

2010 年山东省潍坊市初中学业水平考试数学试题

注意事项:

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分. 第 I 卷 4 页, 为选择题, 36 分; 第 II 卷 8 页, 为非选择题, 84 分; 共 120 分. 考试时间为 120 分钟.
2. 答第 I 卷前务必将自己的姓名、准考证号、考试科目、试卷类型涂写在答题卡上. 考试结束, 试题和答题卡一并收回.
3. 第 I 卷每题选出答案后, 都必须用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号 (ABCD) 涂黑, 如需改动, 必须先用橡皮擦干净, 再改涂其它答案.

第 I 卷 选择题 (共 36 分)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个均记 0 分)

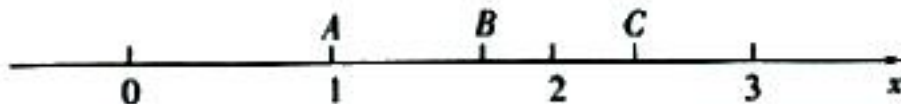
1. 下列运算正确的是 ().

A. $6\sqrt{\frac{a}{2}} = \sqrt{3a}$ B. $-2\sqrt{3} = \sqrt{(-2)^2 \times 3}$ C. $a^2 \sqrt{\frac{1}{a}} = \sqrt{a}$ D. $\sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{2}$

2. 将 5.62×10^{-8} 用小数表示为 ().

A. 0.000 000 005 62 B. 0.000 000 056 2 C. 0.000 000 562 D. 0.000 000 000 562

3. 如图, 数轴上 A、B 两点对应的实数分别是 1 和 $\sqrt{3}$, 若点 A 关于点 B 的对称点为点 C, 则点 C 所对应的实数为 ().



A. $2\sqrt{3} - 1$ B. $1 + \sqrt{3}$ C. $2 + \sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3} + 1$

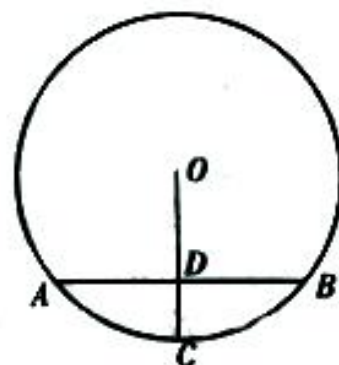
4. 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, 半径 $OC \perp AB$ 于点 D, 且 $AB = 6\text{ cm}$, $OD = 4\text{ cm}$. 则 DC 的长为 ().

A. 5 cm B. 2.5 cm C. 2 cm D. 1 cm

5. 二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 10, \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases}$ 的解是 ().

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{14}{3} \\ y = \frac{16}{3} \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$



6. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + 2k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是 ().

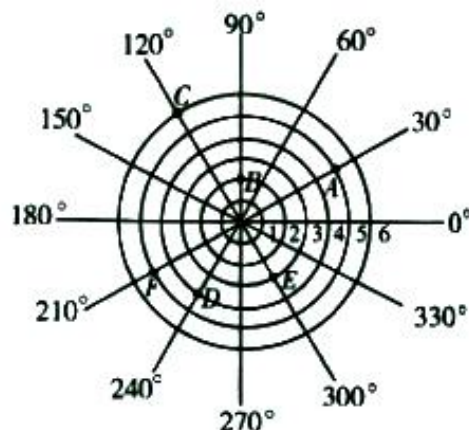
- A. $k \leq \frac{9}{2}$ B. $k < \frac{9}{2}$ C. $k \geq \frac{9}{2}$ D. $k > \frac{9}{2}$

7. 如图, 雷达探测器测得六个目标 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 出现. 按照规定的目标表示方法, 目标 C 、 F 的位置表示为

$C(6, 120^\circ)$ 、 $F(5, 210^\circ)$. 按照此方法在表示目标

A 、 B 、 D 、 E 的位置时, 其中表示不正确的是 ().

