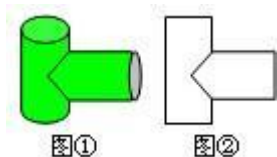


2010 年山东省聊城市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) 无理数 $-\sqrt{3}$ 的相反数是 ()
- A. $-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
2. (3 分) 使分式 $\frac{2x+1}{2x-1}$ 无意义的 x 的值是 ()
- A. $x = -\frac{1}{2}$ B. $x = \frac{1}{2}$ C. $x \neq -\frac{1}{2}$ D. $x \neq \frac{1}{2}$
3. (3 分) 据市旅游局统计，今年“五·一”小长假期间，我市旅游市场走势良好，假期旅游总收入达到 8.55 亿元，用科学记数法可以表示为 ()
- A. 8.55×10^6 B. 8.55×10^7 C. 8.55×10^8 D. 8.55×10^9
4. (3 分) 如图①放置的一个水管三叉接头，若其正视图如图②，则其俯视图是 ()



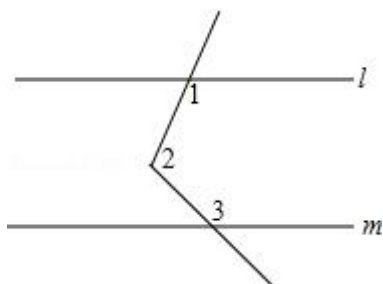
- A. B. C. D.

5. (3 分) 下列运算正确的是 ()
- A. $(3xy^2)^2 = 6xy^4$ B. $2x^{-2} = \frac{1}{4x^2}$
- C. $(-x)^7 \div (-x)^2 = -x^5$ D. $(6xy^2)^2 \div 3xy = 2$
6. (3 分) 某班主任老师为了对学生乱花钱的现象进行教育指导，对班里每位同学一周大约花钱数额进行了统计，如下表：

花钱数额 (元)	5	10	15	20	25
学生人数	7	12	18	10	3

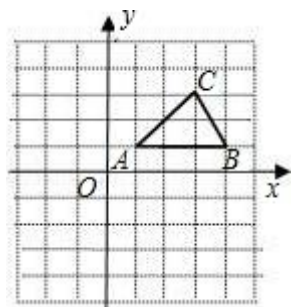
根据这个统计可知，该班学生一周花钱数额的众数、平均数是 ()

- A. 15, 14 B. 18, 14 C. 25, 12 D. 15, 12
7. (3 分) 如图, $l \parallel m$, $\angle 1 = 115^\circ$, $\angle 2 = 95^\circ$, 则 $\angle 3 =$ ()



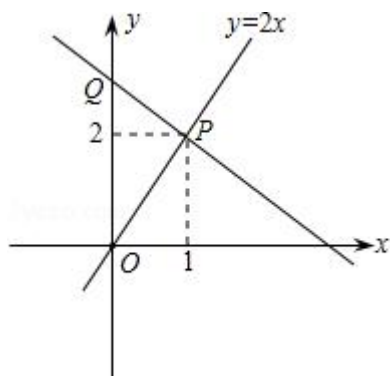
- A. 120° B. 130° C. 140° D. 150°

8. (3分) 已知 $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 将 $\triangle ABC$ 先向下平移 5 个单位, 再向左平移 2 个单位, 则平移后 C 点的坐标是 ()



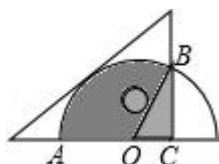
- A. (5, -2) B. (1, -2) C. (2, -1) D. (2, -2)

9. (3分) 如图, 过点 $Q(0, 3.5)$ 的一次函数的图象与正比例函数 $y = 2x$ 的图象相交于点 P , 能表示这个一次函数图象的方程是 ()



- A. $3x - 2y + 3.5 = 0$ B. $3x - 2y - 3.5 = 0$
C. $3x - 2y + 7 = 0$ D. $3x + 2y - 7 = 0$

10. (3分) 将一块三角板和半圆形量角器按图中方式叠放, 重叠部分 (阴影) 的量角器弧 $\widehat{AB}$ 对应的圆心角 ($\angle AOB$) 为 120° , AO 的长为 $4cm$, OC 的长为 $2cm$, 则图中阴影部分的面积为 ()



A. $(\frac{16\pi}{3} + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$

B. $(\frac{8\pi}{3} + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$

C. $(\frac{16\pi}{3} + 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

D. $(\frac{8\pi}{3} + 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

11. (3分) 函数 $y_1 = x$ ($x \geq 0$), $y_2 = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象如图所示, 下列结论:

