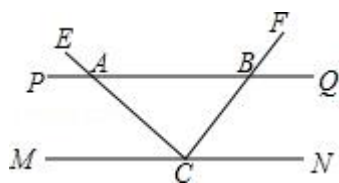
A. $(a+b)(b-a) = a^2 - b^2$ B. $(a-2)^2 = a^2 - 4$
C. $a^3 + a^3 = 2a^6$ D. $(-3a^2)^2 = 9a^4$

4. (3 分) 如图是一个由多个相同小正方体堆积而成的几何体的俯视图，图中所示数字为该位置小正方体的个数，则这个几何体的左视图是 ()



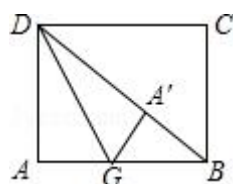
A. B. C. D.

5. (3 分) 如图，直线 $PQ \parallel MN$ ， C 是 MN 上一点， CE 交 PQ 于 A ， CF 交 PQ 于 B ，且 $\angle ECF = 90^{\circ}$ ，如果 $\angle FBQ = 50^{\circ}$ ，则 $\angle ECM$ 的度数为 ()



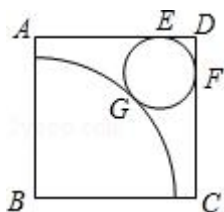
A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

6. (3 分) 如图，矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 3$ ，折叠纸片使 AD 边与对角线 BD 重合，折痕为 DG ，记与点 A 重合的点为 A' ，则 $\triangle A'BG$ 的面积与该矩形面积的比为 ()



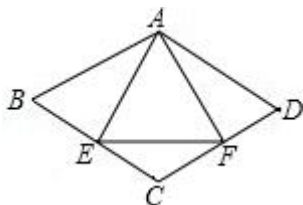
- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{6}$

7. (3分) 如图所示, 在正方形铁皮中, 剪下一个圆和一个扇形, 使余料尽量少. 用圆做圆锥的底面, 用扇形做圆锥的侧面, 正好围成一个圆锥, 若圆的半径为 r , 扇形的半径为 R , 那么 ()



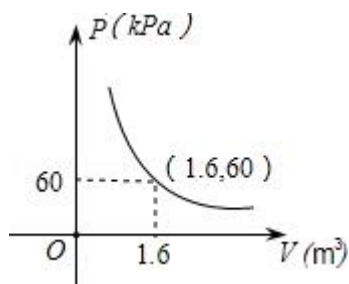
- A. $R = 2r$ B. $R = r$ C. $R = 3r$ D. $R = 4r$

8. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 2\text{cm}$, E 、 F 分别是 BC 、 CD 的中点, 连接 AE 、 EF 、 AF , 则 $\triangle AEF$ 的周长为 ()



- A. $2\sqrt{3}\text{cm}$ B. $3\sqrt{3}\text{cm}$ C. $4\sqrt{3}\text{cm}$ D. 3cm

9. (3分) 某气球内充满了一定质量的气体, 当温度不变时, 气球内气体的气压 P (kPa) 是气体体积 V (m^3) 的反比例函数, 其图象如图所示. 当气球内的气压大于 120kPa 时, 气球将爆炸. 为了安全起见, 气球的体积应 ()



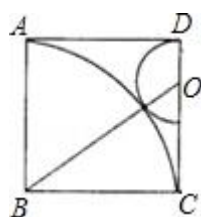
- A. 不小于 $\frac{5}{4}\text{m}^3$ B. 小于 $\frac{5}{4}\text{m}^3$ C. 不小于 $\frac{4}{5}\text{m}^3$ D. 小于 $\frac{4}{5}\text{m}^3$

10. (3分) 某医院决定抽调甲、乙、丙、丁 4 名医护人员参加抗震救灾, 先随机地从这 4 人中抽取 2 人作为第一批救灾医护人员, 那么丁医护人员被抽到作为第一批救灾医护人员的概率是 ()

