

2019 年安徽省中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）每小题都给出 A, B, C, D 四个选项，其中只有一个是正确的.

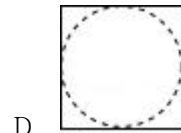
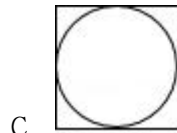
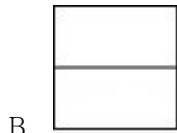
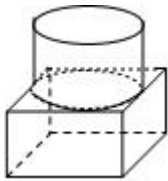
1. (4 分) 在 -2 , -1 , 0 , 1 这四个数中，最小的数是 ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

2. (4 分) 计算 $a^3 \cdot (-a)$ 的结果是 ()

- A. a^2 B. $-a^2$ C. a^4 D. $-a^4$

3. (4 分) 一个由圆柱和长方体组成的几何体如图水平放置，它的俯视图是 ()



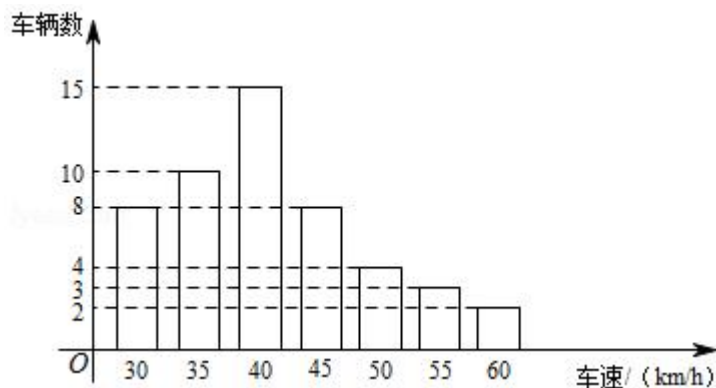
4. (4 分) 2019 年“五一”假日期间，我省银联网络交易总金额接近 161 亿元，其中 161 亿用科学记数法表示为 ()

- A. 1.61×10^9 B. 1.61×10^{10} C. 1.61×10^{11} D. 1.61×10^{12}

5. (4 分) 已知点 $A(1, -3)$ 关于 x 轴的对称点 A' 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则实数 k 的值为 ()

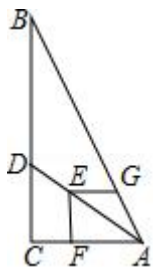
- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

6. (4 分) 在某时段由 50 辆车通过一个雷达测速点，工作人员将测得的车速绘制成如图所示的条形统计图，则这 50 辆车的车速的众数（单位： km/h ）为 ()



- A. 60 B. 50 C. 40 D. 15

7. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=6$, $BC=12$, 点 D 在边 BC 上, 点 E 在线段 AD 上, $EF\perp AC$ 于点 F , $EG\perp EF$ 交 AB 于点 G . 若 $EF=EG$, 则 CD 的长为 ()



- A. 3.6 B. 4 C. 4.8 D. 5

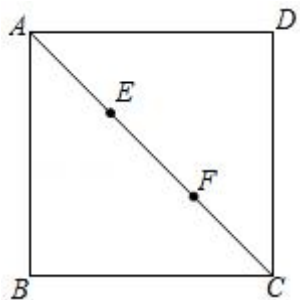
8. (4分) 据国家统计局数据, 2018 年全年国内生产总值为 90.3 万亿, 比 2017 年增长 6.6%. 假设国内生产总值的年增长率保持不变, 则国内生产总值首次突破 100 万亿的年份是 ()

- A. 2019 年 B. 2020 年 C. 2021 年 D. 2022 年

9. (4分) 已知三个实数 a , b , c 满足 $a-2b+c=0$, $a+2b+c<0$, 则 ()

- A. $b>0$, $b^2-ac\leq 0$ B. $b<0$, $b^2-ac\leq 0$
C. $b>0$, $b^2-ac\geq 0$ D. $b<0$, $b^2-ac\geq 0$

10. (4分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E , F 将对角线 AC 三等分, 且 $AC=12$, 点 P 在正方形的边上, 则满足 $PE+PF=9$ 的点 P 的个数是 ()



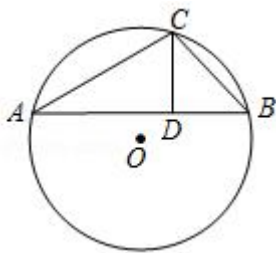
- A. 0 B. 4 C. 6 D. 8

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11. (5分) 计算 $\sqrt{18}\div\sqrt{2}$ 的结果是_____.

12. (5分) 命题 “如果 $a+b=0$, 那么 a , b 互为相反数” 的逆命题为_____.

13. (5分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle CAB=30^\circ$, $\angle CBA=45^\circ$, $CD\perp AB$ 于点 D , 若 $\odot O$ 的半径为 2, 则 CD 的长为_____.



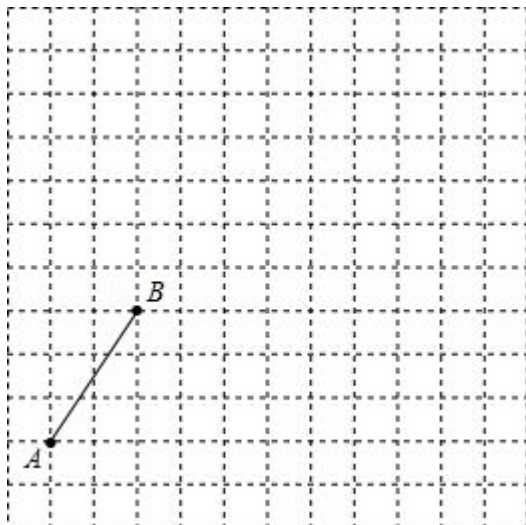
14. (5分) 在平面直角坐标系中, 垂直于 x 轴的直线 l 分别与函数 $y = x - a + 1$ 和 $y = x^2 - 2ax$ 的图象相交于 P, Q 两点. 若平移直线 l , 可以使 P, Q 都在 x 轴的下方, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

15. (8分) 解方程: $(x - 1)^2 = 4$.