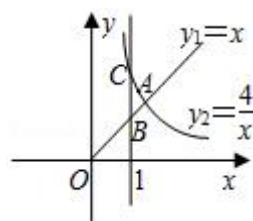
①两函数图象的交点坐标为 $A(2, 2)$;

②当 $x > 2$ 时, $y_2 > y_1$;

③直线 $x = 1$ 分别与两函数图象交于 B 、 C 两点, 则线段 BC 的长为 3;

④当 x 逐渐增大时, y_1 的值随着 x 的增大而增大, y_2 的值随着 x 的增大而减小.

则其中正确的是 ()



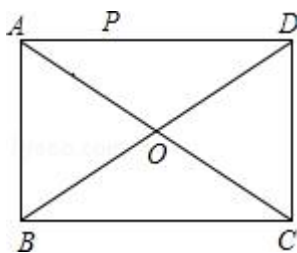
A. 只有①②

B. 只有①③

C. 只有②④

D. 只有①③④

12. (3分) 如图, 点 P 是矩形 $ABCD$ 的边 AD 上的一个动点, 矩形的两条边 AB 、 BC 的长分别为 3 和 4, 那么点 P 到矩形的两条对角线 AC 和 BD 的距离之和是 ()



A. $\frac{12}{5}$

B. $\frac{6}{5}$

C. $\frac{24}{5}$

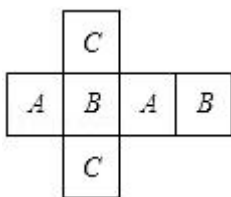
D. 不确定

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分)

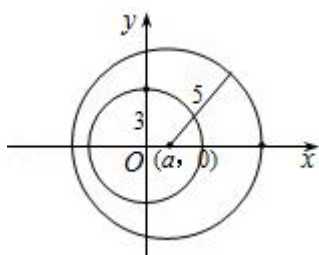
13. (3分) 化简: $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{\frac{4}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3分) 分解因式: $4x^2 - 25 = \underline{\hspace{2cm}}$.

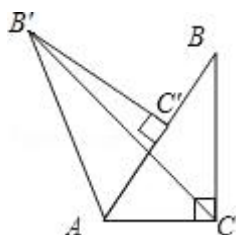
15. (3分) 一个材质均匀的正方体的六个面上分别标有字母 A 、 B 、 C , 其展开图如图所示
随机抛掷此正方体, A 面朝上的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



16. (3分) 如图, 小圆的圆心在原点, 半径为 3, 大圆的圆心坐标为 $(a, 0)$ 半径为 5. 如果两圆内含, 那么 a 的取值范围是_____.



17. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 6$, $\text{Rt}\triangle AB'C'$ 可以看作是由 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针方向旋转 60° 得到的, 则线段 $B'C$ 的长为_____.



三、解答题 (共 8 小题, 满分 69 分)

18. (8分) (1) 化简: $2a - (a - 1) + \frac{a^2 - 1}{a + 1}$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x+5) \geq 6 & \text{①} \\ 3-2x > 1+2x & \text{②} \end{cases}$$

19. (7分) 今年 3 月份, 我市教育局倡导中小学开展“4312”(“4312”, 即“四操”、“三球”、“一跑”、“二艺”活动的简称) 艺体普及活动某校学生会为了了解全校同学对“4312”中部分项目的喜爱情况, 随机调查了 200 名同学 (每位同学仅选一项最喜爱的项目), 根据调查结果制作了频数分布表:

(1) 请补全频数分布表;

(2) 在这次抽样调查中, 喜爱哪个体育项目的同学最多? 喜欢哪个体育项目的同学最少?

(3) 根据以上调查, 试估计该校 1620 名学生中最喜爱健美操的同学约有多少人?

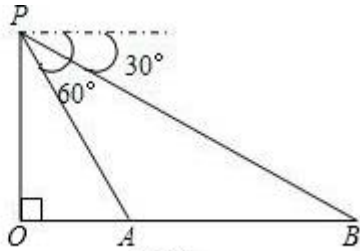
最喜欢的项目	频数 (人)	频率
--------	--------	----

篮球		28%
排球	24	12%
乒乓球	48	24%
健美操		
武术操	22	11%
跑步	20	10%
合计	200	1

20. (8分) 建于明洪武七年(1374年), 高度33米的光岳楼是目前我国现存的最大、最古老的楼阁之一(如图①). 喜爱数学实践活动的小伟, 在30米高的光岳楼顶楼 P 处, 利用自制测角仪测得正南方向商店 A 点的俯角为 60° , 又测得其正前方的海源阁宾馆 B 点的俯角为 30° (如图②). 求商店与海源阁宾馆之间的距离(结果保留根号).