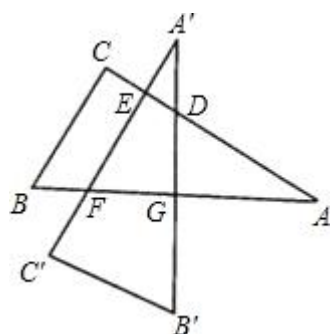
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

11. (3分) 将多项式 $a^3 - 6a^2b + 9ab^2$ 分解因式得_____.
12. (3分) 地球距离月球表面约为 384 000 千米, 将这个距离用科学记数法 (保留两个有效数字) 表示应为_____千米.
13. (3分) 若关于 x 的不等式 $3m - 2x < 5$ 的解集是 $x > 2$, 则实数 m 的值为_____.
14. (3分) 已知 2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - p = 0$ 的一个根, 则该方程的另一个根是_____.
15. (3分) 已知点 P 的坐标为 (m, n) , O 为坐标原点, 连接 OP , 将线段 OP 绕 O 点顺时针旋转 90° 得 OP' , 则点 P' 的坐标为_____.
16. (3分) 刘谦的魔术表演风靡全国, 小明也学起了刘谦发明了一个魔术盒, 当任意实数对 (a, b) 进入其中时, 会得到一个新的实数: $a^2 + b - 1$, 例如把 $(3, -2)$ 放入其中, 就会得到 $3^2 + (-2) - 1 = 6$. 现将实数对 $(-2, -3)$ 放入其中, 得到实数是_____.
17. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, O 是 CD 边上的一点, 以 O 为圆心, OD 为半径的半圆恰好与以 B 为圆心, BC 为半径的扇形的弧外切, 则 $\angle OBC$ 的正弦值为_____.



18. (3分) 如图, 三角板 ABC 的两直角边 AC, BC 的长分别是 40cm 和 30cm , 点 G 在斜边 AB 上, 且 $BG = 30\text{cm}$, 将这个三角板以 G 为中心按逆时针旋转 90° , 至 $\triangle A'B'C'$ 的位置, 那么旋转后两个三角板重叠部分 (四边形 $EFGD$) 的面积为_____ cm^2 .



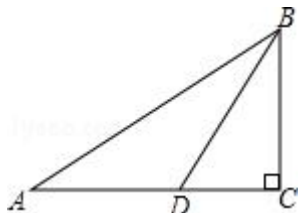
三、解答题 (共 6 小题, 满分 66 分)

19. (12分) (1) 计算: $\sqrt{12} - 4\sin 60^\circ + (4 - \pi)^0$

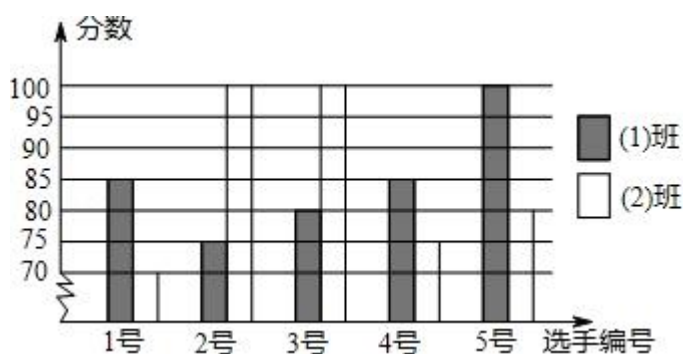
(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(x+2) < x+8 \\ \frac{x}{2} \leq \frac{x-1}{3} \end{cases}$$

(3) 解分式方程: $\frac{1-x}{x-2} + 2 = \frac{1}{2-x}$

20. (8分) 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, $CD = 5\text{cm}$, 求 AB 的长.



21. (10分) 某中学初三(1)班、(2)班各选5名同学参加“爱我中华”演讲比赛, 其预赛成绩(满分100分)如图所示:



(1) 根据上图信息填写下表:

	平均数	中位数	众数
初三(1)班	85		85
初三(2)班	85	80	

(2) 根据两班成绩的平均数和中位数, 分析哪班成绩较好?

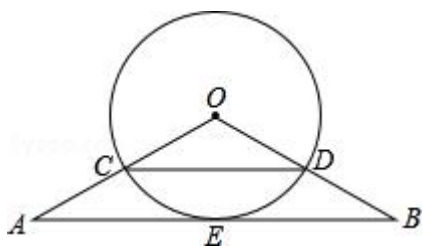
(3) 如果每班各选2名同学参加决赛, 你认为哪个班实力更强些? 请说明理由.

