

2009 年潍坊市初中学业水平考试

数 学 试 题

注意事项:

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分. 第 I 卷 4 页, 为选择题, 36 分; 第 II 卷 8 页, 为非选择题, 84 分; 共 120 分. 考试时间为 120 分钟.
2. 答第 I 卷前务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上. 考试结束, 试题和答题卡一并收回.
3. 第 I 卷每题选出答案后, 都必须用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号 (ABCD) 涂黑, 如需改动, 必须先用橡皮擦干净, 再改涂其它答案.

第 I 卷 选择题 (共 36 分)

一、选择题 (本题共 12 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个均记 0 分.)

1. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2$ C. $\sqrt{16} = \pm 4$ D. $|-6| = 6$

2. 一个自然数的算术平方根为 a , 则和这个自然数相邻的下一个自然数是 ()

- A. $a+1$ B. a^2+1 C. $\sqrt{a^2+1}$ D. $\sqrt{a}+1$

3. 太阳内部高温核聚变反应释放的辐射能功率为 3.8×10^{23} 千瓦, 到达地球的仅占 20 亿分之一, 到达地球的辅射能功率为 () 千瓦. (用科学计数法表示, 保留 2 个有效数字)

- A. 1.9×10^{14} B. 2.0×10^{14} C. 7.6×10^{15} D. 1.9×10^{15}

4. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k + 1 = 0$ 的两个实数根是 x_1, x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 = 24$,

则 k 的值是 ()

- A. 8 B. -7 C. 6 D. 5

5. 某班 50 名同学分别站在公路的 A, B 两点处, A, B 两点相距 1000 米, A 处有 30 人, B 处有 20 人, 要让两处的同学走到一起, 并且使所有同学走的路程总和最小, 那么集合地点应选在 ()

- A. A 点处
B. 线段 AB 的中点处
C. 线段 AB 上, 距 A 点 $\frac{1000}{3}$ 米处
D. 线段 AB 上, 距 A 点 400 米处



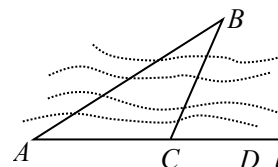
6. 关于 x 的方程 $(a-6)x^2 - 8x + 6 = 0$ 有实数根, 则整数 a 的最大值是 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

7. 甲、乙两盒中分别放入编号为 1、2、3、4 的形状相同的 4 个小球, 从甲盒中任意摸出一球, 再从乙盒中任意摸出一球, 将两球编号数相加得到一个数, 则得到数 () 的概率最大.

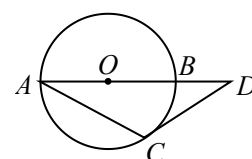
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 如图, 小明要测量河内小岛 B 到河边公路 l 的距离, 在 A 点测得 $\angle BAD = 30^\circ$, 在 C 点测得 $\angle BCD = 60^\circ$, 又测得 $AC = 50$ 米, 则小岛 B 到公路 l 的距离为 () 米.



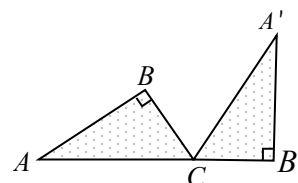
- A. 25 B. $25\sqrt{3}$
C. $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ D. $25 + 25\sqrt{3}$

9. 已知圆 O 的半径为 R , AB 是圆 O 的直径, D 是 AB 延长线上一点, DC 是圆 O 的切线, C 是切点, 连结 AC , 若 $\angle CAB = 30^\circ$, 则 BD 的长为 ()



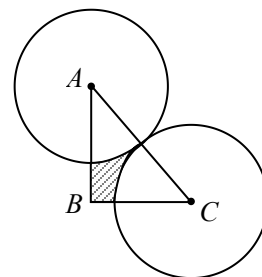
- A. $2R$ B. $\sqrt{3}R$ C. R D. $\frac{\sqrt{3}}{2}R$

10. 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 顺时针旋转至 $\triangle A'B'C'$ 的位置, 且 A 、 C 、 B' 三点在同一条直线上, 则点 A 经过的最短路线的长度是 () cm .



- A. 8 B. $4\sqrt{3}$
C. $\frac{32}{3}\pi$ D. $\frac{8}{3}\pi$

11. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, 分别以 A 、 C 为圆心, 以 $\frac{AC}{2}$ 的长为半径作圆, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 截去两个扇形, 则剩余 (阴影) 部分的面积为 () cm^2 .



