

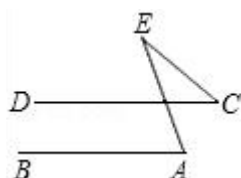
2010 年山东省德州市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $2^0 = 0$ B. $3^{-1} = -3$ C. $\sqrt{9} = 3$ D. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

2.（3 分）如图，直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，则 $\angle E$ 等于（ ）

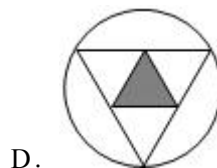
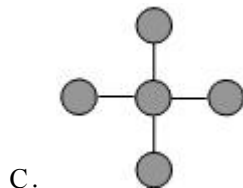
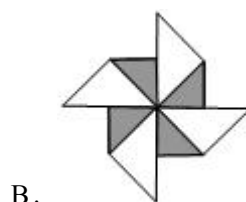


- A. 30° B. 40° C. 60° D. 70°

3.（3 分）德州市 2009 年实现生产总值（GDP）1545.35 亿元，用科学记数法表示应是（结果保留 3 个有效数字）（ ）

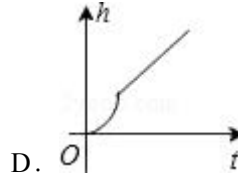
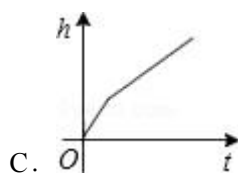
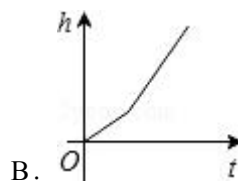
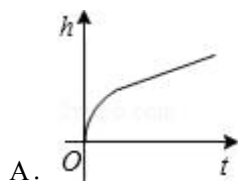
- A. 1.54×10^8 元 B. 1.545×10^{11} 元
C. 1.55×10^{10} 元 D. 1.55×10^{11} 元

4.（3 分）下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

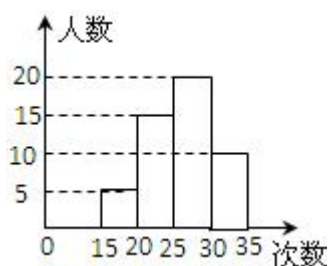


5.（3 分）某游泳池的纵切面如图所示，用一水管向池内持续注水，若单位时间内注入的水量保持不变，则在注水过程中，下列图象能反映深水区水深 h 与注水时间 t 关系的是（ ）





6. (3分) 为了了解某校九年级学生的体能情况，随机抽查了其中 50 名学生，测试 1 分钟仰卧起坐的成绩（次数），进行整理后绘制成如图所示的频数分布直方图（注：15 ~ 20 包括 15，不包括 20，以下同），请根据统计图计算成绩在 20 ~ 30 次的频率是（ ）



- A. 0.4 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.7
7. (3分) 如图是某几何体的三视图及相关数据，则该几何体的侧面积是（ ）



- A. $\frac{1}{2}ab\pi$ B. $\frac{1}{2}ac\pi$ C. $ab\pi$ D. $ac\pi$
8. (3分) 已知三角形的三边长分别为：3，4，5，则它的边与半径为 1 的圆的公共点个数所有可能的情况是（ ）
- A. 0，1，2，3 B. 0，1，2，4 C. 0，1，2，3，4 D. 0，1，2，4，5

二、填空题（共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

9. (4分) -3 的倒数是_____.

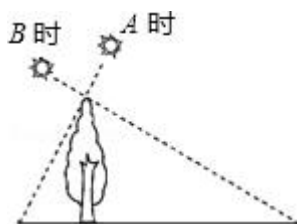
10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x+2 \geq 4x-1 \end{cases}$ 的解集为_____.

11. (4分) 袋子中装有 3 个红球和 5 个白球，这些球除颜色外均相同．在看不到球的条件下，随机从袋中摸出一个球，则摸出白球的概率是_____.

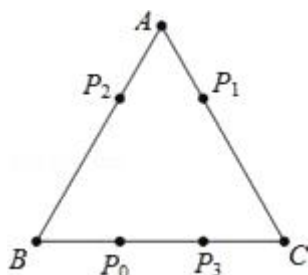
12. (4分) 方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{1}{x}$ 的解为 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (4分) 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E, F, G, H 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点, 如果四边形 $EFGH$ 为菱形, 那么四边形 $ABCD$ 是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (只要写出一种即可).