22. (12分) 如图, $\triangle OAB$ 中, $OA = OB$, $\angle A = 30^\circ$, $\odot O$ 经过 AB 的中点 E 分别交 OA 、 OB 于 C 、 D 两点, 连接 CD .

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 求证: $CD \parallel AB$.

(3) 若 $CD = 4\sqrt{3}$, 求扇形 $OCED$ 的面积.



23. (12 分) 我市为绿化城区, 计划购买甲、乙两种树苗共计 500 棵, 甲种树苗每棵 50 元, 乙种树苗每棵 80 元, 调查统计得: 甲、乙两种树苗的成活率分别为 90%, 95%.

(1) 如果购买两种树苗共用 28000 元, 那么甲、乙两种树苗各买了多少棵?

(2) 市绿化部门研究决定, 购买树苗的钱数不得超过 34000 元, 应如何选购树苗?

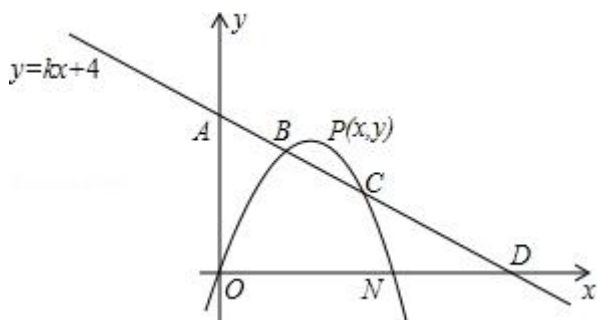
(3) 要使这批树苗的成活率不低于 92%, 且使购买树苗的费用最低, 应如何选购树苗? 最低费用是多少?

24. (12 分) 如图所示, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过原点 O , 与 x 轴交于另一点 N , 直线 $y = kx + 4$ 与两坐标轴分别交于 A 、 D 两点, 与抛物线交于 $B(1, m)$ 、 $C(2, 2)$ 两点.

(1) 求直线与抛物线的解析式;

(2) 若抛物线在 x 轴上方的部分有一动点 $P(x, y)$, 设 $\angle PON = \alpha$, 求当 $\triangle PON$ 的面积最大时 $\tan \alpha$ 的值;

(3) 若动点 P 保持 (2) 中的运动路线, 问是否存在点 P , 使得 $\triangle POA$ 的面积等于 $\triangle PON$ 面积的 $\frac{8}{15}$? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2010 年山东省菏泽市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 【分析】用最高气温减去最低气温，根据有理数的减法法则减去一个数等于加上这个数的相反数计算即可.

【解答】解： $4 - (-6) = 4 + 6 = 10^{\circ}\text{C}$.

故选：A.

【点评】本题是与生活实际相联系，列式后利用有理数的减法运算法则计算求解.

2. 【分析】根据倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数可知.

【解答】解：根据倒数的定义可知，负实数 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

故选：B.

【点评】本题主要考查了倒数的定义.

3. 【分析】根据平方差、完全平方公式，合并同类项，积的乘方等知识进行计算即可.

【解答】解：A、应为 $(a+b)(b-a) = b^2 - a^2$ ，故本选项错误；

B、应为 $(a-2)^2 = a^2 - 4a + 4$ ，故本选项错误；

C、应为 $a^3 + a^3 = (1+1)a^3 = 2a^3$ ，故本选项错误；

D、 $(-3a^2)^2 = (-3)^2 a^{2 \times 2} = 9a^4$ ，正确.

故选：D.

【点评】本题考查平方差公式，完全平方公式，合并同类项法则，积的乘方的性质，熟练掌握运算法则和公式是解题的关键.

4. 【分析】由俯视图易得此组合几何体有 3 层，三列，2 行. 找从左面看所得到的图形，应看俯视图有几行，每行上的小正方体最多有几个.

【解答】解：从左面看可得到 2 列正方形从左往右的个数依次为 2，3，故选 D.