16. (8分) 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的 12×12 的网格中, 给出了以格点 (网格线的交点) 为端点的线段 AB .

- (1) 将线段 AB 向右平移 5 个单位, 再向上平移 3 个单位得到线段 CD , 请画出线段 CD .
 (2) 以线段 CD 为一边, 作一个菱形 $CDEF$, 且点 E, F 也为格点. (作出一个菱形即可)



四、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

17. (8分) 为实施乡村振兴战略, 解决某山区老百姓出行难的问题, 当地政府决定修建一条高速公路. 其中一段长为 146 米的山体隧道贯穿工程由甲乙两个工程队负责施工. 甲工程队独立工作 2 天后, 乙工程队加入, 两工程队又联合工作了 1 天, 这 3 天共掘进 26 米. 已知甲工程队每天比乙工程队多掘进 2 米, 按此速度完成这项隧道贯穿工程, 甲乙两个工程队还需联合工作多少天?
18. (8分) 观察以下等式:

第 1 个等式: $\frac{2}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1},$

第 2 个等式: $\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6},$

第 3 个等式: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15},$

第 4 个等式: $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28},$

第 5 个等式: $\frac{2}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{45},$

.....

按照以上规律, 解决下列问题:

(1) 写出第 6 个等式: _____;

(2) 写出你猜想的第 n 个等式: _____ (用含 n 的等式表示), 并证明.

五、(本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 满分 20 分)

19. (10 分) 筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具. 如图 1, 明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理. 如图 2, 筒车盛水桶的运行轨迹是以轴心 O 为圆心的圆. 已知圆心在水面上方, 且圆被水面截得的弦 AB 长为 6 米, $\angle OAB = 41.3^\circ$, 若点 C 为运行轨道的最高点 (C, O 的连线垂直于 AB), 求点 C 到弦 AB 所在直线的距离.
- (参考数据: $\sin 41.3^\circ \approx 0.66$, $\cos 41.3^\circ \approx 0.75$, $\tan 41.3^\circ \approx 0.88$)

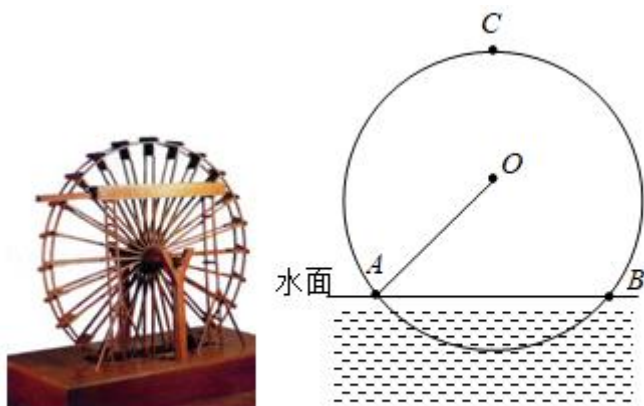


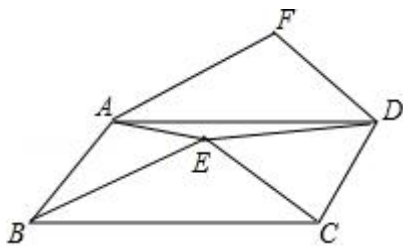
图1

图2

20. (10 分) 如图, 点 E 在 $\square ABCD$ 内部, $AF \parallel BE$, $DF \parallel CE$.

(1) 求证: $\triangle BCE \cong \triangle ADF$;

(2) 设 $\square ABCD$ 的面积为 S , 四边形 $AEDF$ 的面积为 T , 求 $\frac{S}{T}$ 的值.



六、(本题满分 12 分)

21. (12 分) 为监控某条生产线上产品的质量, 检测员每个相同时间抽取一件产品, 并测量其尺寸, 在一天的抽检结束后, 检测员将测得的个数据按从小到大的顺序整理成如下表格:

编号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮
尺寸 (cm)	8.72	8.88	8.92	8.93	8.94	8.96	8.97	8.98	a	9.03	9.04	9.06	9.07	9.08	b

按照生产标准, 产品等次规定如下:

尺寸 (单位: cm)	产品等次
$8.97 \leq x \leq 9.03$	特等品
$8.95 \leq x \leq 9.05$	优等品
$8.90 \leq x \leq 9.10$	合格品
$x < 8.90$ 或 $x > 9.10$	非合格品

注: 在统计优等品个数时, 将特等品计算在内; 在统计合格品个数时, 将优等品 (含特等品) 计算在内.

(1) 已知此次抽检的合格率为 80%, 请判断编号为⑮的产品是否为合格品, 并说明理由.

(2) 已知此次抽检出的优等品尺寸的中位数为 9cm.

(i) 求 a 的值;

(ii) 将这些优等品分成两组, 一组尺寸大于 9cm, 另一组尺寸不大于 9cm, 从这两组中各随机抽取 1 件进行复检, 求抽到的 2 件产品都是特等品的概率.

七、(本题满分 12 分)

22. (12 分) 一次函数 $y = kx + 4$ 与二次函数 $y = ax^2 + c$ 的图象的一个交点坐标为 (1, 2), 另一个交点是该二次函数图象的顶点

(1) 求 k , a , c 的值;

(2) 过点 $A(0, m)$ ($0 < m < 4$) 且垂直于 y 轴的直线与二次函数 $y = ax^2 + c$ 的图象相交

于 B, C 两点, 点 O 为坐标原点, 记 $W = OA^2 + BC^2$, 求 W 关于 m 的函数解析式, 并求 W 的最小值.