图①

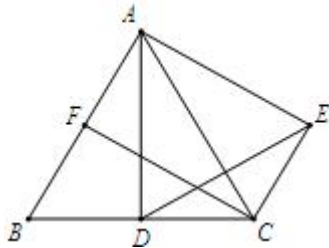


图②

21. (8分) 2008年全国废水(含工业废水和城镇生活污水)排放总量约为572亿吨, 排放达标率约为72%, 其中工业废水排放达标率约为92%, 城镇生活污水排放达标率约为57%. 这一年全国工业废水与城镇生活污水的排放量分别是多少亿吨?(结果精确到1亿吨)(注: 废水排放达标率是指废水排放达标量与总量的百分比)

22. (8分) 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 BC 边的中点, 以 AD 为边作等边 $\triangle ADE$.

- (1) 求 $\angle CAE$ 的度数;
(2) 取 AB 边的中点 F , 连接 CF 、 CE , 试证明四边形 $AFCE$ 是矩形.



23. (8分) 2009年我市实现国民生产总值为1376亿元, 计划全市国民生产总值以后三年都以相同的增长率一实现, 并且2011年全市国民生产总值要达到1726亿元.

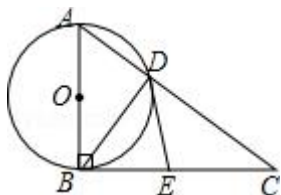
(1) 求全市国民生产总值的年平均增长率 (精确到 1%);

(2) 求 2010 年至 2012 年全市三年可实现国民生产总值多少亿元? (精确到 1 亿元)

24. (10 分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle ABC = 90^\circ$, 以直角边 AB 为直径作 $\odot O$, 交斜边 AC 于点 D , 连接 BD .

(1) 若 $AD = 3$, $BD = 4$, 求边 BC 的长;

(2) 取 BC 的中点 E , 连接 ED , 试证明 ED 与 $\odot O$ 相切.

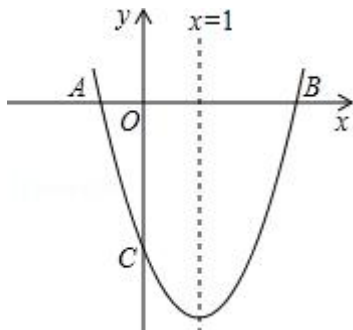


25. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为 $x = 1$, 且抛物线经过 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, -3)$ 两点, 与 x 轴交于另一点 B .

(1) 求这条抛物线所对应的函数关系式;

(2) 在抛物线的对称轴 $x = 1$ 上求一点 M , 使点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小, 并求出此时点 M 的坐标;

(3) 设点 P 为抛物线的对称轴 $x = 1$ 上的一动点, 求使 $\angle PCB = 90^\circ$ 的点 P 的坐标.



2010 年山东省聊城市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. 【分析】根据相反数的定义求解后直接选取答案即可.

【解答】解： $-\sqrt{3}$ 的相反数是 $\sqrt{3}$.

故选：B.

【点评】本题主要考查相反数的定义：两个相反数符号相反，绝对值相同，解题时熟练掌握此定义是解题的关键.

2. 【分析】根据分母为 0 分式无意义求得 x 的取值范围.

【解答】解：根据题意 $2x - 1 = 0$,

$$\text{解得 } x = \frac{1}{2}.$$

故选：B.

【点评】本题主要考查分式无意义的条件是分母为 0.

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 1 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数. 注意 1 亿 $= 10^8$.

【解答】解：8.55 亿 $= 8.55 \times 10^8$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 【分析】找到从上面看到的图形即可.

【解答】解：从上面看，可得到左边是一个圆，右边是长方形，一组对边与圆相接，故选 A.

【点评】本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图.

5. 【分析】根据整式的乘方、乘除法运算法则，逐一检验.

