

2010 年山东省枣庄市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

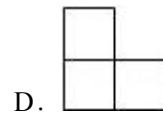
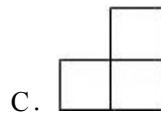
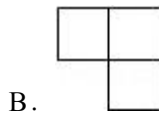
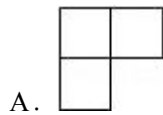
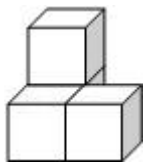
1. (3 分) 下列运算中，不正确的是 ()

A. $a^3 + a^3 = 2a^3$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ C. $(-a^3)^2 = a^9$ D. $2a^3 \div a^2 = 2a$

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$
C. $(\sqrt{3} - 1)^2 = 3 - 1$ D. $\sqrt{5^2 - 3^2} = 5 - 3$

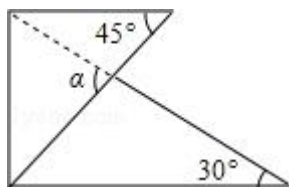
3. (3 分) 如图所示的几何体是由一些小立方块搭成的，则这个几何体的俯视图是 ()



4. (3 分) 已知 $\odot O_1$ 的半径是 $4cm$ ， $\odot O_2$ 的半径是 $2cm$ ， $O_1O_2 = 5cm$ ，则两圆的位置关系是 ()

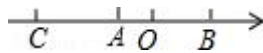
A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内含

5. (3 分) 将一副三角板按图中方式叠放，则角 α 等于 ()



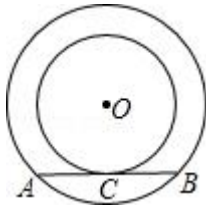
A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

6. (3 分) 如图，数轴上 A ， B 两点表示的数分别为 -1 和 $\sqrt{3}$ ，点 B 关于点 A 的对称点为 C ，则点 C 所表示的数为 ()



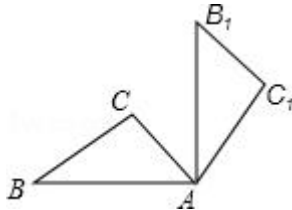
A. $-2 - \sqrt{3}$ B. $-1 - \sqrt{3}$ C. $-2 + \sqrt{3}$ D. $1 + \sqrt{3}$

7. (3 分) 如图，两个同心圆的半径分别为 $3cm$ 和 $5cm$ ，弦 AB 与小圆相切于点 C ，则 AB 的长为 ()



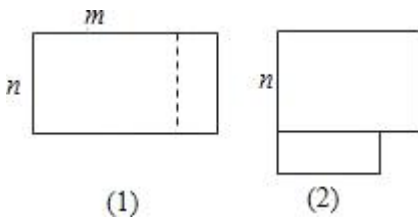
- A. 4cm B. 5cm C. 6cm D. 8cm

8. (3分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$. 把 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后, 得到 $\triangle AB_1C_1$, 如图所示, 则点 B 所走过的路径长为 ()



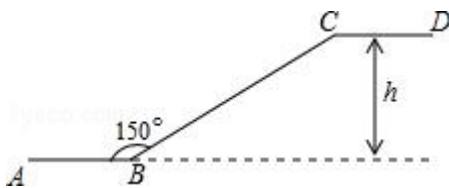
- A. $5\sqrt{2}\text{cm}$ B. $\frac{5}{4}\pi\text{cm}$ C. $\frac{5}{2}\pi\text{cm}$ D. $5\pi\text{cm}$

9. (3分) 如图(1), 把一个长为 m , 宽为 n 的长方形 ($m > n$) 沿虚线剪开, 拼接成图(2), 成为在一角去掉一个小正方形后的大正方形, 则去掉的小正方形的边长为 ()



- A. $\frac{m-n}{2}$ B. $m-n$ C. $\frac{m}{2}$ D. $\frac{n}{2}$

10. (3分) 如图是某商场一楼与二楼之间的扶梯示意图. 其中 AB , CD 分别表示一楼, 二楼地面的水平线, $\angle ABC = 150^\circ$, BC 的长是 8m , 则乘电梯从点 B 到点 C 上升的高度 h 是 ()

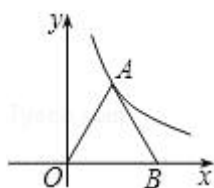


- A. $\frac{8}{3}\sqrt{3}\text{m}$ B. 4m C. $4\sqrt{3}\text{m}$ D. 8m

11. (3分) 在一个不透明的袋子中装有 4 个除颜色外完全相同的小球, 其中白球 1 个, 黄球 1 个, 红球 2 个, 摸出一个球不放入, 再摸出一个球, 两次都摸到红球的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

12. (3分) 如图, 正 $\triangle AOB$ 的顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x} (x > 0)$ 的图象上, 则点 B 的坐标为 ()