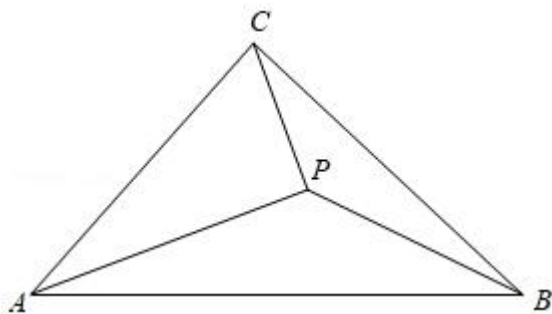
八、(本题满分 14 分)

23. (14 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, P 为 $\triangle ABC$ 内部一点, 且 $\angle APB = \angle BPC = 135^\circ$.

(1) 求证: $\triangle PAB \sim \triangle PBC$;

(2) 求证: $PA = 2PC$;

(3) 若点 P 到三角形的边 AB, BC, CA 的距离分别为 h_1, h_2, h_3 , 求证 $h_1^2 = h_2 \cdot h_3$.



2019 年安徽省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）每小题都给出 A，B，C，D 四个选项，其中只有一个是正确的.

1. (4 分) 在 -2 ， -1 ， 0 ， 1 这四个数中，最小的数是 ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

【分析】有理数大小比较的法则：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小，据此判断即可.

【解答】解：根据有理数比较大小的方法，可得

$$-2 < -1 < 0 < 1,$$

$\therefore$ 在 -2 ， -1 ， 0 ， 1 这四个数中，最小的数是 -2 .

故选：A.

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小.

2. (4 分) 计算 $a^3 \cdot (-a)$ 的结果是 ()

- A. a^2 B. $-a^2$ C. a^4 D. $-a^4$

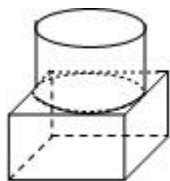
【分析】直接利用同底数幂的乘法运算法则求出答案.

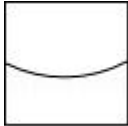
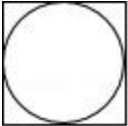
【解答】解： $a^3 \cdot (-a) = -a^3 \cdot a = -a^4$.

故选：D.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘法运算，正确掌握运算法则是解题关键. 同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

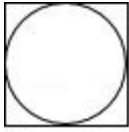
3. (4 分) 一个由圆柱和长方体组成的几何体如图水平放置，它的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

【解答】解：几何体的俯视图是：



故选：C.

【点评】本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的正面看得到的视图.

4. (4分) 2019年“五一”假日期间，我省银联网络交易总金额接近161亿元，其中161亿用科学记数法表示为 ()

A. 1.61×10^9 B. 1.61×10^{10} C. 1.61×10^{11} D. 1.61×10^{12}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于10时， n 是正数；当原数的绝对值小于1时， n 是负数.

【解答】解：根据题意161亿用科学记数法表示为 1.61×10^{10} .

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (4分) 已知点 $A(1, -3)$ 关于 x 轴的对称点 A' 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则实数 k 的值为 ()

A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

【分析】先根据关于 x 轴对称的点的坐标特征确定 A' 的坐标为 $(1, 3)$ ，然后把 A' 的坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 中即可得到 k 的值.

【解答】解：点 $A(1, -3)$ 关于 x 轴的对称点 A' 的坐标为 $(1, 3)$ ，

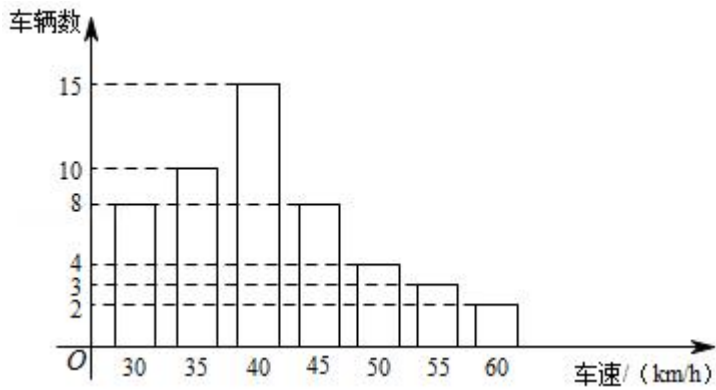
把 $A'(1, 3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = 1 \times 3 = 3$.

故选：A.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的图象是双曲线，图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy = k$.

6. (4分) 在某时段由50辆车通过一个雷达测速点，工作人员将测得的车速绘制成如图所

示的条形统计图，则这 50 辆车的车速的众数（单位：km/h）为（ ）



- A. 60 B. 50 C. 40 D. 15

【分析】根据中位数的定义求解可得.

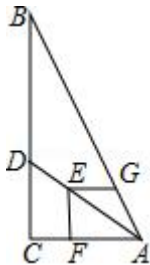
【解答】解：由条形图知，50 个数据的中位数为第 25、26 个数据的平均数，即中位数为

$$= \frac{40+40}{2} = 40,$$

故选：C.

【点评】本题主要考查众数，熟练掌握众数的定义是解题的关键.

7. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=12$ ，点 D 在边 BC 上，点 E 在线段 AD 上， $EF\perp AC$ 于点 F ， $EG\perp EF$ 交 AB 于点 G . 若 $EF=EG$ ，则 CD 的长为（ ）



- A. 3.6 B. 4 C. 4.8 D. 5

【分析】根据题意和三角形相似的判定和性质，可以求得 CD 的长，本题得以解决.

【解答】解：作 $DH\parallel EG$ 交 AB 于点 H ，则 $\triangle AEG\sim\triangle ADH$,

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{EG}{DH},$$

$$\because EF\perp AC, \angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFA = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore EF\parallel CD,$$

$$\therefore \triangle AEF\sim\triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{EF}{CD},$$

$$\therefore \frac{EG}{DH} = \frac{EF}{CD},$$

$$\therefore EG = EF,$$

$$\therefore DH = CD,$$

设 $DH = x$, 则 $CD = x$,

$$\therefore BC = 12, AC = 6,$$

$$\therefore BD = 12 - x,$$

$$\therefore EF \perp AC, EF \perp EG, DH \parallel EG,$$

$$\therefore EG \parallel AC \parallel DH,$$

$$\therefore \triangle BDH \sim \triangle BCA,$$

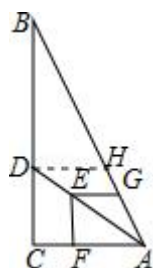
$$\therefore \frac{DH}{AC} = \frac{BD}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{x}{6} = \frac{12-x}{12},$$

解得, $x = 4$,

$$\therefore CD = 4,$$

故选: B.



