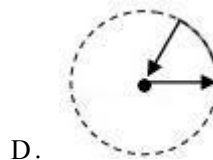
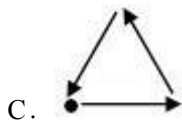
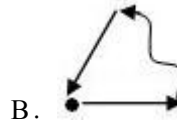
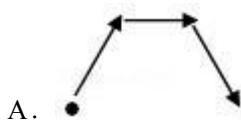
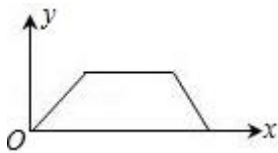


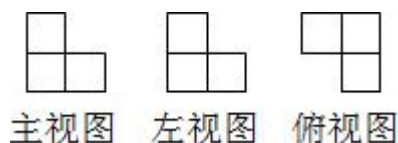
2010 年山东省济宁市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) 4 的算术平方根是 ()
 A. ± 2 B. $\pm \sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2
2. (3 分) 据统计部门报告，我市去年国民生产总值为 238 770 000 000 元，那么这个数据用科学记数法表示为 ()
 A. 2.3877×10^{12} 元 B. 2.3877×10^{11} 元
 C. 23877×10^7 元 D. 2387.7×10^8 元
3. (3 分) 若一个三角形三个内角度数的比为 2: 3: 4，那么这个三角形是 ()
 A. 直角三角形 B. 锐角三角形 C. 钝角三角形 D. 等边三角形
4. (3 分) 把代数式 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$ 分解因式，结果正确的是 ()
 A. $x(3x+y)(x-3y)$ B. $3x(x^2 - 2xy + y^2)$
 C. $x(3x - y)^2$ D. $3x(x - y)^2$
5. (3 分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切， $\odot O_1$ 的半径为 3cm， $\odot O_2$ 的半径为 2cm，则 O_1O_2 的长是 ()
 A. 1cm B. 5cm
 C. 1cm 或 5cm D. 0.5cm 或 2.5cm
6. (3 分) 若 $\sqrt{x+y-1} + (y+3)^2 = 0$ ，则 $x - y$ 的值为 ()
 A. 1 B. -1 C. 7 D. -7
7. (3 分) 如图，是张老师出门散步时离家的距离 y 与时间 x 之间的函数关系的图象，若用黑点表示张老师家的位置，则张老师散步行走的路线可能是 ()

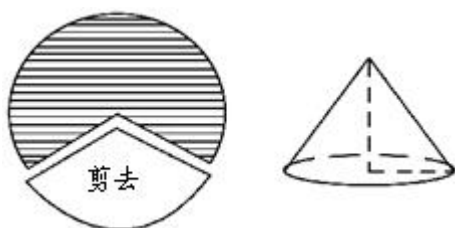


8. (3分) 由若干相同的小立方体搭成的几何体的三视图如图所示, 则搭成这个几何体的小立方体的个数是 ()



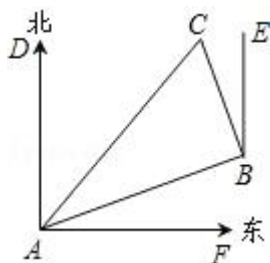
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

9. (3分) 如图, 如果从半径为 9cm 的圆形纸片剪去 $\frac{1}{3}$ 圆周的一个扇形, 将留下的扇形围成一个圆锥 (接缝处不重叠), 那么这个圆锥的高为 ()



- A. 6cm B. $3\sqrt{5}\text{cm}$ C. 8cm D. $5\sqrt{3}\text{cm}$

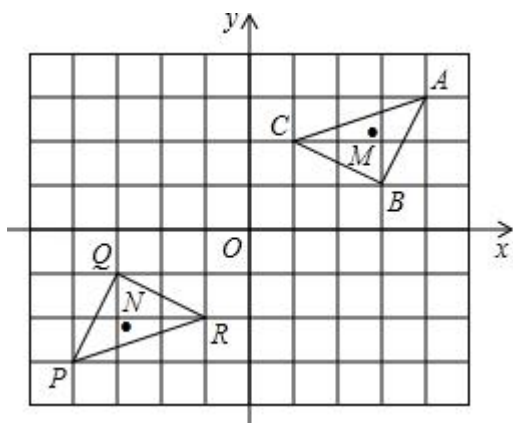
10. (3分) 在一次夏令营活动中, 小霞同学从营地 A 点出发, 要到距离 A 点 1000m 的 C 地去, 先沿北偏东 70° 方向到达 B 地, 然后再沿北偏西 20° 方向走了 500m 到达目的地 C , 此时小霞在营地 A 的 ()