【解答】解： A 、 $(3xy^2)^2 = 9x^2y^4$ ，故 A 错误；

B 、 $2x^{-2} = \frac{2}{x^2}$ ，故 B 错误；

C 、 $(-x)^7 \div (-x)^2 = -x^7 \div x^2 = -x^5$ ，故 C 正确；

D 、 $(6xy^2)^2 \div 3xy = 36x^2y^4 \div 3xy = 12xy^3$ ，故 D 错误。

故选： C 。

【点评】注意把各种幂的运算区别开，从而熟练掌握各种题型的运算。

6. 【分析】根据众数、平均数的概念求得结果，判定正确选项。

【解答】解： $\because$ 众数是数据中出现次数最多的数，

$\therefore$ 该班学生一周花钱数额的众数为 15；

$\because$ 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数，

$\therefore$ 该班学生一周花钱数额的平均数 $= (5 \times 7 + 10 \times 12 + 15 \times 18 + 20 \times 10 + 25 \times 3) \div 50 = 14$ 。

故选： A 。

【点评】考查了众数和平均数的概念。平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数。众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个。

7. 【分析】先根据两直线平行，同旁内角互补，求出 $\angle 4$ ，再求出 $\angle 2$ 的邻补角 $\angle 5$ ，然后利用三角形外角性质即可求出 $\angle 3$ 。

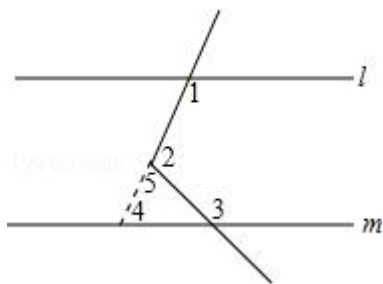
【解答】解： $\because l \parallel m$ ， $\angle 1 = 115^\circ$ ，

$\therefore \angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ ，

又 $\angle 5 = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 4 + \angle 5 = 65^\circ + 85^\circ = 150^\circ$ 。

故选： D 。



【点评】本题利用平行线的性质和三角形外角的性质求解。

8. 【分析】根据平移中点的变化规律：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减，可得 C 点的坐标。

【解答】解：图中 C 点坐标为 $(3, 3)$ ，根据平移时点的变化规律，平移后 C 点坐标为 $(3 - 2, 3 - 5)$ ，即 $C(1, -2)$ 。

故选： B 。

【点评】本题考查图形的平移变换，关键是要懂得左右平移点的纵坐标不变，而上下平

移时点的横坐标不变，平移变换是中考的常考点.

9. 【分析】如果设这个一次函数的解析式为 $y = kx + b$ ，那么根据这条直线经过点 $P(1, 2)$ 和点 $Q(0, 3.5)$ ，用待定系数法即可得出此一次函数的解析式.

【解答】解：设这个一次函数的解析式为 $y = kx + b$.

$\because$ 这条直线经过点 $P(1, 2)$ 和点 $Q(0, 3.5)$,

$$\therefore \begin{cases} k+b=2 \\ b=3.5 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-1.5 \\ b=3.5 \end{cases}.$$

故这个一次函数的解析式为 $y = -1.5x + 3.5$,

即： $3x + 2y - 7 = 0$.

故选：D.

【点评】本题主要考查了一次函数与方程组的关系及用待定系数法求一次函数的解析式.

两个一次函数图象的交点坐标就是对应的二元一次方程组的解，反之，二元一次方程组的解就是对应的两个一次函数图象的交点坐标.

10. 【分析】根据题意，可得阴影部分的面积 = 扇形 AOB 的面积 + $\triangle BOC$ 的面积，代入数据计算可得答案.

【解答】解：易得 $\triangle OBC$ 中， $\angle BOC = 60^\circ$ ，那么 $BC = 2\sqrt{3}$;

$$\text{故阴影部分的面积} = \frac{120\pi \cdot 4^2}{360} + 2 \times 2\sqrt{3} \div 2 = \left(\frac{16\pi}{3} + 2\sqrt{3} \right) \text{ cm}^2,$$

故选：C.

【点评】解决本题的关键是把阴影部分合理分割为规则图形的面积.

11. 【分析】①函数 $y_1 = x (x \geq 0)$ ， $y_2 = \frac{4}{x} (x > 0)$ 组成方程组 $\begin{cases} y=x \\ y=\frac{4}{x} \end{cases}$ ，解之即可得两函

数图象的交点坐标为 $A(2, 2)$ ；②由图象直接可得当 $x > 2$ 时， $y_2 < y_1$ ；

③把 $x = 1$ 分别代入函数 $y_1 = x (x \geq 0)$ ， $y_2 = \frac{4}{x} (x > 0)$ 可得 $y_1 = 1$ ， $y_2 = 4$ ， BC 的长为 3；

④考查正比例函数和反比例函数图象的性质.