14. (4分) 如图, 小明在 A 时测得某树的影长为 $2m$, B 时又测得该树的影长为 $8m$, 若两次日照的光线互相垂直, 则树的高度为 $\underline{\hspace{2cm}}m$.



15. (4分) 电子跳蚤游戏盘是如图所示的 $\triangle ABC$, $AB = AC = BC = 6$. 如果跳蚤开始时在 BC 边的 P_0 处, $BP_0 = 2$. 跳蚤第一步从 P_0 跳到 AC 边的 P_1 (第1次落点) 处, 且 $CP_1 = CP_0$; 第二步从 P_1 跳到 AB 边的 P_2 (第2次落点) 处, 且 $AP_2 = AP_1$; 第三步从 P_2 跳到 BC 边的 P_3 (第3次落点) 处, 且 $BP_3 = BP_2$; $\dots$; 跳蚤按照上述规则一直跳下去, 第 n 次落点为 P_n (n 为正整数), 则点 P_{2009} 与点 P_{2010} 之间的距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



16. (4分) 粉笔是校园中最常见的必备品. 图1是一盒刚打开的六角形粉笔, 总支数为50支. 图2是它的横截面(矩形 $ABCD$), 已知每支粉笔的直径为 $12mm$, 由此估算矩形 $ABCD$ 的周长约为 $\underline{\hspace{2cm}}mm$. ($\sqrt{3} \approx 1.73$, 结果精确到 $1mm$)



图1

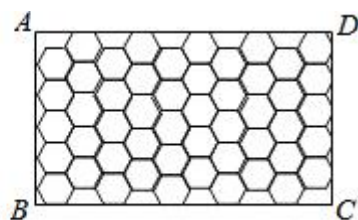


图2

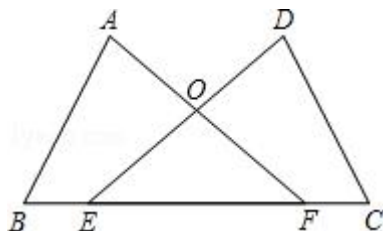
三、解答题 (共7小题, 满分64分)

17. (7分) 先化简, 再求值: $\frac{x-3}{x^2-1} \div \frac{x^2-2x-3}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x-1}$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

18. (8分) 如图, 点 E, F 在 BC 上, $BE = CF$, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$, AF 与 DE 交于点 O .

(1) 求证: $AB = DC$;

(2) 试判断 $\triangle OEF$ 的形状, 并说明理由.



19. (8分) 某工厂甲、乙两名工人参加操作技能培训. 现分别从他们在培训期间参加的若干次测试成绩中随机抽取 8 次, 记录如下:

甲	95	82	88	81	93	79	84	78
乙	83	92	80	95	90	80	85	75

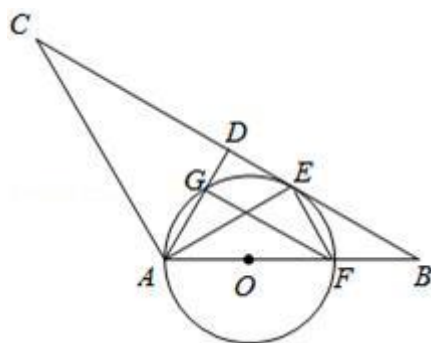
(1) 请你计算这两组数据的平均数、中位数;

(2) 现要从中选派一人参加操作技能比赛, 从统计学的角度考虑, 你认为选派哪名工人参加合适? 请说明理由.

20. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 BC 中点, AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E , 点 O 是 AB 上一点, $\odot O$ 过 A, E 两点, 交 AD 于点 G , 交 AB 于点 F .

(1) 求证: BC 与 $\odot O$ 相切;

(2) 当 $\angle BAC = 120^\circ$ 时, 求 $\angle EFG$ 的度数.



21. (10分) 为迎接第四届世界太阳城大会, 德州市把主要路段路灯更换为太阳能路灯. 已知太阳能路灯售价为 5000 元/个, 目前两个商家有此产品. 甲商家用如下方法促销: 若购买路灯不超过 100 个, 按原价付款; 若一次购买 100 个以上, 且购买的个数每增加一个, 其价格减少 10 元, 但太阳能路灯的售价不得低于 3500 元/个. 乙店一律按原价的 80% 销售. 现购买太阳能路灯 x 个, 如果全部在甲商家购买, 则所需金额为 y_1 元; 如果全部

在乙商家购买，则所需金额为 y_2 元.