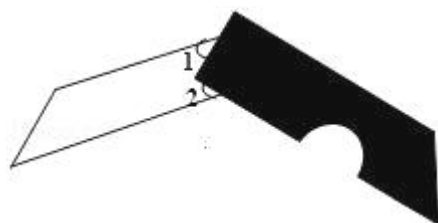


- A. (2, 0) B. ($\sqrt{3}$, 0) C. ($2\sqrt{3}$, 0) D. ($\frac{\sqrt{3}}{2}$, 0)

二、填空题 (共6小题, 每小题4分, 满分24分)

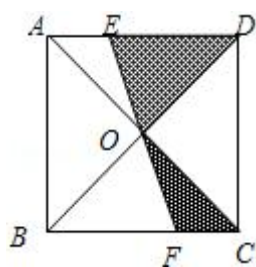
13. (4分) 化简 $\frac{b^2}{2a-b} + \frac{4a^2}{b-2a}$ 的结果是_____.

14. (4分) 如图, 是我们生活中经常接触的小刀, 刀片的外形是一个直角梯形, 刀片上、下是平行的, 转动刀片时会形成 $\angle 1$ 和 $\angle 2$, 则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____度.

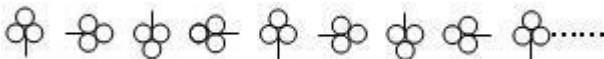


15. (4分) 若 $\frac{|x|-3}{x^2-2x-3}$ 的值为零, 则 x 的值是_____.

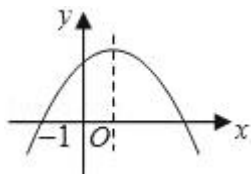
16. (4分) 如图, 边长为2的正方形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , 过点 O 的直线分别交 AD 、 BC 于 E 、 F , 则阴影部分的面积是_____.



17. (4分) 下列一串梅花图案是按一定规律排列的, 请你仔细观察, 在前2009个梅花图案中, 共有_____个“”图案.



18. (4分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过点 $(-1, 0)$, 且顶点在第一象限. 有下列三个结论: ① $a < 0$; ② $a + b + c > 0$; ③ $-\frac{b}{2a} > 0$. 把正确结论的序号填在横线上_____.



三、解答题（共 7 小题，满分 60 分）

19.（8 分）在 3×3 的正方形格点图中，有格点 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ，且 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 关于某直线成轴对称，请在下面给出的图中画出 4 个这样的 $\triangle DEF$.

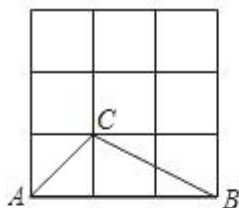


图 1

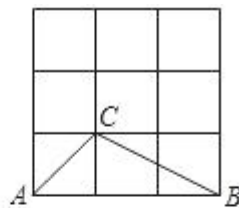


图 2

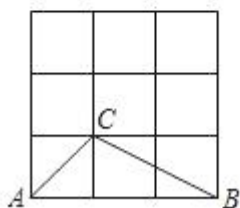


图 3

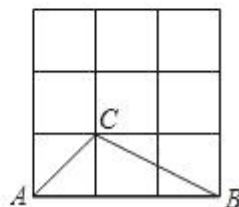
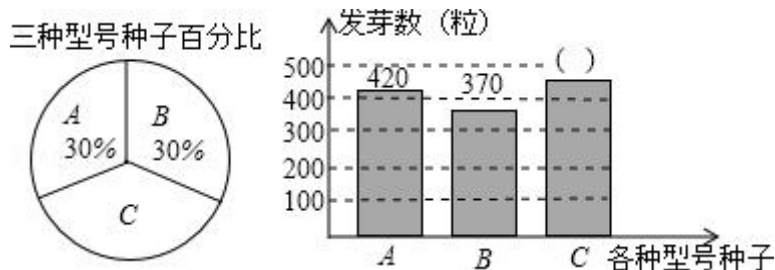


图 4

20.（8 分）解不等式组 $\begin{cases} 4x-3 < 5x \\ \frac{x-4}{2} + \frac{x+2}{6} \leq \frac{1}{3} \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.

21.（8 分）市种子培育基地用 A 、 B 、 C 三种型号的甜玉米种子共 1500 粒进行发芽试验，从中选出发芽率高的种子进行推广，通过试验知道， C 型号种子的发芽率为 80%. 根据试验数据绘制了下面两个不完整的统计图（图 1、图 2）：



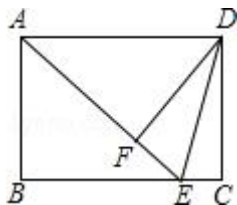
- （1） C 型号种子的发芽数是_____粒；
- （2）通过计算说明，应选哪种型号的种子进行推广（精确到 1%）；
- （3）如果将已发芽的种子放到一起，从中随机取出一粒，求取到 C 型号发芽种子的概率.