【点评】本题考查了三视图的知识，左视图是从物体的左面看得到的视图.

5. 【分析】先根据两直线平行，同位角相等求出 $\angle BCN$ ，再利用平角定义即可求出.

【解答】解： $\because PQ \parallel MN$ ， $\angle FBQ = 50^{\circ}$ ，

$\therefore \angle BCN = \angle FBQ = 50^{\circ}$ ，

又 $\angle ECF = 90^{\circ}$ ，

$\therefore \angle ECM = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 50^{\circ} = 40^{\circ}$.

故选：C.

【点评】本题是基础题，主要利用平行线的性质和平角的定义解答.

6. 【分析】根据已知条件，易求 $BD = 5$. 根据折叠的性质 $DA' = AD = 3$ ，得 $A'B = 2$. 根据 $\triangle ABD \sim \triangle A'BG$ 可得面积之间的比值，再进一步求与矩形面积的比.

【解答】解：∵ 矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 3$ ，

$$\therefore BD = 5,$$

$$\therefore DA' = AD,$$

$$\therefore A'B = 2.$$

$$\therefore \angle BA'G = \angle A = 90^\circ, \quad \angle A'BG = \angle ABD,$$

$$\therefore \triangle A'BG \sim \triangle ABD,$$

$$\therefore S_{\triangle A'BG} : S_{\triangle ABD} = \left(\frac{A'B}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} : S_{\text{矩形}ABCD} = 1 : 2,$$

$$\therefore S_{\triangle A'BG} : S_{\text{矩形}ABCD} = 1 : 8.$$

故选：C.

【点评】此题考查了图形的折叠变换，同时考查了相似三角形的判定和性质，综合性较强.

7. 【分析】让扇形的弧长等于圆的周长即可.

【解答】解：根据扇形的弧长等于圆的周长，

∴ 扇形弧长等于小圆的周长，

$$\text{即：} \frac{90\pi \times R}{180} = 2\pi r,$$

解得 $R = 4r$ ，故选 D.

【点评】考查了扇形的弧长公式；圆的周长公式；用到的知识点为：圆锥的弧长等于底面周长.

8. 【分析】首先根据菱形的性质证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ ，然后连接 AC 可推出 $\triangle ABC$ 以及 $\triangle ACD$ 为等边三角形. 根据等腰三角形三线合一的定理又可推出 $\triangle AEF$ 是等边三角形. 根据勾股定理可求出 AE 的长继而求出周长.

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB = AD = BC = CD, \quad \angle B = \angle D,$$

∵ E 、 F 分别是 BC 、 CD 的中点，

$$\therefore BE = DF,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 中,

$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle B=\angle D \\ BE=DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AE = AF, \angle BAE = \angle DAF.$$

连接 AC ,

$$\because \angle B = \angle D = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 是等边三角形,

$\therefore AE \perp BC, AF \perp CD$ (等腰三角形底边上的中线与底边上的高线重合),

$$\therefore \angle BAE = \angle DAF = 30^\circ,$$

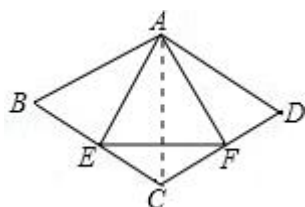
$$\therefore \angle EAF = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形.

$$\therefore AE = \sqrt{3}cm,$$

$$\therefore \text{周长是 } 3\sqrt{3}cm.$$

故选: B .



【点评】此题考查的知识点:菱形的性质、等边三角形的判定和三角形中位线定理.

9. **【分析】**根据题意可知温度不变时,气球内气体的气压 P (kPa)是气体体积 V (m^3)的反比例函数,且过点 $(1.6, 60)$ 故 $P \cdot V = 96$;故当 $P \leq 120$,可判断 $V \geq \frac{4}{5}$.

【解答】解:设球内气体的气压 P (kPa)和气体体积 V (m^3)的关系式为 $P = \frac{k}{V}$,

$\because$ 图象过点 $(1.6, 60)$

$$\therefore k = 96$$

即 $P = \frac{96}{V}$ 在第一象限内, P 随 V 的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } P \leq 120 \text{ 时, } V = \frac{96}{P} \geq \frac{4}{5}.$$

故选: C .