【解答】解：①函数 $y_1 = x (x \geq 0)$ ， $y_2 = \frac{4}{x} (x > 0)$ 组成方程组 $\begin{cases} y=x \\ y=\frac{4}{x} \end{cases}$ ，

解之得 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ ，即两函数图象的交点坐标为 $A(2, 2)$ ，故①正确；

②由图象直接可得当 $x > 2$ 时， $y_2 < y_1$ ，故②错误；

③把 $x = 1$ 分别代入函数 $y_1 = x (x \geq 0)$, $y_2 = \frac{4}{x} (x > 0)$, 可得 $y_1 = 1$, $y_2 = 4$,

$\therefore BC$ 的长为 3, 故③正确;

④函数 $y_1 = x (x \geq 0)$ 中, $k > 0$, y 随 x 增大而增大,

$y_2 = \frac{4}{x} (x > 0)$ 中, $k > 0$, 在每一象限内 y 随 x 增大而减小, 故④正确.

故选: D.

【点评】 此题综合考查了反比例函数的性质与正比例函数的性质, 同学们要熟练掌握.

12. **【分析】** 过 P 点作 $PE \perp AC$, $PF \perp BD$, 由矩形的性质可证 $\triangle PEA \sim \triangle CDA$ 和 $\triangle PFD \sim \triangle BAD$, 根据 $\frac{PE}{CD} = \frac{PA}{CA}$ 和 $\frac{PF}{AB} = \frac{PD}{BD}$, 即 $\frac{PE}{3} = \frac{PA}{5}$ 和 $\frac{PF}{3} = \frac{PD}{5}$, 两式相加得 $PE + PF = \frac{12}{5}$, 即为点 P 到矩形的两条对角线 AC 和 BD 的距离之和.

【解答】 解: 法 1: 过 P 点作 $PE \perp AC$, $PF \perp BD$

$\because$ 矩形 $ABCD$

$\therefore AD \perp CD$

$\therefore \triangle PEA \sim \triangle CDA$

$$\therefore \frac{PE}{CD} = \frac{PA}{CA}$$

$$\because AC = BD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\therefore \frac{PE}{3} = \frac{PA}{5} \dots \textcircled{1}$$

同理: $\triangle PFD \sim \triangle BAD$

$$\therefore \frac{PF}{AB} = \frac{PD}{BD}$$

$$\therefore \frac{PF}{3} = \frac{PD}{5} \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得: } \frac{PE + PF}{3} = \frac{PA + PD}{5} = \frac{AD}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore PE + PF = \frac{12}{5}$$

即点 P 到矩形的两条对角线 AC 和 BD 的距离之和是 $\frac{12}{5}$.

法 2: 连结 OP .

$\because AD = 4$, $CD = 3$,

$$\therefore AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

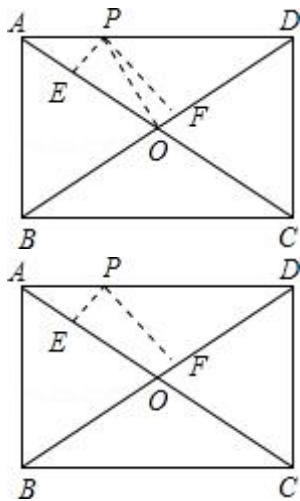
又 $\because$ 矩形的对角线相等且互相平分,

$$\therefore AO = OD = 2.5\text{cm},$$

$$\therefore S_{\triangle APO} + S_{\triangle POD} = \frac{1}{2} \times 2.5 \cdot PE + \frac{1}{2} \times 2.5 \cdot PF = \frac{1}{2} \times 2.5 (PE + PF) = \frac{1}{4} \times 3 \times 4,$$

$$\therefore PE + PF = \frac{12}{5}.$$

故选：A.



【点评】根据矩形的性质，结合相似三角形求解.

二、填空题（共5小题，每小题3分，满分15分）

13. 【分析】将各式化为最简二次根式，然后再合并同类二次根式.

$$\text{【解答】解：原式} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】同类二次根式是指几个二次根式化简成最简二次根式后，被开方数相同的二次根式.

二次根式的加减运算，先化为最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式进行合并.

合并同类二次根式的实质是合并同类二次根式的系数，根指数与被开方数不变.

