

2008 年临沂市中考数 学 试 题

一、选择题（共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分）在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $-\frac{1}{3}$ 的倒数是 ()

- A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 在今年四川汶川地震抗震救灾过程中，国内外社会各界纷纷伸出援助之手，截止 5 月 30 日 12 时，共收到各类捐赠款物折合人民币约 399 亿元，这个数据用科学记数法表示为 ()

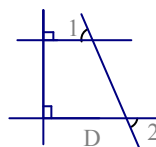
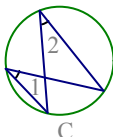
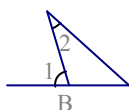
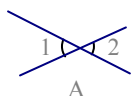
- A. 3.99×10^9 元 B. 3.99×10^{10} 元
C. 3.99×10^{11} 元 D. 399×10^2 元

3. 下列各式计算正确的是 ()

- A. $2a^2 + a^3 = 3a^5$ B. $(3xy)^2 \div (xy) = 3xy$

- C. $(2b^2)^3 = 8b^5$ D. $2x \bullet 3x^5 = 6x^6$

4. 下列各图中， $\angle 1$ 大于 $\angle 2$ 的结果是 ()



5. 计算 $\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{9}{2}}$ 的结果是 ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

6. 化简 $\left(1 + \frac{1}{a-1}\right) \div \frac{a}{a^2 - 2a + 1}$ 的结果是 ()

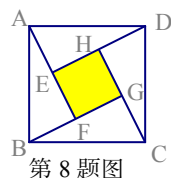
- A. $a+1$ B. $\frac{1}{a-1}$ C. $\frac{a-1}{a}$ D. $a-1$

7. 若不等式组 $\begin{cases} 3x + a < 0, \\ 2x + 7 > 4x - 1 \end{cases}$ 的解集为 $x < 0$ ，则 a 的取值范围为 ()

- A. $a > 0$ B. $a = 0$ C. $a > 4$ D. $a = 4$

8. “赵爽弦图”是由于四个全等的直角三角形与中间的一个小正方形拼成的一个大正方形(如图所示)。小亮同学随机地在大正方形及其内部区域投针,若直角三角形的两条直角边的长分别是2和1,则针扎到小正方形(阴影)区域的概率是()

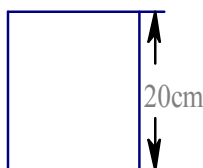
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$



第8题图

9. 如图是一个包装盒的三视图,则这个包装盒的体积是()

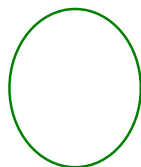
- A. $1000\pi\text{cm}^3$
B. $1500\pi\text{cm}^3$
C. $2000\pi\text{cm}^3$
D. $4000\pi\text{cm}^3$



主视图



左视图



俯视图

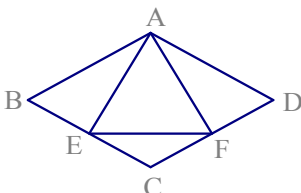
第9题图

10. 下列说法正确的是()

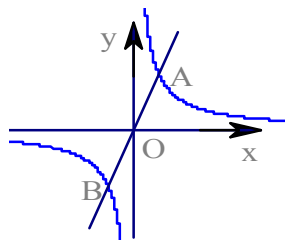
- A. 随机事件发生的可能性是50%。
B. 一组数据2, 3, 3, 6, 8, 5的众数与中位数都是3。
C. “打开电视,正在播放关于奥运火炬传递的新闻”是必然事件。
D. 若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2=0.31$,乙组数据的方差 $S_{\text{乙}}^2=0.02$,则乙组数据比甲组数据稳定。

11. 如图,菱形ABCD中, $\angle B=60^\circ$, $AB=2$,E、F分别是BC、CD的中点,连接AE、EF、AF,则 $\triangle AEF$ 的周长为()

- A. $2\sqrt{3}$
B. $3\sqrt{3}$
C. $4\sqrt{3}$
D. 3



第11题图



第12题图

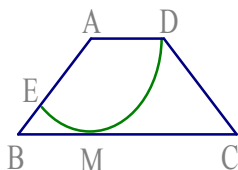
12. 如图,直线 $y=kx(k>0)$ 与双曲线 $y=\frac{2}{x}$ 交于A、B两点,若A、B两点的坐标分别为

