

2017 年安徽中考数学试题

一、选择题 (40 分)

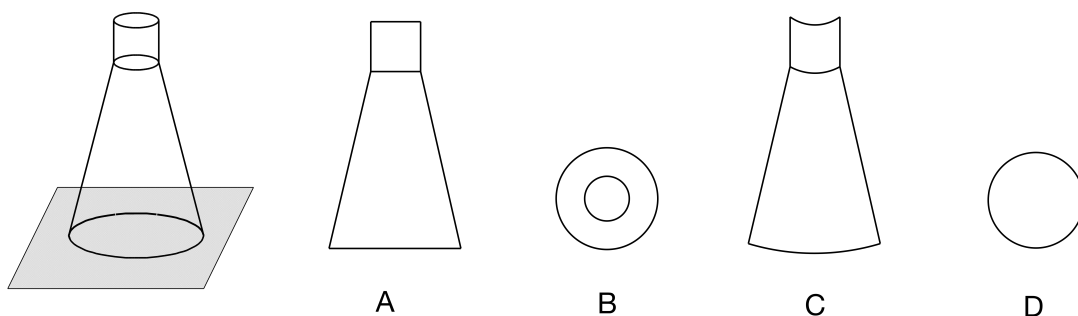
1、 $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

2、计算 $(-a^3)^2$ 的结果是 ()

- A. a^6 B. $-a^6$ C. a^5 D. $-a^5$

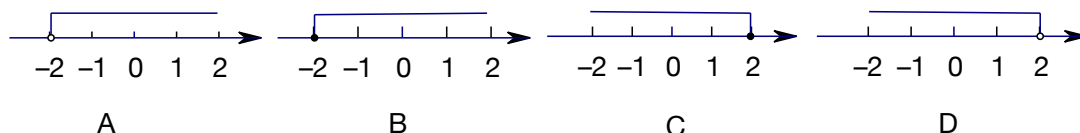
3、如图，一个放置在水平实验台上的锥形瓶，它的俯视图为 ()



4、截止 2016 年底，国家开发银行对“一带一路”沿线国家累计发放贷款超过 1600 亿美元，其中 1600 亿用科学计数法表示为 ()

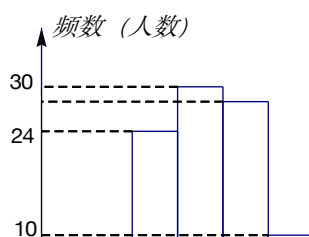
- A. 16×10^{10} B. 1.6×10^{10} C. 1.6×10^{11} D. 0.16×10^{12}

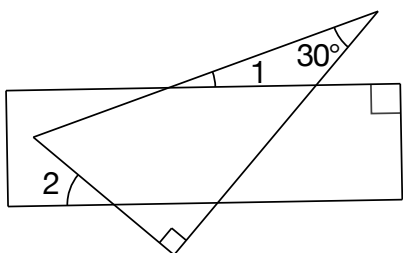
5、不等式 $4-2x>0$ 的解集在数轴上表示为 ()



6、直角三角板和直尺如图放置，若 $\angle 1=20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

- A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°





7、为了解某校学生今年五一期间参加社团活动时间的情况，随机抽查了其中 100 名学生进行统计，并绘成如图所示的频数直方图.已知该校共有 1000 名学生，据

此估计，该校五一期间参加社团时间在 $8 \sim 10$

小时之间的学生数大约是 ()

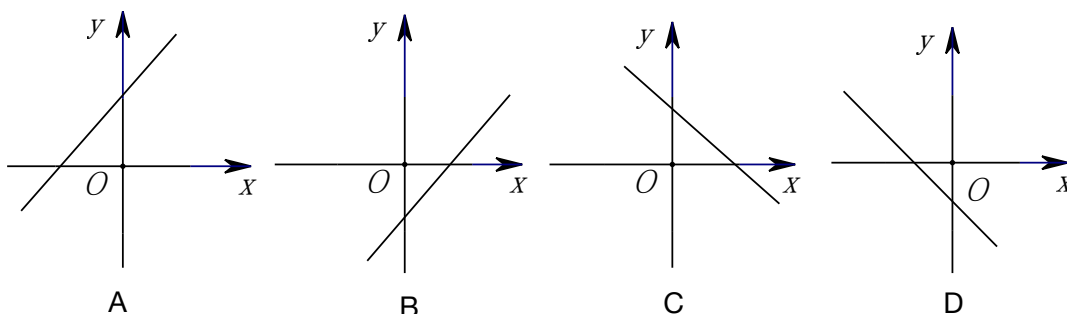
- A. 280 B. 240 C. 300 D. 260

8、一种药品原价每盒 25 元，经过两次降价后每盒 16 元，设两次降价的百分比都为 x ，则 x 满足 ()