【点评】根据图象上的已知点的坐标，利用待定系数法求出函数解析式.

10. 【分析】列举出所有情况，看丁医护人员被抽到作为第一批救灾医护人员的情况占所有情况的多少即为所求的概率.

【解答】解：从这 4 人中抽取 2 人的情况共有 6 种，

甲乙、甲丙、甲丁；

乙丙、乙丁；

丙丁.

丁被抽到的情况有 3 中；丁医护人员被抽到作为第一批救灾医护人员的概率是 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

故选：A.

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，

其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

二、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

11. 【分析】这个多项式含有公因式 a ，分解因式时应先提取公因式 a ，然后再利用完全平方公式分解.

【解答】解： $a^3 - 6a^2b + 9ab^2$ ，
 $= a(a^2 - 6ab + 9b^2)$ ， $\cdots$ （提取公因式）
 $= a(a - 3b)^2$ ． $\cdots$ （完全平方公式）

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解，注意要分解完全.

12. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式．其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．本题中 384 000 有 6 位整数， $n = 6 - 1 = 5$ ．

有效数字是从左边第一个不是 0 的数字起后面所有的数字都是有效数字．

用科学记数法表示的数的有效数字只与前面的 a 有关，与 10 的多少次方无关．

【解答】解：384 000 千米 $= 3.84 \times 10^5$ 千米 $\approx 3.8 \times 10^5$ 千米．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

用科学记数法表示的数的有效数字只与前面的 a 有关，与 10 的多少次方无关．

13. 【分析】首先求出不等式的解集，然后与 $x > 2$ 比较，就可以得出 m 的值．

【解答】解：解不等式 $3m - 2x < 5$ ，

$$\text{得 } x > \frac{3m-5}{2},$$

又 $\because$ 此不等式的解集是 $x > 2$,

$$\therefore \frac{3m-5}{2} = 2,$$

$$\therefore m = 3.$$

故答案为: 3.

【点评】 主要考查了一元一次不等式的解法. 解一元一次不等式的一般步骤是: 去分母, 去括号, 移项, 合并同类项, 系数化为 1.

14. **【分析】** 根据根与系数的关系: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$, 此题选择两根和即可求得.

【解答】 解: $\because 2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - p = 0$ 的一个根,

$$\therefore 2 + x_1 = -4,$$

$$\therefore x_1 = -6,$$

$\therefore$ 该方程的另一个根是 -6 .

【点评】 此题主要考查了一元二次方程的根与系数的关系.

15. **【分析】** 不妨设点 P 在第一象限, 画出图形分析. 将线段 OP 绕 O 点顺时针旋转 90° 得 OP' , P' 落在第四象限, 根据旋转前后对应线段相等确定 P' 坐标.

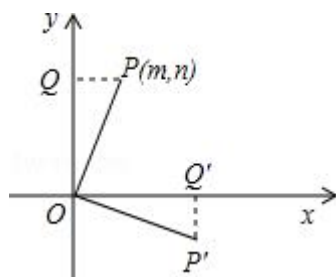
【解答】 解: 不妨设点 P 在第一象限, OP 旋转后位置如图所示.

作 $PQ \perp y$ 轴于 Q , $P'Q' \perp x$ 轴于 Q' .

$$\because P(m, n), \therefore PQ = m, OQ = n.$$

$$\therefore OQ' = n, P'Q' = m.$$

$$\therefore P'(n, -m).$$



【点评】 对于坐标平面上的点顺时针旋转 90° 后的坐标变化是纵坐标变为横坐标, 横坐标变为纵坐标的相反数.

16. **【分析】** 根据题意, 当任意实数对 (a, b) 进入其中时, 会得到一个新的实数: $a^2 + b - 1$. 实数对 $(-2, -3)$ 中, -2 相当于 a , -3 相当于 b , 代入, 利用实数的运算法则即可.