- A. $24 - \frac{25}{4}\pi$ B. $\frac{25}{4}\pi$
C. $24 - \frac{5}{4}\pi$ D. $24 - \frac{25}{6}\pi$

12. 在同一平面直角坐标系中, 反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 与一次函数 $y = -x + 2$ 交于 A 、 B 两点, O 为坐标原点, 则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()

- A. 2 B. 6 C. 10 D. 8

第Ⅱ卷 非选择题 (共 84 分)

注意事项:

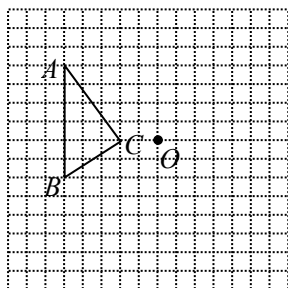
1. 第Ⅱ卷共 8 页, 用蓝黑钢笔或圆珠笔直接答在试卷上.
2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚.

二、填空题 (本题共 5 小题, 共 15 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分.)

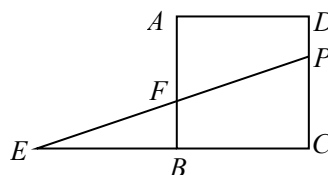
13. 分解因式: $27x^2 + 18x + 3 =$ _____.

14. 方程 $\frac{3}{2x} = \frac{1}{x+3}$ 的解是_____.

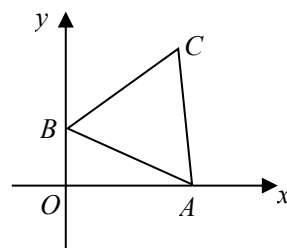
15. 在如图所示的方格纸中, 每个小方格都是边长为 1 个单位的正方形, $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上 (每个小方格的顶点叫格点). 画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A'B'C'$.



16. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 10, 点 E 在 CB 的延长线上, $EB = 10$, 点 P 在边 CD 上运动 (C 、 D 两点除外), EP 与 AB 相交于点 F , 若 $CP = x$, 四边形 $FBCP$ 的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数关系式是_____.



17. 已知边长为 a 的正三角形 ABC , 两顶点 A 、 B 分别在平面直角坐标系的 x 轴、 y 轴的正半轴上滑动, 点 C 在第一象限, 连结 OC , 则 OC 的长的最大值是_____.



三、解答题 (本题共 7 小题, 共 69 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.)

18. (本小题满分 8 分)

某蔬菜加工厂承担出口蔬菜加工任务, 有一批蔬菜产品需要装入某一规格的纸箱. 供应这种纸箱有两种方案可供选择:

方案一: 从纸箱厂定制购买, 每个纸箱价格为 4 元;

方案二: 由蔬菜加工厂租赁机器自己加工制作这种纸箱, 机器租赁费按生产纸箱数收取. 工厂需要一次性投入机器安装等费用 16000 元, 每加工一个纸箱还需成本费 2.4 元.

(1) 若需要这种规格的纸箱 x 个, 请分别写出从纸箱厂购买纸箱的费用 y_1 (元) 和蔬菜加

工厂自己加工制作纸箱的费用 y_2 (元) 关于 x (个) 的函数关系式;

(2) 假设你是决策者，你认为应该选择哪种方案？并说明理由。

19. (本小题满分 9 分)

新星公司到某大学从应届毕业生中招聘公司职员，对应聘者的专业知识、英语水平、参加社会实践与社团活动等三项进行测试或成果认定，三项的得分满分都为 100 分，三项的分数分别按 5 : 3 : 2 的比例记入每人的最后总分，有 4 位应聘者的得分如下表所示。

得分 \ 项目 应聘者	专业知识	英语水平	参加社会实践 与社团活动等
A	85	85	90
B	85	85	70
C	80	90	70
D	90	90	50

(1) 写出 4 位应聘者的总分；

(2) 就表中专业知识、英语水平、参加社会实践与社团活动等三项的得分，分别求出三项中 4 人所得分数的方差；

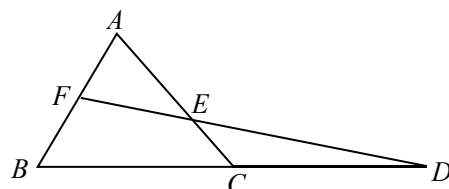
(3) 由 (1) 和 (2)，你对应聘者有何建议？

20. (本小题满分 9 分)