(1) 分别求出 y_1 、 y_2 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若市政府投资 140 万元，最多能购买多少个太阳能路灯?

22. (10 分) 探究:

(1) 在图中，已知线段 AB ， CD ，其中点分别为 E ， F .

①若 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，则 E 点坐标为_____;

②若 $C(-2, 2)$ ， $D(-2, -1)$ ，则 F 点坐标为_____;

(2) 在图中，已知线段 AB 的端点坐标为 $A(a, b)$ ， $B(c, d)$ ，求出图中 AB 中点 D 的坐标 (用含 a, b, c, d 的代数式表示)，并给出求解过程.

归纳:

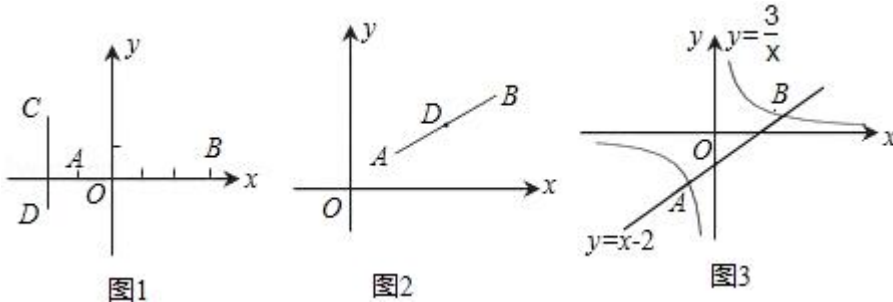
无论线段 AB 处于直角坐标系中的哪个位置，当其端点坐标为 $A(a, b)$ ， $B(c, d)$ ， AB 中点为 $D(x, y)$ 时， $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$. (不必证明)

运用:

在图中，一次函数 $y = x - 2$ 与反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象交点为 A, B .

①求出交点 A, B 的坐标;

②若以 A, O, B, P 为顶点的四边形是平行四边形，请利用上面的结论求出顶点 P 的坐标.



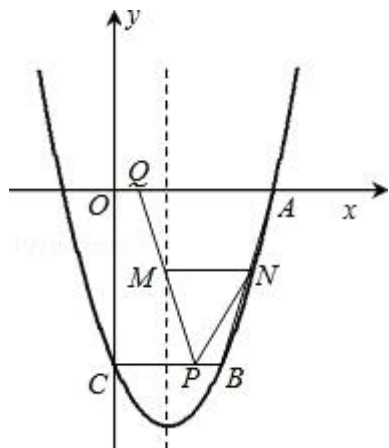
23. (11 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(3, 0)$ ， $B(2, -3)$ ， $C(0, -3)$.

(1) 求此函数的解析式及图象的对称轴;

(2) 点 P 从 B 点出发以每秒 0.1 个单位的速度沿线段 BC 向 C 点运动，点 Q 从 O 点出发以相同的速度沿线段 OA 向 A 点运动，其中一个动点到达端点时，另一个也随之停止运动. 设运动时间为 t 秒.

①当 t 为何值时，四边形 $ABPQ$ 为等腰梯形；

②设 PQ 与对称轴的交点为 M ，过 M 点作 x 轴的平行线交 AB 于点 N ，设四边形 $ANPQ$ 的面积为 S ，求面积 S 关于时间 t 的函数解析式，并指出 t 的取值范围；当 t 为何值时， S 有最大值或最小值．



2010 年山东省德州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】分别根据零指数幂、负指数幂、二次根式的定义及加法运算法则计算.

【解答】解： A 、 $2^0 = 1$ ，故选项错误；

B 、 $3^{-1} = \frac{1}{3}$ ，故选项错误；

C 、正确；

D 、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，不能合并，故选项错误.

故选： C .

【点评】此题考查了零指数幂、负指数幂、二次根式的定义及加法运算法则，所以学生对所学的知识要能够灵活运用.

2. 【分析】先根据两直线平行，同位角相等求出 $\angle 1$ ，再利用三角形的外角等于和它不相邻的两个内角的和即可求出 $\angle E$ 的度数.