【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质, 解答本题的关键是明确题意, 作出合适的辅助线, 利用数形结合的思想解答.

8. (4 分) 据国家统计局数据, 2018 年全年国内生产总值为 90.3 万亿, 比 2017 年增长 6.6%. 假设国内生产总值的年增长率保持不变, 则国内生产总值首次突破 100 万亿的年份是 ()

A. 2019 年 B. 2020 年 C. 2021 年 D. 2022 年

【分析】 根据题意分别求出 2019 年全年国内生产总值、2020 年全年国内生产总值, 得到答案.

【解答】 解: 2019 年全年国内生产总值为: $90.3 \times (1+6.6\%) = 96.2598$ (万亿),
2020 年全年国内生产总值为: $96.2598 \times (1+6.6\%) \approx 102.6$ (万亿),

∴国内生产总值首次突破 100 万亿的年份是 2020 年,

故选: B.

【点评】 本题考查的是有理数的混合运算, 掌握有理数的混合运算法则、正确列出算式是解题的关键.

9. (4 分) 已知三个实数 a, b, c 满足 $a-2b+c=0$, $a+2b+c<0$, 则 ()

A. $b>0, b^2-ac\leq 0$

B. $b<0, b^2-ac\leq 0$

C. $b>0, b^2-ac\geq 0$

D. $b<0, b^2-ac\geq 0$

【分析】 根据 $a-2b+c=0$, $a+2b+c<0$, 可以得到 b 与 a, c 的关系, 从而可以判断 b 的正负和 b^2-ac 的正负情况, 本题得以解决.

【解答】 解: $\because a-2b+c=0, a+2b+c<0$,

$$\therefore a+c=2b, b=\frac{a+c}{2},$$

$$\therefore a+2b+c=(a+c)+2b=4b<0,$$

$$\therefore b<0,$$

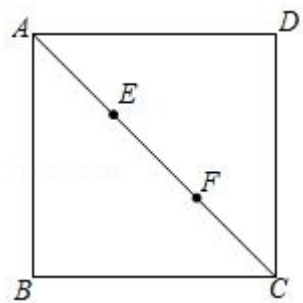
$$\therefore b^2-ac=\left(\frac{a+c}{2}\right)^2-ac=\frac{a^2+2ac+c^2}{4}-ac=\frac{a^2-2ac+c^2}{4}=\left(\frac{a-c}{2}\right)^2\geq 0,$$

$$\text{即 } b<0, b^2-ac\geq 0,$$

故选: D.

【点评】 本题考查因式分解的应用、不等式的性质, 解答本题的关键是明确题意, 判断出 b 和 b^2-ac 的正负情况.

10. (4 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 将对角线 AC 三等分, 且 $AC=12$, 点 P 在正方形的边上, 则满足 $PE+PF=9$ 的点 P 的个数是 ()



A. 0

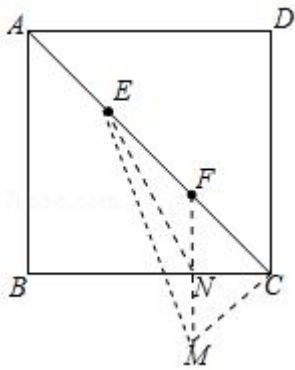
B. 4

C. 6

D. 8

【分析】 作点 F 关于 BC 的对称点 M , 连接 FM 交 BC 于点 N , 连接 EM , 可得点 N 到点 E 和点 F 的距离之和最小, 可求最小值, 即可求解.

【解答】 解: 如图, 作点 F 关于 BC 的对称点 M , 连接 FM 交 BC 于点 N , 连接 EM ,



$\because$ 点 E, F 将对角线 AC 三等分, 且 $AC=12$,

$\therefore EC=8, FC=4$,

$\because$ 点 M 与点 F 关于 BC 对称

$\therefore CF=CM=4, \angle ACB=\angle BCM=45^\circ$

$\therefore \angle ACM=90^\circ$

$\therefore EM=\sqrt{EC^2+CM^2}=4\sqrt{5}$

则在线段 BC 存在点 N 到点 E 和点 F 的距离之和最小为 $4\sqrt{5}<9$

$\therefore$ 在线段 BC 上点 N 的左右两边各有一个点 P 使 $PE+PF=9$,

同理在线段 AB, AD, CD 上都存在两个点使 $PE+PF=9$.

即共有 8 个点 P 满足 $PE+PF=9$,

故选: D .

【点评】 本题考查了正方形的性质, 最短路径问题, 在 BC 上找到点 N 使点 N 到点 E 和点 F 的距离之和最小是本题的关键.

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11. (5 分) 计算 $\sqrt{18} \div \sqrt{2}$ 的结果是 3.

【分析】 根据二次根式的性质把 $\sqrt{18}$ 化简, 再根据二次根式的性质计算即可.

【解答】 解: $\sqrt{18} \div \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 3$.

故答案为: 3

【点评】 本题主要考查了二次根式的乘除法运算, 熟练掌握二次根式的性质是解答本题的关键.

12. (5 分) 命题 “如果 $a+b=0$, 那么 a, b 互为相反数” 的逆命题为 如果 a, b 互为相反数, 那么 $a+b=0$.

【分析】 根据互逆命题的定义写出逆命题即可.

