

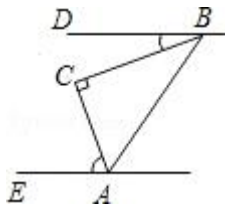
2010 年山东省威海市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) 据统计，截止到 5 月 31 日上海世博会累计入园人数 803.27 万人．803.27 万这个数字（保留两位有效数字）用科学记数法表示为（ ）

A. 8.0×10^2 B. 8.03×10^2 C. 8.0×10^6 D. 8.03×10^6

2. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $BD \parallel AE$ ， $\angle DBC = 20^\circ$ ，则 $\angle CAE$ 的度数是（ ）



A. 40° B. 60° C. 70° D. 80°

3. (3 分) 计算 $1^0 - (\frac{1}{2})^{2009} \times (-2)^{2010}$ 的结果是（ ）

A. -2 B. -1 C. 2 D. 3

4. (3 分) 下列运算正确的是（ ）

A. $2x+3y=5xy$ B. $a^3 - a^2 = a$
C. $a - (a - b) = -b$ D. $(a - 1)(a + 2) = a^2 + a - 2$

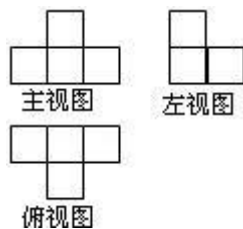
5. (3 分) 一个圆锥的底面半径为 6cm ，圆锥侧面展开图扇形的圆心角为 240° ，则圆锥的母线长为（ ）

A. 9cm B. 12cm C. 15cm D. 18cm

6. (3 分) 化简 $(-\frac{b}{a}) \div \frac{b}{a^2 - a}$ 的结果是（ ）

A. $-a - 1$ B. $-a + 1$ C. $-ab + 1$ D. $-ab + b$

7. (3 分) 如图是由几个相同的小正方体搭成的几何体的三视图，则搭成这个几何体的小正方体的个数是（ ）

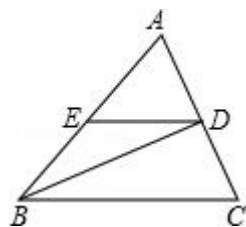


A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

8. (3分) 已知 $a - b = 1$, 则 $a^2 - b^2 - 2b$ 的值为 ()

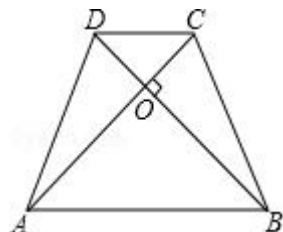
- A. 4 B. 3 C. 1 D. 0

9. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是边 AC, AB 的中点, 连接 BD . 若 BD 平分 $\angle ABC$, 则下列结论错误的是 ()



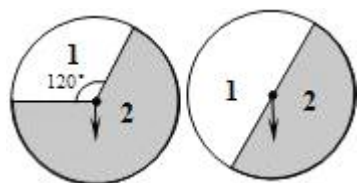
- A. $BC = 2BE$ B. $\angle A = \angle EDA$ C. $BC = 2AD$ D. $BD \perp AC$

10. (3分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD = BC$, 对角线 $AC \perp BD$, 垂足为 O , 若 $CD = 3$, $AB = 5$, 则 AC 的长为 ()



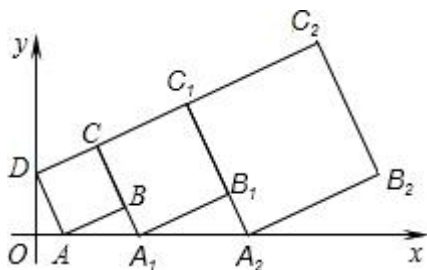
- A. $4\sqrt{2}$ B. 4 C. $3\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{5}$

11. (3分) 如图是两个可以自由转动的转盘, 每个转盘被分成两个扇形, 同时转动两个转盘, 转盘停止后, 指针所指区域内的数字之和为 4 的概率是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

12. (3分) 在平面直角坐标系中, 正方形 $ABCD$ 的位置如图所示, 点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 点 D 的坐标为 $(0, 2)$. 延长 CB 交 x 轴于点 A_1 , 作正方形 $A_1B_1C_1C$; 延长 C_1B_1 交 x 轴于点 A_2 , 作正方形 $A_2B_2C_2C_1$... 按这样的规律进行下去, 第 2010 个正方形的面积为 ()

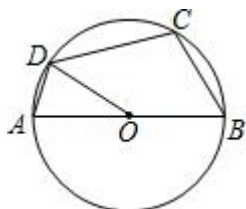


- A. $5(\frac{3}{2})^{2009}$ B. $5(\frac{9}{4})^{2010}$ C. $5(\frac{9}{4})^{2008}$ D. $5(\frac{3}{2})^{4018}$

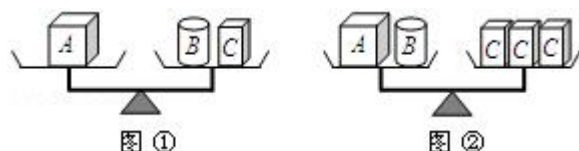
二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13.（3 分）函数 $y = \sqrt{3-x}$ 的自变量 x 的取值范围为_____.

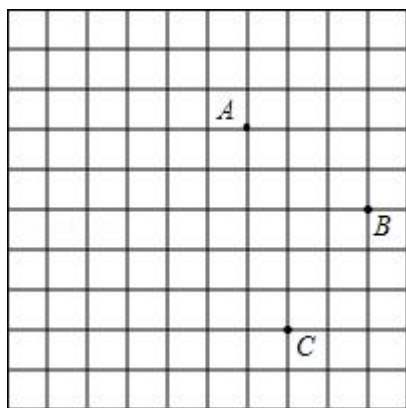
14.（3 分）如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C, D 在 $\odot O$ 上. 若 $\angle AOD = 30^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数是_____度.