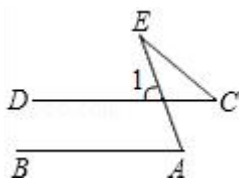
【解答】解：如图， $\because AB \parallel CD$ ， $\angle A = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle A = 70^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle C + \angle E, \angle C = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle 1 - \angle C = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ.$$

故选： A .



【点评】本题考查的是平行线的性质及三角形外角的性质，熟知两直线平行，同位角相等是解答此题的关键.

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于1时， n 是正数；有效数字要在标准形式 $a \times 10^n$ 中 a 的部分保留，从左边第一个不为0的数字起，需要保留几位就数几位，然后根据四舍五入的原理进行取舍.

【解答】解： 1545.35 亿元 $= 154\,535\,000\,000$ 元 $\approx 1.55 \times 10^{11}$ 元.

故选：D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形，故 A 选项错误；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故 B 选项错误；

C、既是轴对称图形，也是中心对称图形，故 C 选项正确；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 D 选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了中心对称及轴对称的知识，解题时掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

5. 【分析】根据先往深水区注水，和浅水区高度相持平时，往整个泳池内注水判断.

【解答】解：随着注水时间的变化，先往深水区注水，由于深水区形状是梯状，此时 h 将随时间的增大变化为：快，慢，表现在函数图象上就是平滑的陡，缓曲线；往整个泳池内注水时，变为均匀的长方体， h 将随时间的增大而均匀增高，此时函数图象为一条直线.

故选：A.

【点评】读函数的图象时首先要理解横纵坐标表示的含义，理解问题叙述的过程，能够通过图象得到函数是随自变量的增大，知道函数值是增大还是减小. 注意本题应是泳池的主视图.

6. 【分析】根据频率的求法， $\text{频率} = \frac{\text{频数}}{\text{数据总和}}$ ，计算可得答案.

【解答】解： $(15+20) \div (5+10+15+20) = 0.7$,

故选：D.

【点评】本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

7. 【分析】易得此几何体为圆锥，侧面积 $= \frac{\text{底面周长} \times \text{母线长}}{2}$.

【解答】解：由题意得底面直径为 a ，母线长为 c ,

$\therefore$ 几何体的侧面积为 $\frac{1}{2}ac\pi$,

故选: B.

【点评】本题需先确定几何体的形状, 关键是找到等量关系里相应的量.

8. 【分析】根据勾股定理可得三角形为直角三角形, 求出三角形内切圆的半径为 1, 圆在不同的位置和直线的交点从没有到最多 4 个.

【解答】解: $\because 3^2 + 4^2 = 25$, $5^2 = 25$,

$\therefore$ 三角形为直角三角形,

设内切圆半径为 r , 则

$$\frac{1}{2}(3+4+5)r = \frac{1}{2} \times 3 \times 4,$$

解得 $r = 1$,

所以应分为五种情况:

当一条边与圆相离时, 有 0 个交点,

当一条边与圆相切时, 有 1 个交点,

当一条边与圆相交时, 有 2 个交点,

当圆为三角形内切圆时, 有 3 个交点,

当两条边与圆同时相交时, 有 4 个交点,

故公共点个数可能为 0、1、2、3、4 个.

故选: C.



【点评】本题考查线段与圆的交点的情况, 需要考虑所有的可能情况, 先求出内切圆半径是解题的关键.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

9. 【分析】根据倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

【解答】解: -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

【点评】本题主要考查了倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

10. 【分析】分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

【解答】解：由（1）得， $x > -1$ ，

由（2）得， $x \leq 1$ ，

故原不等式组的解集为： $-1 < x \leq 1$ ．

【点评】此题考查的是解一元一次方程组的方法，解一元一次方程组应遵循的法则：“同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了”的原则．