- A. $A(5, 30^\circ)$ B. $B(2, 90^\circ)$
C. $D(4, 240^\circ)$ D. $E(3, 60^\circ)$



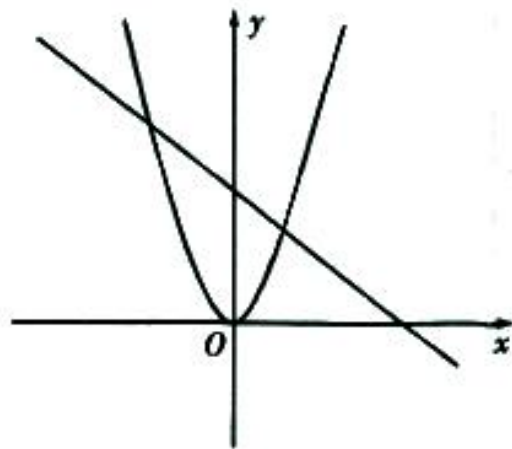
8. 如图, 已知矩形 $ABCD$, 一条直线将该矩形 $ABCD$ 分割成两个多边形(含三角形), 若这两个多边形的内角和分别为 M 和 N , 则 $M + N$ 不可能是 ().

- A. 360° B. 540° C. 720° D. 630°



9. 已知函数 $y_1 = x^2$ 与函数 $y_2 = -\frac{1}{2}x + 3$ 的图象大致如图. 若 $y_1 < y_2$, 则自变量 x 的取值范围是 ().

- A. $-\frac{3}{2} < x < 2$ B. $x > 2$ 或 $x < -\frac{3}{2}$
C. $-2 < x < \frac{3}{2}$ D. $x < -2$ 或 $x > \frac{3}{2}$



10. 已知一个圆锥的侧面展开图是一个半径为 9, 圆心角为 120° 的扇形, 则该圆锥的底面半径等于 ().

- A. 9 B. 27 C. 3 D. 10

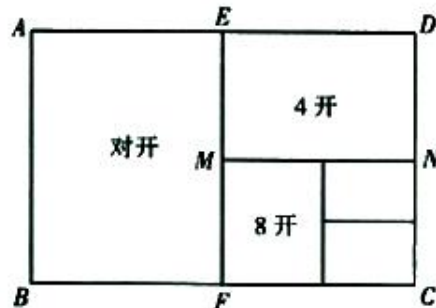
11. 若正比例函数 $y = 2kx$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象交于点 $A(m, 1)$, 则 k 的值是 ().

- A. $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{2}$

12. 如图所示, 一般书本的纸张是在原纸张多次对开得到的. 矩形 $ABCD$ 沿 EF 对开后, 再把矩形 $EFCD$ 沿 MN 对开, 依此类推. 若各种开本的矩形都相似, 那么 $\frac{AB}{AD}$ 等于 ().

- A. 0.618 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2



2010 年潍坊市初中学业水平考试

数学试题

第Ⅱ卷 非选择题 (共 84 分)

注意事项:

1.第Ⅱ卷共 8 页, 用蓝黑钢笔或圆珠笔直接答在试卷上.

2.答卷前将密封线内的项目填写清楚.

二、填空题 (本大题共 5 小题, 共 15 分, 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分.)

13.分式方程 $\frac{x}{x-5} = \frac{x-4}{x+6}$ 的解是_____.

14.分解因式: $xy^2 - 2xy + 2y - 4 =$ _____.

15.有 4 张背面相同的扑克牌, 正面数字分别为 2, 3, 4, 5.若将这 4 张扑克牌背面向上洗匀后, 从中任意抽取一张, 放回后洗匀, 再从中任意抽取一张.这两张扑克牌正面数字之和是 3 的倍数的概率为_____.

16.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $AB = 12\text{ cm}$, F 是 AB 边上一点, 过点 F 作 $FE \parallel BC$ 交 AC 于点 E .过点 E 作 $ED \parallel AB$ 交 BC 于点 D .则四边形 $BDEF$ 的周长是_____.