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $x_1y_2 + x_2y_1$ 与 y_2 的值为()

- A. -8 B. 4 C. -4 D. 0

13. 如图,等腰梯形ABCD中, $AD\parallel BC$,以A为圆心,AD为半径的圆与BC切于点M,与AB交于点E,若 $AD=2$, $BC=6$,

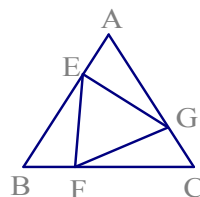
则 $\widehat{DE}$ 的长为()



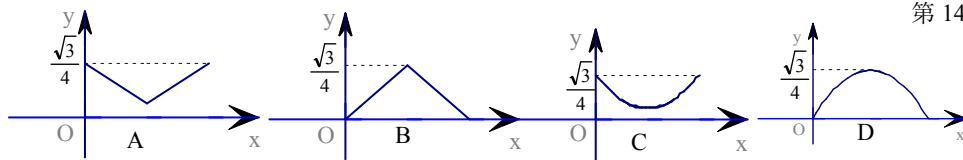
第13题图

- A. $\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{8}$ D. 3π

14. 如图，已知正三角形 ABC 的边长为 1，E、F、G 分别是 AB、BC、CA 上的点，且 $AE = BF = CG$ ，设 $\triangle EFG$ 的面积为 y ，AE 的长为 x ，则 y 关于 x 的函数的图象大致是 ()



第 14 题图



二、填空题 (共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分) 把答案填在题中横线上。

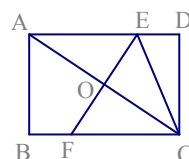
15. 分解因式: $9a - a^3 =$ _____.

16. 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 2y = 4, \end{cases}$ 则 $x - y$ 的值为_____.

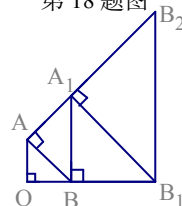
17. 某电动自行车厂三月份的产量为 1000 辆，由于市场需求量不断增大，五月份的产量提高到 1210 辆，则该厂四、五月份的月平均增长率为_____.

18. 如图，矩形 ABCD 中， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ，对角线 AC 的垂直平分线分别交 AD，BC 于点 E，F，连接 CE，则 CE 的长_____.

19. 如图，以等腰三角形 AOB 的斜边为直角边向外作第 2 个等腰直角三角形 ABA_1 ，再以等腰直角三角形 ABA_1 的斜边为直角边向外作第 3 个等腰直角三角形 A_1BB_1 ，……，如此作下去，若 $OA = OB = 1$ ，则第 n 个等腰直角三角形的面积 $S_n =$ _____.



第 18 题图



第 19 题图

三、开动脑筋，你一定能做对! (本大题共 3 小题，共 20 分)

20. (本小题满分 6 分)

某油桃种植户今年喜获丰收，他从采摘的一批总质量为 900 千克的油桃中随机抽取了 10 个油桃，称得其质量 (单位: 克) 分别为:

106, 99, 100, 113, 111, 97, 104, 112, 98, 110.

(1) 估计这批油桃中每个油桃的平均质量;

(2) 若质量不小于 110 克的油桃可定为优级，估计这批油桃中，优级油桃占油桃总数的百分之几? 达到优级的油桃有多少千克?

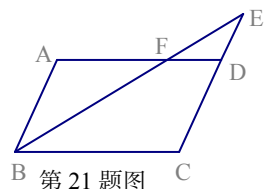
21. (本小题满分 7 分)

如图, $\square ABCD$ 中, E 是 CD 的延长线上一点, BE 与 AD 交于

点 F , $DE = \frac{1}{2}CD$ 。

(1)求证: $\triangle ABF \sim \triangle CEB$;

(2)若 $\triangle DEF$ 的面积为 2, 求 $\square ABCD$ 的面积。



22. (本小题满分 7 分)

在某道路拓宽改造工程中, 一工程队承担了 24 千米的任务。为了减少施工带来的影响, 在确保工程质量的前提下, 实际施工速度是原计划的 1.2 倍, 结果提前 20 天完成了任务, 求原计划平均改造道路多少千米?