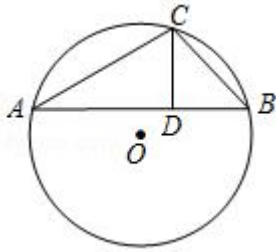
【解答】解：命题“如果 $a+b=0$ ，那么 a, b 互为相反数”的逆命题为：

如果 a, b 互为相反数，那么 $a+b=0$ ；

故答案为：如果 a, b 互为相反数，那么 $a+b=0$ 。

【点评】本题考查的是命题与定理、互逆命题，掌握逆命题的确定方法是解题的关键。

13. (5分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle CAB=30^\circ$ ， $\angle CBA=45^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，若 $\odot O$ 的半径为 2，则 CD 的长为 $\sqrt{2}$ 。



【分析】连接 CO 并延长交 $\odot O$ 于 E ，连接 BE ，于是得到 $\angle E = \angle A = 30^\circ$ ， $\angle EBC = 90^\circ$ ，解直角三角形即可得到结论。

【解答】解：连接 CO 并延长交 $\odot O$ 于 E ，连接 BE ，

则 $\angle E = \angle A = 30^\circ$ ， $\angle EBC = 90^\circ$ ，

$\because \odot O$ 的半径为 2，

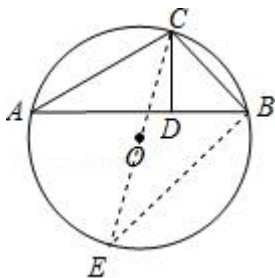
$\therefore CE = 4$ ，

$\therefore BC = \frac{1}{2}CE = 2$ ，

$\because CD \perp AB$ ， $\angle CBA = 45^\circ$ ，

$\therefore CD = \frac{\sqrt{2}}{2}BC = \sqrt{2}$ 。

故答案为： $\sqrt{2}$ 。



【点评】本题考查了三角形的外接圆与外心，圆周角定理，等腰直角三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键。

14. (5分) 在平面直角坐标系中，垂直于 x 轴的直线 l 分别与函数 $y = x - a + 1$ 和 $y = x^2 - 2ax$

的图象相交于 P, Q 两点. 若平移直线 l , 可以使 P, Q 都在 x 轴的下方, 则实数 a 的取值范围是 $a > 1$ 或 $a < -1$.

【分析】 由 $y = x - a + 1$ 与 x 轴的交点为 $(1 - a, 0)$, 可知当 P, Q 都在 x 轴的下方时, x 直线 l 与 x 轴的交点要在 $(1 - a, 0)$ 的左侧, 即可求解;

【解答】 解: $y = x - a + 1$ 与 x 轴的交点为 $(1 - a, 0)$,

$\therefore$ 平移直线 l , 可以使 P, Q 都在 x 轴的下方,

$\therefore$ 当 $x = 1 - a$ 时, $y = (1 - a)^2 - 2a(1 - a) < 0$,

$\therefore a^2 - 1 > 0$,

$\therefore a > 1$ 或 $a < -1$;

故答案为 $a > 1$ 或 $a < -1$;

【点评】 本题考查二次函数图象及性质, 一次函数图象及性质; 数形结合的分析问题, 将问题转化为当 $x = 1 - a$ 时, 二次函数 $y < 0$ 是解题的关键.

三、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

15. (8 分) 解方程: $(x - 1)^2 = 4$.

【分析】 利用直接开平方法, 方程两边直接开平方即可.

【解答】 解: 两边直接开平方得: $x - 1 = \pm 2$,

$\therefore x - 1 = 2$ 或 $x - 1 = -2$,

解得: $x_1 = 3, x_2 = -1$.

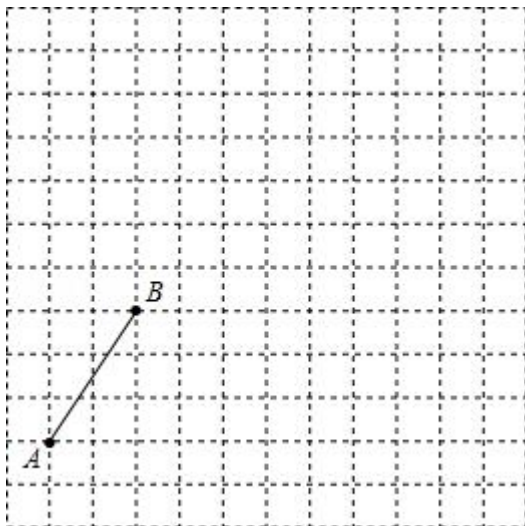
【点评】 此题主要考查了直接开平方法, 解这类问题要移项, 把所含未知数的项移到等号的左边, 把常数项移到等号的右边, 化成 $x^2 = a$ ($a \geq 0$) 的形式, 利用数的开方直接求解. (1) 用直接开方法求一元二次方程的解的类型有: $x^2 = a$ ($a \geq 0$); $ax^2 = b$ (a, b 同号且 $a \neq 0$); $(x + a)^2 = b$ ($b \geq 0$); $a(x + b)^2 = c$ (a, c 同号且 $a \neq 0$). 法则: 要把方程化为“左平方, 右常数, 先把系数化为 1, 再开平方取正负, 分开求得方程解”.

(2) 用直接开方法求一元二次方程的解, 要仔细观察方程的特点.

16. (8 分) 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的 12×12 的网格中, 给出了以格点 (网格线的交点) 为端点的线段 AB .

(1) 将线段 AB 向右平移 5 个单位, 再向上平移 3 个单位得到线段 CD , 请画出线段 CD .

(2) 以线段 CD 为一边, 作一个菱形 $CDEF$, 且点 E, F 也为格点. (作出一个菱形即可)

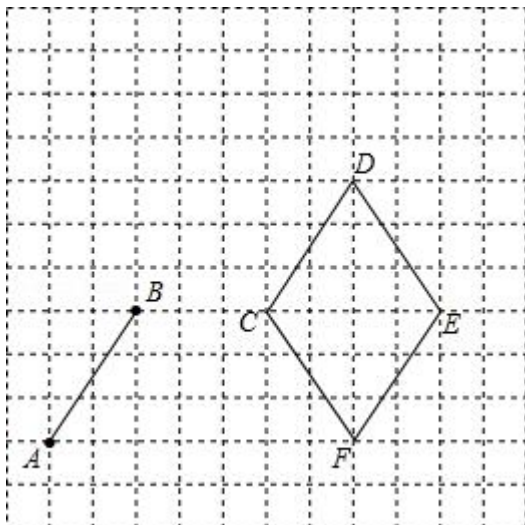


【分析】(1) 直接利用平移的性质得出 C, D 点位置, 进而得出答案;

(2) 直接利用菱形的判定方法进而得出答案.