- A. 北偏东 20° 方向上 B. 北偏东 30° 方向上
C. 北偏东 40° 方向上 D. 北偏西 30° 方向上

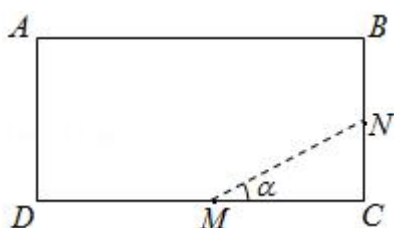
二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分)

11. (3分) 函数 $y = \sqrt{x} - 1$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.
12. (3分) 若代数式 $x^2 - 6x + b$ 可化为 $(x - a)^2 - 1$, 则 $b - a$ 的值是_____.
13. (3分) 如图, $\triangle PQR$ 是 $\triangle ABC$ 经过某种变换后得到的图形. 如果 $\triangle ABC$ 中任意一点 M 的坐标为 (a, b) , 那么它的对应点 N 的坐标为_____.



14. (3分) 某校举行以“保护环境，从我做起”为主题的演讲比赛．经预赛，七、八年级各有一名同学进入决赛，九年级有两名同学进入决赛．前两名都是九年级同学的概率是_____．

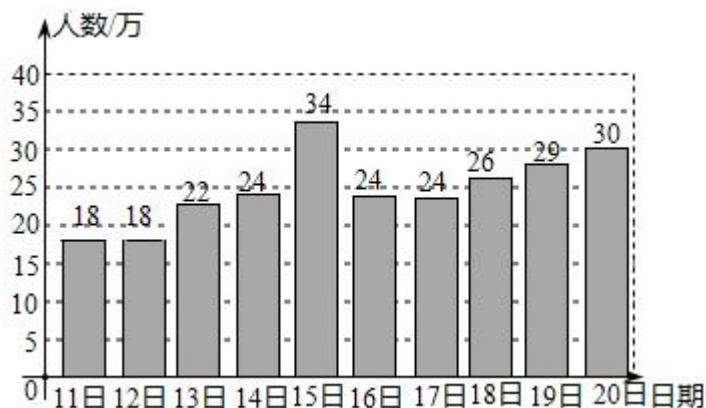
15. (3分) 如图，是一张宽 m 的矩形台球桌 $ABCD$ ，一球从点 M (点 M 在长边 CD 上) 出发沿虚线 MN 射向边 BC ，然后反弹到边 AB 上的 P 点，如果 $MC = n$ ， $\angle CMN = \alpha$ ，那么 P 点与 B 点的距离为_____．



三、解答题 (共 8 小题，满分 55 分)

16. (5分) 计算： $\sqrt{8} - 4\sin 45^\circ + (3 - \pi)^0 + |-4|$

17. (5分) 上海世博会自 2010 年 5 月 1 日到 10 月 31 日，历时 184 天，预测参观人数达 7000 万人次，如图是此次盛会在 5 月中旬入园人数的统计情况．



(1) 请根据统计图完成下表：

	众数	中位数	极差
--	----	-----	----

入园人数/万			
--------	--	--	--

(2) 推算世博会期间参观总人数与预测人数相差多少?

18. (6分) 观察下面的变形规律: $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; ...

解答下面的问题:

(1) 若 n 为正整数, 请你猜想 $\frac{1}{n(n+1)} =$ _____;

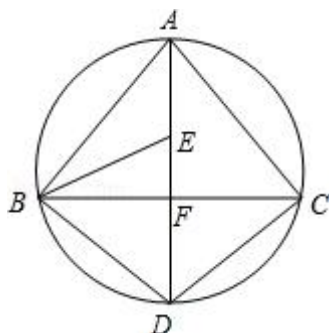
(2) 证明你猜想的结论;

(3) 求和: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2009 \times 2010}$.

19. (6分) 如图, AD 为 $\triangle ABC$ 外接圆的直径, $AD \perp BC$, 垂足为点 F , $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , 连接 BD , CD .