15.（3 分）如图①，在第一个天平上，砝码 A 的质量等于砝码 B 加上砝码 C 的质量；如图②，在第二个天平上，砝码 A 加上砝码 B 的质量等于 3 个砝码 C 的质量. 请你判断：1 个砝码 A 与_____个砝码 C 的质量相等.



16.（3 分）如图，点 A, B, C 的坐标分别为 $(2, 4), (5, 2), (3, -1)$. 若以点 A, B, C, D 为顶点的四边形既是轴对称图形，又是中心对称图形，则点 D 的坐标为_____.

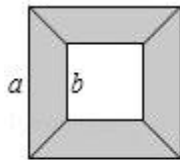


17.（3 分）小明家为响应节能减排号召，计划利用两年时间，将家庭每年人均碳排放量由目前的 3125kg 降至 2000kg （全球人均目标碳排放量），则小明家未来两年人均碳排放量

平均每年须降低的百分率是_____%.

18. (3分) 从边长为 a 的大正方形纸板中间挖去一个边长为 b 的小正方形后, 将其截成四个相同的等腰梯形 (如图①), 可以拼成一个平行四边形 (如图②).

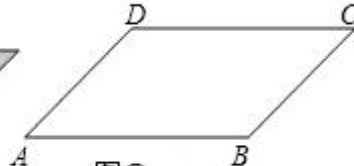
现有一平行四边形纸片 $ABCD$ (如图③), 已知 $\angle A = 45^\circ$, $AB = 6$, $AD = 4$. 若将该纸片按图②方式截成四个相同的等腰梯形, 然后按图①方式拼图, 则得到的大正方形的面积为_____.



图①



图②



图③

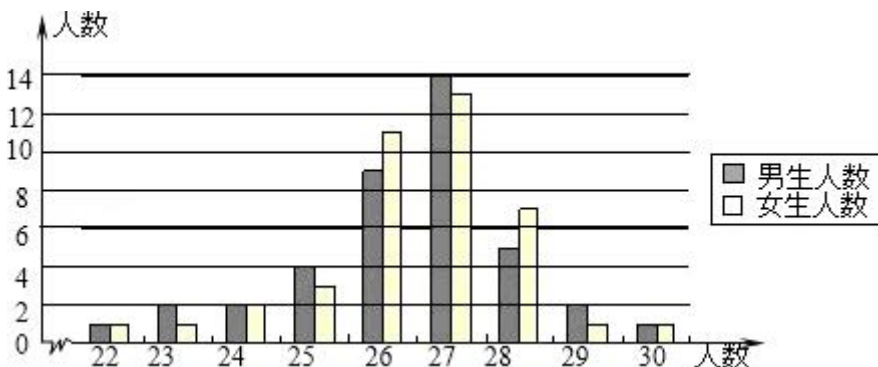
为_____.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 66 分)

19. (7分) 解不等式组:
$$\begin{cases} x - \frac{1+3x}{2} > -3 \\ 5x-12 \leq 2(4x-3) \end{cases}$$

20. (7分) 某市从今年 1 月 1 日起调整居民用天然气价格, 每立方米天然气价格上涨 25%. 小颖家去年 12 月份的燃气费是 96 元. 今年小颖家将天然气热水器换成了太阳能热水器, 5 月份的用气量比去年 12 月份少 $10m^3$, 5 月份的燃气费是 90 元. 求该市今年居民用气的价格?

21. (9分) 某校为了了解学生“体育大课间”的锻炼效果, 中考体育测试结束后, 随机从学校 720 名考生中抽取部分学生的体育测试成绩绘制了条形统计图. 试根据统计图提供的信息, 回答下列问题:

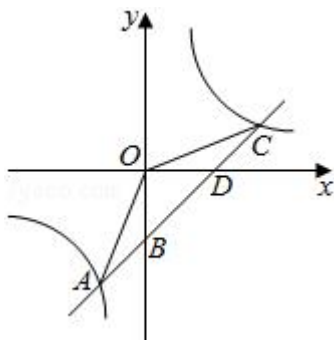


- (1) 共抽取了_____名学生的体育测试成绩进行统计;
- (2) 随机抽取的这部分学生中男生体育成绩的平均数是_____, 众数是_____; 女生体育成绩的中位数是_____;
- (3) 若将不低于 27 分的成绩评为优秀, 估计这 720 名考生中, 成绩为优秀的学生大约是多少?

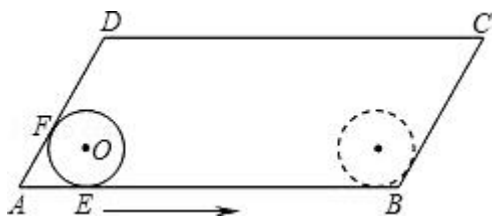
22. (10分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于点 $A(-2, -5)$, $C(5, n)$, 交 y 轴于点 B , 交 x 轴于点 D .

(1) 求反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 和一次函数 $y = kx + b$ 的表达式;

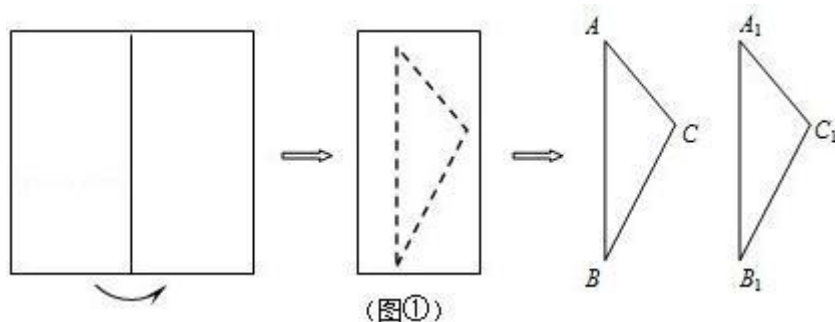
(2) 连接 OA , OC , 求 $\triangle AOC$ 的面积.