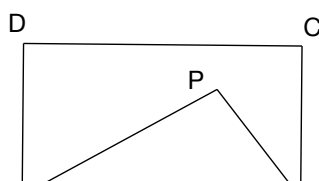
- A. $16(1+2x) = 25$ B. $25(1-2x) = 16$

- C. $16(1+x)^2 = 25$ D. $25(1-x)^2 = 16$

9、已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象在第一象限有一个公共点，其横坐标为 1，则一次函数 $y = bx + ac$ 的图象可能是 ()



10、如图，在矩形 ABCD 中， $AB=5$ ， $AD=3$. 动点 P 满足 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形} ABCD}$.



则点 P 到 A、B 两点距离之和 PA+PB 的最小值是 ()

- A. $\sqrt{29}$ B. $\sqrt{34}$
C. $5\sqrt{2}$ D. $\sqrt{41}$

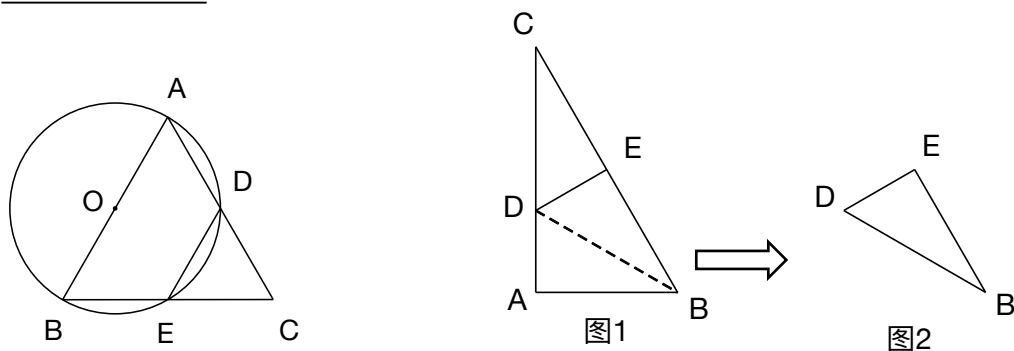
二、填空题 (20 分)

11、27 的立方根是_____.

12、因式分解: $a^2b - 4ab + 4b =$ _____.

13、如图, 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6, AB 为直径的 $\odot O$ 与边 AC, BC 分别交于 D、E 两点, 则劣弧 DE 长为_____.

14、在三角形纸片 ABC 中, $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AC = 30\text{cm}$, 将该纸片沿过点 B 的直线折叠, 使点 A 落在斜边 BC 上的一点 E 处, 折痕记为 BD (如图 1) 剪去 $\triangle CDE$ 后得到双层 $\triangle BDE$ (如图 2) 再沿着过 $\triangle BDE$ 某顶点的直线将双层三角形剪开, 使得展开后的平面图形中有一个平行四边形, 则所得平行四边形的周长为_____cm.



三、解答题 (共 90 分: 其中 15^{~18} 每题 8 分共 32 分; 19,20 每题 10 分共 20 分; 21,22 每题 12 分共 24 分; 23 题 14 分)

15、计算 $-2 \times \cos 60^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

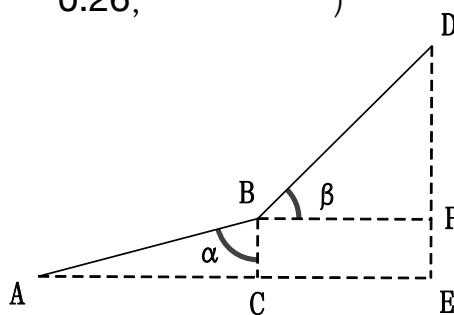
16、《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题，原文如下：

今有人共买物，人出八，盈三，人出七，不足四。问人数，物价各几何？

现有一些人共同买一个物品，每人出 8 元，还盈余 3 元，每人出 7 元，还差 4 元。问其有多少人？这个物品价格是多少？

17、如图，游客在点 A 出发，沿 A-B-D 的路线可至山顶 D 处，假设 AB 和 BD 都是直线段，且 $AB=BD=600\text{m}$ ， $\alpha=75^\circ$ ， $\beta=45^\circ$ ，求 DE 的长。

(参考数据: $\sin 75^\circ \approx 0.97$, $\cos 75^\circ \approx 0.26$, $\sqrt{2} \approx 1.41$)