【解答】解：首先将实数对 $(-2, -3)$ 放入其中，就会得到 $(-2)^2 + (-3) - 1 = 0$ 。
因此得到的实数是 0。

故答案为：0。

【点评】本题考查实数的综合运算能力，要注意参考当任意实数对 (a, b) 进入其中时，会得到一个新的实数： $a^2 + b - 1$ ，这一关系，代入求值。

17. 【分析】设正方形的边长是 1，半圆的半径是 x 。根据两圆外切，则圆心距等于两圆半径之和表示 OB 的长，从而根据勾股定理求得 x 的值，进一步根据锐角三角函数的概念求解。

【解答】解：设正方形的边长是 1，半圆的半径是 x 。

则 $OB = 1 + x$ ， $OC = 1 - x$ 。

在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中，根据勾股定理，得

$$(1+x)^2 = (1-x)^2 + 1,$$

$$x = \frac{1}{4}.$$

$$\text{则 } OB = \frac{5}{4}, \quad OC = \frac{3}{4}.$$

$$\text{则 } \sin \angle OBC = \frac{OC}{OB} = \frac{3}{5}.$$

【点评】此题主要考查了相切两圆的性质、勾股定理以及锐角三角函数的概念。

18. 【分析】把所求重叠部分面积看作 $\triangle A'FG$ 与 $\triangle A'DE$ 的面积差，并且这两个三角形都与 $\triangle ABC$ 相似，根据勾股定理求对应边的长，根据相似三角形的面积比等于相似比的平方求面积即可。

【解答】解：由勾股定理得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$ ，

又 $\because BG = 30$ ，

$$\therefore AG = AB - BG = 20,$$

由 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ 得， $\frac{DG}{BC} = \frac{AG}{AC} = \frac{AD}{AB}$ ，即 $\frac{DG}{30} = \frac{20}{40} = \frac{AD}{50}$ ，

解得 $DG = 15$ ， $AD = 25$ ，

$$A'D = A'G - DG = AG - GD = 20 - 15 = 5,$$

由 $\triangle A'DE \sim \triangle A'B'C'$ ，可知 $\frac{A'D}{A'B'} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$ ，

由 $\triangle A'GF \sim \triangle A'C'B'$ ，可知 $\frac{A'G}{A'C'} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

根据相似三角形面积比等于相似比的平方，可知

$$S_{\text{四边形} EFGD} = S_{\triangle A'FG} - S_{\triangle A'DE} = \frac{1}{4}S_{\triangle A'B'C'} - \frac{1}{100}S_{\triangle A'B'C'} = \frac{24}{100} \times \frac{1}{2} \times 40 \times 30 = 144\text{cm}^2.$$

【点评】 本题考查了旋转图形的面积不变，勾股定理、相似三角形的性质的运用.

三、解答题（共 6 小题，满分 66 分）

19. 【分析】（1）根据二次根式的化简、特殊三角函数值、零指数次幂的法则计算；

（2）分别解一元一次不等式，然后求出两个不等式的交集即可；

（3）最简公分母是 $(x-2)$ ，方程两边都乘以最简公分母，化为整式方程求解.

【解答】解：

$$(1) \text{原式} = 2\sqrt{3} - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 1;$$

(2) 解①得 $x < 1$,

解②得 $x \leq -2$.

所以原不等式的解集是 $x \leq -2$;

(3)

原方程两边同时乘以 $(2-x)$,

$$\text{得: } -(1-x) + 2(2-x) = 1$$

解得: $x = 2$,

经检验: $x = 2$ 是原方程的增根,

所以原方程无解.

【点评】 注意：解不等式组求的是两个不等式解的公共部分；解分式方程必须验根.

20. 【分析】 先有 $\angle A = 30^\circ$ ，那么 $\angle ABC = 60^\circ$ ，结合 BD 是角平分线，那么可求出 $\angle DBC = \angle ABD = 30^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中，利用直角三角形中 30° 的角所对的直角边等于斜边的一半，可求出 BD ，再利用勾股定理可求 BC ，同理，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = 2BC$ ，即可求 AB .