22.（8 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 是 BC 边上的点， $AE = BC$ ， $DF \perp AE$ ，垂足为 F ，连

接 DE .

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DFA$;

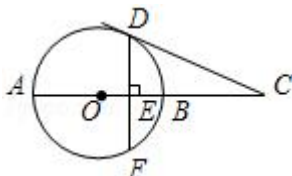
(2) 如果 $AD = 10$, $AB = 6$, 求 $\sin \angle EDF$ 的值.



23. (8分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线上, CD 切 $\odot O$ 于点 D , 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 F , 已知 $OE = 1\text{cm}$, $DF = 4\text{cm}$.

(1) 求 $\odot O$ 的半径;

(2) 求切线 CD 的长.

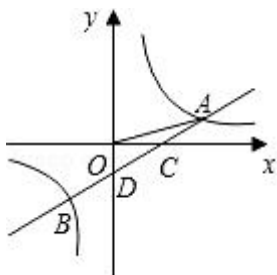


24. (10分) 如图, 一次函数 $y = ax + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A, B 两点, 与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 D , 已知 $OA = \sqrt{10}$, $\tan \angle AOC = \frac{1}{3}$, 点 B 的坐标为 $(m, -2)$.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 求一次函数的解析式;

(3) 在 y 轴上存在一点 P , 使得 $\triangle PDC$ 与 $\triangle ODC$ 相似, 请你求出 P 点的坐标.

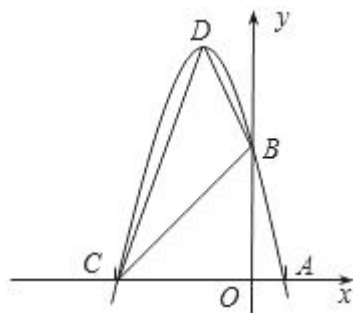


25. (10分) 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(m, 0)$ 、 $B(0, n)$, 其中 m, n 是方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的两个实数根, 且 $m < n$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 设 (1) 中的抛物线与 x 轴的另一个交点为 C , 抛物线的顶点为 D , 求 C, D 点的坐标和 $\triangle BCD$ 的面积;

(3) P 是线段 OC 上一点, 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴, 交抛物线于点 H , 若直线 BC 把 $\triangle PCH$ 分成面积相等的两部分, 求 P 点的坐标.



2010 年山东省枣庄市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. 【分析】根据合并同类项法则和幂的运算性质，计算后利用排除法求解．

【解答】解：A、 $a^3+a^3=2a^3$ ，正确；

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，正确；

C、应为 $(-a^3)^2 = a^6$ ，故本选项错误；

D、 $2a^3 \div a^2 = 2a$ ，正确．

故选：C．

【点评】本题考查了合并同类项、同底数幂的乘除法、幂的乘方，需熟练掌握并区分清楚，才不容易出错．

2. 【分析】A、B、C、D 利用根式的运算顺序及运算法则、公式等计算即可求解．

【解答】解：A、不是同类二次根式，不能合并，故选项错误；

B、 $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ ，故选项正确；

C、是完全平方公式，应等于 $4 - 2\sqrt{3}$ ，故选项错误；

D、应该等于 $\sqrt{16} = 4$ ，故选项错误；

故选：B．

【点评】本题考查的是二次根式的运算能力．注意：要正确掌握运算顺序及运算法则、公式等．

3. 【分析】俯视图是从物体上面看所得到的图形．从几何体上面看，是左边 2 个，右边 1 个正方形．

【解答】解：从几何体上面看，是左边 2 个，右边 1 个正方形．

故选：D．

【点评】本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体上面看所得到的图形，解答时学生易将三种视图混淆而错误的选其它选项．

4. 【分析】本题直接告诉了两圆的半径及圆心距，根据它们之间的数量关系与两圆位置关系的对应情况便可直接得出答案．

【解答】解： $\because \odot O_1$ 的半径是 $4cm$ ， $\odot O_2$ 的半径是 $2cm$ ， $O_1O_2 = 5cm$ ，

$\therefore 2 < O_1O_2 < 6$ ，

∴两圆相交，

故选：C.

【点评】本题主要考查圆与圆的位置关系，外离，则 $P > R+r$ ；外切，则 $P = R+r$ ；相交，则 $R-r < P < R+r$ ；内切，则 $P = R-r$ ；内含，则 $P < R-r$.

(P 表示圆心距， R, r 分别表示两圆的半径).

5. 【分析】利用两直线平行，内错角相等和三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和计算.