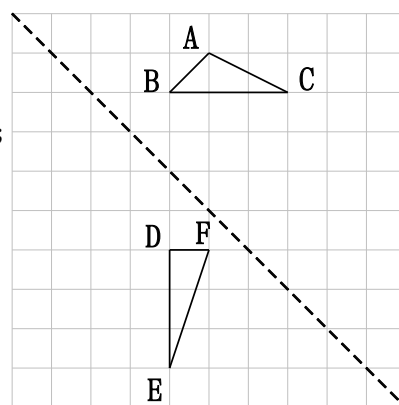


18、如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了格点 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ (顶点为格点交点)，以及过格点的直线 l。

(1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移两个单位长度，再向下平移两个单位长度，画出平移后的三角形；

(2) 画出 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称的三角形；

(3) 填空: $\angle C + \angle E =$ _____ $^\circ$ 。

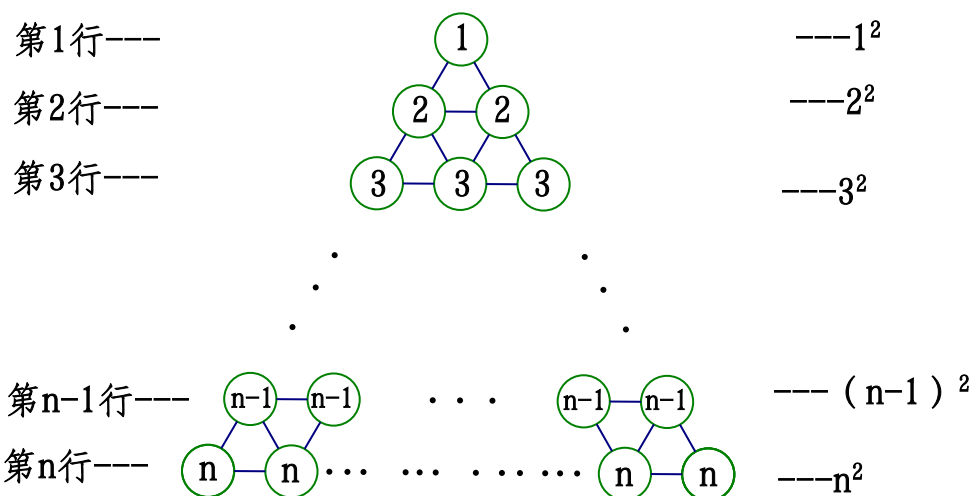


19. 【阅读理解】

我们知道, $1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$, 那么 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$ 的结果等于多少呢?

在图 1 所示三角形数阵中, 第 1 行圆圈中的数为 1, 即 1^2 ; 第 2 行两个圆圈中数的和为 $2+2$, 即 2^2 ;; 第 n 行 n 个圆圈中数的和为

$\underbrace{n+n+\cdots+n}_{n\text{个}n}$, 即 n^2 ; 这样, 这个三角形数阵中共有 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个圆圈, 所有圆圈中数的和为 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$.



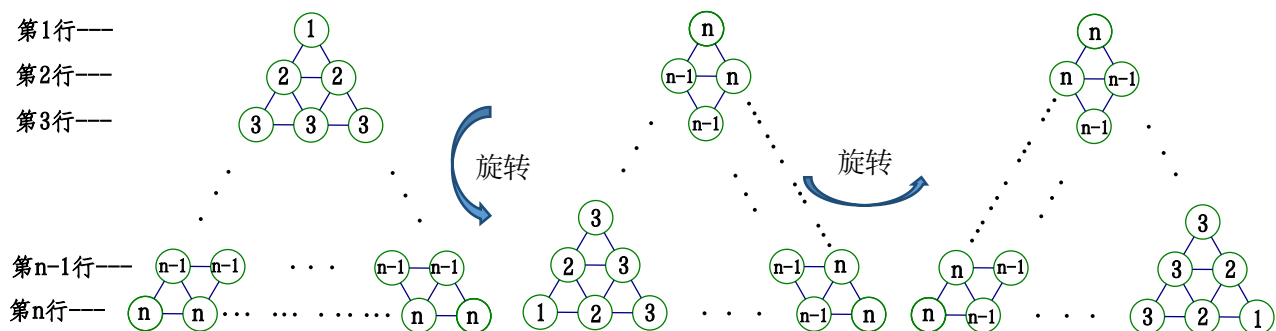
【规律探索】

将三角形数阵经两次旋转可得如图 2 所示的三角形数阵, 观察这三个三角形数阵各行同一位置圆圈中的数 (如第 $n-1$ 行的第一个圆圈中的数分别为 $n-1$, 2 , n), 发现每个位置上三个圆圈中数的和均为_____.