11. 【分析】让白球的个数除以球的总个数即为所求的概率．

【解答】解： $\because$ 布袋中有除颜色外完全相同的8个球，其中5个白球，

$\therefore$ 从布袋中随机摸出一个球是白球的概率为： $\frac{5}{8}$ ．

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ．

12. 【分析】观察方程可得最简公分母是： $x(x-3)$ ，两边同时乘最简公分母可把分式方程化为整式方程来解答．

【解答】解：方程两边同乘以 $x(x-3)$ ，

得 $2x = x - 3$ ，

解得 $x = -3$ ．

经检验： $x = -3$ 是原方程的解．

【点评】（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．

（2）解分式方程一定要注意要验根．

13. 【分析】根据连接四边形各边中点得到的四边形的情况与对角线的关系解答．

【解答】解：根据①连接对角线相等的四边形各边中点所得四边形为菱形；

②连接对角线互相垂直的四边形各边中点所得四边形为矩形；

③连接对角线既相等又垂直的四边形各边中点所得四边形为正方形；

④连接对角线既不相等又不垂直的四边形各边中点所得四边形为平行四边形．

所以，所写四边形只要对角线相等即可，例如：正方形、矩形、等腰梯形．

【点评】本题考查四边形的对角线与连接各边中点得到的四边形的情况，需要熟练掌握．

14. 【分析】根据题意，画出示意图，易得： $\text{Rt}\triangle EDC \sim \text{Rt}\triangle CDF$ ，进而可得 $\frac{ED}{DC} = \frac{DC}{FD}$ ；即

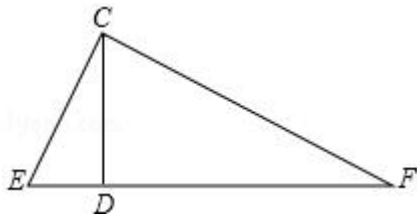
$DC^2 = ED \cdot FD$ ，代入数据可得答案．

【解答】解：如图：过点 C 作 $CD \perp EF$ ，

由题意得： $\triangle EFC$ 是直角三角形， $\angle ECF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EDC = \angle CDF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle E + \angle ECD = \angle ECD + \angle DCF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle E = \angle DCF$,
 $\therefore \text{Rt}\triangle EDC \sim \text{Rt}\triangle CDF$,
 有 $\frac{ED}{DC} = \frac{DC}{FD}$; 即 $DC^2 = ED \cdot FD$,
 代入数据可得 $DC^2 = 16$,
 $DC = 4$;

故答案为：4.



【点评】 本题通过投影的知识结合三角形的相似，求解高的大小；是平行投影性质在实际生活中的应用．

15. 【分析】 根据题意，观察循环规律，由易到难，由特殊到一般．

【解答】 解： $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，边长为 6，根据跳动规律可知，

$$P_0P_1 = 4, P_1P_2 = 2, P_2P_3 = 4, P_3P_4 = 2, \dots$$

观察规律：当落点脚标为奇数时，距离为 4，当落点脚标为偶数时，距离为 2，

故 $P_{2009}P_{2010} = 2$.

【点评】 本题是观察规律题，通过列举几个落点之间的距离，寻找一般规律．

16. 【分析】 把图形中的边长的问题转化为正六边形的边长、边心距之间的计算即可．

【解答】 解：作 $B'M' \parallel C'D'$, $C'M' \perp B'M'$ 于点 M' .

粉笔的半径是 6mm . 则边长是 6mm .

$$\therefore \angle M' B' C' = 60^\circ$$

$$\therefore B'M' = B'C' \cdot \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3.$$

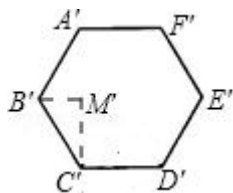
$$\text{边心距 } C'M' = 6 \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}\text{mm}.$$

$$\text{则图 (2) 中, } AB = CD = 11 \times 3\sqrt{3} = 33\sqrt{3}\text{mm}.$$

$$AD = BC = 5 \times 6 + 5 \times 12 + 3 = 93\text{mm}.$$

$$\text{则周长是: } 2 \times 33\sqrt{3} + 2 \times 93 = 66\sqrt{3} + 186 \approx 300\text{mm}.$$

故答案是：300mm.



【点评】本题主要考查了正多边形的运算，把图形的计算转化为单个多边形的计算是解决本题的关键.

三、解答题（共7小题，满分64分）

17. 【分析】把分式化简，然后把 x 的值代入化简后的式子求值就可以了.

【解答】解：原式 $= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-3)} + \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$,

当 $x = \sqrt{2} + 1$ 时，原式 $= \frac{2}{\sqrt{2} + 1 - 1} = \sqrt{2}$.

【点评】分式先化简再求值的问题，难度不大.

18. 【分析】(1) 根据 $BE = CF$ 得到 $BF = CE$ ，又 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle C$ ，所以 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，根据全等三角形对应边相等即可得证；

(2) 根据三角形全等得 $\angle AFB = \angle DEC$ ，所以是等腰三角形.