14. 【分析】本题没有公因式，直接应用平方差公式进行因式分解.

$$\text{【解答】解：} 4x^2 - 25 = (2x+5)(2x-5).$$

【点评】本题考查因式分解. 分解因式时多项式有两项时要考虑提公因式法和平方差公式. 一般来说，如果可以提取公因式的要先提取公因式.

15. 【分析】根据随机事件概率大小的求法，找准两点：

①符合条件的情况数目；

②全部情况的总数.

二者的比值就是其发生的概率的大小.

【解答】解： $\because$ 一个材质均匀的正方体共有六个面，其中标有字母A的占两个面，

∴ 其概率为: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查概率的求法与运用, 一般方法为: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

16. 【分析】 已知两圆圆心的坐标 $(0, 0), (a, 0)$, 圆心距为 $|a - 0| = |a|$, 两圆内含时, 圆心距 $< 5 - 3$.

【解答】 解: 根据两圆圆心坐标可知, 圆心距 $= |a - 0| = |a|$,

因为, 两圆内含时, 圆心距 $< 5 - 3$,

即 $|a| < 2$, 解得 $-2 < a < 2$.

【点评】 当两圆圆心同在 x 轴上时, 圆心距等于两点横坐标差的绝对值.

17. 【分析】 作 $B'E \perp AC$ 交 CA 的延长线于 E , 由直角三角形的性质求得 AC 、 AE , BC 的值, 根据旋转再求出对应角和对应线段的长, 再在直角 $\triangle B'EC$ 中根据勾股定理求出 $B'C$ 的长度.

【解答】 解: 如图, 作 $B'E \perp AC$ 交 CA 的延长线于 E .

∵ $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 6$,

∴ $\angle ABC = 30^\circ$,

∴ $AC = \frac{1}{2}AB = 3$,

∵ $\text{Rt}\triangle AB'C'$ 可以看作是由 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针方向旋转 60° 得到的,

∴ $AB = AB' = 6$, $\angle B'AC' = 60^\circ$,

∴ $\angle EAB' = 180^\circ - \angle B'AC' - \angle BAC = 60^\circ$.

∵ $B'E \perp EC$,

∴ $\angle AB'E = 30^\circ$,

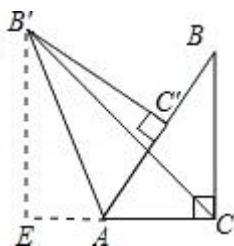
∴ $AE = 3$,

∴ 根据勾股定理得出: $B'E = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$,

∴ $EC = AE + AC = 6$,

∴ $B'C = \sqrt{(B'E)^2 + EC^2} = \sqrt{27 + 36} = 3\sqrt{7}$.

故答案为: $3\sqrt{7}$.



【点评】本题把旋转的性质和直角三角形的性质结合求解，考查了学生综合运用数学知识的能力．

三、解答题（共 8 小题，满分 69 分）

18. 【分析】（1）此题是分式的计算，首先把后面的分式的分子因式分解，然后约分，再合并同类项即可求出结果；

（2）此题首先分别解每一个不等式，然后根据不等式的解集即可求出不等式组的解集．

【解答】解：（1） $2a - (a - 1) + \frac{a^2 - 1}{a + 1}$

$$= 2a - a + 1 + \frac{(a + 1)(a - 1)}{a + 1}$$

$$= a + 1 + a - 1$$

$$= 2a.$$

（2）由①得： $x \geq -2$ ，

由②得： $x < \frac{1}{2}$ ，

∴ 不等式组的解集为 $-2 \leq x < \frac{1}{2}$ ．

【点评】第一小题考查分式的混合运算，关键是通分，合并同类项，注意混合运算的运算顺序；

第二小题考查不等式组的解法，关键是取不等式组的解集．

19. 【分析】（1）首先根据所有频率之和为 1 即可求出未知频率，然后用 200 分别乘以各个小组的频率就可以求出所有未知频数，最后就可以补全频数分布表；

（2）根据表格的信息即可知道喜爱哪个体育项目的同学最多，喜欢哪个体育项目的同学最少；

（3）根据最喜爱健美操的同学的频率乘以 1620 即可求出最喜爱健美操的同学的人数．

【解答】解：（1） $1 - 0.28 - 0.12 - 0.24 - 0.11 - 0.10 = 0.15$ ，

∴ $200 \times 0.15 = 30$ ， $200 \times 0.28 = 56$ ，

∴ 补全频数分布表如图所示：

最喜欢的项目	频数（人）	频率
篮球	56	28%
排球	24	12%
乒乓球	48	24%
健美操	30	15%
武术操	22	11%
跑步	20	10%
合计	200	1

；

（2）从表格知道喜爱篮球的同学最多，喜欢跑步的同学最少；

（3）从表格中信息可以估计该校 1620 名学生中最喜爱健美操的同学约有 $1620 \times 15\% = 243$ 人.