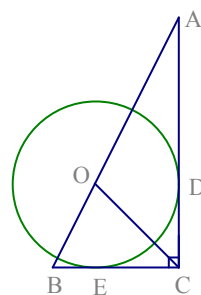
四、认真思考，你一定能成功！（本大题共 2 小题，共 19 分）

23. （本小题满分 9 分）

如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 2$ ，以 AB 上的一点 O 为圆心分别与 AC 、 BC 相切于点 D 、 E 。

(1) 求 $\odot O$ 的半径；

(2) 求 $\sin \angle BOC$ 的值。



第 23 题图

24. （本小题满分 10 分）

某商场欲购进 A、B 两种品牌的饮料 500 箱，此两种饮料每箱的进价和售价如下表所示。设购进 A 种饮料 x 箱，且所购进的两种饮料能全部卖出，获得的总利润为 y 元。

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式？

(2) 如果购进两种饮料的总费用不超过 20000 元，那么该商场如何进货才能获利最多？并求出最大利润。（注：利润 = 售价 - 成本）

品牌	A	B
进价（元/箱）	55	35
售价（元/箱）	63	40

五、相信自己，加油呀！（本大题共 2 小题，共 24 分）

25.（本小题满分 11 分）

已知 $\angle MAN$ ，AC 平分 $\angle MAN$ 。

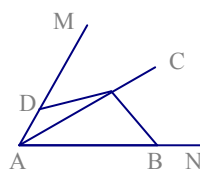
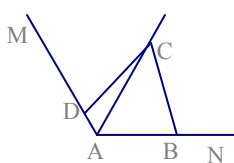
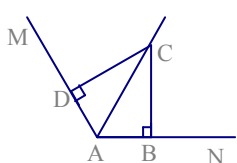
(1)在图 1 中，若 $\angle MAN = 120^\circ$ ， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ，求证： $AB + AD = AC$ ；

(2)在图 2 中，若 $\angle MAN = 120^\circ$ ， $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ ，则(1)中的结论是否仍然成立？若成立，请给出证明；若不成立，请说明理由；

(3)在图 3 中：

①若 $\angle MAN = 60^\circ$ ， $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ ，则 $AB + AD = \underline{\hspace{1cm}} AC$ ；

②若 $\angle MAN = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$)， $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ ，则 $AB + AD = \underline{\hspace{1cm}} AC$ (用含 α 的三角函数表示)，并给出证明。



第 25 题图

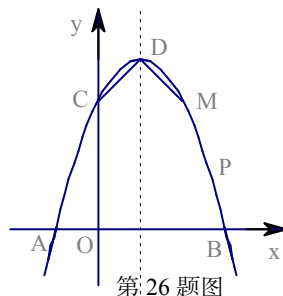
26. (本小题满分 13 分)

如图, 已知抛物线与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$ 。

(1)求抛物线的解析式;

(2)设抛物线的顶点为 D , 在其对称轴的右侧的抛物线上是否存在点 P , 使得 $\triangle PDC$ 是等腰三角形? 若存在, 求出符合条件的点 P 的坐标;若不存在, 请说明理由;

(3)若点 M 是抛物线上一点, 以 B 、 C 、 D 、 M 为顶点的四边形是直角梯形, 试求出点 M 的坐标。



参考答案及评分标准:

一、ABDBA, DBCCD, BCAC;

二、15. $a(3+a)(3-a)$; 16. 1; 17. 10%; 18. $\frac{13}{6}$; 19. 2^{n-2} .