已知 $\triangle ABC$ ，延长 BC 到 D ，使 $CD = BC$ 。取 AB 的中点 F ，连结 FD 交 AC 于点 E 。

(1) 求 $\frac{AE}{AC}$ 的值；

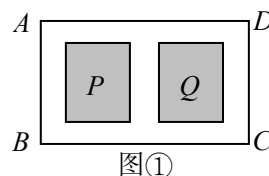
(2) 若 $AB = a$ ， $FB = EC$ ，求 AC 的长。



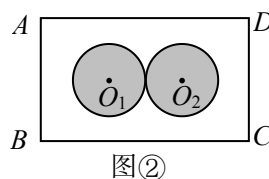
21. (本小题满分 10 分)

要对一块长 60 米、宽 40 米的矩形荒地 $ABCD$ 进行绿化和硬化。

(1) 设计方案如图①所示，矩形 P 、 Q 为两块绿地，其余为硬化路面， P 、 Q 两块绿地周围的硬化路面宽都相等，并使两块绿地面积的和为矩形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ，求 P 、 Q 两块绿地周围的硬化路面的宽。



(2) 某同学有如下设想：设计绿化区域为相外切的两等圆，圆心分别为 O_1 和 O_2 ，且 O_1 到 AB 、 BC 、 AD 的距离与 O_2 到 CD 、 BC 、 AD 的距离都相等，其余为硬化地面，如图②所示，这个设想是否成立？若成立，求出圆的半径；若不成立，说明理由。

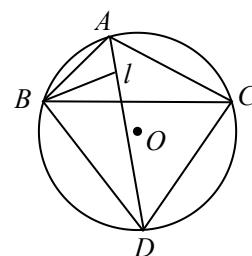


22. (本小题满分 10 分)

如图所示，圆 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle BAC$ 与 $\angle ABC$ 的平分线相交于点 I ，延长 AI 交圆 O 于点 D ，连结 BD 、 DC 。

(1) 求证： $BD = DC = DI$ ；

(2) 若圆 O 的半径为 10cm， $\angle BAC = 120^\circ$ ，求 $\triangle BDC$ 的面积。

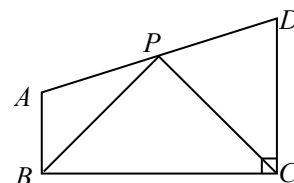


23. (本小题满分 11 分)

在四边形 $ABCD$ 中， $AB \perp BC$ ， $DC \perp BC$ ， $AB = a$ ， $DC = b$ ， $BC = a + b$ ，且 $a \leq b$ 。取 AD 的中点 P ，连结 PB 、 PC 。

(1) 试判断三角形 PBC 的形状；

(2) 在线段 BC 上，是否存在点 M ，使 $AM \perp MD$ 。若存在，请求出 BM 的长；若不存在，请说明理由。



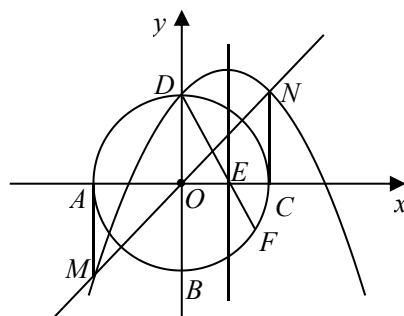
24. (本小题满分 12 分)

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，半径为 1 的圆的圆心 O 在坐标原点，且与两坐标轴分别交于 A 、 B 、 C 、 D 四点。抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 D ，与直线 $y = x$ 交于点 M 、 N ，且 MA 、 NC 分别与圆 O 相切于点 A 和点 C 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 抛物线的对称轴交 x 轴于点 E ，连结 DE ，并延长 DE 交圆 O 于 F ，求 EF 的长。

(3) 过点 B 作圆 O 的切线交 DC 的延长线于点 P ，判断点 P 是否在抛物线上，说明理由。



2009 年潍坊市初中学业水平考试

数学试题 (A) 参考答案及评分标准

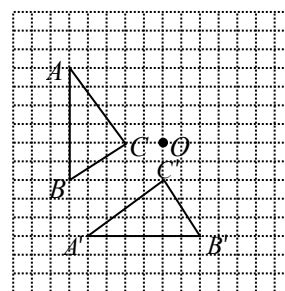
一、选择题 (本题共 12 小题, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个, 均记 0 分.)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	D	A	C	C	B	C	D	A	B

二、填空题 (本题共 5 小题, 共 15 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分.)