17.直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \perp BC$, $AD \parallel BC$, $BC > AD$, $AD = 2$, $AB = 4$, 点 E 在 AB 上, 将 $\triangle CBE$ 沿 CE 翻折, 使 B 点与 D 点重合, 则 $\angle BCE$ 的正切值是_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 69 分, 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

18. (本题满分 8 分) 2010 年 5 月 1 日至 20 日的 20 天里, 每天参观上海世博会的人数统计如下: (单位: 万人次)

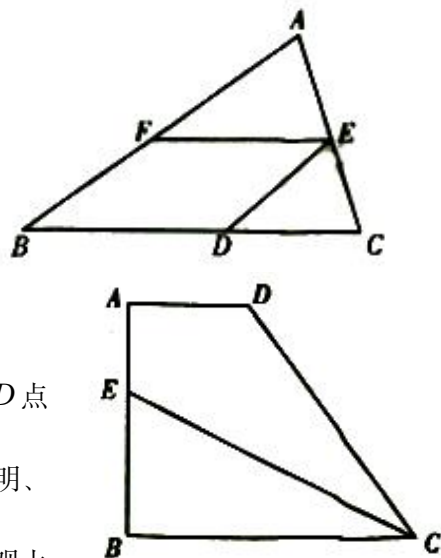
20, 22, 13, 15, 11, 11, 14, 20, 14, 16,

18, 18, 22, 24, 34, 24, 24, 26, 29, 30.

(1) 写出以上 20 个数据的众数、中位数、平均数;

(2) 若按照前 20 天参观人数的平均数计算, 估计上海世博会期间 (2010 年 5 月 1 日至 2010 年 10 月 31 日) 参观的总人数约是多少万人次?

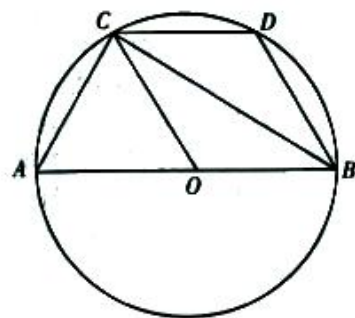
(3) 要达到组委会预计的参观上海世博会的总人数约为 7000 万人次, 2010 年 5 月 21 日至 2010 年 10 月 31 日期间, 平均每天参观人数约为多少万人次? (结果精确到 0.01 万人次)



19. (本题满分 8 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 、 D 是 $\odot O$ 上的两点, 且 $AC = CD$.

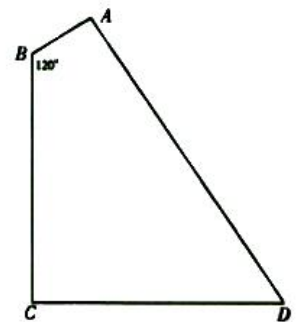
(1) 求证: $OC \parallel BD$;

(2) 若 BC 将四边形 $OBDC$ 分成面积相等的两个三角形, 试确定四边形 $OBDC$ 的形状.



20. (本题满分 9 分) 某中学的高中部在 A 校区, 初中部在 B 校区, 学校学生会计划在 3 月 12 日植树节当天安排部分学生到郊区公园参加植树活动. 已知 A 校区的每位高中学生往返车费是 6 元, 每人每天可栽植 5 棵树; B 校区的每位初中学生往返车费是 10 元, 每人每天可栽植 3 棵树. 要求初高中均有学生参加, 且参加活动的初中学生比参加活动的高中学生多 4 人, 本次活动的往返车费总和不得超过 210 元. 要使本次活动植树最多, 初高中各有多少学生参加? 最多植树多少棵?

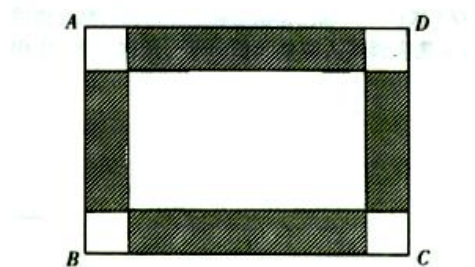
21. (本题满分 10 分) 路边路灯的灯柱 BC 垂直于地面, 灯杆 BA 的长为 2 米, 灯杆与灯柱 BC 成 120° 角, 锥形灯罩的轴线 AD 与灯杆 AB 垂直, 且灯罩轴线 AD 正好通过道路路面的中心线 (D 在中心线上). 已知点 C 与点 D 之间的距离为 12 米, 求灯柱 BC 的高. (结果保留根号)



22. (本题满分 10 分) 学校计划用地面砖铺设教学楼前矩形广场的地面 $ABCD$, 已知矩形广场地面的长为 100 米, 宽为 80 米. 图案设计如图所示: 广场的四角为小正方形, 阴影部分为四个矩形, 四个矩形的宽都为小正方形的边长, 阴影部分铺绿色地面砖, 其余部分铺白色地面砖.