(1) 求证: $BD = CD$;

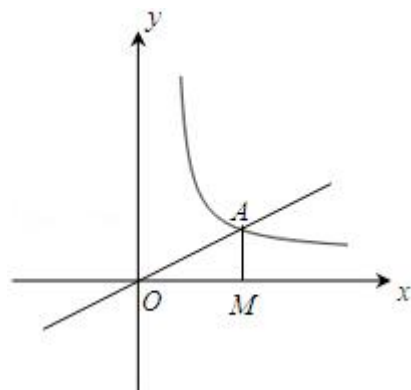
(2) 请判断 B , E , C 三点是否在以 D 为圆心, 以 DB 为半径的圆上? 并说明理由.



20. (7分) 如图, 正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象交于 A 点, 过 A 点作 x 轴的垂线, 垂足为 M , 已知 $\triangle OAM$ 的面积为 1.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 如果 B 为反比例函数在第一象限图象上的点, 且 B 点的横坐标为 1, 在 x 轴上求一点 P , 使 $PA + PB$ 最小. (只需在图中作出点 B , P , 保留痕迹, 不必写出理由)



21. (8分) 某市在道路改造过程中, 需要铺设一条长为 1000 米的管道, 决定由甲、乙两个工程队来完成这一工程. 已知甲工程队比乙工程队每天能多铺设 20 米, 且甲工程队铺设 350 米所用的天数与乙工程队铺设 250 米所用的天数相同.

(1) 甲、乙工程队每天各能铺设多少米?

(2) 如果要求完成该项工程的工期不超过 10 天, 那么为两工程队分配工程量的方案有几种? 请你帮助设计出来 (工程队分配工程量为正整百数).

22. (8分) 数学课上, 李老师出示了这样一道题目: 如图 1, 正方形 $ABCD$ 的边长为 12, P 为边 BC 延长线上的一点, E 为 DP 的中点, DP 的垂直平分线交边 DC 于 M , 交边 AB 的延长线于 N . 当 $CP = 6$ 时, EM 与 EN 的比值是多少?

经过思考, 小明展示了一种正确的解题思路: 过 E 作直线平行于 BC 交 DC , AB 分别于 F , G , 如图 2, 则可得: $\frac{DF}{FC} = \frac{DE}{EP}$, 因为 $DE = EP$, 所以 $DF = FC$. 可求出 EF 和 EG 的值, 进而可求得 EM 与 EN 的比值.

(1) 请按照小明的思路写出求解过程.

(2) 小东又对此题作了进一步探究, 得出了 $DP = MN$ 的结论, 你认为小东的这个结论正确吗? 如果正确, 请给予证明; 如果不正确, 请说明理由.

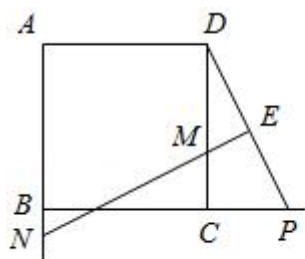


图1

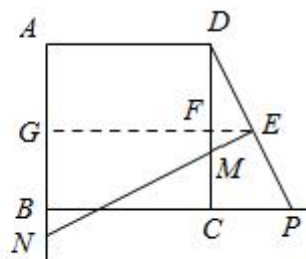


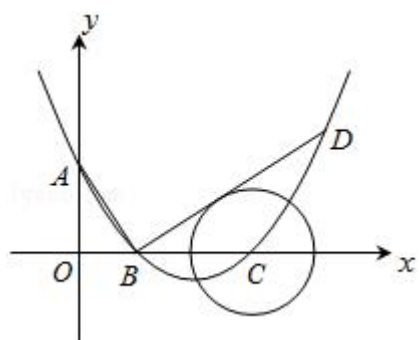
图2

23. (10分) 如图, 在平面直角坐标系中, 顶点为 $(4, -1)$ 的抛物线交 y 轴于 A 点, 交 x 轴于 B , C 两点 (点 B 在点 C 的左侧), 已知 A 点坐标为 $(0, 3)$.

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 过点 B 作线段 AB 的垂线交抛物线于点 D , 如果以点 C 为圆心的圆与直线 BD 相切, 请判断抛物线的对称轴 l 与 $\odot C$ 有怎样的位置关系, 并给出证明;

(3) 已知点 P 是抛物线上的一个动点, 且位于 A , C 两点之间, 问: 当点 P 运动到什么位置时, $\triangle PAC$ 的面积最大? 并求出此时 P 点的坐标和 $\triangle PAC$ 的最大面积.