由此可得, 这三个三角形数阵所有圆圈中数的总和为: $3(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2)$

=_____。因此，

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$



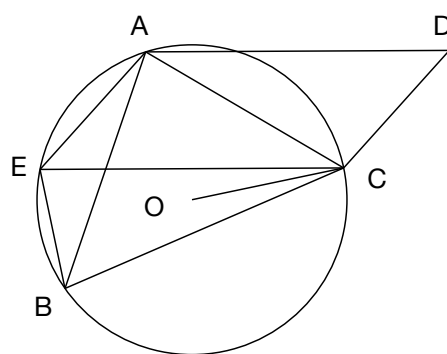
【解决问题】

根据以上发现，计算 $\frac{1^2+2^2+3^2+\dots+2017^2}{1+2+3+\dots+2017}$ 的结果为_____。

20、如图，四边形 $ABCD$ ， $AD=BC$ ， $\angle B=\angle D$ ， AD 不平行于 BC ，过点 C 作 CE 平行 AD 交 $\triangle ABC$ 的外接圆 O 于点 E ，连接 AE 。

(1) 求证：四边形 $AECD$ 是平行四边形；

(2) 连接 CO ，求证： CO 平分 $\angle BCE$ 。



21、甲、乙、丙三位运动员在相同的条件下个射靶 10 次，每组射靶的成绩如下：

甲：9， 10， 8， 5， 7， 8， 10， 8， 8， 7；

乙：5， 7， 8， 7， 8， 9， 7， 9， 10， 10；

丙：7， 6， 8， 5， 4， 7， 6， 3， 9， 5.

(1) 根据以上数据完成下表：

	平均数	中位数	方差
甲	8	8	_____
乙	8	8	2.2
丙	6	_____	3

(2) 依据表中数据分析，哪位运动员的成绩最稳定，并简要说明理由；

(3) 比赛时三人依次出场，顺序由抽签方式决定，求甲、乙相邻出场的概率。

22、某超市销售一种商品，成本每千克 40 元，规定每千克售价不低于成本，且不低于 80 元，经市场调查，每天的销售量 y (千克) 与每千克售价 x (元) 满足一次函数关系，部分数据如下表：

售价 x (元/千克)	50	60	70
销售量 y (千克)	100	80	60

- (1) 求 y 与 x 之间的函数表达式；
- (2) 设商品每天的总利润为 W (元)，求 W 与 x 之间的函数表达式 (利润=收入-成本)；
- (3) 试说明 (2) 中总利润 W 随 x 的变化而变化的情况，并指出售价为多少元时获得最大利润，最大利润是多少？

23、已知正方形 $ABCD$ ，点 M 为 AB 边的中点.

(1) 如图 1，点 G 为线段 CM 上的一点，且 $\angle AGB=90^\circ$ ，延长 AG 、 BG 分别与边 BC 、 CD 交点 E 、 F .

①求证： $BE=CF$;

②求证： $BE^2 = BC \cdot CE$.

(2) 如图 2，在 BC 上取一点 E ，满足 $BE^2 = BC \cdot CE$ ，连接 AE 交 CM 于点 G ，连接 BG 并延长 CD 于点 F ，求 $\tan \angle CBF$ 的值.

图 1

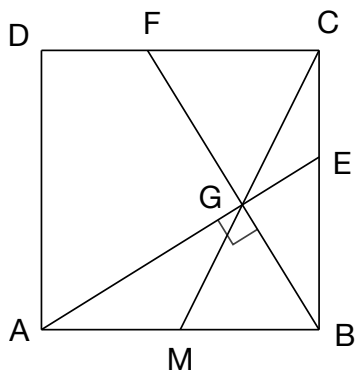
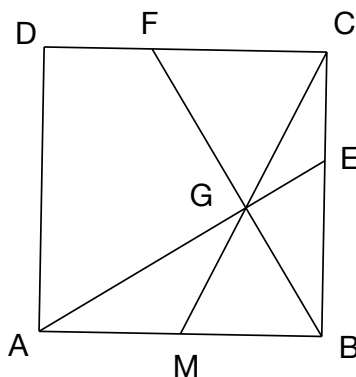


图 2



一、选择题（每题 4 分，共 40 分）

1. (4 分) (2017•安徽) $\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

【考点】14: 相反数.

【专题】11 : 计算题.

【分析】根据相反数的概念解答即可.