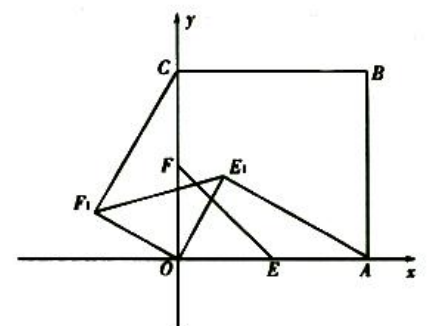
(1) 要使铺白色地面砖的面积为 5200 平方米, 那么矩形广场四角的小正方形的边长为多少米?

(2) 如果铺白色地面砖的费用为每平方米 30 元, 铺绿色地面砖的费用为每平方米 20 元. 当广场四角小正方形的边长为多少米时, 铺广场地面的总费用最少? 最少费用是多少?



23. (本题满分 11 分) 如图, 已知正方形 $OABC$ 在直角坐标系 xOy

中, 点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 点 O 在坐标原点. 等腰直角三角板 OEF 的直角顶点 O 在原点, E 、 F 分别在 OA 、 OC 上,



且 $OA = 4$, $OE = 2$. 将三角板 OEF 绕 O 点逆时针旋转至 OE_1F_1 的位置, 连结 CF_1 , AE_1 .

(1) 求证: $\triangle OAE_1 \cong \triangle OCF_1$.

(2) 若三角板 OEF 绕 O 点逆时针旋转一周, 是否存在某一位置, 使得 $OE \parallel CF$. 若存在, 请求出此时 E 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

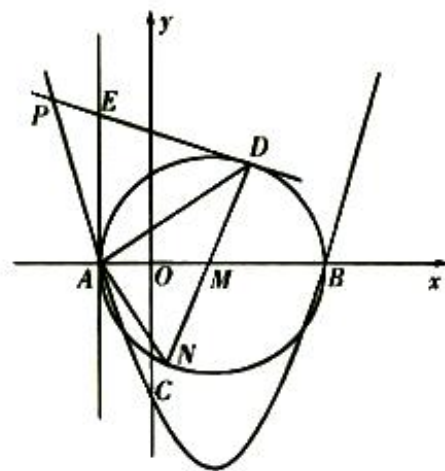
24. (本题满分 12 分) 如图所示, 抛物线与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点

$C(0, -3)$. 以 AB 为直径作 $\odot M$, 过抛物线上一点 P 作 $\odot M$ 的切线 PD , 切点为 D , 并与 $\odot M$ 的切线 AE 相交于点 E , 连结 DM 并延长交 $\odot M$ 于点 N , 连结 AN 、 AD .

(1) 求抛物线所对应的函数关系式及抛物线的顶点坐标;

(2) 若四边形 $EAMD$ 的面积为 $4\sqrt{3}$, 求直线 PD 的函数关系式;

(3) 抛物线上是否存在点 P , 使得四边形 $EAMD$ 的面积等于 $\triangle DAN$ 的面积? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



2010 年潍坊市初中学业水平考试

数学试卷 (A) 参考答案及评分标准

一、选择题 (本大题共 12 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个, 均记 0 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	D	A	B	D	D	C	C	B	B

二、填空题 (本题共 5 小题, 共 15 分, 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分)

13. $x = \frac{4}{3}$ 14. $(xy + 2)(y - 2)$ 15. $\frac{5}{16}$ 16. 24 cm 17. $\frac{1}{2}$

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 69 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (本小题满分 8 分)

解: (1) 这组数据的众数是 24, 中位数是 20, 平均数是 20.25. 3 分

(2) 世博会期间共有 184 天,

由 $184 \times 20.25 = 3726$,

按照前 20 天的平均数计算, 世博会期间参观的总人数约是 3726 万人次. 6 分

(3) 2010 年 5 月 21 日至 2010 年 10 月 31 日期间共有 164 天,

由 $\frac{7000 - 20.25 \times 20}{164} \approx 40.21$.