【解答】解： $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = DB,$$

又 $\because$ $\text{Rt}\triangle CBD$ 中， $CD = 5\text{cm}$,

$$\therefore BD = 10\text{cm},$$

$$\therefore BC = \sqrt{BD^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \text{ cm},$$

$$\therefore AB = 2BC = 10\sqrt{3} \text{ cm}.$$

【点评】 本题利用了角平分线定义、直角三角形中 30° 的角所对的直角边等于斜边的一半、勾股定理等知识.

21. **【分析】** (1) 根据中位数和众数的定义填空.

(2) 根据平均数和中位数比较两个班的成绩.

(3) 把两个班的平均数, 众数与中位数结合起来分析, 得出结果.

【解答】 解: (1) 中位数填 85, 众数填 100.

(2) 因为两班的平均数都相同, 但初三(1)班的中位数高, 所以初三(1)班的成绩较好.

(3) 如果每个班各选 2 名同学参加决赛, 我认为初三(2)班实力更强些.

因为, 虽然两班的平均数相同, 但在前两名的高分区中初三(2)班的成绩为 100 分, 而初三(1)班的成绩为 100 分和 85 分.

【点评】 本题考查了运用平均数, 中位数与众数解决实际问题的能力.

平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数.

众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

22. **【分析】** (1) 连接 OE 交 CD 于 F , 证 $OE \perp AB$ 即可. 根据等腰三角形性质易证;

(2) 可求 $\angle O = 120^\circ$, $\angle OCD = 30^\circ = \angle A$, 得证;

(3) 关键在求半径的长. 证 $OE \perp CD$, 根据垂径定理和三角函数可求半径. 根据扇形面积公式计算求解.

【解答】 (1) 证明: 连接 OE 交 CD 于 F .

$\because OA = OB$, E 是 AB 的中点,

$\therefore OE \perp AB$.

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 证明: 在 $\triangle OAB$, $\triangle OCD$ 中,

$$\angle COD = \angle AOB, CO = OD, OA = OB,$$

$$\therefore \angle OCD = \frac{180^\circ - \angle COD}{2}, \angle OAB = \frac{180^\circ - \angle AOB}{2},$$

$$\therefore \angle OCD = \angle OAB,$$

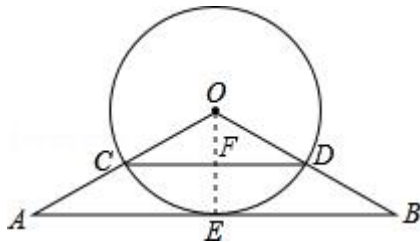
$$\therefore CD \parallel AB;$$

(3) 解: $\because CD \parallel AB, \angle A = 30^\circ, OE \perp AB, CD = 4\sqrt{3},$

$$\therefore \angle OCD = 30^\circ, OE \perp CD, CF = \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{3}, \angle COD = 120^\circ.$$

$$OC = \frac{CF}{\cos \angle OCD} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4.$$

$$S_{\text{扇形 } OCED} = \frac{120\pi \cdot 16}{360} = \frac{16}{3}\pi.$$



【点评】 此题考查了切线的判定、扇形的面积计算等知识点, 难度中等.

23. **【分析】** (1) 根据关键描述语“购买两种树苗共用 28000 元”, 列出方程求解.

(2) 找到关键描述语“购买树苗的钱数不得超过 34000 元”, 进而找到所求的量的等量关系, 列出不等式求解.

(3) 先找到关键描述语“这批树苗的成活率不低于 92%”, 进而找到所求的量的等量关系, 列出不等式求出甲种树苗的取值范围. 再根据题意列出购买两种树苗的费用之和与甲种树苗的函数关系式, 根据一次函数的特征求出最低费用.

【解答】 解: (1) 设购买甲种树苗 x 棵, 则乙种树苗 $(500 - x)$ 棵,

$$\text{由题意得: } 50x + 80(500 - x) = 28000$$

$$\text{解得 } x = 400$$

$$\text{所以 } 500 - x = 100$$

答: 购买甲种树苗 400 棵, 则乙种树苗 100 棵.