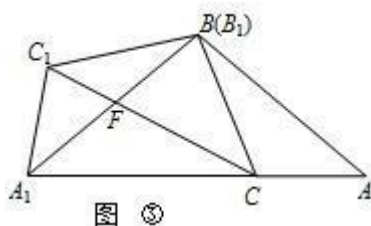
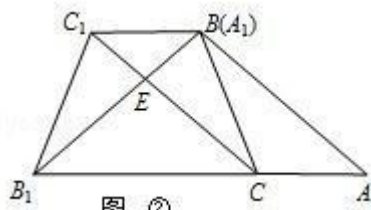
23. (10分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle DAB = 60^\circ$, $AB = 15\text{cm}$. 已知 $\odot O$ 的半径等于 3cm , AB , AD 分别与 $\odot O$ 相切于点 E , F . $\odot O$ 在 $\square ABCD$ 内沿 AB 方向滚动, 与 BC 边相切时运动停止. 试求 $\odot O$ 滚过的路程?



24. (11分) 如图①, 将一张矩形纸片对折, 然后沿虚线剪切, 得到两个 (不等边) 三角形纸片 $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$.



- (1) 将 $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$ 如图②摆放, 使点 A_1 与 B 重合, 点 B_1 在 AC 边的延长线上, 连接 CC_1 交 BB_1 于点 E . 求证: $\angle B_1C_1C = \angle B_1BC$.
- (2) 若将 $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$ 如图③摆放, 使点 B_1 与 B 重合, 点 A_1 在 AC 边的延长线上, 连接 CC_1 交 A_1B 于点 F , 试判断 $\angle A_1C_1C$ 与 $\angle A_1BC$ 是否相等, 并说明理由.
- (3) 写出问题 (2) 中与 $\triangle A_1FC$ 相似的三角形.



25. (12分)(1) 探究新知:

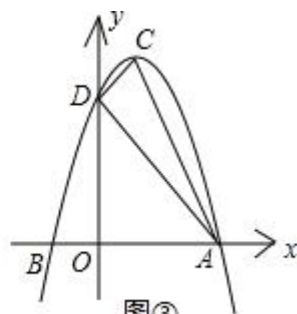
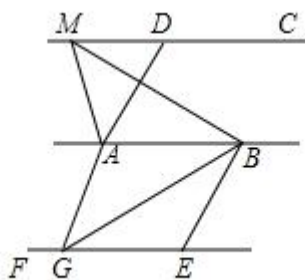
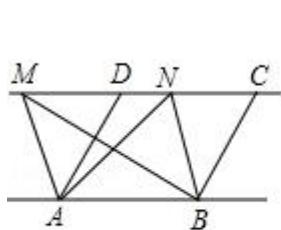
①如图 1, 已知 $AD \parallel BC$, $AD = BC$, 点 M, N 是直线 CD 上任意两点.

求证: $\triangle ABM$ 与 $\triangle ABN$ 的面积相等.

②如图 2, 已知 $AD \parallel BE$, $AD = BE$, $AB \parallel CD \parallel EF$, 点 M 是直线 CD 上任一点, 点 G 是直线 EF 上任一点, 试判断 $\triangle ABM$ 与 $\triangle ABG$ 的面积是否相等, 并说明理由.

(2) 结论应用:

如图 3, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 $C(1, 4)$, 交 x 轴于点 $A(3, 0)$, 交 y 轴于点 D , 试探究在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上是否存在除点 C 以外的点 E , 使得 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACD$ 的面积相等? 若存在, 请求出此时点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2010 年山东省威海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. 【分析】根据科学记数法的表示方法，将 803.27 万化为整数，再将其用科学记数法表示即可得到答案.

【解答】解：803.27 万 = 8 032 700，保留两位有效数字为 8.0×10^6 .

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. 【分析】过点 C 作 $CF \parallel BD$ ，根据两直线平行，内错角相等即可求解.

【解答】解：过点 C 作 $CF \parallel BD$ ，则 $CF \parallel BD \parallel AE$.

$$\therefore \angle BCF = \angle DBC = 20^\circ,$$

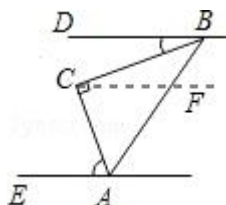
$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FCA = 90 - 20 = 70^\circ.$$

$$\because CF \parallel AE,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle FCA = 70^\circ.$$

故选：C.



【点评】本题主要考查了平行线的性质，两直线平行，内错角相等. 正确作出辅助线是解题的关键.

3. 【分析】根据零次幂的意义以及有理数的乘方的运算性质即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & 1^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2009} \times (-2)^{2010} \\ &= 1 - (-2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2009} \times (-2)^{2009} = 1 + 2 \times \left[\frac{1}{2} \times (-2)\right]^{2009} = 1 + 2 \times (-1)^{2009} = 1 \\ & \quad - 2 \\ &= -1. \end{aligned}$$

故选：B.

【点评】 本题主要考查了零次幂的意义，利用有理数的乘方公式是解决本题的关键.

4. 【分析】 对各项计算后再利用排除法求解.

【解答】 解：A、不是同类项，不能合并，故本选项错误；

B、不是同底数幂的除法，不能次数相减，故本选项错误；

C、去括号时，括号里的每一项都变号，应为 $a - (a - b) = b$ ，故本选项错误；

D、 $(a - 1)(a + 2) = a^2 + a - 2$ ，正确.

故选：D.

【点评】 本题考查面较广，但都是基础知识，掌握好基础对学好数学非常重要.

5. 【分析】 求得圆锥的底面周长，利用弧长公式即可求得圆锥的母线长.