2010 年山东省济宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 【分析】本题是求 4 的算术平方根，应看哪个正数的平方等于 4，由此即可解决问题．

【解答】解：∵ $\sqrt{4}=2$ ，

∴4 的算术平方根是 2．

故选：D．

【点评】此题主要考查了算术平方根的运算．一个数的算术平方根应该是非负数．

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 1 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数．

【解答】解：238 770 000 000 元，那么这个数据用科学记数法表示为 2.3877×10^{11} 元．故选 B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3. 【分析】根据三角形的内角和定理和三个内角的度数比，即可求得三个内角的度数，再根据三个内角的度数进一步判断三角形的形状．

【解答】解：∵三角形三个内角度数的比为 2：3：4，

$$\therefore \text{三个内角分别是 } 180^\circ \times \frac{2}{9} = 40^\circ, \quad 180^\circ \times \frac{3}{9} = 60^\circ, \quad 180^\circ \times \frac{4}{9} = 80^\circ.$$

所以该三角形是锐角三角形．

故选：B．

【点评】三角形按边分类：不等边三角形和等腰三角形（等边三角形）；

三角形按角分类：锐角三角形，钝角三角形，直角三角形．

4. 【分析】先提公因式 $3x$ ，再利用完全平方公式分解因式．

【解答】解： $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$ ，

$$= 3x(x^2 - 2xy + y^2),$$

$$= 3x(x - y)^2.$$

故选：D．

【点评】本题主要利用提公因式法、完全平方公式分解因式，熟记公式结构特点是解题

的关键.

5. 【分析】 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切, 包括内切和外切两种, 内切时, $O_1O_2 = R - r$, 外切时, $O_1O_2 = R + r$ (O_1O_2 表示圆心距, R, r 分别表示两圆的半径).

【解答】解: 两圆内切时, $O_1O_2 = R - r = 3 - 2 = 1\text{cm}$,

外切时, $O_1O_2 = R + r = 3 + 2 = 5\text{cm}$. 故选 C.

【点评】本题考查了由两圆位置关系求圆心距的方法.

6. 【分析】首先根据非负数的性质, 可列方程组求出 x, y 的值, 进而可求出 $x - y$ 的值.

【解答】解: 由题意, 得:
$$\begin{cases} x+y-1=0 \\ y+3=0 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases};$$

所以 $x - y = 4 - (-3) = 7$;

故选: C.

【点评】此题主要考查非负数的性质: 非负数的和为 0, 则每个非负数必为 0.

7. 【分析】分别根据函数图象的实际意义可依次判断各个选项是否正确.

【解答】解: 根据函数图象可知, 张老师离家先逐渐远去, 有一段时间离家距离不变说明他走的是一段弧线, 之后逐渐离家越来越近直至回家, 分析四个选项只有 D 符合题意.

故选: D.

【点评】主要考查了函数图象的读图能力. 要理解函数图象所代表的实际意义是什么才能从中获取准确的信息.

8. 【分析】从俯视图中可以看出最底层小正方体的个数及形状, 从主视图可以看出每一层小正方体的层数和个数, 从而算出总的个数.

【解答】解: 从主视图看第一列两个正方体, 说明俯视图中的左边一列有两个正方体, 主视图右边的一列只有一行, 说明俯视图中的右边一行只有一列, 所以此几何体共有四个正方体. 故选 B.

【点评】本题考查由三视图想象立体图形. 做这类题时要借助三种视图表示物体的特点, 从主视图上弄清物体的上下和左右形状; 从俯视图上弄清物体的左右和前后形状; 从左视图上弄清楚物体的上下和前后形状, 综合分析, 合理猜想, 结合生活经验描绘出草图后, 再检验是否符合题意.

9. 【分析】因为圆锥的高，底面半径，母线构成直角三角形，则留下的扇形的弧长 $= \frac{240\pi \cdot 9}{180}$

$$= 12\pi, \text{ 所以圆锥的底面半径 } r = \frac{12\pi}{2\pi} = 6\text{cm}, \text{ 所以圆锥的高 } = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\text{cm}.$$

【解答】解：∵从半径为 9cm 的圆形纸片剪去 $\frac{1}{3}$ 圆周的一个扇形，

$$\therefore \text{剩下的扇形的角度} = 360^\circ \times \frac{2}{3} = 240^\circ,$$

$$\therefore \text{留下的扇形的弧长} = \frac{240\pi \cdot 9}{180} = 12\pi,$$

$$\therefore \text{圆锥的底面半径 } r = \frac{12\pi}{2\pi} = 6\text{cm},$$

$$\therefore \text{圆锥的高} = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\text{cm}.$$

故选：B.