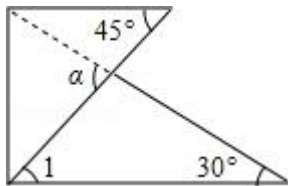
【解答】解：如图，根据两直线平行，内错角相等，

$$\therefore \angle 1 = 45^\circ,$$

根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，

$$\therefore \angle \alpha = \angle 1 + 30^\circ = 75^\circ.$$

故选：D.



【点评】本题利用了两直线平行，内错角相等和三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和.

6. 【分析】由于 A, B 两点表示的数分别为 -1 和 $\sqrt{3}$ ，先根据对称点可以求出 OC 的长度，根据 C 在原点的左侧，进而可求出 C 的坐标.

【解答】解：∵对称的两点到对称中心的距离相等，

$$\therefore CA = AB, |-1| + |\sqrt{3}| = 1 + \sqrt{3},$$

$$\therefore OC = 2 + \sqrt{3}, \text{ 而 } C \text{ 点在原点左侧,}$$

$$\therefore C \text{ 表示的数为: } -2 - \sqrt{3}.$$

故选：A.

【点评】本题主要考查了求数轴上两点之间的距离，同时也利用对称点的性质及利用数形结合思想解决问题.

7. 【分析】作辅助线，连接 OC 和 OB ，根据切线的性质圆的切线垂直于过切点的半径，知 $OC \perp AB$ ，应用勾股定理可将 BC 的长求出，从而求出 AB 的长.

【解答】解：连接 OC 和 OB ,

∵弦 AB 与小圆相切,

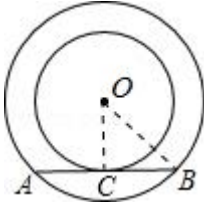
∴ $OC \perp AB$,

在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中,

$$BC = \sqrt{OB^2 - OC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

∴ $AB = 2BC = 8\text{cm}$.

故选: D .



【点评】 本题主要考查切线的性质和垂径定理的应用.

8. **【分析】** 根据勾股定理可将 AB 的长求出, 点 B 所经过的路程是以点 A 为圆心, 以 AB 的长为半径, 圆心角为 90° 的扇形.

【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,

$$l_{AB} = \frac{2\pi Rn}{360} = \frac{2\pi \times 5 \times 90}{360} = \frac{5}{2}\pi\text{cm},$$

故点 B 所经过的路程为 $\frac{5}{2}\pi\text{cm}$.

故选: C .

【点评】 本题的主要是将点 B 所走的路程转化为求弧长, 使问题简化.

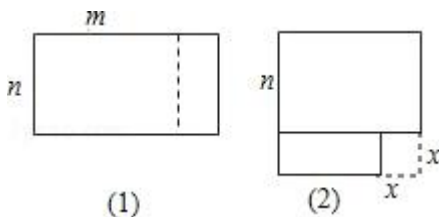
9. **【分析】** 此题的等量关系: 大正方形的面积 = 原长方形的面积 + 小正方形的面积. 特别注意剪拼前后的图形面积相等.

【解答】 解: 设去掉的小正方形的边长为 x ,

$$\text{则: } (n+x)^2 = mn + x^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{m-n}{2}.$$

故选: A .



【点评】 本题考查同学们拼接剪切的动手能力, 解决此类问题一定要联系方程来解决.

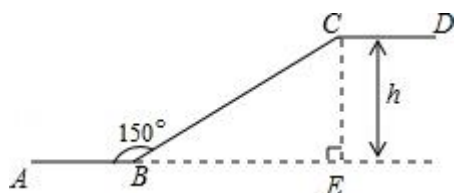
10. 【分析】过 C 作 $CE \perp AB$ ，已知 $\angle ABC = 150^\circ$ ，即已知 $\angle CBE = 30^\circ$ ，根据三角函数就可以求解.

【解答】解：过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E 点.

在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中，由三角函数的定义可知

$$CE = BC \cdot \sin 30^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4m.$$

故选：B.



【点评】考查三角函数的应用.

11. 【分析】列举出所有情况，看两次都摸到红球的情况占总情况的多少即可.

【解答】解：



$\therefore$ 一共有 12 种情况，有 2 种情况两次都摸到红球，

$\therefore$ 两次都摸到红球的概率是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

故选：C.

【点评】列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

12. 【分析】过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于 C ，根据已知条件知道 $\triangle OAB$ 是正三角形，然后设 $AC = a$ ，则 $OC = \sqrt{3}a$ ，这样点 A 则坐标可以用 a 表示，再把这点代入反比例函数的解析式就可以求出 a 从而求出点 B 的坐标.

【解答】解：如图，过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于 C ，

$\because \triangle OAB$ 是正三角形，

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = 30^\circ$ ，

$\therefore$ 设 $AC = a$ ，则 $OC = \sqrt{3}a$ ，

$\therefore$ 点 A 则坐标是 $(a, \sqrt{3}a)$,

把这点代入反比例函数的解析式就得到 $\sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}}{a}$,

$\therefore a = \pm 1$,

$\because x > 0$,

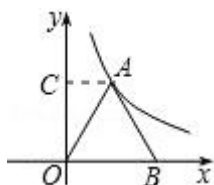
$\therefore a = 1$,

则 $OA = 2$,

$\therefore OB = 2$,

则点 B 的坐标为 $(2, 0)$.