【解答】 解：圆锥的底面周长为： $2\pi \times 6 = 12\pi$ ；

$\therefore$ 圆锥侧面展开图的弧长为 12π ，

设圆锥的母线长为 R ，

$$\therefore \frac{240\pi \times R}{180} = 12\pi,$$

解得 $R = 9cm$.

故选：A.

【点评】 用到的知识点为：圆锥的弧长等于底面周长，及弧长公式.

6. 【分析】 本题考查的是分式的除法运算，做除法运算时要转化为乘法的运算，注意先把分子、分母能因式分解的先分解，然后约分.

【解答】 解： $(-\frac{b}{a}) \div \frac{b}{a^2 - a} = (-\frac{b}{a}) \times \frac{a(a-1)}{b} = -a + 1.$

故选：B.

【点评】 分式乘除法的运算，归根到底是乘法的运算，当分子和分母是多项式时，一般应先进行因式分解，再约分.

7. 【分析】 易得这个几何体共有 2 层，由俯视图可得第一层正方体的个数，由主视图和左视图可得第二层正方体的个数，相加即可.

【解答】 解：由俯视图易得最底层有 4 个正方体，第二层有 1 个正方体，那么共有 $4 + 1 = 5$ 个正方体组成，故选 A.

【点评】 考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查. 如果掌握口诀“俯视图打地基，主视图疯狂盖，左视图拆违章”就更容易得到答案.

8. 【分析】先将原式化简，然后将 $a - b = 1$ 整体代入求解.

【解答】解： $\because a - b = 1$,

$$\therefore a^2 - b^2 - 2b = (a+b)(a-b) - 2b$$

$$= a+b - 2b$$

$$= a - b$$

$$= 1.$$

故选：C.

【点评】此题考查的是整体代入思想在代数求值中的应用.

9. 【分析】根据 D, E 分别是边 AC, AB 的中点，得出 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，所以 $DE \parallel BC$ 且 $BC = 2DE$ ；又 BD 平分 $\angle ABC$ ，所以 $\angle CBD = \angle DBE = \angle BDE$ ，所以 $BE = DE = AE$ ，所以 $AB = 2DE$ ，所以 $AB = BC$ ，即可得出 B, D 选项正确.

【解答】解： $\because D, E$ 分别是边 AC, AB 的中点，

$$\therefore DE \parallel BC \text{ 且 } BC = 2DE,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle DBE = \angle BDE,$$

$$\therefore BE = DE = AE,$$

$$\therefore AB = 2DE, BC = 2DE = 2BE, \text{ 故 } A \text{ 正确；}$$

$$\therefore AB = BC,$$

$$\therefore \angle A = \angle C = \angle EDA, \text{ 故 } B \text{ 正确；}$$

C、 $\because AE = DE$ ，与 AD 不一定相等，故本选项不一定成立；

D、 $\because AB = BC$ ，点 D 是 AC 的中点，

$$\therefore BD \perp AC, \text{ 故本选项正确.}$$

故选：C.

【点评】本题利用三角形的中位线定理、角平分线的性质和平行线的性质推出等角，得到等腰三角形是解题的关键.

10. 【分析】作辅助线，平移一腰，由等腰梯形的性质和勾股定理得答案.

【解答】解：过点 C 作 $CE \parallel BD$ ，交 AB 的延长线于点 E ，

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \text{四边形 } BECD \text{ 是平行四边形,}$$

$$\therefore BE = CD = 3,$$

$$\because AC \perp BD,$$

$$\therefore AC \perp CE,$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ,$$

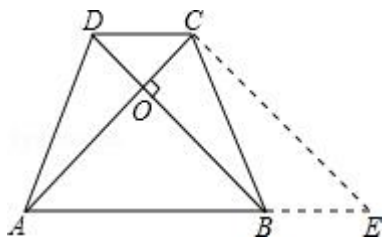
$$\because AD = BC,$$

$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore AC = CE,$$

由勾股定理得, $2AC^2 = 64$,

$$\therefore AC = 4\sqrt{2}, \text{ 故选 } A.$$



【点评】 本题主要考查等腰梯形的性质的应用.

11. **【分析】** 根据几何概率的定义, 分别求出两圆中 2 所占的面积, 即可求出针头扎在阴影区域内的概率.

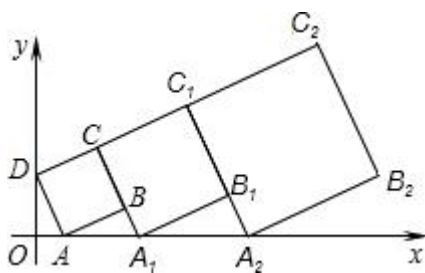
【解答】 解: 指针指向 (1) 中 2 的概率是 $\frac{2}{3}$, 指针指向 (2) 中 2 的概率是 $\frac{1}{2}$,

指针所指区域内的数字之和为 4 的概率是 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

故选: B.

【点评】 此题考查学生对简单几何概型的掌握情况, 既避免了单纯依靠公式机械计算的做法, 又体现了数学知识在现实生活、甚至娱乐中的运用, 体现了数学学科的基础性. 两步完成的事件的概率 = 第一步事件的概率与第二步事件的概率的积.

12. **【分析】** 根据相似三角形的判定原理, 得出 $\triangle AA_1B \sim \triangle A_1A_2B_1$, 继而得知 $\angle BAA_1 = \angle B_1A_1A_2$; 利用勾股定理计算出正方形的边长; 最后利用正方形的面积公式计算三个正方形的面积, 从中找出规律, 问题也就迎刃而解了.



【解答】

解：设正方形的面积分别为 $S_1, S_2 \cdots S_{2010}$,

根据题意，得： $AD \parallel BC \parallel C_1A_2 \parallel C_2B_2$,

$\therefore \angle BAA_1 = \angle B_1A_1A_2 = \angle B_2A_2x$ (同位角相等).