【解答】(1) 证明： $\because BE = CF$,

$$\therefore BE + EF = CF + EF,$$

$$\text{即 } BF = CE.$$

$$\text{又 } \because \angle A = \angle D, \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AB = DC.$$

(2) 解： $\triangle OEF$ 为等腰三角形

理由如下： $\because \triangle ABF \cong \triangle DCE$,

$$\therefore \angle AFB = \angle DEC,$$

$$\therefore OE = OF,$$

$\therefore \triangle OEF$ 为等腰三角形.

【点评】本题主要考查三角形全等的判定和全等三角形对应角相等的性质及等腰三角形的判定；根据 $BE = CF$ 得到 $BF = CE$ 是证明三角形全等的关键.

19. 【分析】(1) 直接计算平均数、中位数. (2) 计算方差，然后分析. 一般地设 n 个数据，

$x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$, 则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

【解答】解: (1) $\widehat{X_{\text{甲}}} = \frac{1}{8}(82+81+79+78+95+88+93+84) = 85$,

$$\widehat{X_{\text{乙}}} = \frac{1}{8}(92+95+80+75+83+80+90+85) = 85.$$

这两组数据的平均数都是 85.

这两组数据的中位数分别为 83, 84.

(2) 派甲参赛比较合适. 理由如下: 由 (1) 知 $\widehat{X_{\text{甲}}} = \widehat{X_{\text{乙}}}$,

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{8}[(78-85)^2 + (79-85)^2 + (81-85)^2 + (82-85)^2 + (84-85)^2 + (88-85)^2 + (93-85)^2 + (95-85)^2] = 35.5$$

$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{8}[(75-85)^2 + (80-85)^2 + (80-85)^2 + (83-85)^2 + (85-85)^2 + (90-85)^2 + (92-85)^2 + (95-85)^2] = 35.5$$

$$\because \widehat{X_{\text{甲}}} = \widehat{X_{\text{乙}}}, s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2,$$

$\therefore$ 甲的成绩较稳定, 派甲参赛比较合适.

注: 本小题的结论及理由均不唯一, 如果考生能从统计学的角度分析, 给出其他合理回答, 酌情给分.

如派乙参赛比较合适. 理由如下:

从统计的角度看, 甲获得 8 (5 分) 以上 (含 85 分) 的概率 $P_1 = \frac{3}{8}$,

乙获得 8 (5 分) 以上 (含 85 分) 的概率 $P_2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$,

$\because P_2 > P_1$, $\therefore$ 派乙参赛比较合适.

【点评】本题考查方差的定义与意义: 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$, 则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立. 也考查了中位数和众数的定义.

20. 【分析】(1) 连接 OE , 证 $OE \perp BC$ 即可. 因为 $AD \perp BC$, 所以转证 $OE \parallel AD$. 由 AE 平分 $\angle BAD$, $OA = OE$ 易得此结论.

(2) $\angle EFG = \angle GAE = \angle EAO = \angle AEO$. 根据已知条件易得 $\angle B = 30^\circ$, $\angle EOB = 60^\circ$. 从而求解.

【解答】(1) 证明：连接 OE .

$\because AB = AC$ 且 D 是 BC 中点,

$\therefore AD \perp BC$.

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAE$.

$\because OA = OE$,

$\therefore \angle OAE = \angle OEA$,

则 $\angle OEA = \angle DAE$,

$\therefore OE \parallel AD$,

$\therefore OE \perp BC$,

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线 .

(2) 解： $\because AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ$, $AD \perp BC$, $EO \parallel AD$,

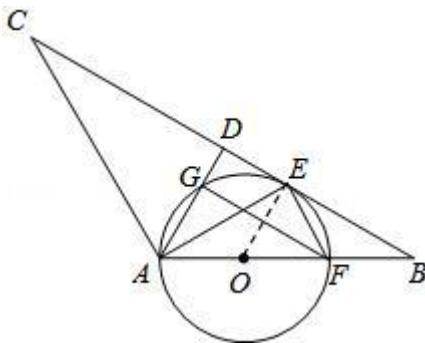
$\therefore \angle BAD = \angle EOB = 60^\circ$ 且 AE 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle EAO = \angle EAG = 30^\circ$

又 $\because \angle EFG$ 与 $\angle GAE$ 都对应弧 GE

$\therefore \angle EFG = \angle GAE = 30^\circ$ (同弧所对的圆周角相等)

$\therefore \angle EFG = 30^\circ$.