13. $3(3x+1)^2$ 14. $x = -9$ 15. 见右图

16. $y = \frac{15}{2}x (0 < x < 10)$ 17. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}a$



三、解答题 (本题共 7 小题, 共 69 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.)

18. (本小题满分 8 分)

解: (1) 从纸箱厂定制购买纸箱费用:

$y_1 = 4x$ 2 分

蔬菜加工厂自己加工纸箱费用:

$y_2 = 2.4x + 16000$ 4 分

(2) $y_2 - y_1 = (2.4x + 16000) - 4x$
 $= 16000 - 1.6x$,

由 $y_1 = y_2$, 得: $16000 - 1.6x = 0$,

解得: $x = 10000$ 5 分

$\therefore$ 当 $x < 10000$ 时, $y_1 < y_2$,

选择方案一, 从纸箱厂定制购买纸箱所需的费用低. 6 分

$\therefore$ 当 $x > 10000$ 时, $y_1 > y_2$,

选择方案二, 蔬菜加工厂自己加工纸箱所需的费用低. 7 分

$\therefore$ 当 $x = 10000$ 时, $y_1 = y_2$,

两种方案都可以, 两种方案所需的费用相同. 8 分

19. (本小题满分 9 分)

解：(1) 应聘者 A 总分为 86 分；应聘者 B 总分为 82 分；应聘者 C 总分为 81 分；应聘者 D 总分为 82 分. 4 分

(2) 4 位应聘者的专业知识测试的平均分数 $\overline{X}_1 = 85$,

方差为: $S_1^2 = \frac{1}{4}[(85-85)^2 + (85-85)^2 + (80-85)^2 + (90-85)^2] = 12.5$ 5 分

4 位应聘者的英语水平测试的平均分数 $\overline{X}_2 = 87.5$,

方差为: $S_2^2 = \frac{1}{4} \times 2.5^2 \times 4 = 6.25$ 6 分

4 位应聘者参加社会实践与社团活动等的平均分数为 $\overline{X}_3 = 70$,

方差为: $S_3^2 = \frac{1}{4}[(90-70)^2 + (70-70)^2 + (70-70)^2 + (50-70)^2] = 200$ 7 分

(3) 对于应聘者的专业知识、英语水平的差距不大, 但参加社会实践与社团活动等方面的差距较大, 影响学生的最后成绩, 将影响学生就业. 学生不仅注重自己的文化知识的学习, 更应注重社会实践与社团活动的开展, 从而促进学生综合素质的提升. 9 分

20. (本小题满分 9 分)

解: (1) 过点 F 作 $FM \parallel AC$, 交 BC 于点 M.

$\because F$ 为 AB 的中点

$\therefore M$ 为 BC 的中点, $FM = \frac{1}{2}AC$ 2 分

由 $FM \parallel AC$, 得 $\angle CED = \angle MFD$,

$\angle ECD = \angle FMD$, $\therefore \triangle FMD \sim \triangle ECD$

$\therefore \frac{DC}{DM} = \frac{EC}{FM} = \frac{2}{3}$ 4 分

$\therefore EC = \frac{2}{3}FM = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}AC = \frac{1}{3}AC$

$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AC-EC}{AC} = \frac{AC-\frac{1}{3}AC}{AC} = \frac{2}{3}$ 6 分

(2) $\because AB = a$, $\therefore FB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a$

又 $FB = EC$, $\therefore EC = \frac{1}{2}a$

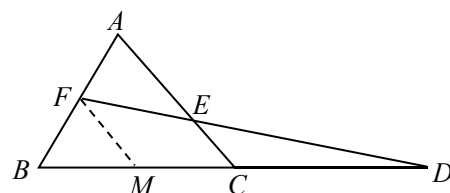
$\because EC = \frac{1}{3}AC$, $\therefore AC = 3EC = \frac{3}{2}a$ 9 分

21. (本小题满分 10 分)

解: (1) 设 P、Q 两块绿地周围的硬化路面的宽都为 x 米, 根据题意, 得:

$(60-3x) \times (40-2x) = 60 \times 40 \times \frac{1}{4}$ 3 分

解之, 得: $x_1 = 10$, $x_2 = 30$ 5 分



经检验, $x_2 = 30$ 不符合题意, 舍去.