$\therefore \angle ABA_1 = \angle A_1B_1A_2 = 90^\circ$,

$\therefore \triangle BAA_1 \sim \triangle B_1A_1A_2$,

在直角 $\triangle ADO$ 中，根据勾股定理，得： $AD = \sqrt{5}$.

$$\cot \angle DAO = \frac{OA}{OD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle BAA_1 = \frac{BA_1}{AB} = \cot \angle DAO,$$

$$\therefore BA_1 = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore CA_1 = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} \times (1 + \frac{1}{2}),$$

$$\text{同理，得：} C_1A_2 = \sqrt{5} \times (1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{2}),$$

$$\text{由正方形的面积公式，得：} S_1 = (\sqrt{5})^2,$$

$$S_2 = (\sqrt{5})^2 \times (1 + \frac{1}{2})^2, S_3 = (\sqrt{5})^2 \times (1 + \frac{1}{2})^2 \times (1 + \frac{1}{2})^2,$$

$$\text{由此，可得 } S_n = (\sqrt{5})^2 \times (1 + \frac{1}{2})^{2n-2},$$

$$\therefore S_{2010} = 5 \times (\frac{3}{2})^{2 \times 2010 - 2},$$

$$= 5 \times (\frac{3}{2})^{4018}.$$

故选：D.

【点评】 本题综合考查了相似三角形的判定、勾股定理、正方形的性质等知识点，另外，在解题过程中，要认真挖掘题中隐藏的规律，这样可以降低解题的难度，提高解题效率.

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13. **【分析】** 根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0 可知： $3 - x \geq 0$ ，解得 x 的范围.

【解答】 解：根据题意得： $3 - x \geq 0$,

解得： $x \leq 3$.

故答案为： $x \leq 3$.

【点评】 本题考查的是函数自变量取值范围的求法. 函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数．

14. **【分析】** 连接 AC ，根据圆周角定理，可分别求出 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ACD = 15^\circ$ ，即可求 $\angle BCD$ 的度数．

【解答】 解：连接 AC ，

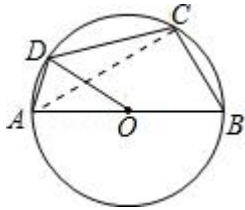
$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\because \angle AOD = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 105^\circ$ ．



【点评】 此题主要考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

15. **【分析】** 此题可以分别设砝码 A 、 B 、 C 的质量是 x ， y ， z ．然后根据两个天平列方程组，消去 y ，得到 x 和 z 之间的关系即可．

【解答】 解：设砝码 A 、 B 、 C 的质量是 x ， y ， z ．根据题意，得

$$\begin{cases} x = y + z & \text{①} \\ x + y = 3z & \text{②} \end{cases},$$

①+②，得

$$2x = 4z,$$

$$x = 2z.$$

即 1 个砝码 A 与 2 个砝码 C 的质量相等．

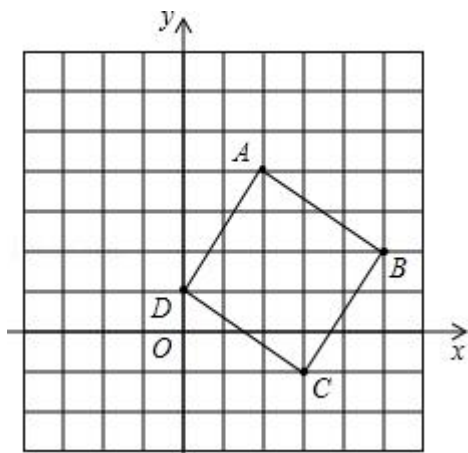
【点评】 此题注意正确根据天平列方程组，再进一步运用加减法进行消元．

16. **【分析】** 首先根据点的坐标确定坐标轴的位置，而根据 $AB = BC$ ，以点 A ， B ， C ， D 为顶点的四边形既是轴对称图形，又是中心对称图形，则四边形 $ABCD$ 是正方形，根据作图即可得到 D 的位置，确定 D 的坐标．

【解答】 解： $\because$ 以点 A ， B ， C ， D 为顶点的四边形既是轴对称图形，又是中心对称图形，

点 A, B, C 的坐标分别为 $(2, 4), (5, 2), (3, -1)$.

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, 1)$.



【点评】 掌握中心对称图形与轴对称图形的概念. 正确判定四边形的形状是解决本题的关键.

17. **【分析】** 降低后的排放量 = 降低前的排放量 $\times (1 - \text{降低率})$, 如果设平均每次降低的百分率是 x , 则第一次降低后的排放量是 $3125(1 - x)$, 那么第二次后的排放量是 $3125(1 - x)^2$, 即可列出方程求解.

【解答】 解: 设小明家未来两年人均碳排放量平均每年须降低的百分率是 x , 则

$$3125(1 - x)^2 = 2000$$

$$(1 - x)^2 = 0.64$$

$$1 - x = \pm 0.8$$

$$x_1 = 0.2, x_2 = 1.8 \text{ (舍去)}$$

所以小明家未来两年人均碳排放量平均每年须降低的百分率是 20%.

【点评】 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系, 列出方程, 再求解. 要掌握此类有关增长率降低率的求算方法, 注意值的合理性的检验.

18. **【分析】** 要求大正方形的面积, 就是要求出等腰梯形的下底.