【解答】解: $\frac{1}{2}$ 的相反数是 $-\frac{1}{2}$, 添加一个负号即可.

故选: B.

【点评】本题考查了相反数的意义, 一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号; 一个正数的相反数是负数, 一个负数的相反数是正数, 0 的相反数是 0.

2. (4 分) (2017•安徽) 计算 $(-a^3)^2$ 的结果是 ()

A. a^6 B. $-a^6$ C. $-a^5$ D. a^5

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方.

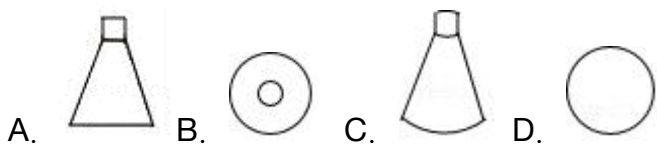
【分析】根据整式的运算法则即可求出答案.

【解答】解: 原式= a^6 ,

故选 (A)

【点评】本题考查整式的运算, 解题的关键是熟练运用幂的乘方公式, 本题属于基础题型.

3. (4分) (2017•安徽) 如图, 一个放置在水平实验台上的锥形瓶, 它的俯视图为 ()



【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】俯视图是分别从物体的上面看, 所得到的图形.

【解答】解: 一个放置在水平实验台上的锥形瓶, 它的俯视图为两个同心圆.

故选 B.

【点评】本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

4. (4分) (2017•安徽) 截至 2016 年底, 国家开发银行对“一代一路”沿线国家累计贷款超过 1600 亿美元, 其中 1600 亿用科学记数法表示为 ()

A. 16×10^{10} B. 1.6×10^{10} C. 1.6×10^{11} D. 0.16×10^{12}

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

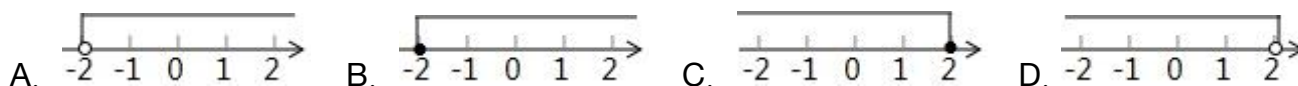
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 1600 亿用科学记数法表示为 1.6×10^{11} ,

故选: C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (4分) (2017•安徽) 不等式 $4 - 2x > 0$ 的解集在数轴上表示为 ()



【考点】C6: 解一元一次不等式; C4: 在数轴上表示不等式的解集.

【分析】根据解一元一次不等式基本步骤: 移项、系数化为1可得.

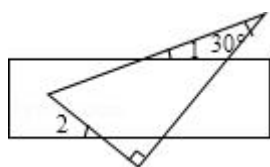
【解答】解: 移项, 得: $-2x > -4$,

系数化为1, 得: $x < 2$,

故选: D.

【点评】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力, 严格遵循解不等式的基本步骤是关键, 尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变.

6. (4分) (2017•安徽) 直角三角板和直尺如图放置, 若 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】过 E 作 $EF \parallel AB$, 则 $AB \parallel EF \parallel CD$, 根据平行线的性质即可得到结论.

【解答】解: 如图, 过 E 作 $EF \parallel AB$,

则 $AB \parallel EF \parallel CD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle 4,$$

$$\because \angle 3 + \angle 4 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 60^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 20^\circ,$$

观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题. 一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确.

8. (4分) (2017•安徽) 一种药品原价每盒 25 元，经过两次降价后每盒 16 元. 设两次降价的百分率都为 x ，则 x 满足 ()

A. $16(1+2x)=25$ B. $25(1-2x)=16$ C. $16(1+x)^2=25$ D. $25(1-x)^2=16$

【考点】AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【分析】等量关系为：原价 $\times (1 - \text{降价的百分率})^2 = \text{现价}$ ，把相关数值代入即可.

【解答】解：第一次降价后的价格为： $25 \times (1 - x)$ ；

第二次降价后的价格为： $25 \times (1 - x)^2$ ；

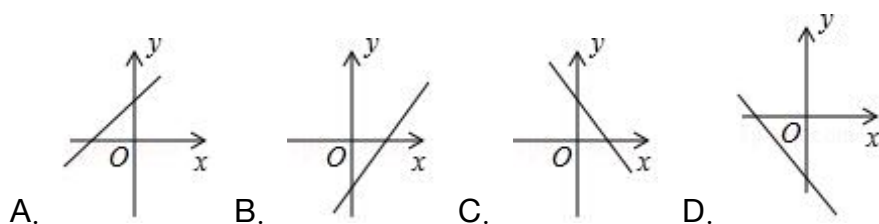
$\therefore$ 两次降价后的价格为 16 元，

$\therefore 25(1 - x)^2 = 16$.