三、开动脑筋, 你一定能做对! (本大题共 3 小题, 共 20 分)

20 . 解: (1) $\bar{x} = \frac{1}{10}(106+99+100+113+111+97+104+112+98+110) = 105$

(克)2 分

由此估计这一批油桃中, 每个油桃的平均质量为 105 克;.....3 分

(2) $\frac{4}{10} \times 100\% = 40\%$,5 分

$900 \times 40\% = 360$ (千克)

估计这一批油桃中优级油桃占总数的 40%, 其质量为 360 千克.....6 分

21. 解: (1)证明: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore \angle A = \angle C, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle ABF = \angle CEB,$

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle CEB$2 分

(2) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD,$

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle CEB, \triangle DEF \sim \triangle ABF$,3 分

$\therefore DE = \frac{1}{2}CD,$

$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle CEB}} = \left(\frac{DE}{EC}\right)^2 = \frac{1}{9}, \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABF}} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4},$ 4 分

$\therefore S_{\triangle DEF} = 2,$

$\therefore S_{\triangle CEB} = 18, S_{\triangle ABF} = 8,$ 6 分

$\therefore S_{\text{四边形}BCDF} = S_{\triangle BCE} - S_{\triangle DEF} = 16,$

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{四边形}BCDF} + S_{\triangle ABF} = 16 + 8 = 24$7 分

22. 设原计划平均每天改造道路 x 千米, 根据题意, 得.....1 分

$\frac{24}{x} - \frac{24}{1.2x} = 20$ 4 分

解这个方程, 得 $x = 0.2$ 6 分

经检验, $x = 0.2$ 是原方程的解。

答:原计划平均每天改造道路 0.2 千米.7 分

四、认真思考, 你一定能成功! (共 19 分)

23. 解: (1)连接 OD、OE, 设 $OD = r$.

$\because AC$ 、 BC 切 $\odot O$ 于 D 、 E ,

$\therefore \angle ODC = \angle OEC = 90^\circ$, $OD = OE$ 1 分

解法一: 又 $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形是 $ODCE$ 正方形,2 分

$\therefore CD = OD = OE = r$, $OD \parallel BC$,

$\therefore AD = 4 - r$, $\triangle AOD \sim \triangle ABC$,3 分

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{OD}{BC}$, 即 $\frac{4-r}{4} = \frac{r}{2}$,4 分

$\therefore r = \frac{3}{4}$5 分

解法二: $\because S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = S_{\triangle ABC}$,3 分

$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot OD + \frac{1}{2} BC \cdot OE = \frac{1}{2} AC \cdot BC$,

即 $\frac{1}{2} \times 4r + \frac{1}{2} \times 2r = \frac{1}{2} \times 4 \times 2$,4 分 $\therefore r = \frac{3}{4}$5 分

(2)过点 C 作 $CF \perp AB$, 垂足为 F , 在 $Rt\triangle ABC$ 与 $Rt\triangle OEC$ 中, 根据勾股定理,得

$AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$, $OC = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$,7 分

由 $\frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CF$, 得 $CF = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 8 分

$\therefore \sin \angle BOC = \frac{CF}{OC} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \times \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, 即 $\sin \angle BOC = \frac{3\sqrt{10}}{10}$9 分

24. (1) $y = (63 - 55)x + (40 - 35)(500 - x) = 2x + 2500$ 3 分

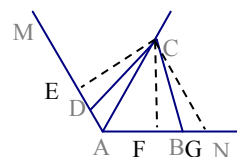
即 $y = 2x + 2500$ ($0 \leq x \leq 500$),4 分

(2)由题意, 得 $55x + 35(500 - x) \leq 20000$,6 分

解这个不等式, 得 $x \leq 125$,7 分

$\therefore$ 当 $x = 125$ 时, $y_{\text{最大值}} = 3 \times 12 + 2500 = 2875$ (元),9 分

$\therefore$ 该商场购进 A、B 两种品牌的饮料分别为 125 箱、375 箱时, 能获得最大利润 2875 元.10 分



五、相信自己，加油呀！（共 24 分）

25. 解：(1)证明： $\because AC$ 平分 $\angle MAN$ ， $\angle MAN = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB = \angle CAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ, \therefore \angle ACB = \angle ACD = 30^\circ, \dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = AD = \frac{1}{2}AC, \dots\dots 2 \text{ 分} \quad \therefore AB + AD = AC. \dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2)成立。……4 分