【解答】 解: 过点 F 作 $FG \parallel AD$, 交 AB 于点 G ,

$$\therefore \text{四边形 } AEFG \text{ 是平行四边形, } EF = AG, AE = GF = \frac{1}{2}AD,$$

$$\because BH = EF, AG = EF,$$

$$\therefore BH = AG,$$

$$\because \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GFH = 90^\circ,$$

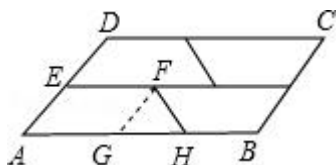
$$\because GF = FH = 2,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得, } GH = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AG = \frac{6-2\sqrt{2}}{2} = 3 - \sqrt{2},$$

$$\therefore \text{等腰梯形的下底} = 3 - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3 + \sqrt{2},$$

$$\therefore \text{大正方形的面积} = (3 + \sqrt{2})^2 = 11 + 6\sqrt{2}.$$



【点评】考查了等腰梯形的性质和正方形面积的求法，以及平行四边形的判定．

三、解答题（共 7 小题，满分 66 分）

19. 【分析】先求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可．

$$\text{【解答】解: } \begin{cases} x - \frac{1+3x}{2} > -3 & (1) \\ 5x - 12 \leq 2(4x - 3) & (2) \end{cases},$$

解不等式 (1)，得 $x < 5$ ，(3 分)

解不等式 (2)，得 $x \geq -2$ ，(6 分)

因此，原不等式组的解集为 $-2 \leq x < 5$ ．(7 分)

【点评】求不等式的公共解，要遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了．

20. 【分析】有总费用，求的是单价，那么一定是根据数量来列等量关系的．关键描述语是：

“5 月份的用气量比去年 12 月份少 $10m^3$ ”．等量关系为：去年 12 月份的用气量 - 今年 5 月份的用气量 = 10．

【解答】解：设该市去年居民用气的价格为 x 元/ m^3 ，则今年的价格为 $(1+25\%)x$ 元/ m^3 ．

$$\text{根据题意，得 } \frac{96}{x} - \frac{90}{(1+25\%)x} = 10,$$

解这个方程，得 $x = 2.4$ ，

经检验， $x = 2.4$ 是所列方程的根，

$$\therefore 2.4 \times (1+25\%) = 3 \text{ (元)}.$$

答：该市今年居民用气的价格为 3 元/ m^3 ．

【点评】应用题中一般有三个量，求一个量，明显的有一个量，一定是根据另一量来列等量关系的．本题考查分式方程的应用，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量

关系是解决问题的关键.

21. 【分析】(1) 由条形图知体育测试的总人数;

(2) 先算男生的总成绩再除以男生的总人数, 由众数和中位数的定义求出答案;

(3) 先算出 80 人中的优秀学生, 再估计这 720 名考生中, 成绩为优秀的学生的人数.

【解答】解: (1) $1+2+2+4+9+14+5+2+1+1+1+2+3+11+13+7+1+1 = 80$;

(2) $(22 \times 1 + 23 \times 2 + 24 \times 2 + 25 \times 4 + 26 \times 9 + 27 \times 14 + 28 \times 5 + 29 \times 2 + 30 \times 1) \div 40 = 26.4$,

$\therefore$ 得 27 分的男生人数最多,

$\therefore$ 男生体育成绩的众数是 27 分,

$\therefore$ 把女生的成绩从小到大排列第 20 个数和第 21 个分别是 27 和 27, 这两个数的平均数为 27,

$\therefore$ 女生体育成绩的中位数是 27 分;

(3) 720 名考生中, 成绩为优秀的学生大约为 $720 \times \frac{27+12+3+2}{80} = 720 \times \frac{44}{80} = 396$ (人).

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据. 除此之外, 本题也考查了平均数、中位数、众数的认识.

22. 【分析】(1) 由反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象经过点 $A(-2, -5)$ 可得反比例函数的表达式

$$y = \frac{10}{x},$$

又点 $C(5, n)$ 在反比例函数的图象上可得 C 的坐标为 $(5, 2)$, 而一次函数的图象经过点 A 、 C ,

将这两个点的坐标代入 $y = kx + b$, 可得所求一次函数的表达式为 $y = x - 3$.

(2) 把 $x = 0$ 代入一次函数 $y = x - 3$ 可得 B 点坐标为 $(0, -3)$ 即 $OB = 3$ 又 A 点的横坐标为 -2 , C 点的横坐标为 5 ,

$$\text{可得 } S_{\triangle AOC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot |-2| + \frac{1}{2} \cdot OB \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot (2+5) = \frac{21}{2}.$$

【解答】解: (1) $\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象经过点 $A(-2, -5)$,

$$\therefore m = (-2) \times (-5) = 10$$

∴反比例函数的表达式为 $y = \frac{10}{x}$.

∵点 $C(5, n)$ 在反比例函数的图象上,

$$\therefore n = \frac{10}{5} = 2,$$

∴ C 的坐标为 $(5, 2)$.

∵一次函数的图象经过点 A, C , 将这两个点的坐标代入 $y = kx + b$,

$$\text{得} \begin{cases} -5 = -2k + b \\ 2 = 5k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = -3 \end{cases}$$

∴所求一次函数的表达式为 $y = x - 3$.

(2) ∵一次函数 $y = x - 3$ 的图象交 y 轴于点 B ,

∴ B 点坐标为 $(0, -3)$

$$\therefore OB = 3$$

∵ A 点的横坐标为 -2 , C 点的横坐标为 5 ,

$$\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot |-2| + \frac{1}{2} \cdot OB \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot (2+5) = \frac{21}{2}.$$

【点评】 本题考查反比例函数和一次函数解析式的确定、图形的面积求法等知识及综合应用知识、解决问题的能力. 此题难度较大.

23. **【分析】** $\odot O$ 滚过的路程即线段 EN 的长度. $EN = AB - AE - BN$, 所以只需求 AE 、 BN 的长度即可. 分别解所在的直角三角形.