故选: A .



【点评】 此题综合考查了反比例函数的性质, 正三角形等多个知识点. 此题难度稍大, 综合性比较强, 注意对各个知识点的灵活应用.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

13. **【分析】** 先把原式后一项目提取负号, 转化为同分母分式, 再利用平方差公式进行化简即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{b^2}{2a-b} - \frac{4a^2}{2a-b} = \frac{b^2 - 4a^2}{2a-b} = \frac{(b-2a)(b+2a)}{2a-b} = -b - 2a$.

【点评】 分式的加减运算中, 如果是异分母分式, 则必须先通分, 把异分母分式化为同分母分式, 然后再相加减.

14. **【分析】** 抽象出数学图形, 巧妙构造辅助线: 平行线. 根据平行线的性质探讨角之间的关系.

【解答】 解: 如图所示, 过 M 作 $MN \parallel a$,

$\because a \parallel b$,

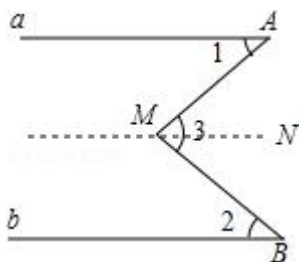
$\therefore MN \parallel b$,

根据平行线的性质: 两条直线平行, 内错角相等. 得

$$\angle 1 = \angle AMN, \quad \angle 2 = \angle BMN,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 = 90^\circ.$$

故填 90 .



【点评】此题设计情境新颖，考查了简单的平行线的性质知识，通过做此题，提高了学生用数学解决实际问题的能力。

15. 【分析】若分式的值为 0，则其分子为 0，而分母不能为 0.

【解答】解：由分子 $|x| - 3 = 0$ ，得 $x \pm 3$ ，而当 $x = 3$ 时，分母 $x^2 - 2x - 3 = 0$ ，此时该分式无意义，

所以当 $x = -3$ ，故若 $\frac{|x|-3}{x^2-2x-3}$ 的值为零，则 x 的值是 -3 。

【点评】由于该类型的题易忽略分母不为 0 这个条件，所以常以这个知识点来命题。

16. 【分析】由题可知 $\triangle DEO \cong \triangle BFO$ ，阴影面积就等于 $\triangle BOC$ 面积。

【解答】解：由题意可知

$$\triangle DEO \cong \triangle BFO,$$

$$\therefore S_{\triangle DEO} = S_{\triangle BFO},$$

$$\text{阴影面积} = \text{三角形 } BOC \text{ 面积} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1.$$

故答案为：1.

【点评】本题主要考查正方形的性质和三角形的判定，不是很难，会把两个阴影面积转化到一个图形中去。

17. 【分析】注意观察图形中循环的规律，然后进行计算。

【解答】解：观察图形可以发现：依次是向上、右、下、左 4 个一循环，

所以 $2009 \div 4 = 502$ 余 1，

则共有 $502 + 1 = 503$ 个。

故答案为：503.

【点评】关键是通过归纳与总结，得到其中的规律。

18. 【分析】由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断。

【解答】解：由抛物线的开口方向向下可推出 $a < 0$ ；

因为对称轴在 y 轴右侧, 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} > 0$;

由图象可知: 当 $x = 1$ 时, $y > 0$, $\therefore a + b + c > 0$.

$\therefore$ ①, ②, ③都正确.

【点评】 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 系数符号的确定:

(1) a 由抛物线开口方向确定: 开口方向向上, 则 $a > 0$; 否则 $a < 0$.

(2) b 由对称轴和 a 的符号确定: 由对称轴公式 $x = -\frac{b}{2a}$ 判断符号.

(3) c 由抛物线与 y 轴的交点确定: 交点在 y 轴正半轴, 则 $c > 0$; 否则 $c < 0$.