所以, 两块绿地周围的硬化路面宽都为 10 米.6 分

(2) 设想成立.7 分

设圆的半径为 r 米, O_1 到 AB 的距离为 y 米, 根据题意, 得:

$$\begin{cases} 2y = 40 \\ 2y + 2r = 60 \end{cases} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

解得: $y = 20$, $r = 10$. 符合实际.

所以, 设想成立, 此时, 圆的半径是 10 米.10 分

22. (本小题满分 10 分)

(1) 证明: $\because AI$ 平分 $\angle BAC$

$\therefore \angle BAD = \angle DAC, \therefore BD = DC$ 2 分

$\because BI$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABI = \angle CBI$

$\because \angle BAD = \angle DAC, \angle DBC = \angle DAC$

$\therefore \angle BAD = \angle DBC$, 又 $\angle DBI = \angle DBC + \angle CBI, \angle DIB = \angle ABI + \angle BAD$

$\therefore \angle DBI = \angle DIB, \therefore \triangle BDI$ 为等腰三角形

$\therefore BD = ID, \therefore BD = DC = DI$ 5 分

(2) 解: 当 $\angle BAC = 120^\circ$ 时, $\triangle ABC$ 为钝角三角形,

$\therefore$ 圆心 O 在 $\triangle ABC$ 外,

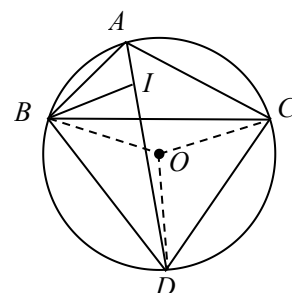
连结 OB 、 OD 、 OC ,

$\therefore \angle DOC = \angle BOD = 2\angle BAD = 120^\circ$,

$\therefore \angle DBC = \angle DCB = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BDC$ 为正三角形.8 分

又知 $OB = 10\text{cm}$,



$$\therefore BD = 2OB \sin 60^\circ = 2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\therefore S_{\triangle BDC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (10\sqrt{3})^2 = 75\sqrt{3}\text{cm}^2$$

答: $\triangle BDC$ 的面积为 $75\sqrt{3}\text{cm}^2$10 分

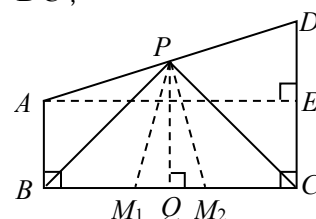
23. (本小题满分 11 分)

解: (1) 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp BC, DC \perp BC, \therefore AB \parallel DC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为直角梯形 (或矩形).

过点 P 作 $PQ \perp BC$, 垂足为 $Q, \therefore PQ \parallel AB$,

又点 P 是 AD 的中点, $\therefore$ 点 Q 是 BC 的中点,



$$\text{又 } PQ = \frac{1}{2}(AB + CD) = \frac{1}{2}(a + b) = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore PQ = BQ = QC, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\therefore \triangle PQB$ 与 $\triangle PQC$ 是全等的等腰直角三角形,

$$\therefore \angle BPC = \angle BPQ + \angle QPC = 90^\circ; PB = PC,$$

$$\therefore \triangle PBC \text{ 是等腰直角三角形.} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 存在点 } M \text{ 使 } AM \perp MD. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

以 AD 为直径, P 为圆心作圆 P .