【解答】 解: 连接 OE, OA, BO . (1分)

∵ AB, AD 分别与 $\odot O$ 相切于点 E, F ,

$$\therefore OE \perp AB, OE = 3\text{cm}. \quad (2\text{分})$$

$$\therefore \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OAE = 30^\circ. \quad (3\text{分})$$

在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中,

$$AE = \frac{OE}{\tan \angle OAE} = \frac{3}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{3}\text{cm}. \quad (5\text{分})$$

$$\therefore AD \parallel BC, \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 120^\circ. \quad (6\text{分})$$

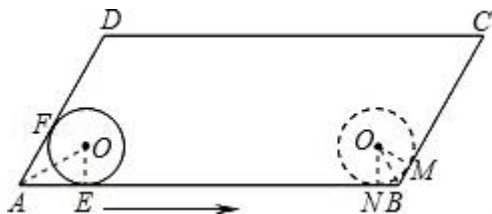
设当运动停止时, $\odot O$ 与 BC, AB 分别相切于点 M, N , 连接 ON, OM . (7分)

同理可得, $\angle BON$ 为 30° , 且 ON 为 3cm ,

$$\therefore BN = ON \cdot \tan 30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \text{ cm},$$

$$EN = AB - AE - BN = 15 - 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 15 - 4\sqrt{3} \text{ cm}. \quad (9 \text{ 分})$$

$$\therefore \odot O \text{ 滚过的路程为 } (15 - 4\sqrt{3}) \text{ cm}. \quad (10 \text{ 分})$$



【点评】此题考查了切线的性质、平行四边形的性质及解直角三角形等知识点，难度中等。

24. 【分析】(1) 由题意，知 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ ，根据矩形的性质及全等三角形的性质，可证四边形 ABC_1C 是平行四边形，再根据平行四边形的性质及相互间的等量关系即可得出；

(2) 由题意，知 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ ，根据矩形的性质及全等三角形的性质，及相互间的等量关系即可得出；

(3) 根据相似三角形的判定即可得出。

【解答】(1) 证明：由题意，知 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ ，

$$\therefore AB = A_1B_1, BC = B_1C_1, \angle 2 = \angle 7, \angle A = \angle 1.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle A = \angle 1. \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore BC_1 \parallel AC.$$

$$\therefore \text{四边形 } ABC_1C \text{ 是平行四边形}. \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore AB \parallel CC_1.$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 7 = \angle 2. \quad (3 \text{ 分})$$

$$\because \angle 5 = \angle 6,$$

$$\therefore \angle B_1C_1C = \angle B_1BC. \quad (4 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 解: } \angle A_1C_1C = \angle A_1BC. \quad (5 \text{ 分})$$

理由如下：由题意，知 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ ，

$$\therefore AB = A_1B_1, BC_1 = BC, \angle 1 = \angle 8, \angle A = \angle 2.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle A, \angle 4 = \angle 7. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\because \angle 1 + \angle FBC = \angle 8 + \angle FBC,$$

$\therefore \angle C_1BC = \angle A_1BA$. (7分)

$\therefore \angle 4 = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle C_1BC)$, $\angle A = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A_1BA)$,

$\therefore \angle 4 = \angle A$. (8分)

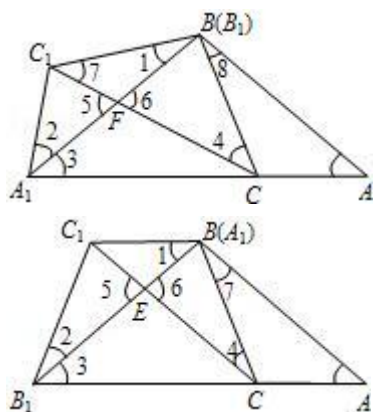
$\therefore \angle 4 = \angle 2$

$\therefore \angle 5 = \angle 6$,

$\therefore \angle A_1C_1C = \angle A_1BC$. (9分)

(3) 解: $\triangle C_1FB$, (10分)

$\triangle A_1C_1B$, $\triangle ACB$. (11分) (写对一个不得分)



【点评】 本题主要考查了矩形的性质和全等三角形的性质, 相似三角形的判定和性质等知识点, 难度较大.

25. **【分析】** (1) ①由于 $CD \parallel AB$, 所以 $\triangle ABM$ 和 $\triangle ABN$ 中, AB 边上的高相等, 则两个三角形是同底等高的三角形, 所以它们的面积相等;

②分别过 D 、 E 作 AB 的垂线, 设垂足为 H 、 K ; 通过证 $\triangle DAH \cong \triangle EBK$, 来得到 $DH = KE$; 则所求的两个三角形是同底等高的三角形, 由此得证;

(2) 根据 A 、 C 的坐标, 即可求得抛物线的解析式, 进而可求出 A 、 D 的解析式; 用待定系数法可确定直线 AD 的解析式; 假设存在符合条件的 E 点, 过 C 作 $CD \perp x$ 轴于 D , 交直线 AD 于 H ; 过 E 作 $EF \perp x$ 轴于 F , 交直线 AD 于 P ; 根据抛物线的对称轴方程及直线 AD 的解析式, 易求得 H 点的坐标, 即可得到 CH 的长; 设出 E 点横坐标, 根据直线 AD 和抛物线的解析式, 可表示出 P 、 E 的纵坐标, 即可得到 PE 的长; 根据 (1) 题得到的结论, 当 $PE = CH$ 时, 所求的两个三角形面积相等, 由此可列出关于 E 点横坐标的方程, 从而求出 E 点的坐标. (需注意的是 E 点可能在直线 AD 的上方或下方, 这两种情况下 PE 的表达式会有所不同, 要分类讨论)

【解答】证明：（1）①分别过点 M, N 作 $ME \perp AB, NF \perp AB$ ，垂足分别为点 E, F

$$\because AD \parallel BC, AD = BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

$$\therefore AB \parallel CD;$$

$$\therefore ME = NF;$$

$$\because S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot ME, S_{\triangle ABN} = \frac{1}{2} AB \cdot NF,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABN} \text{ (1 分)}$$