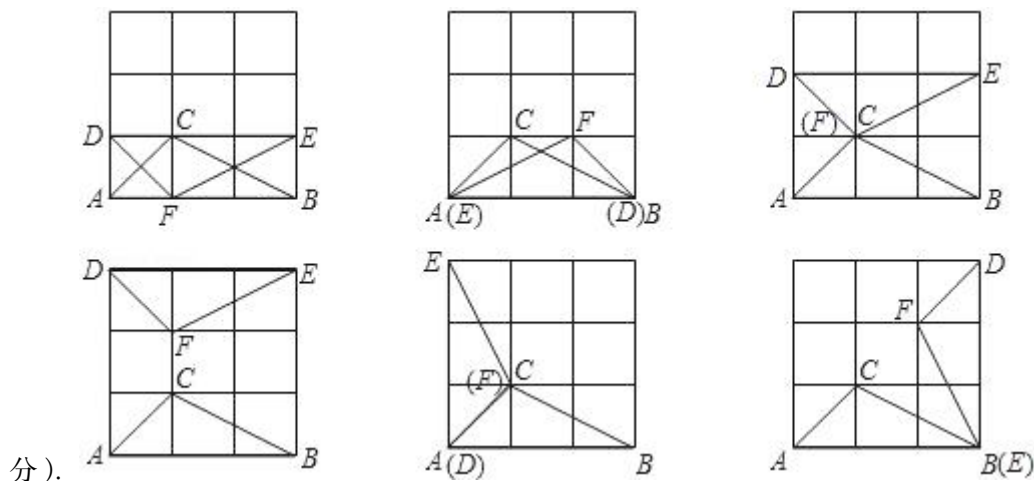
(4) $b^2 - 4ac$ 由抛物线与 x 轴交点的个数确定: 2 个交点, $b^2 - 4ac > 0$; 1 个交点, $b^2 - 4ac = 0$; 没有交点, $b^2 - 4ac < 0$.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 60 分)

19. **【分析】** 本题要求思维严密, 根据对称图形关于某直线对称, 找出不同的对称轴, 画出不同的图形,

对称轴可以随意确定, 因为只要根据你确定的对称轴去画另一半对称图形, 那这两个图形一定是轴对称图形.

【解答】 解: 正确 1 个得 (1 分), 全部正确得 (6



【点评】 本题有一定的难度, 要求找出所有能与三角形 ABC 形成对称的轴对称图形, 这里注意思维要严密.

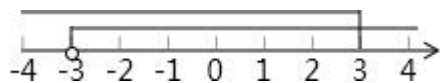
20. **【分析】** 先把原不等式组中的不等式化为不含分母的不等式, 再分别求出两不等式的解, 在数轴上表示出来即可.

【解答】 解: 原不等式组可化为
$$\begin{cases} 4x - 3 < 5x & \text{①} \\ 6x - 24 + x + 2 \leq 4 & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得 $x > -3$;

解不等式②得 $x \leq 3$.

不等式①、②的解集在数轴上表示如下:



$\therefore$ 不等式组的解集为 $-3 < x \leq 3$.

【点评】 本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断, 也可按照求不等式的公共解遵循的原则求解: 同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了.

21. **【分析】** (1) 先求出 C 型号种子占的百分比, 再求出 C 型号种子的数目, 利用其发芽率为 80%, 即可求出其发芽的数目;

(2) 分别计算三种种子的发芽率, 选发芽率高的种子进行推广;

(3) 求出在已发芽的种子中有 A 型号、 B 型号、 C 型号的数目, 进而即可求出从中随机取出一粒, 取到 C 型号发芽种子的概率.

【解答】 解: (1) 读图可知: C 型号种子占 $1 - 30\% - 30\% = 40\%$, 即 $1500 \times 40\% = 600$ 粒;

因为其发芽率为 80%, 故其发芽数是 $600 \times 80\% = 480$ 粒.

(2) 分别计算三种种子的发芽率:

$$A \text{ 型号: } \frac{420}{1500 \times 30\%} \approx 93\%, \quad B \text{ 型号: } \frac{370}{1500 \times 30\%} \approx 82\%, \quad C \text{ 型号: } \frac{480}{600} = 80\%;$$

所以应选 A 型号的种子进行推广.

(3) 在已发芽的种子中; 有 A 型号的 420 粒, B 型号的 370 粒, C 型号的 480 粒;

故从中随机取出一粒, 求取到 C 型号发芽种子的概率为 $\frac{480}{420+370+480} = \frac{48}{127}$.

【点评】 扇形统计图中, 各部分占总体的百分比之和为 1, 每部分占总体的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与 360° 的比. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

22. **【分析】** (1) 根据矩形的对边平行且相等得到 $AD = BC = AE$, $\angle DAF = \angle AEB$. 再结合一对直角相等即可证明三角形全等;

(2) 根据全等三角形的对应边相等以及勾股定理, 可以求得 DF , EF 的长; 再根据勾股定理求得 DE 的长, 运用三角函数定义求解.