2010 年 5 月 21 日至 2010 年 10 月 31 日期间, 平均每天参观上海世博会的人数约为 40.21 万人次.

8 分

19. (本小题满分 9 分)

(1) 证明: $\because AC = CD, \therefore$ 弧 AC 与弧 CD 相等, $\therefore \angle ABC = \angle CBD$,又 $\because OC = OB, \therefore \angle OCB = \angle OBC, \therefore \angle OCB = \angle CBD$, $\therefore OC \parallel BD$ 4 分(2) 解: $\because OC \parallel BD$, 不妨设平行线 OC 与 BD 间的距离为 h ,

$$\text{又 } S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OC \times h, S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2} BD \times h$$

因为 BC 将四边形 $OBDC$ 分成面积相等的两个三角形, 即 $S_{\triangle OBC} = S_{\triangle DBC}$ $\therefore OC = BD$, 7 分 $\therefore$ 四边形 $OBDC$ 为平行四边形.又 $\because OC = OB, \therefore$ 四边形 $OBDC$ 为菱形. 9 分

20. (本小题满分 9 分)

解: 设参加活动的高中学生为 x 人, 则初中学生为 $(x+4)$ 人, 根据题意, 得:

$$6x + 10(x+4) \leq 210 \text{ 2 分}$$

$$\therefore 16x \leq 170$$

$$\therefore x \leq 10.625$$

所以, 参加活动的高中学生最多为 10 人. 5 分

设本次活动植树 y 棵, 则 y 关于高中学生数 x 的函数关系式为

$$y = 5x + 3(x+4) \text{ 即: } y = 8x + 12 \text{ 7 分}$$

 $\therefore y$ 的值随 x 的值增大而增大. $\therefore$ 参加活动的高中学生最多为 10 人,

$$\therefore \text{当 } x = 10 \text{ 时, } y_{\text{最大}} = 8 \times 10 + 12 = 92,$$

答: 应安排高中学生 10 人, 初中学生 14 人, 最多植树 92 棵. 9 分

21. (本题满分 10 分)

解: 设灯柱 BC 的长为 h 米, 过点 A 作 $AH \perp CD$ 于点 H , 过点 B 做 $BE \perp AH$ 于点 E , $\therefore$ 四边形 $BCHE$ 为矩形,

$$\therefore \angle ABC = 120^\circ; \therefore \angle ABE = 30^\circ;$$

$$\text{又 } \because \angle BAD = \angle BCD = 90^\circ; \therefore \angle ADC = 60^\circ;$$

在 $\text{Rt} \triangle AEB$ 中,

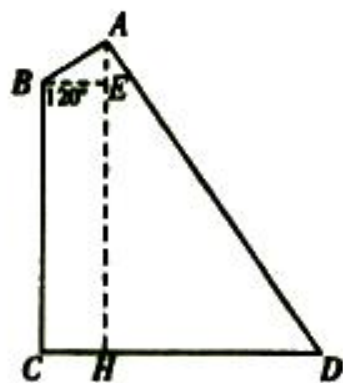
$$\therefore AE = AB \sin 30^\circ = 1,$$

$$BE = AB \cos 30^\circ = \sqrt{3}, \text{ 4 分}$$

$$\therefore CH = \sqrt{3}, \text{ 又 } CD = 12, \therefore DH = 12 - \sqrt{3},$$

在 $\text{Rt} \triangle AHD$ 中,

$$\tan \angle ADH = \frac{AH}{HD} = \frac{h+1}{12-\sqrt{3}} = \sqrt{3}, \text{ 8 分}$$



解得, $h = 12\sqrt{3} - 4$ (米)

∴ 灯柱 BC 的高为 $(12\sqrt{3} - 4)$ 米. 10 分

22. (本题满分 10 分)

解: (1) 设矩形广场四角的小正方形的边长为 x 米, 根据题意, 得:

$$4x^2 + (100 - 2x)(80 - 2x) = 5200$$

整理, 得: $x^2 - 45x + 350 = 0$ 3 分

解之, 得: $x_1 = 35, x_2 = 10$.