【解答】解: (1) 如图所示: 线段 CD 即为所求;

(2) 如图: 菱形 $CDEF$ 即为所求, 答案不唯一.



【点评】此题主要考查了菱形的判定以及平移变换, 正确掌握菱形的判定方法是解题关键.

四、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

17. (8 分) 为实施乡村振兴战略, 解决某山区老百姓出行难的问题, 当地政府决定修建一条高速公路. 其中一段长为 146 米的山体隧道贯穿工程由甲乙两个工程队负责施工. 甲工程队独立工作 2 天后, 乙工程队加入, 两工程队又联合工作了 1 天, 这 3 天共掘进 26 米. 已知甲工程队每天比乙工程队多掘进 2 米, 按此速度完成这项隧道贯穿工程, 甲乙

两个工程队还需联合工作多少天?

【分析】设甲工程队每天掘进 x 米, 则乙工程队每天掘进 $(x-2)$ 米. 根据“甲工程队独立工作 2 天后, 乙工程队加入, 两工程队又联合工作了 1 天, 这 3 天共掘进 26 米”列出方程, 然后求工作时间.

【解答】解: 设甲工程队每天掘进 x 米, 则乙工程队每天掘进 $(x-2)$ 米,
由题意, 得 $2x + (x+x-2) = 26$,
解得 $x = 7$,

所以乙工程队每天掘进 5 米,

$$\frac{146-26}{7+5}=10 \text{ (天)}$$

答: 甲乙两个工程队还需联合工作 10 天.

【点评】此题主要考查了一元一次方程的应用, 根据题意得出两队的工效, 进而得出等量关系是解题关键.

18. (8 分) 观察以下等式:

$$\text{第 1 个等式: } \frac{2}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1},$$

$$\text{第 2 个等式: } \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6},$$

$$\text{第 3 个等式: } \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15},$$

$$\text{第 4 个等式: } \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28},$$

$$\text{第 5 个等式: } \frac{2}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{45},$$

.....

按照以上规律, 解决下列问题:

$$(1) \text{ 写出第 6 个等式: } \frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66};$$

$$(2) \text{ 写出你猜想的第 } n \text{ 个等式: } \frac{2}{2n-1} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(2n-1)} \text{ (用含 } n \text{ 的等式表示), 并证明.}$$

【分析】(1) 根据已知等式即可得;

(2) 根据已知等式得出规律 $\frac{2}{2n-1} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(2n-1)}$, 再利用分式的混合运算法则验证即可.

【解答】解：(1) 第6个等式为： $\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$ ，

故答案为： $\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$ ；

$$(2) \frac{2}{2n-1} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(2n-1)}$$

证明： $\because$ 右边 $= \frac{1}{n} + \frac{1}{n(2n-1)} = \frac{2n-1+1}{n(2n-1)} = \frac{2}{2n-1}$ = 左边.

$\therefore$ 等式成立，

故答案为： $\frac{2}{2n-1} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(2n-1)}$.

【点评】 本题主要考查数字的变化规律，解题的关键是根据已知等式得出

$\frac{2}{2n-1} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(2n-1)}$ 的规律，并熟练加以运用.

五、(本大题共2小题，每小题10分，满分20分)

19. (10分) 筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具. 如图1，明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理. 如图2，筒车盛水桶的运行轨迹是以轴心 O 为圆心的圆. 已知圆心在水面上方，且圆被水面截得的弦 AB 长为6米， $\angle OAB = 41.3^\circ$ ，若点 C 为运行轨道的最高点 (C, O 的连线垂直于 AB)，求点 C 到弦 AB 所在直线的距离.
- (参考数据: $\sin 41.3^\circ \approx 0.66$, $\cos 41.3^\circ \approx 0.75$, $\tan 41.3^\circ \approx 0.88$)

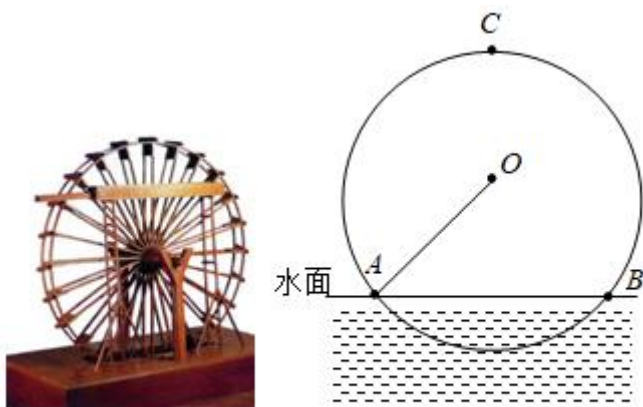


图1

图2

【分析】 连接 CO 并延长，与 AB 交于点 D ，由 CD 与 AB 垂直，利用垂径定理得到 D 为 AB 的中点，在直角三角形 AOD 中，利用锐角三角函数定义求出 OA ，进而求出 OD ，由 $CO+OD$ 求出 CD 的长即可.