【点评】此题考查了切线的判定、等腰三角形性质等知识点，难度中等．要证某线是圆的切线，已知此线过圆上某点，连接圆心与这点（即为半径），再证垂直即可．

21. 【分析】(1) 对甲，由于购买个数不同，售价也不同，因此需按购买个数分成三段由等量关系“所需金额 = 售价 $\times$ 购买个数”列出函数关系式；

对乙，按等量关系“所需金额 = 售价 $\times$ 购买个数”列出函数关系式．

(2) 分别计算投资额在甲乙商家各能购买的太阳能路灯的数量, 比较得出最大值.

【解答】解: (1) 由题意可知,

当 $0 < x \leq 100$ 时, 购买一个需 5000 元, 故 $y_1 = 5000x$;

当 $x > 100$ 时,

$\because$ 购买个数每增加一个, 其价格减少 10 元, 但售价不得低于 3500 元/个,

$$\therefore x \leq \frac{5000-3500}{10} + 100 = 250 \text{ 个}.$$

即 $100 < x \leq 250$ 时, 购买一个需 $5000 - 10(x - 100)$ 元,

$$\text{故 } y_1 = -10x^2 + 6000x;$$

当 $x > 250$ 时, 购买一个需 3500 元,

$$\text{故 } y_1 = 3500x;$$

$$\therefore y_1 = \begin{cases} 5000x & (0 < x \leq 100) \\ 6000x - 10x^2 & (100 < x \leq 250) \\ 3500x & (x > 250) \end{cases}$$

$$y_2 = 5000 \times 80\%x = 4000x.$$

(2) 在甲商家, 当 $0 < x \leq 100$ 时, $y_1 = 5000x \leq 500000 < 1400000$;

当 $100 < x \leq 250$ 时, $y_1 = 6000x - 10x^2 = -10(x - 300)^2 + 900000 < 1400000$;

$\therefore$ 由 $3500x = 1400000$, 得 $x = 400$;

在乙商家, 由 $4000x = 1400000$,

得 $x = 350$ 个.

故选择甲商家, 最多能购买 400 个路灯.

【点评】 本题考查了分段函数关系式的列法, 应从自变量的变化范围入手, 同时考查了最值的求法.

22. **【分析】** (1) 正确作出两线段的中点, 即可写出中点的坐标;

(2) 过点 A, D, B 三点分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 A', D', B' , 则 $AA' \parallel BB' \parallel CC'$, 根据梯形中位线定理即可得证;

①解两函数解析式组成的方程组即可解得两点的坐标;

②根据 A, B 两点坐标, 根据上面的结论可以求得 AB 的中点的坐标, 此点也是 OP 的中点, 根据前边的结论即可求解.

【解答】解：探究（1）① $(1, 0)$ ；② $(-2, \frac{1}{2})$ ；

（2）过点 A, D, B 三点分别作 x 轴的垂线，垂足分别为 A', D', B' ，
则 $AA' \parallel BB' \parallel DD'$.（1分）

$\because D$ 为 AB 中点，由平行线分线段成比例定理得 $A'D' = D'B'$.

$$\therefore OD' = a + \frac{c-a}{2} = \frac{a+c}{2}$$

即 D 点的横坐标是 $\frac{a+c}{2}$.（1分）

同理可得 D 点的纵坐标是 $\frac{b+d}{2}$.

$\therefore AB$ 中点 D 的坐标为 $(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2})$.

归纳： $\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}$.

运用①由题意得 $\begin{cases} y=x-2 \\ y=\frac{3}{x} \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$

$\therefore$ 即交点的坐标为 $A(-1, -3), B(3, 1)$.

②以 AB 为对角线时，由上面的结论知 AB 中点 M 的坐标为 $(1, -1)$.

$\because$ 平行四边形对角线互相平分，

$\therefore OM = MP$ ，即 M 为 OP 的中点.

$\therefore P$ 点坐标为 $(2, -2)$.

当 OB 为对角线时， $PB = AO, PB \parallel AO$,

同理可得：点 P 坐标分别为 $(4, 4)$,

以 OA 为对角线时， $PA = BO, PA \parallel BO$,

可得：点 P 坐标分别为 $(-4, -4)$.