【点评】主要考查了圆锥的性质，要知道（1）圆锥的高，底面半径，母线构成直角三角形，（2）此扇形的弧长等于圆锥底面周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．解此类题目要根据所构成的直角三角形的勾股定理作为等量关系求解．

10. 【分析】根据方位角的概念及已知转向的角度结合三角函数的知识求解．

【解答】解：A 点沿北偏东 70° 的方向走到 B，则 $\angle BAD = 70^\circ$ ，

B 点沿北偏西 20° 的方向走到 C，则 $\angle EBC = 20^\circ$ ，

$$\text{又} \because \angle BAF = 90^\circ - \angle DAB = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle 1 - \angle CBE = 180^\circ - 70^\circ - 20^\circ = 90^\circ.$$

$$\because AC = 1000\text{m}, BC = 500\text{m},$$

$$\therefore \sin \angle CAB = 500 \div 1000 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAD - \angle CAB = 40^\circ.$$

故小霞在营地 A 的北偏东 40° 方向上．

故选：C.

九年级同学排在前面的情况为：

九 1、九 2、七、八；

九 1、九 2、八、七；

九 2、九 1、七、八；

九 2、九 1、八、七。

共 4 种；前两名都是九年级同学的概率是： $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ 。

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，

其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

15. 【分析】由于 P 点沿 MN 经边 BC 反弹到 AB ，那么 $\angle PNB = \angle MNC$ ，即 $\angle BPN = \alpha$ ，可在 $\text{Rt}\triangle MNC$ 中，用 α 和 MC 的长表示出 NC ，进而可求出 BN 的表达式；进一步可在 $\text{Rt}\triangle BPN$ 中，求出 PB 的长。

【解答】解：由题意知： $\angle NPB = \angle NMC = \alpha$ 。

$\text{Rt}\triangle MNC$ 中， $MC = n$ ， $\angle NMC = \alpha$ ，

$$\therefore NC = MC \cdot \tan \alpha = n \cdot \tan \alpha,$$

$$\therefore BN = BC - NC = m - n \cdot \tan \alpha.$$

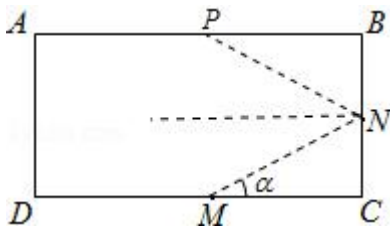
$\text{Rt}\triangle BPN$ 中， $\angle BPN = \alpha$ ，

$$\therefore \tan \alpha = \frac{BN}{PB},$$

$$\therefore PB \cdot \tan \alpha = BN,$$

$$\therefore PB = BN \div \tan \alpha = \frac{m - n \cdot \tan \alpha}{\tan \alpha}.$$

故答案为： $\frac{m - n \cdot \tan \alpha}{\tan \alpha}$ 。



【点评】此题是跨学科综合题，主要考查的是入射角等于反射角和解直角三角形的应用。

三、解答题（共 8 小题，满分 55 分）

16. 【分析】本题涉及零指数幂、特殊角的锐角三角函数值、二次根式化简、绝对值的化简 4 个考点。在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则，求得

计算结果.

【解答】解： $\sqrt{8} - 4\sin 45^\circ + (3 - \pi)^0 + |-4|$
 $= 2\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 4$
 $= 5.$

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握零指数幂、特殊角的锐角三角函数值、二次根式、绝对值的化简等考点的运算．

17. 【分析】（1）众数是一组数据中出现最多的数值，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），极差是数据中最大数与最小数的差；

（2）求得5月中旬的日平均数，则参观总人数与预测人数相差数 = $7000 - 184 \times$ 日平均数．

【解答】解：（1）数据从小到大排列为：18，18，22，24，24，24，26，29，30，34，
24出现了3次，故众数为24，
第5个和第6个数均为24，故中位数是24，
极差 = $34 - 18 = 16$ ；

（2） $7000 - 184 \times \frac{1}{10} \times (2 \times 18 + 22 + 3 \times 24 + 26 + 29 + 30 + 34) = 7000 - 18.4 \times 249 = 7000 - 4581.6 = 2418.4$ （万）

答：世博会期间参观总人数与预测人数相差2418.4万．

【点评】本题考查的是条形统计图的综合运用．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．除此之外，本题也考查了平均数、中位数、众数和极差的定义．

18. 【分析】（1）根据所给的等式，进行推而广之即可；

（2）根据分式的加减运算法则进行证明；

（3）根据（2）中证明的结论，进行计算．

【解答】（1）解： $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ；

$$(2) \text{ 证明: 右边} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)} = \text{左边},$$

所以猜想成立.