【解答】 解：连接 CO 并延长，与 AB 交于点 D ，

$$\because CD \perp AB, \therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB = 3 \text{ (米)},$$

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $\angle OAB = 41.3^\circ$,

$$\therefore \cos 41.3^\circ = \frac{AD}{OA}, \text{ 即 } OA = \frac{3}{\cos 41.3^\circ} = \frac{3}{0.75} = 4 \text{ (米)},$$

$$\tan 41.3^\circ = \frac{OD}{AD}, \text{ 即 } OD = AD \cdot \tan 41.3^\circ = 3 \times 0.88 = 2.64 \text{ (米)},$$

$$\text{则 } CD = CO + OD = 4 + 2.64 = 6.64 \text{ (米)}.$$



图1

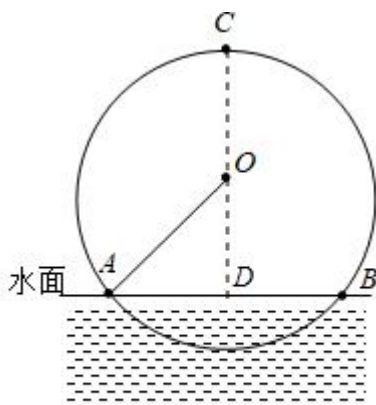


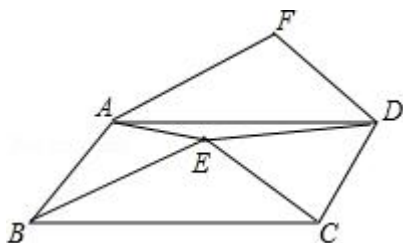
图2

【点评】 此题考查了解直角三角形的应用，垂径定理，以及圆周角定理，熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

20. (10分) 如图，点 E 在 $\square ABCD$ 内部， $AF \parallel BE$, $DF \parallel CE$.

(1) 求证: $\triangle BCE \cong \triangle ADF$;

(2) 设 $\square ABCD$ 的面积为 S , 四边形 $AEDF$ 的面积为 T , 求 $\frac{S}{T}$ 的值.



【分析】 (1) 根据 ASA 证明: $\triangle BCE \cong \triangle ADF$;

(2) 根据点 E 在 $\square ABCD$ 内部, 可知: $S_{\triangle BEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2}S_{\square ABCD}$, 可得结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\because AF \parallel BE,$$

$$\therefore \angle EAB + \angle BAF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle DAF,$$

同理得 $\angle BCE = \angle ADF$,

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle ADF$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle CBE = \angle DAF \\ BC = AD \\ \angle BCE = \angle ADF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle ADF \text{ (ASA)};$$

(2) $\because$ 点 E 在 $\square ABCD$ 内部,

$$\therefore S_{\triangle BEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD},$$

由 (1) 知: $\triangle BCE \cong \triangle ADF$,

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle ADF},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } AEDF} = S_{\triangle ADF} + S_{\triangle AED} = S_{\triangle BEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD},$$

$\therefore \square ABCD$ 的面积为 S , 四边形 $AEDF$ 的面积为 T ,

$$\therefore \frac{S}{T} = \frac{S}{\frac{1}{2}S} = 2.$$

【点评】 此题主要考查了平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质, 熟练利用三角形和平行四边形边的关系得出面积关系是解题关键.

六、(本题满分 12 分)

21. (12 分) 为监控某条生产线上产品的质量, 检测员每个相同时间抽取一件产品, 并测量其尺寸, 在一天的抽检结束后, 检测员将测得的个数据按从小到大的顺序整理成如下表格:

编号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮
尺寸 (cm)	8.72	8.88	8.92	8.93	8.94	8.96	8.97	8.98	a	9.03	9.04	9.06	9.07	9.08	b

按照生产标准, 产品等次规定如下:

尺寸 (单位: cm)	产品等次
$8.97 \leq x \leq 9.03$	特等品
$8.95 \leq x \leq 9.05$	优等品

$8.90 \leq x \leq 9.10$	合格品
$x < 8.90$ 或 $x > 9.10$	非合格品

注：在统计优等品个数时，将特等品计算在内；在统计合格品个数时，将优等品（含特等品）计算在内.

(1) 已知此次抽检的合格率为 80%，请判断编号为⑮的产品是否为合格品，并说明理由.

(2) 已知此次抽检出的优等品尺寸的中位数为 9cm .

(i) 求 a 的值;

(ii) 将这些优等品分成两组，一组尺寸大于 9cm ，另一组尺寸不大于 9cm ，从这两组中各随机抽取 1 件进行复检，求抽到的 2 件产品都是特等品的概率.

【分析】 (1) 由 $15 \times 80\% = 12$ ，不合格的有 $15 - 12 = 3$ 个，给出的数据只有①②两个不合格可得答案;

(2) (i) 由 $\frac{8.98+a}{2} = 9$ 可得答案; (ii) 由特等品为⑦⑧⑨⑩，画树状图列出所有等可能结果，再根据概率公式求解可得.

【解答】 解：(1) 不合格.

因为 $15 \times 80\% = 12$ ，不合格的有 $15 - 12 = 3$ 个，给出的数据只有①②两个不合格;

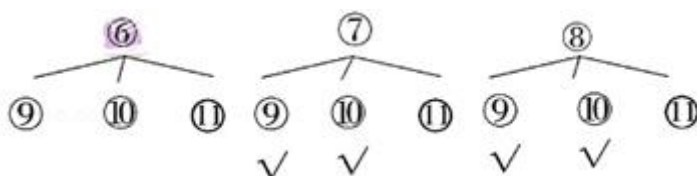
(2) (i) 优等品有⑥~⑪，中位数在⑧8.98，⑨ a 之间，

$$\therefore \frac{8.98+a}{2} = 9,$$

解得 $a = 9.02$

(ii) 大于 9cm 的有⑨⑩⑪，小于 9cm 的有⑥⑦⑧，其中特等品为⑦⑧⑨⑩

画树状图为：



共有九种等可能的情况，其中抽到两种产品都是特等品的情况有 4 种.

$\therefore$ 抽到两种产品都是特等品的概率 $P = \frac{4}{9}$.

【点评】 本题考查的是利用树状图求概率. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

七、(本题满分 12 分)

22. (12 分) 一次函数 $y=kx+4$ 与二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象的一个交点坐标为 $(1, 2)$, 另一个交点是该二次函数图象的顶点

(1) 求 k, a, c 的值;

(2) 过点 $A(0, m)$ ($0 < m < 4$) 且垂直于 y 轴的直线与二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象相交于 B, C 两点, 点 O 为坐标原点, 记 $W=OA^2+BC^2$, 求 W 关于 m 的函数解析式, 并求 W 的最小值.