②解：相等；理由如下：分别过点 D, E 作 $DH \perp AB, EK \perp AB$ ，垂足分别为 H, K ；

$$\text{则 } \angle DHA = \angle EKB = 90^\circ ;$$

$$\because AD \parallel BE,$$

$$\therefore \angle DAH = \angle EBK;$$

$$\because AD = BE,$$

$$\therefore \triangle DAH \cong \triangle EBK;$$

$$\therefore DH = EK; \text{ (2 分)}$$

$$\because CD \parallel AB \parallel EF,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot DH, S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} AB \cdot EK,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABG}; \text{ (3 分)}$$

解：（2）存在。（4分）

因为抛物线的顶点坐标是 $C(1, 4)$,

所以，可设抛物线的表达式为 $y = a(x - 1)^2 + 4$;

又因为抛物线经过点 $A(3, 0)$,

所以将其坐标代入上式，得 $0 = a(3 - 1)^2 + 4$ ，解得 $a = -1$;

$$\therefore \text{该抛物线的表达式为 } y = -(x - 1)^2 + 4,$$

$$\text{即 } y = -x^2 + 2x + 3; \text{ (5 分)}$$

$$\therefore D \text{ 点坐标为 } (0, 3);$$

设直线 AD 的表达式为 $y = kx + 3$,

代入点 A 的坐标，得 $0 = 3k + 3$ ，解得 $k = -1$;

∴ 直线 AD 的表达式为 $y = -x + 3$;

过 C 点作 $CG \perp x$ 轴, 垂足为 G , 交 AD 于点 H ; 则 H 点的纵坐标为 $-1 + 3 = 2$;

∴ $CH = CG - HG = 4 - 2 = 2$; (6 分)

设点 E 的横坐标为 m , 则点 E 的纵坐标为 $-m^2 + 2m + 3$;

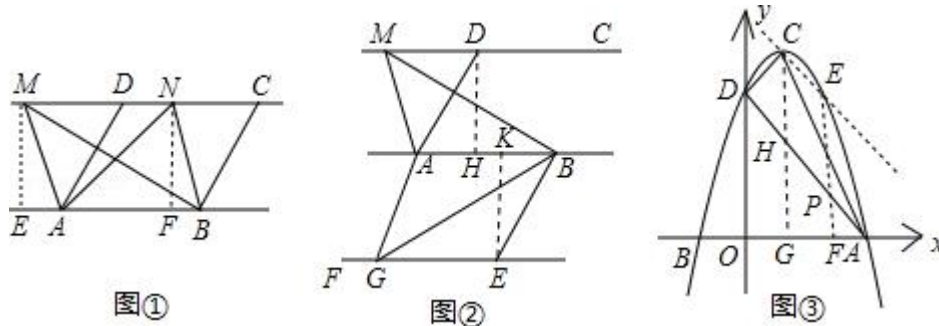
过 E 点作 $EF \perp x$ 轴, 垂足为 F , 交 AD 于点 P , 则点 P 的纵坐标为 $3 - m$, $EF \parallel CG$;

由 (1) 可知: 若 $EP = CH$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ADC$ 的面积相等;

① 若 E 点在直线 AD 的上方,

则 $PF = 3 - m$, $EF = -m^2 + 2m + 3$,

∴ $EP = EF - PF = -m^2 + 2m + 3 - (3 - m) = -m^2 + 3m$;



∴ $-m^2 + 3m = 2$,

解得 $m_1 = 2$, $m_2 = 1$; (7 分)

当 $m = 2$ 时, $PF = 3 - 2 = 1$, $EF = 1 + 2 = 3$;

∴ E 点坐标为 $(2, 3)$;

同理当 $m = 1$ 时, E 点坐标为 $(1, 4)$, 与 C 点重合; (8 分)

② 若 E 点在直线 AD 的下方,

则 $PE = (3 - m) - (-m^2 + 2m + 3) = m^2 - 3m$; (9 分)

∴ $m^2 - 3m = 2$,

解得 $m_3 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$, $m_4 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$; (10 分)

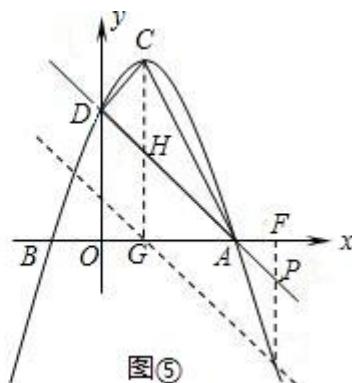
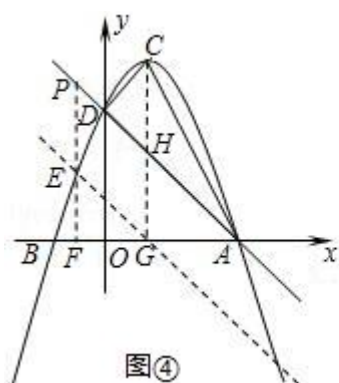
当 $m = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$ 时, E 点的纵坐标为 $3 - \frac{3 + \sqrt{17}}{2} - 2 = -\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$;

当 $m = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$ 时, E 点的纵坐标为 $3 - \frac{3 - \sqrt{17}}{2} - 2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$;

∴ 在抛物线上存在除点 C 以外的点 E , 使得 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACD$ 的面积相等,

E 点的坐标为 $E_1(2, 3)$; $E_2(\frac{3 + \sqrt{17}}{2}, -\frac{1 + \sqrt{17}}{2})$; $E_3(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2})$. (12

分)



【点评】此题主要考查了平行线的性质、三角形面积的求法、全等三角形的判定和性质、二次函数解析式的确定、函数图象交点坐标的求法等知识；同时还考查了分类讨论的数学思想，能力要求高，难度较大.