经检验, $x_1 = 35, x_2 = 10$ 均适合题意.

所以, 要使铺白色地面砖的面积为 5200 平方米, 则矩形广场四角的小正方形的边长为 35 米或 10 米. 5 分

(2) 设铺矩形广场地面的总费用为 y 元, 广场四角的小正方形的边长为 x 米, 则,

$$y = 30 \times [4x^2 + (100 - 2x)(80 - 2x)] + 20 \times [2x(100 - 2x) + 2x(80 - 2x)]$$

即: $y = 80x^2 - 3600x + 240000$

配方得, $y = 80(x - 22.5)^2 + 199500$ 8 分

当 $x = 22.5$ 时, y 的值最小, 最小值为 199500.

所以, 当矩形广场四角的小正方形的边长为 22.5 米时, 所铺广场地面的总费用最少, 最少费用为 199500 元. 10 分

23. (本小题满分 11 分)

(1) 证明: ∵ 四边形 $OABC$ 为正方形, ∴ $OC = OA$,

∵ 三角板 OEF 是等腰直角三角形, ∴ $OE_1 = OF_1$

又三角板 OEF 绕 O 点逆时针旋转至 OE_1F_1 的位置时, $\angle AOE_1 = \angle COF_1$

∴ $\triangle OAE_1 \cong \triangle OCF_1$ 3 分

(2) 存在. 4 分

∵ $OE \perp OF$,

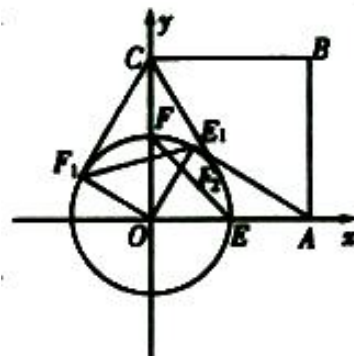
∴ 过点 F 与 OE 平行的直线有且只有一条, 并与 OF 垂直,

又当三角板 OEF 绕 O 点逆时针旋转一周时, 则点 F 在以 O 为圆心, 以 OF 为半径的圆上,

..... 5 分

∴ 过点 F 与 OF 垂直的直线必是圆 O 的切线, 又点 C 是圆 O 外一点, 过点 C 与圆 O 相切的直线有且只有 2 条, 不妨设为

CF_1 和 CF_2 ,



此时, E 点分别在 E_1 点和 E_2 点, 满足

$$CF_1 \parallel OE_1, CF_2 \parallel OE_2, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

当切点 F_1 在第二象限时, 点 E_1 在第一象限,

在直角三角形 CF_1O 中, $OC = 4$, $OF_1 = 2$,

$$\cos \angle COF_1 = \frac{OF_1}{OC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle COF_1 = 60^\circ; \therefore \angle AOE_1 = 60^\circ$$

$$\therefore \text{点 } E_1 \text{ 的横坐标为: } x_{E_1} = 2 \cos 60^\circ = 1,$$

$$\text{点 } E_1 \text{ 的纵坐标为: } y_{E_1} = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } E_1 \text{ 的坐标为 } (1, \sqrt{3}). \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

当切点 F_2 在第一象限时, 点 E_2 在第四象限,

同理可求: 点 E_2 的坐标为 $(1, -\sqrt{3})$.