$\therefore$ 满足条件的点 P 有三个，

坐标分别是 $(2, -2), (4, 4), (-4, -4)$.

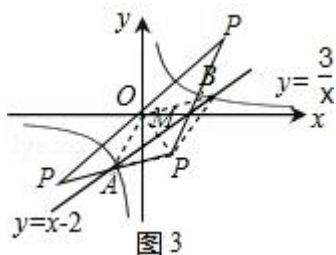


图3

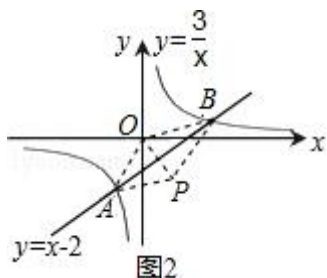


图2

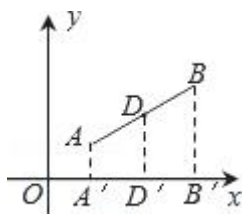


图1

【点评】 本题主要探索了：两点连线的中点的横坐标是两点横坐标的中点，纵坐标是纵坐标的中点．

23. 【分析】（1）知道二次函数的解析式经过三点，把三点坐标代入就能求得函数解析式，由解析式写出对称轴．

（2）①过点 B ，点 P 作 $BD \perp OA$ ， $PE \perp OA$ ，垂足分别为 D ， E ，要使四边形 $ABPQ$ 为等腰梯形，只需 $PQ = AB$ ，算出时间 t ．

②设对称轴与 BC ， x 轴的交点分别为 F ， G ，根据题意求出 $PF = QG$ ， $MFP \cong \triangle MGQ$ ，由 $S = S_{\text{四边形} ABPQ} - S_{\triangle BPN}$ 列出函数关系式，求出最小值．

【解答】解：（1） $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $C(0, -3)$ ，
 $\therefore c = -3$ ，

将点 $A(3, 0)$ ， $B(2, -3)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$

$$\text{得} \begin{cases} 0 = 9a + 3b - 3 \\ -3 = 4a + 2b - 3 \end{cases}$$

解得： $a = 1$ ， $b = -2$ ．

$$\therefore y = x^2 - 2x - 3,$$

$$\text{配方得：} y = (x - 1)^2 - 4,$$

所以对称轴直线为： $x = 1$ ；

(2) ①由题意可知: $BP = OQ = 0.1t$,

$\because$ 点 B , 点 C 的纵坐标相等,

$\therefore BC \parallel OA$,

过点 B , 点 P 作 $BD \perp OA$, $PE \perp OA$, 垂足分别为 D , E ,

要使四边形 $ABPQ$ 为等腰梯形, 只需 $PQ = AB$,

$\because BD \perp OA$, $PE \perp OA$, 垂足分别为 D , E ,

$\therefore \triangle ABD$ 和 $\triangle QPE$ 为直角三角形,

当 $PQ = AB$ 时, 又 $\because BD = PE$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle QPE$ (HL),

$\therefore QE = AD = 1$.

$\because ED = BP = 0.1t$, $DO = BC = 2$,

$\therefore EO = 2 - 0.1t$,

又 $\because QE = OE - OQ = (2 - 0.1t) - 0.1t = 2 - 0.2t$,

$\therefore 2 - 0.2t = 1$,

解得 $t = 5$.

即 $t = 5$ 秒时, 四边形 $ABPQ$ 为等腰梯形.

②设对称轴与 BC , x 轴的交点分别为 F , G .

$\because$ 对称轴 $x = 1$ 是线段 BC 的垂直平分线,

$\therefore BF = CF = OG = 1$.

又 $\because BP = OQ$,

$\therefore PF = QG$.

又 $\because \angle PMF = \angle QMG$, $\angle MFP = \angle MGQ = 90^\circ$,

$\therefore \triangle MFP \cong \triangle MGQ$ (AAS),

$\therefore MF = MG$,

$\therefore$ 点 M 为 FG 的中点,

$\therefore S = S_{\text{四边形}ABPQ} - S_{\triangle BPN} = S_{\text{四边形}ABFG} - S_{\triangle BPN}$.

由 $S_{\text{四边形}ABFG} = \frac{1}{2}(BF + AG)FG = \frac{9}{2}$.

$S_{\triangle BPN} = \frac{1}{2}BP \times \frac{1}{2}FG = \frac{3}{40}t$,