当 $a = b$ 时, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $PA = PD = PQ$,

圆 P 与 BC 相切于点 Q , 此时, M 点与 Q 点重合, 存在点 M , 使得 $AM \perp MD$,

$$\text{此时 } BM = \frac{1}{2}(a + b). \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

当 $a < b$ 时, 四边形 $ABCD$ 为直角梯形,

$AD > BC$, $PA = PD > PQ$, 圆心 P 到 BC 的距离 PQ 小于圆 P 的半径, 圆 P 与 BC 相交,

$$BC \text{ 上存在两点 } M_1, M_2, \text{ 使 } AM \perp MD, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

过点 A 作 $AE \perp DC$, 在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $AE = a + b$, $DE = b - a$,

$$AD^2 = AE^2 + DE^2, AD^2 = 2a^2 + 2b^2, AD = \sqrt{2a^2 + 2b^2}$$

$$\text{连结 } PM_1, PM_2, \text{ 则 } PM_1 = PM_2 = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2}}{2},$$

$$\text{在直角三角形 } PQM_1 \text{ 中, } QM_1 = \sqrt{PM_1^2 - PQ^2} = \sqrt{\frac{2a^2 + 2b^2}{4} - \frac{(a+b)^2}{4}} = \frac{b-a}{2},$$

$$\therefore BM_1 = BQ - M_1Q = a.$$

$$\text{同理可得: } BM_2 = BQ + M_2Q = b.$$

综上所述, 在线段 BC 上存在点 M , 使 $AM \perp MD$.

$$\text{当 } a = b \text{ 时, 有一点 } M, BM = \frac{a+b}{2}; \text{ 当 } a < b \text{ 时, 有两点 } M_1, M_2,$$

$$BM_1 = a, BM_2 = b. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

24. (本小题满分 12 分)

解: (1) $\because$ 圆心 O 在坐标原点, 圆 O 的半径为 1,

$\therefore$ 点 A 、 B 、 C 、 D 的坐标分别为 $A(-1,0)$ 、 $B(0,-1)$ 、 $C(1,0)$ 、 $D(0,1)$

∵ 抛物线与直线 $y = x$ 交于点 M 、 N ，且 MA 、 NC 分别与圆 O 相切于点 A 和点 C ，

∴ $M(-1, -1)$ 、 $N(1, 1)$ 2 分

∵ 点 D 、 M 、 N 在抛物线上，将 $D(0, 1)$ 、 $M(-1, -1)$ 、 $N(1, 1)$ 的坐标代入

$$y = ax^2 + bx + c, \text{ 得: } \begin{cases} c = 1 \\ -1 = a - b + c \\ 1 = a + b + c \end{cases} \text{ 解之, 得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为: $y = -x^2 + x + 1$ 4 分

$$(2) \because y = -x^2 + x + 1 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

∴ 抛物线的对称轴为 $x = \frac{1}{2}$ ，

$$\therefore OE = \frac{1}{2}, DE = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{\sqrt{5}}{2}. \text{ 6 分}$$

连结 BF ， $\angle BFD = 90^\circ$ ，

$$\therefore \triangle BFD \sim \triangle EOD, \therefore \frac{DE}{DB} = \frac{OD}{FD},$$

$$\text{又 } DE = \frac{\sqrt{5}}{2}, OD = 1, DB = 2,$$

$$\therefore FD = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore EF = FD - DE = \frac{4\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{10}. \text{ 8 分}$$

(3) 点 P 在抛物线上. 9 分

设过 D 、 C 点的直线为: $y = kx + b$ ，

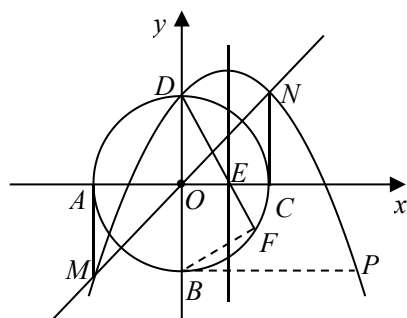
将点 $C(1, 0)$ 、 $D(0, 1)$ 的坐标代入 $y = kx + b$ ，得: $k = -1$ ， $b = 1$ ，

∴ 直线 DC 为: $y = -x + 1$ 10 分

过点 B 作圆 O 的切线 BP 与 x 轴平行， P 点的纵坐标为 $y = -1$ ，

将 $y = -1$ 代入 $y = -x + 1$ ，得: $x = 2$.

∴ P 点的坐标为 $(2, -1)$ ， 11 分



当 $x = 2$ 时, $y = -x^2 + x + 1 = -2^2 + 2 + 1 = -1$,

所以, P 点在抛物线 $y = -x^2 + x + 1$ 上.12 分

说明: 解答题各小题中只给出了 1 种解法, 其它解法只要步骤合理、解答正确均应得到相应的分数.