$$(2) \text{ 由题意得: } 50x + 80(500 - x) \leq 34000$$

$$\text{解得 } x \geq 200, (\text{注意 } x \leq 500)$$

答：购买甲种树苗不少于 200 棵，其余购买乙种树苗。（若为购买乙种树苗不多于 300 棵，其余购买甲种树苗也对）

（3）由题意得： $90\%x + 95\%(500 - x) \geq 500 \times 92\%$ ，

解得 $x \leq 300$

设购买两种树苗的费用之和为 y ，则 $y = 50x + 80(500 - x) = 40000 - 30x$

在此函数中， y 随 x 的增大而减小

所以当 $x = 300$ 时， y 取得最小值，其最小值为 $40000 - 30 \times 300 = 31000$ 元

答：购买甲种树苗 300 棵，乙种树苗 200 棵，即可满足这批树苗的成活率不低于 92%，又使购买树苗的费用最低，其最低费用为 31000 元。

【点评】 本题考查一元一次不等式组的应用，将现实生活中的事件与数学思想联系起来，读懂题列出不等式关系式即可求解。本题难点是求这批树苗的成活率不低于 92% 时，甲种树苗的取值范围。

24. **【分析】**（1）根据 C 点的坐标可确定直线 AD 的解析式，进而可求出 B 点坐标，将 B 、 C 、 O 三点坐标代入抛物线中，即可求得此二次函数的解析式；

（2）此题的关键是求出 P 点的坐标； $\triangle PON$ 中， ON 的长为定值，若 $\triangle PON$ 的面积最大，那么 P 点离 ON 的距离最远，即 P 点为抛物线的顶点，根据（1）所得的抛物线解析式即可求得 P 点的坐标，进而可求出 α 的正切值；

（3）设出点 P 的横坐标，根据抛物线的解析式可表示出 P 点的纵坐标；根据直线 AD 和抛物线的解析式可求出 A 、 N 的坐标；以 ON 为底， P 点纵坐标为高可得到 $\triangle OPN$ 的面积，以 OA 为底， P 点横坐标为高可得到 $\triangle OAP$ 的面积，根据题目给出的 $\triangle POA$ 和 $\triangle PON$ 的面积关系即可求出 P 点的横坐标，进而可求出 P 点的坐标。

【解答】 解：（1）将点 $C(2, 2)$ 代入直线 $y = kx + 4$ ，可得 $k = -1$

所以直线的解析式为 $y = -x + 4$

当 $x = 1$ 时， $y = 3$ ，

所以 B 点的坐标为 $(1, 3)$

将 B 、 C 、 O 三点的坐标分别代入抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ，

$$\text{可得} \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 2 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-2 \\ b=5 \\ c=0 \end{cases},$$

所以所求的抛物线为 $y = -2x^2 + 5x$.

(2) 因为 ON 的长是一定值,

所以当点 P 为抛物线的顶点时, $\triangle PON$ 的面积最大,

又该抛物线的顶点坐标为 $(\frac{5}{4}, \frac{25}{8})$, 此时 $\tan \angle PON = \frac{y}{x} = \frac{25}{8} : \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$.

(3) 存在;

把 $x=0$ 代入直线 $y = -x+4$ 得 $y=4$, 所以点 $A(0, 4)$

把 $y=0$ 代入抛物线 $y = -2x^2+5x$

得 $x=0$ 或 $x = \frac{5}{2}$, 所以点 $N(\frac{5}{2}, 0)$

设动点 P 坐标为 (x, y) ,

其中 $y = -2x^2+5x$ ($0 < x < \frac{5}{2}$)

则得: $S_{\triangle OAP} = \frac{1}{2}|OA| \cdot x = 2x$

$S_{\triangle ONP} = \frac{1}{2}|ON| \cdot y = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \cdot (-2x^2+5x) = \frac{5}{4}(-2x^2+5x)$

由 $S_{\triangle OAP} = \frac{8}{15}S_{\triangle ONP}$,

即 $2x = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4}(-2x^2+5x)$

解得 $x=0$ 或 $x=1$, 舍去 $x=0$

得 $x=1$, 由此得 $y=3$

所以得点 P 存在, 其坐标为 $(1, 3)$.

【点评】 此题考查了一次函数与二次函数解析式的确定、函数图象与坐标轴交点坐标的求法、图形面积的求法等知识, 主要考查学生数形结合的数学思想方法.