【解答】(1) 证明：在矩形 $ABCD$ 中， $BC = AD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle DAF = \angle AEB.$$

$$\because DF \perp AE, AE = BC,$$

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ, AE = AD.$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFA.$$

(2) 解：由 (1) 知 $\triangle ABE \cong \triangle DFA$ 。

$$\therefore AB = DF = 6.$$

$$\text{在直角} \triangle ADF \text{ 中, } AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$$\therefore EF = AE - AF = AD - AF = 2.$$

$$\text{在直角} \triangle DFE \text{ 中, } DE = \sqrt{DF^2 + EF^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}.$$

$$\therefore \sin \angle EDF = \frac{EF}{DE} = \frac{2}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

【点评】熟练运用矩形的性质和判定，能够找到证明全等三角形的有关条件；

运用全等三角形的性质和勾股定理求得三角形中的边，再根据锐角三角函数的概念求解。

23. 【分析】(1) 连接 OD ，根据垂径定理可知 DE 的长；在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中，已知了 OE 、 DE 的长，根据勾股定理可将 OD 即 $\odot O$ 的半径求出；

(2) 易证得 $\triangle OED \sim \triangle ODC$ ，根据相似三角形得出的对应成比例线段，可将 CD 的长求出。

【解答】解：(1) 连接 OD ，

在 $\odot O$ 中，直径 $AB \perp$ 弦 DF 于点 E ，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}DF = 2\text{cm}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中， $OE = 1\text{cm}$ ， $DE = 2\text{cm}$ ，

$$\therefore OD = \sqrt{5}\text{cm}.$$

(2) $\because CD$ 切 $\odot O$ 于点 D ，

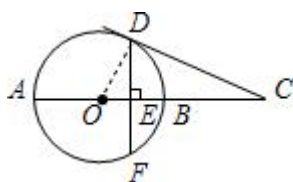
$$\therefore OD \perp CD,$$

在 $\triangle OED$ 与 $\triangle ODC$ 中， $\angle OED = \angle ODC = 90^\circ$ ， $\angle EOD = \angle DOC$ ，

$$\therefore \triangle OED \sim \triangle ODC.$$

$$\text{则 } \frac{OE}{OD} = \frac{ED}{DC}, \text{ 即 } \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{DC}.$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{5} \text{ cm}.$$



【点评】 本题考查了圆的切线性质，及相似三角形的判定知识．运用切线的性质来进行计算或论证，常通过作辅助线连接圆心和切点，利用垂直构造直角三角形解决有关问题．

24. 【分析】 (1) 中，因为 $OA = \sqrt{10}$, $\tan \angle AOC = \frac{1}{3}$, 则可过 A 作 AE 垂直 x 轴，垂足为 E ,

利用三角函数和勾股定理即可求出 $AE = 1$, $OE = 3$, 从而可知 $A(3, 1)$, 又因点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，由此可求出 $k = 3$, 从而求出反比例函数的解析式．

(2) 中，因为一次函数 $y = ax + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象交于 A, B 两点，点 B 的坐标为 $(m, -2)$. 所以 $3 = -2x$.

即 $m = -\frac{3}{2}$, $B(-\frac{3}{2}, -2)$. 然后把点 A, B 的坐标代入一次函数的解析式，得到关于 a, b 的方程组，解之即可求出 a, b 的值，最终写出一一次函数的解析式．

(3) 因为在 y 轴上存在一点 P , 使得 $\triangle PDC$ 与 $\triangle ODC$ 相似，而 $\angle PDC$ 和 $\angle ODC$ 是公共角，所以有 $\triangle PDC \sim \triangle CDO$, $\frac{PD}{DC} = \frac{DC}{OD}$, 而点 C, D 分别是一次函数 $y = \frac{2}{3}x - 1$ 的图象与 x 轴、 y 轴的交点，因此有 $C(\frac{3}{2}, 0), D(0, -1)$. $OC = \frac{3}{2}$, $OD = 1$, $DC = \frac{\sqrt{13}}{2}$. 进而可求出 $PD = \frac{13}{4}$, $OP = \frac{9}{4}$. 写出点 P 的坐标．

【解答】 解：(1) 过 A 作 AE 垂直 x 轴，垂足为 E ,

$$\because \tan \angle AOC = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OE = 3AE$$

$$\because OA = \sqrt{10}, OE^2 + AE^2 = 10,$$

$$\therefore AE = 1, OE = 3$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (3, 1).$$

$\because A$ 点在双曲线上，

$$\therefore 1 = \frac{k}{3},$$

$$\therefore k = 3.$$

$$\therefore \text{双曲线的解析式为 } y = \frac{3}{x}.$$

$$(2) \because \text{点 } B(m, -2) \text{ 在双曲线 } y = \frac{3}{x} \text{ 上,}$$

$$\therefore -2 = \frac{3}{m},$$

$$\therefore m = -\frac{3}{2}.$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{3}{2}, -2\right).$$

$$\therefore \begin{cases} 3a+b=1 \\ -\frac{3}{2}a+b=-2 \end{cases}, \therefore \begin{cases} a=\frac{2}{3} \\ b=-1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = \frac{2}{3}x - 1.$$