故选 D.

【点评】本题考查求平均变化率的方法. 若设变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$.

9. (4分) (2017•安徽) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象在第一象限有一个公共点，其横坐标为 1，则一次函数 $y = bx + ac$ 的图象可能是 ()



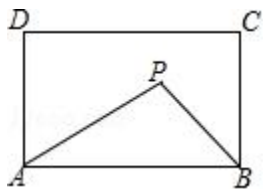
【考点】F3: 一次函数的图象；G4: 反比例函数的性质；H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 的图象在第一象限有一个公共点，可得 $b > 0$ ，根据交点横坐标为 1，可得 $a+b+c=b$ ，可得 a, c 互为相反数，依此可得一次函数 $y=bx+ac$ 的图象.

【解答】 解： $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 的图象在第一象限有一个公共点，
 $\therefore b > 0$ ，
 $\because$ 交点横坐标为 1，
 $\therefore a+b+c=b$ ，
 $\therefore a+c=0$ ，
 $\therefore ac < 0$ ，
 $\therefore$ 一次函数 $y=bx+ac$ 的图象经过第一、二、三象限.
 故选： B.

【点评】 考查了一次函数的图象，反比例函数的性质，二次函数的性质，关键是得到 $b > 0$ ， $ac < 0$.

10. (4 分) (2017•安徽) 如图，在矩形 ABCD 中，AB=5，AD=3，动点 P 满足 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形} ABCD}$ ，则点 P 到 A、B 两点距离之和 PA+PB 的最小值为 ()



A. $\sqrt{29}$ B. $\sqrt{34}$ C. $5\sqrt{2}$ D. $\sqrt{41}$

【考点】 PA: 轴对称 – 最短路线问题.

【分析】首先由 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形} ABCD}$ ，得出动点 P 在与 AB 平行且与 AB 的距离是 2 的直线 l 上，作 A 关于直线 l 的对称点 E，连接 AE，连接 BE，则 BE 就是所求的最短距离。然后在直角三角形 ABE 中，由勾股定理求得 BE 的值，即 PA+PB 的最小值。

【解答】解：设 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高是 h。

$$\therefore S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形} ABCD},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot h = \frac{1}{3} AB \cdot AD,$$

$$\therefore h = \frac{2}{3} AD = 2,$$

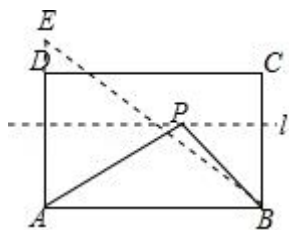
$\therefore$ 动点 P 在与 AB 平行且与 AB 的距离是 2 的直线 l 上，如图，作 A 关于直线 l 的对称点 E，连接 AE，连接 BE，则 BE 就是所求的最短距离。

在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\therefore AB=5$ ， $AE=2+2=4$ ，

$$\therefore BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41},$$

即 PA+PB 的最小值为 $\sqrt{41}$ 。

故选 D。



【点评】本题考查了轴对称 - 最短路线问题，三角形的面积，矩形的性质，勾股定理，两点之间线段最短的性质。得出动点 P 所在的位置是解题的关键。

二、填空题（每题 5 分，共 20 分）

11. (5 分) (2017•安徽) 27 的立方根为 3。

【考点】24：立方根.

【专题】11：计算题.

【分析】找到立方等于27的数即可.

【解答】解： $\because 3^3=27$,

$\therefore 27$ 的立方根是3,

故答案为：3.

【点评】考查了求一个数的立方根，用到的知识点为：开方与乘方互为逆运算.

12. (5分) (2017•安徽) 因式分解： $a^2b - 4ab + 4b = \underline{b(a-2)^2}$.

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】11：计算题；44：因式分解.

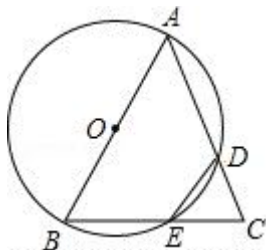
【分析】原式提取b，再利用完全平方公式分解即可.

【解答】解：原式 $=b(a^2 - 4a + 4) = b(a - 2)^2$,

故答案为： $b(a - 2)^2$

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

13. (5分) (2017•安徽) 如图，已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为6，以AB为直径的 $\odot O$ 与边AC、BC分别交于D、E两点，则劣弧 $\widehat{DE}$ 的长为 $\underline{\pi}$.