综上所述, 三角板 OEF 绕 O 点逆时针旋转一周, 存在两个位置, 使得 $OE \parallel CF$, 此时点 E 的坐标为 $E_1(1, \sqrt{3})$ 或 $E_2(1, -\sqrt{3})$. $\dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

24. (本题满分 12 分)

解: (1) 因为抛物线与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点, 设抛物线的函数关系式为:

$$y = a(x+1)(x-3),$$

$$\therefore \text{抛物线与 } y \text{ 轴交于点 } C(0, -3),$$

$$\therefore -3 = a(0+1)(0-3),$$

$$\therefore a = 1.$$

$$\text{所以, 抛物线的函数关系式为: } y = x^2 - 2x - 3, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{又 } y = (x-1)^2 - 4,$$

$$\text{因此, 抛物线的顶点坐标为 } (1, -4). \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 连结 EM , $\therefore EA$ 、 ED 是 $\odot M$ 的两条切线,

$$\therefore EA = ED, EA \perp AM, ED \perp MN, \therefore \triangle EAM \cong \triangle EDM$$

$$\text{又四边形 } EAMD \text{ 的面积为 } 4\sqrt{3}, \therefore S_{\triangle EAM} = 2\sqrt{3}, \therefore \frac{1}{2} AM \cdot AE = 2\sqrt{3},$$

又 $AM = 2$, $\therefore AE = 2\sqrt{3}$.

因此, 点 E 的坐标为 $E_1(-1, 2\sqrt{3})$ 或 $E_2(-1, -2\sqrt{3})$ 5 分

当 E 点在第二象限时, 切点 D 在第一象限.

在直角三角形 EAM 中, $\tan \angle EMA = \frac{EA}{AM} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$,

$\therefore \angle EMA = 60^\circ$; $\therefore \angle DMB = 60^\circ$

过切点 D 作 $DF \perp AB$, 垂足为点 F ,

$\therefore MF = 1$, $DF = \sqrt{3}$

因此, 切点 D 的坐标为 $(2, \sqrt{3})$ 6 分

设直线 PD 的函数关系式为 $y = kx + b$, 将 $E(-1, 2\sqrt{3})$ 、 $D(2, \sqrt{3})$ 的坐标代入得

$$\begin{cases} \sqrt{3} = 2k + b \\ 2\sqrt{3} = -k + b \end{cases} \text{ 解之, 得 } \begin{cases} k = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \frac{5\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

所以, 直线 PD 的函数关系式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{5\sqrt{3}}{3}$ 7 分

当 E 点在第三象限时, 切点 D 在第四象限.

同理可求: 切点 D 的坐标为 $(2, -\sqrt{3})$, 直线 PD 的函数关系式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

因此, 直线 PD 的函数关系式为

$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{5\sqrt{3}}{3}$ 或 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{5\sqrt{3}}{3}$ 8 分

(3) 若四边形 $EAMD$ 的面积等于 $\triangle DAN$ 的面积

又 $S_{\text{四边形}EAMD} = 2S_{\triangle EAM}$, $S_{\triangle DAN} = 2S_{\triangle AMD}$

$\therefore S_{\triangle AMD} = S_{\triangle EAM}$

$\therefore E$ 、 D 两点到 x 轴的距离相等,

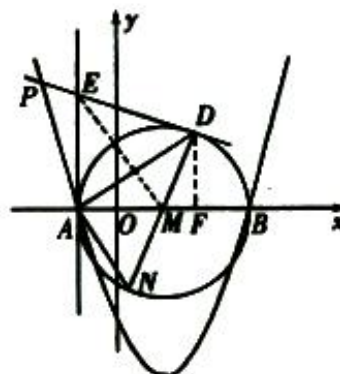
$\therefore PD$ 与 $\odot M$ 相切, $\therefore$ 点 D 与点 E 在 x 轴同侧,

$\therefore$ 切线 PD 与 x 轴平行,

此时切线 PD 的函数关系式为 $y = 2$ 或 $y = -2$.

..... 9 分

当 $y = 2$ 时, 由 $y = x^2 - 2x - 3$ 得, $x = 1 \pm \sqrt{6}$;



当 $y = -2$ 时, 由 $y = x^2 - 2x - 3$ 得, $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 11 分

故满足条件的点 P 的位置有 4 个, 分别是 $P_1(1 + \sqrt{6}, 2)$ 、 $P_2(1 - \sqrt{6}, 2)$ 、 $P_3(1 + \sqrt{2}, -2)$ 、 $P_4(1 - \sqrt{2}, -2)$ 12 分

说明: 本参考答案给出了一种解题方法, 其它正确方法应参考标准给出相应分数.