证法一：如图，过点 C 分别作 AM、AN 的垂线，垂足分别为 E、F。

$$\because AC \text{ 平分 } \angle MAN, \therefore CE = CF.$$

$$\because \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ, \angle ADC + \angle CDE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle ABC, \dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because \angle CED = \angle CFB = 90^\circ, \therefore \triangle CED \cong \triangle CFB, \therefore ED = FB, \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AB + AD = AF + BF + AE - ED = AF + AE, \text{由(1)知 } AF + AE = AC,$$

$$\therefore AB + AD = AC \dots\dots 7 \text{ 分}$$

证法二：如图，在 AN 上截取 $AG = AC$ ，连接 CG。

$$\because \angle CAB = 60^\circ, AG = AC, \therefore \angle AGC = 60^\circ, CG = AC = AG, \dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ, \angle ABC + \angle CBG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CBG = \angle ADC, \therefore \triangle CBG \cong \triangle CDA, \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore BG = AD,$$

$$\therefore AB + AD = AB + BG = AG = AC, \dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$(3) \textcircled{1} \sqrt{3}; \dots\dots 8 \text{ 分} \quad \textcircled{2} 2 \cos \frac{a}{2}. \dots\dots 9 \text{ 分}$$

证明：由(2)知， $ED = BF, AE = AF$ ，

$$\text{在 Rt}\triangle AFC \text{ 中，} \cos \angle CAF = \frac{AF}{AC}, \text{即 } \cos \frac{a}{2} = \frac{AF}{AC},$$

$$\therefore AF = AC \cos \frac{a}{2}, \dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore AB + AD = AF + BF + AE - ED = AF + AE = 2AF = AC \cos \frac{a}{2}, \dots\dots 11 \text{ 分}$$

26. (1) $\because$ 抛物线与 y 轴交于点 C (0, 3)，

$$\therefore \text{设抛物线解析式为 } y = ax^2 + bx + 3 (a \neq 0) \dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{根据题意，得 } \begin{cases} a - b + 3 = 0, \\ 9a + 3b + 3 = 0, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} a = -1, \\ b = 2. \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -x^2 + 2x + 3 \dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2)存在。……3 分

由 $y = -x^2 + 2x + 3$ 得, D 点坐标为 (1, 4), 对称轴为 $x = 1$ 。…………4 分

①若以 CD 为底边, 则 $PD = PC$, 设 P 点坐标为 (x, y) , 根据勾股定理,

得 $x^2 + (3 - y)^2 = (x - 1)^2 + (4 - y)^2$, 即 $y = 4 - x$ 。…………5 分

又 P 点 (x, y) 在抛物线上, $\therefore 4 - x = -x^2 + 2x + 3$, 即 $x^2 - 3x + 1 = 0$ ……………6 分

解得 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$, $\frac{3 - \sqrt{5}}{2} < 1$, 应舍去。 $\therefore x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ 。…………7 分

$\therefore y = 4 - x = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$, 即点 P 坐标为 $\left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \frac{5 - \sqrt{5}}{2}\right)$ 。…………8 分

②若以 CD 为一腰, 因为点 P 在对称轴右侧的抛物线上, 由抛物线对称性知, 点 P 与点 C 关于直线 $x = 1$ 对称, 此时点 P 坐标为 (2, 3)。

$\therefore$ 符合条件的点 P 坐标为 $\left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \frac{5 - \sqrt{5}}{2}\right)$ 或 (2, 3)。…………9 分

(3)由 B (3, 0), C (0, 3), D (1, 4), 由勾股定理,

得 $CB = 3\sqrt{2}, CD = \sqrt{2}, BD = 2\sqrt{5}$, ……………10 分

$\therefore CB^2 + CD^2 = BD^2 = 20$,

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$, ……………11 分

设对称轴交 x 轴于点 E, 过 C 作 $CM \perp DE$, 交抛物线于点 M, 垂足为 F, 在 $Rt\triangle DCF$ 中, $\therefore CF = DF = 1$, $\therefore \angle CDF = 45^\circ$,

由抛物线对称性可知, $\angle CDM = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$, 点坐标 M 为 (2, 3),

$\therefore DM \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 BCDM 为直角梯形, ……………12 分

由 $\angle BCD = 90^\circ$ 及题意可知,

以 BC 为一底时, 顶点 M 在抛物线上的直角梯形只有上述一种情况;

以 CD 为一底或以 BD 为一底, 且顶点 M 在抛物线上的直角梯形均不存在。

综上所述, 符合条件的点 M 的坐标为 (2, 3)。…………13 分