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2009} - \frac{1}{2010} \\ &= 1 - \frac{1}{2010} \\ &= \frac{2009}{2010}. \end{aligned}$$

【点评】此题考查了异分母的分式相减的运算法则.

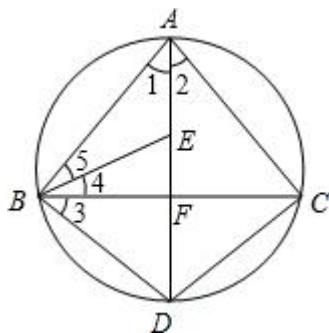
19. 【分析】(1) 利用等弧对等弦即可证明.

(2) 利用等弧所对的圆周角相等, $\angle BAD = \angle CBD$ 再等量代换得出 $\angle DBE = \angle DEB$, 从而证明 $DB = DE = DC$, 所以 B, E, C 三点在以 D 为圆心, 以 DB 为半径的圆上.

【解答】(1) 证明: $\because AD$ 为直径, $AD \perp BC$,

$\therefore$ 由垂径定理得: $\widehat{BD} = \widehat{CD}$

$\therefore$ 根据圆心角、弧、弦之间的关系得: $BD = CD$.



(2) 解: B, E, C 三点在以 D 为圆心, 以 DB 为半径的圆上.

理由: 由 (1) 知: $\widehat{BD} = \widehat{CD}$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\text{又} \because \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle 3 + \angle 4, \quad \angle DEB = \angle 1 + \angle 5,$$

$\because BE$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle 4 = \angle 5,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle DEB,$$

$$\therefore DB = DE.$$

由 (1) 知: $BD = CD$

$$\therefore DB = DE = DC.$$

$\therefore B, E, C$ 三点在以 D 为圆心, 以 DB 为半径的圆上. (7 分)

【点评】 本题主要考查等弧对等弦, 及确定一个圆的条件.

20. **【分析】** (1) A 点在反比例函数上, 三角形 OAM 的面积 $= \frac{k}{2}$, 三角形的面积已知, k 可求出来, 从而确定解析式.

(2) 三点在同一直线上, $PA+PB$ 最小, 找 A 关于 x 的对称点 C , 连接 BC , 与 x 轴的交点, 即为所求的点.

【解答】 解: (1) 设 A 点的坐标为 (a, b) , 则由 $\frac{1}{2}ab=1$, 得 $ab=2=k$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$;

(2) 由条件知: 两函数的交点为 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x \\ y=\frac{2}{x} \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$,

$\therefore A$ 点坐标为: $(2, 1)$, 作出关于 A 点 x 轴对称点 C 点, 连接 BC , P 点即是所求,

则点 $C(2, -1)$,

$\therefore B(1, 2)$,

设直线 BC 的解析式为: $y=kx+b$,

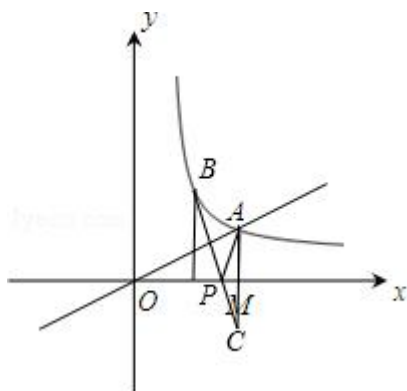
$$\begin{cases} k+b=2 \\ 2k+b=-1 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=-3 \\ b=5 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为: $y=-3x+5$,

当 $y=0$ 时, $x=\frac{5}{3}$,

$\therefore$ 点 $P(\frac{5}{3}, 0)$.