【分析】 (1) 由交点为 $(1, 2)$, 代入 $y=kx+4$, 可求得 k , 由 $y=ax^2+c$ 可知, 二次函数的顶点在 y 轴上, 即 $x=0$, 则可求得顶点的坐标, 从而可求 c 值, 最后可求 a 的值

(2) 由 (1) 得二次函数解析式为 $y=-2x^2+4$, 令 $y=m$, 得 $2x^2+m-4=0$, 可求 x 的值, 再利用根与系数的关系式, 即可求解.

【解答】 解: (1) 由题意得, $k+4=-2$, 解得 $k=-2$,

又 $\because$ 二次函数顶点为 $(0, 4)$,

$$\therefore c=4$$

把 $(1, 2)$ 代入二次函数表达式得 $a+c=2$, 解得 $a=-2$

(2) 由 (1) 得二次函数解析式为 $y=-2x^2+4$, 令 $y=m$, 得 $2x^2+m-4=0$

$$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{4-m}{2}}, \text{ 设 } B, C \text{ 两点的坐标分别为 } (x_1, m), (x_2, m), \text{ 则 } |x_1|+|x_2|=2\sqrt{\frac{4-m}{2}},$$

$$\therefore W=OA^2+BC^2=m^2+4\times\frac{4-m}{2}=m^2-2m+8=(m-1)^2+7$$

$\therefore$ 当 $m=1$ 时, W 取得最小值 7

【点评】 此题主要考查二次函数的性质及一次函数与二次函数图象的交点问题, 此类问题, 通常转化为一元二次方程, 再利用根的判别式, 根与系数的关系进行解答即可.

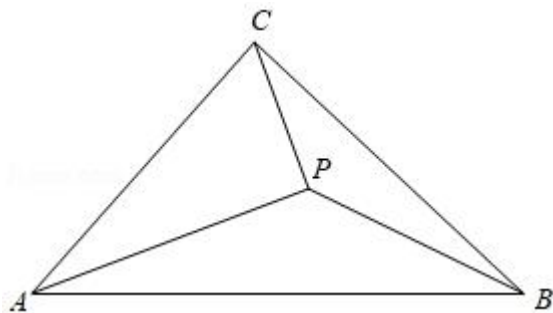
八、(本题满分 14 分)

23. (14 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, P 为 $\triangle ABC$ 内部一点, 且 $\angle APB=\angle BPC=135^\circ$.

(1) 求证: $\triangle PAB \sim \triangle PBC$;

(2) 求证: $PA=2PC$;

(3) 若点 P 到三角形的边 AB, BC, CA 的距离分别为 h_1, h_2, h_3 , 求证 $h_1^2=h_2 \cdot h_3$.



【分析】(1) 利用等式的性质判断出 $\angle PBC = \angle PAB$, 即可得出结论;

(2) 由 (1) 的结论得出 $\frac{PA}{PB} = \frac{PB}{PC} = \frac{AB}{BC}$, 进而得出 $\frac{AB}{BC} = \sqrt{2}$, 即可得出结论;

(3) 先判断出 $\text{Rt}\triangle AEP \sim \text{Rt}\triangle CDP$, 得出 $\frac{PE}{DP} = \frac{AP}{PC} = 2$, 即 $h_3 = 2h_2$, 再由 $\triangle PAB \sim \triangle PBC$, 判断出 $h_1 = \sqrt{2}h_2$, 即可得出结论.

【解答】解: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$, $AB = BC$,

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ = \angle PBA + \angle PBC$$

$$\text{又 } \angle APB = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle PBA = 45^\circ$$

$$\therefore \angle PBC = \angle PAB$$

$$\text{又 } \because \angle APB = \angle BPC = 135^\circ,$$

$$\therefore \triangle PAB \sim \triangle PBC$$

$$(2) \because \triangle PAB \sim \triangle PBC$$

$$\therefore \frac{PA}{PB} = \frac{PB}{PC} = \frac{AB}{BC}$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = AC$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \sqrt{2}$$

$$\therefore PB = \sqrt{2}PC, PA = \sqrt{2}PB$$

$$\therefore PA = 2PC$$

(3) 如图, 过点 P 作 $PD \perp BC$, $PE \perp AC$ 交 BC 、 AC 于点 D 、 E ,

$$\therefore PF = h_1, PD = h_2, PE = h_3,$$

$$\therefore \angle CPB + \angle APB = 135^\circ + 135^\circ = 270^\circ$$

$$\therefore \angle APC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAP + \angle ACP = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ACB = \angle ACP + \angle PCD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EAP = \angle PCD,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle AEP \sim \text{Rt} \triangle CDP,$$

$$\therefore \frac{PE}{DP} = \frac{AP}{PC} = 2, \text{ 即 } \frac{h_3}{h_2} = 2,$$

$$\therefore h_3 = 2h_2$$

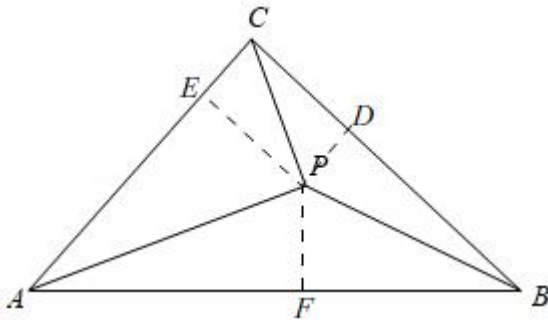
$$\therefore \triangle PAB \sim \triangle PBC,$$

$$\therefore \frac{h_1}{h_2} = \frac{AB}{BC} = \sqrt{2},$$

$$\therefore h_1 = \sqrt{2}h_2$$

$$\therefore h_1^2 = 2h_2^2 = 2h_2 \cdot h_2 = h_2 h_3.$$

$$\text{即: } h_1^2 = h_2 \cdot h_3.$$



【点评】 此题主要考查了相似三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，判断出 $\angle EAP = \angle PCD$ 是解本题的关键.

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....