【点评】此题读图时要全面细致，同时，解题方法要灵活多样，切忌死记硬背，要充分运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题.

20. **【分析】**利用 30° 的正切值可求得 OB 长，利用 60° 的正切值可求得 OA 长. $OB - OA$ 即为商店与海源阁宾馆之间的距离.

【解答】解：∵ 两条水平线是平行的，

$$\therefore \angle B = 30^\circ, \angle PAO = 60^\circ.$$

$$\because PO = 30, \angle POA = 90^\circ,$$

$$\therefore OB = \frac{PO}{\tan 30^\circ} = 30\sqrt{3},$$

$$OA = \frac{PO}{\tan 60^\circ} = 10\sqrt{3}.$$

$$\therefore AB = OB - OA = 20\sqrt{3}.$$

【点评】解决本题的关键是借助俯角构造直角三角形，运用三角函数定义表示与所求线段相关的线段的长度.

21. **【分析】**认真分析题意，根据“排放总量约为 572 亿吨”“排放达标率约为 72%”作为相等关系列方程组求解即可.

【解答】解：设 2008 年全国工业废水与城镇生活污水的排放量分别是 x 亿吨， y 亿吨，根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=572 \\ 92\%x+57\%y=572\times 72\% \end{cases}$$

$$\text{解之得} \begin{cases} x=\frac{1716}{7} \\ y=\frac{2288}{7} \end{cases}$$

$$\frac{1716}{7} \approx 245, \frac{2288}{7} \approx 327.$$

答：2008 年全国工业废水与城镇生活污水的排放量分别约是 245 亿吨和 327 亿吨。

【点评】 解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解。要注意题目括号中给出的提示。

22. **【分析】** (1) 根据等边三角形三线合一的特点，易求得 $\angle DAC = 30^\circ$ ，则 $\angle CAE = \angle DAE - \angle DAC$ 。

(2) 先证明四边形 $AECF$ 是平行四边形，然后根据 $\angle CFA = \angle FAE = 90^\circ$ ，由矩形的定义判定四边形 $AFCE$ 是矩形。

【解答】 (1) 解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，且 D 是 BC 中点，

$\therefore DA$ 平分 $\angle BAC$ ，即 $\angle DAB = \angle DAC = 30^\circ$ ；

$\because \triangle DAE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle DAE = 60^\circ$ ；

$\therefore \angle CAE = \angle DAE - \angle CAD = 30^\circ$ ；

(2) 证明： $\because \triangle BAC$ 是等边三角形， F 是 AB 中点，

$\therefore CF \perp AB$ ；

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$

由 (1) 知： $\angle CAE = 30^\circ$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ；

$\therefore \angle FAE = 90^\circ$ ；

$\therefore AE \parallel CF$ ；

$\because \triangle BAC$ 是等边三角形，且 AD 、 CF 分别是 BC 、 AB 边的中线，

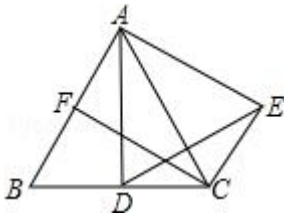
$\therefore AD = CF$ ；

又 $AD = AE$ ， $\therefore CF = AE$ ；

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形；

$\because \angle AFC = \angle FAE = 90^\circ$ ，

∴ 四边形 $AFCE$ 是矩形.



【点评】 本题主要考查了等边三角形的性质以及矩形的判定方法.

23. 【分析】 (1) 设全市国民生产总值的年平均增长率为 x , 那么 2010 年全市国民生产总值为 $1376(1+x)$ 亿元, 2010 年全市国民生产总值为 $1376(1+x)(1+x)$ 亿元, 然后根据 2011 年全市国民生产总值要达到 1726 亿元即可列出方程, 解方程就可以求出年平均增长率;

(2) 根据 (1) 的结果可以分别计算出 2010、2011、2012 三年的国民生产总值, 然后就可以求出结果.