【考点】MN：弧长的计算；KK：等边三角形的性质；M5：圆周角定理.

【分析】 连接 OD、OE，证明 $\triangle AOD$ 、 $\triangle BOE$ 是等边三角形，得出 $\angle AOD = \angle BOE = 60^\circ$ ，求出 $\angle DOE = 60^\circ$ ，再由弧长公式即可得出答案.

【解答】 解：连接 OD、OE，如图所示：

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ ，

$\because OA = OD$ ， $OB = OE$ ，

$\therefore \triangle AOD$ 、 $\triangle BOE$ 是等边三角形，

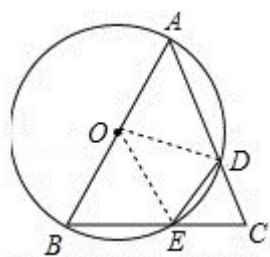
$\therefore \angle AOD = \angle BOE = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle DOE = 60^\circ$ ，

$\because OA = \frac{1}{2}AB = 3$ ，

$\therefore \widehat{DE}$ 的长 = $\frac{60\pi \times 3}{180} = \pi$ ；

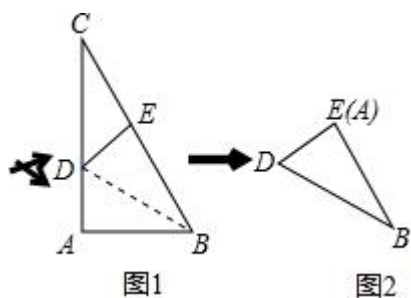
故答案为： π .



【点评】 本题考查了等边三角形的性质与判定、弧长公式；熟练掌握弧长公式，证明三角形是等边三角形是解决问题的关键.

14. (5 分) (2017•安徽) 在三角形纸片 ABC 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AC = 30\text{cm}$ ，将该纸片沿过点 B 的直线折叠，使点 A 落在斜边 BC 上的一点 E 处，折痕记为 BD (如图 1)，减去 $\triangle CDE$ 后得到双层 $\triangle BDE$ (如图 2)，再沿着过 $\triangle BDE$ 某顶点的直线将双层三角形剪开，使得

展开后的平面图形中有一个是平行四边形，则所得平行四边形的周长为 40 或 $\frac{80\sqrt{3}}{3}$ cm.



【考点】P9: 剪纸问题.

【分析】解直角三角形得到 $AB=10\sqrt{3}$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，根据折叠的性质得到 $\angle ABD=\angle EBD=\frac{1}{2}\angle ABC=30^\circ$ ， $BE=AB=10\sqrt{3}$ ，求得 $DE=10$ ， $BD=20$ ，如图 1，平行四边形的边是 DF ， BF ，如图 2，平行四边形的边是 DE ， EG ，于是得到结论.

【解答】解： $\because \angle A=90^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ， $AC=30\text{cm}$ ，

$$\therefore AB=10\sqrt{3}, \quad \angle ABC=60^\circ,$$

$$\because \triangle ADB \cong \triangle EDB,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle EBD = \frac{1}{2}\angle ABC = 30^\circ, \quad BE = AB = 10\sqrt{3},$$

$$\therefore DE=10, \quad BD=20,$$

如图 1，平行四边形的边是 DF ， BF ，且 $DF=BF=\frac{20\sqrt{3}}{3}$ ，

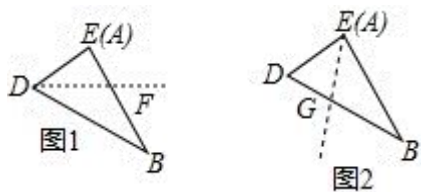
$$\therefore \text{平行四边形的周长} = \frac{80\sqrt{3}}{3},$$

如图 2，平行四边形的边是 DE ， EG ，且 $DF=BF=10$ ，

$$\therefore \text{平行四边形的周长} = 40,$$

综上所述：平行四边形的周长为 40 或 $\frac{80\sqrt{3}}{3}$ ，

故答案为：40 或 $\frac{80\sqrt{3}}{3}$.



【点评】 本题考查了剪纸问题，平行四边形的性质，解直角三角形，正确的理解题意是解题的关键.

三、(每题 8 分，共 16 分)

15. (8 分) (2017•安徽) 计算： $| - 2 | \times \cos 60^\circ - \left(\frac{1}{3} \right)^{-1}$.

【考点】 2C：实数的运算；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】 分别利用负整数指数幂的性质以及绝对值的性质、特殊角的三角函数值化简求出答案.

【解答】 解：原式 $= 2 \times \frac{1}{2} - 3$
 $= -2$.