$$(3) \text{过点 } C \text{ 作 } CP \perp AB, \text{ 交 } y \text{ 轴于点 } P,$$

$$\because C, D \text{ 两点在直线 } y = \frac{2}{3}x - 1 \text{ 上,}$$

$$\therefore C, D \text{ 的坐标分别是: } C\left(\frac{3}{2}, 0\right), D(0, -1).$$

$$\text{即: } OC = \frac{3}{2}, OD = 1,$$

$$\therefore DC = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

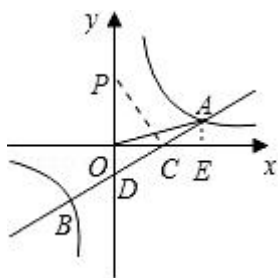
$$\because \triangle PDC \sim \triangle CDO,$$

$$\therefore \frac{PD}{DC} = \frac{DC}{OD},$$

$$\therefore PD = \frac{DC^2}{OD} = \frac{13}{4}$$

$$\text{又 } OP = DP - OD = \frac{13}{4} - 1 = \frac{9}{4}$$

$$\therefore P \text{ 点坐标为 } \left(0, \frac{9}{4}\right).$$



【点评】此类题目往往和三角函数相联系，在考查学生待定系数法的同时，也综合考查了学生的解直角三角形、相似三角形的知识，是数形结合的典型题例，它的解决需要学生各方面知识的灵活运用.

25. 【分析】(1) 通过解方程可求出 m 、 n 的值，也就求出了点 A 、 B 的坐标，将它们代入抛物线的解析式中，通过联立方程组即可求得待定系数的值，从而确定该抛物线的解析式.

(2) 抛物线的解析式中，令 $y = 0$ 可求得 C 点坐标，利用公式法可求出抛物线顶点 D 的坐标；由于 $\triangle BCD$ 的面积无法直接求得，可过 D 作 x 轴的垂线，设垂足为 E ，分别求出 $\triangle CDE$ 、梯形 $DEOB$ 、 $\triangle BCO$ 的面积，那么 $\triangle CDE$ 、梯形 $DEOB$ 的面积和减去 $\triangle BCO$ 的面积，即可得到 $\triangle BCD$ 的面积.

(3) 若直线 BC 平分 $\triangle PCH$ 的面积，那么直线 BC 必过 PH 的中点，因为只有这样平分所得的两个三角形才等底等高，可设出点 P 的坐标，根据抛物线的解析式可表示出点 H 的坐标，进而可求得 PH 中点的坐标，由于 PH 中点在直线 BC 上，可将其代入直线 BC 的解析式中，由此求出点 P 的坐标.

【解答】解：(1) 解方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$,

得 $x_1 = 5$, $x_2 = 1$,

由 $m < n$, 知 $m = 1$, $n = 5$,

$\therefore A(1, 0)$, $B(0, 5)$,

$$\therefore \begin{cases} -1 + b + c = 0 \\ c = 5 \end{cases}$$

$$\text{即} \begin{cases} b = -4 \\ c = 5 \end{cases};$$

所求抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 4x + 5$.

(2) 由 $-x^2 - 4x + 5 = 0$,

得 $x_1 = -5$, $x_2 = 1$,

故 C 的坐标为 $(-5, 0)$,

由顶点坐标公式，得 $D(-2, 9)$;

过 D 作 $DE \perp x$ 轴于 E ，得 $E(-2, 0)$,

$$\therefore S_{\triangle BCD} = S_{\triangle CDE} + S_{\text{梯形 } OBDE} - S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + \frac{5+9}{2} \times 2 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 15.$$

(注：延长 DB 交 x 轴于 F ，由 $S_{\triangle BCD} = S_{\triangle CFD} - S_{\triangle CFB}$ 也可求得)

(3) 设 $P(a, 0)$ ，则 $H(a, -a^2 - 4a + 5)$;

直线 BC 把 $\triangle PCH$ 分成面积相等的两部分，须且只须 BC 等分线段 PH ，亦即 PH 的中点，

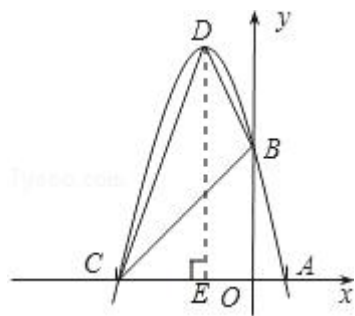
$(a, \frac{-a^2 - 4a + 5}{2})$ 在直线 BC 上，

易得直线 BC 方程为： $y = x + 5$;

$$\therefore \frac{-a^2 - 4a + 5}{2} = a + 5.$$

解之得 $a_1 = -1$ ， $a_2 = -5$ (舍去)，

故所求 P 点坐标为 $(-1, 0)$.



【点评】 此题考查了一元二次方程的解法、二次函数解析式的确定、图形面积的求法、函数图象上点的坐标意义等基础知识，难度不大.