【点评】 本题考查反比例函数的综合运用，关键知道反比例函数上的点和坐标轴构成的面积和 k 的关系，以及两个线段的和最短的问题．

21. 【分析】（1）设甲工程队每天能铺设 x 米．根据甲工程队铺设 350 米所用的天数与乙工程队铺设 250 米所用的天数相同，列方程求解；

（2）设分配给甲工程队 y 米，则分配给乙工程队 $(1000 - y)$ 米．根据完成该项工程的工期不超过 10 天，列不等式组进行分析．

【解答】解：（1）设甲工程队每天能铺设 x 米，则乙工程队每天能铺设 $(x - 20)$ 米．

根据题意得： $\frac{350}{x} = \frac{250}{x-20}$ ，

即 $350(x - 20) = 250x$ ，

$\therefore 7x - 140 = 5x$

解得 $x = 70$ ．

经检验， $x = 70$ 是原分式方程的解，且符合题意，

乙工程队每天能铺设： $x - 20 = 70 - 20 = 50$ 米．

答：甲、乙工程队每天分别能铺设 70 米和 50 米．

（2）设分配给甲工程队 y 米，则分配给乙工程队 $(1000 - y)$ 米．

由题意，得

$$\begin{cases} \frac{y}{70} \leq 10 \\ \frac{1000-y}{50} \leq 10 \end{cases},$$

解得 $500 \leq y \leq 700$ ．

所以分配方案有 3 种：

方案一：分配给甲工程队 500 米，分配给乙工程队 500 米；

方案二：分配给甲工程队 600 米，分配给乙工程队 400 米；

方案三：分配给甲工程队 700 米，分配给乙工程队 300 米。

【点评】此题主要考查了分式方程的应用，以及一元一次不等式组的应用，在工程问题中，工作量 = 工作效率 × 工作时间。在列分式方程解应用题的时候，也要注意进行检验。

22. 【分析】(1) 过 E 作 $EG \parallel BC$ 交 DC 、 AB 分别于 F 、 G ，如图 2，结合平行线分线段成比例定理则可得： $\frac{DF}{FC} = \frac{DE}{EP}$ ，因为 $DE = EP$ ，可知所以 $DF = FC$ ，可求出 EF 和 EG 的值，再利用 $AB \parallel CD$ ，可得 $EM:EN = EF:EG$ ，进而可求得 EM 与 EN 的比值；

(2) 作 $MH \parallel BC$ 交 AB 于点 H ，先利用 $AB \parallel CD$ ，可得 $\angle MNH = \angle CMN$ ，结合对顶角的性质，易得 $\angle MNH = \angle CMN = \angle DME = 90^\circ - \angle CDP$ ，而 $\angle DPC = 90^\circ - \angle CDP$ ，那么 $\angle DPC = \angle MNH$ ，再加上一对直角，和一组对应边 ($HM = CD$)，可证两三角形 $\triangle DPH$ 和 $\triangle MNH$ 全等，从而有 $DP = MN$ 。

【解答】(1) 解：过 E 作直线 GE 平行于 BC 交 DC ， AB 分别于点 F ， G ，(如图 2)

$$\text{则 } \frac{DF}{FC} = \frac{DE}{EP}, \frac{EM}{EN} = \frac{EF}{EG}, \quad GF = BC = 12,$$

$$\because DE = EP,$$

$$\therefore DF = FC,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2} CP = \frac{1}{2} \times 6 = 3, \quad EG = GF + EF = 12 + 3 = 15,$$

$$\therefore \frac{EM}{EN} = \frac{EF}{EG} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5};$$

(2) 证明：正确，

作 $MH \parallel BC$ 交 AB 于点 H ，(如图 1)

则 $MH = CB = CD$ ， $\angle MHN = 90^\circ$ ，

$$\because \angle DCP = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCP = \angle MHN,$$

$\because NE$ 是 DP 的垂直平分线，

$$\because \angle MNH = \angle CMN = \angle DME = 90^\circ - \angle CDP, \quad \angle DPC = 90^\circ - \angle CDP,$$