【解答】 解: (1) 设全市国民生产总值的年平均增长率为 x ,

依题意得 $1376(1+x)^2 = 1726$,

$$\therefore 1+x \approx \pm 1.12,$$

$$\therefore x = 12\% \text{ 或 } x = -2.12 \text{ (不符合题意, 故舍去),}$$

答: 全市国民生产总值的年平均增长率约为 12%;

(2) 2010 年的国民生产总值为: $1376 \times (1+12\%) \approx 1541$ 亿元;

2012 年的国民生产总值为: $1726 \times (1+12\%) \approx 1933$ 亿元;

故 2010 年至 2012 年全市三年可实现国民生产总值: $1541+1726+1933 = 5200$ 亿元.

【点评】 此题主要考查了增长率的问题, 一般公式为原来的量 $\times (1 \pm x)^2 =$ 后来的量, 其中增长用+, 减少用-.

24. 【分析】 (1) 根据勾股定理易求 AB 的长; 根据 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$ 得比例线段可求 BC 的长.

(2) 连接 OD , 证明 $DE \perp OD$.

【解答】 (1) 解: $\because AB$ 为直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \text{ 即 } BD \perp AC.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, $\because AD = 3, BD = 4$,

$$\therefore \text{由勾股定理得 } AB = 5.$$

$\because \angle ABC = 90^\circ$, $BD \perp AC$,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB$,

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{BC}{AB} ,$$

$$\text{即 } \frac{4}{3} = \frac{BC}{5} ,$$

$$\therefore BC = \frac{20}{3} ;$$

(2) 证明: 连接 OD ,

$\because OD = OB$,

$\therefore \angle ODB = \angle OBD$;

又 $\because E$ 是 BC 的中点, $BD \perp AC$,

$\therefore DE = BE$,

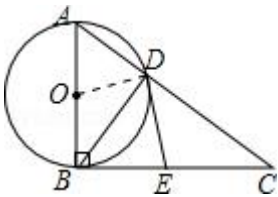
$\therefore \angle EDB = \angle EBD$.

$\therefore \angle ODB + \angle EDB = \angle OBD + \angle EBD = 90^\circ$,

即 $\angle ODE = 90^\circ$,

$\therefore DE \perp OD$.

$\therefore ED$ 与 $\odot O$ 相切.



【点评】 ①直角三角形斜边上的高分得的两个三角形与原三角形相似;

②证过圆上一点的直线是切线, 常作的辅助线是连接圆心和该点, 证直线和半径垂直.

25. **【分析】** (1) 根据抛物线的对称轴可求出 B 点的坐标, 进而可用待定系数法求出抛物线的解析式;

(2) 由于 A 、 B 关于抛物线的对称轴直线对称, 若连接 BC , 那么 BC 与直线 $x = 1$ 的交点即为所求的点 M ; 可先求出直线 BC 的解析式, 联立抛物线对称轴方程即可求得 M 点的坐标;

(3) 若 $\angle PCB = 90^\circ$, 根据 $\triangle BCO$ 为等腰直角三角形, 可推出 $\triangle CDP$ 为等腰直角三角

形，根据线段长度求 P 点坐标.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线的对称轴为 $x=1$ ，且 $A(-1, 0)$ ，

$\therefore B(3, 0)$ ；

可设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$ ，由于抛物线经过 $C(0, -3)$ ，

则有： $a(0+1)(0-3)=-3$ ， $a=1$ ；

$\therefore y=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$ ；

(2) 由于 A 、 B 关于抛物线的对称轴直线 $x=1$ 对称，

那么 M 点为直线 BC 与 $x=1$ 的交点；

由于直线 BC 经过 $C(0, -3)$ ，可设其解析式为 $y=kx-3$ ，

则有： $3k-3=0$ ， $k=1$ ；

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=x-3$ ；

当 $x=1$ 时， $y=x-3=-2$ ，

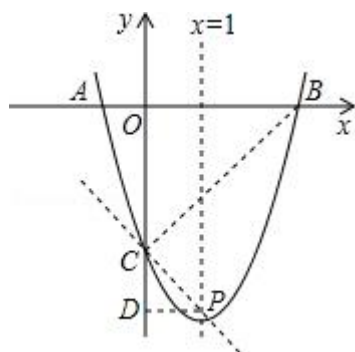
即 $M(1, -2)$ ；

(3) 设经过 C 点且与直线 BC 垂直的直线为直线 l ，作 $PD \perp y$ 轴，垂足为 D ；

$\because OB=OC=3$ ，

$\therefore CD=DP=1$ ， $OD=OC+CD=4$ ，

$\therefore P(1, -4)$.



【点评】此题考查了二次函数解析式的确定、轴对称的性质以及特殊三角形的性质等知识，难度适中.