$$\therefore \angle DPC = \angle MNH,$$

$$\therefore \triangle DPC \cong \triangle MNH,$$

$$\therefore DP = MN.$$

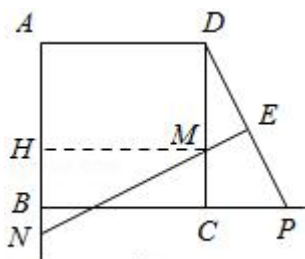


图1

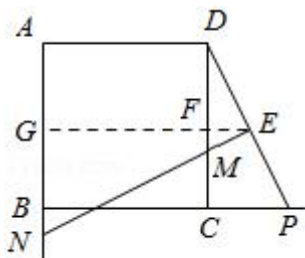


图2

【点评】 本题利用了平行线分线段成比例定理、三角形中位线定理、平行线性质的、全等三角形的判定和性质等知识．关键是作合适的辅助线，使所求的线段在一个三角形中．

23. 【分析】 (1) 已知抛物线的顶点坐标，可用顶点式设抛物线的解析式，然后将 A 点坐标代入其中，即可求出此二次函数的解析式；

(2) 根据抛物线的解析式，易求得对称轴 l 的解析式及 B 、 C 的坐标，分别求出直线 AB 、 BD 、 CE 的解析式，再求出 CE 的长，与到抛物线的对称轴的距离相比较即可；

(3) 过 P 作 y 轴的平行线，交 AC 于 Q ；易求得直线 AC 的解析式，可设出 P 点的坐标，进而可表示出 P 、 Q 的纵坐标，也就得出了 PQ 的长；然后根据三角形面积的计算方法，可得出关于 $\triangle PAC$ 的面积与 P 点横坐标的函数关系式，根据所得函数的性质即可求出 $\triangle PAC$ 的最大面积及对应的 P 点坐标．

【解答】 解：(1) 设抛物线为 $y = a(x - 4)^2 - 1$ ，

$\because$ 抛物线经过点 $A(0, 3)$ ，

$$\therefore 3 = a(0 - 4)^2 - 1, \quad a = \frac{1}{4};$$

$$\therefore \text{抛物线为 } y = \frac{1}{4}(x - 4)^2 - 1 = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3;$$

(2) 相交．

证明：连接 CE ，则 $CE \perp BD$ ，

$$\text{当 } \frac{1}{4}(x - 4)^2 - 1 = 0 \text{ 时, } x_1 = 2, \quad x_2 = 6.$$

$$A(0, 3), \quad B(2, 0), \quad C(6, 0),$$

对称轴 $x = 4$,

$$\therefore OB = 2, AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}, BC = 4,$$

$$\because AB \perp BD,$$

$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ, \angle OBA + \angle EBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{OB}{CE}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{13}}{4} = \frac{2}{CE}, \text{ 解得 } CE = \frac{8\sqrt{13}}{13},$$

$$\therefore \frac{8\sqrt{13}}{13} > 2,$$

故抛物线的对称轴 l 与 $\odot C$ 相交.

(3) 如图, 过点 P 作平行于 y 轴的直线交 AC 于点 Q ;

可求出 AC 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$;

设 P 点的坐标为 $(m, \frac{1}{4}m^2 - 2m + 3)$,

则 Q 点的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m + 3)$;

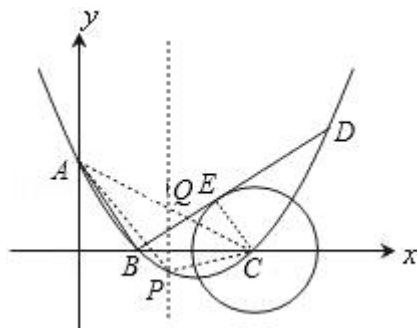
$$\therefore PQ = -\frac{1}{2}m + 3 - (\frac{1}{4}m^2 - 2m + 3) = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m.$$

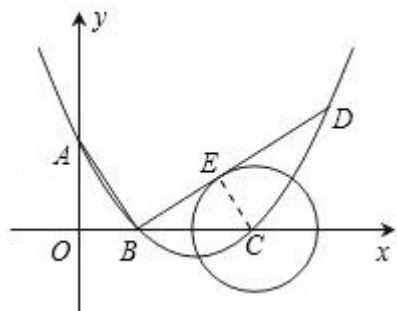
$$\because S_{\triangle PAC} = S_{\triangle PAQ} + S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m) \times 6$$

$$= -\frac{3}{4}(m - 3)^2 + \frac{27}{4};$$

$\therefore$ 当 $m = 3$ 时, $\triangle PAC$ 的面积最大为 $\frac{27}{4}$;

此时, P 点的坐标为 $(3, -\frac{3}{4})$.





【点评】此题考查了二次函数解析式的确定、相似三角形的判定和性质、直线与圆的位置关系、图形面积的求法等知识.