【点评】 此题主要考查了负整数指数幂的性质以及绝对值、特殊角的三角函数值等知识，正确化简各数是解题关键.

16. (8 分) (2017•安徽) 《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题，原文如下：

今有人共买物、人出八，盈三；人出七，不足四，问人数，物价各几何？

译文为：

现有一些人共同买一个物品，每人出 8 元，还盈余 3 元；每人出 7 元，则还差 4 元，问共有多少人？这个物品的价格是多少？

请解答上述问题.

【考点】 8A：一元一次方程的应用.

【分析】 根据这个物品的价格不变，列出一元一次方程进行求解即可.

【解答】解：设共有 x 人，可列方程为： $8x - 3 = 7x + 4$.

解得 $x = 7$,

$$\therefore 8x - 3 = 53,$$

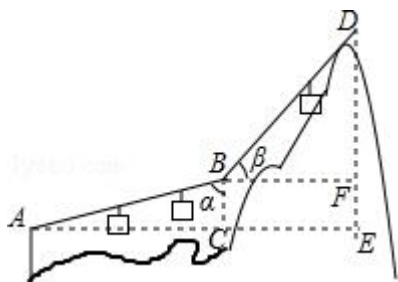
答：共有 7 人，这个物品的价格是 53 元.

【点评】 本题考查了一元一次方程的应用，解题的关键是明确题意，找出合适的等量关系，列出相应的方程.

四、(每题 8 分，共 16 分)

17. (8 分) (2017·安徽) 如图，游客在点 A 处做缆车出发，沿 $A - B - D$ 的路线可至山顶 D 处，假设 AB 和 BD 都是直线段，且 $AB = BD = 600\text{m}$ ， $\alpha = 75^\circ$ ， $\beta = 45^\circ$ ，求 DE 的长.

(参考数据： $\sin 75^\circ \approx 0.97$ ， $\cos 75^\circ \approx 0.26$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$)



【考点】 T8：解直角三角形的应用.

【分析】 在 $Rt\triangle ABC$ 中，求出 $BC = AB \cdot \cos 75^\circ \approx 600 \times 0.26 \approx 156\text{m}$ ，在 $Rt\triangle BDF$ 中，求出

$DF = BD \cdot \sin 45^\circ = 600 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 300 \times 1.41 \approx 423$ ，由四边形 $BCEF$ 是矩形，可得 $EF = BC$ ，由此即可解决问题.

【解答】 解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\because AB = 600\text{m}$ ， $\angle ABC = 75^\circ$ ，

$$\therefore BC = AB \cdot \cos 75^\circ \approx 600 \times 0.26 \approx 156\text{m},$$

在 $Rt\triangle BDF$ 中， $\because \angle DBF = 45^\circ$ ，

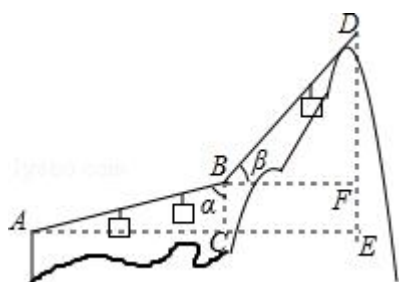
$$\therefore DF = BD \cdot \sin 45^\circ = 600 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 300 \times 1.41 \approx 423,$$

∵ 四边形 BCEF 是矩形,

∴ EF=BC=156,

∴ DE=DF+EF=423+156=579m.

答: DE 的长为 579m.



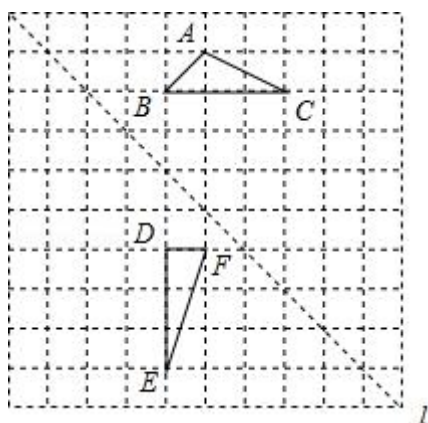
【点评】 本题考查解直角三角形的应用, 锐角三角函数、矩形的性质等知识, 解题的关键是学会利用直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

18. (8 分) (2017•安徽) 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, 给出了格点 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ (顶点为网格线的交点), 以及过格点的直线 l .

(1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移两个单位长度, 再向下平移两个单位长度, 画出平移后的三角形.

(2) 画出 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称的三角形.

(3) 填空: $\angle C + \angle E =$ 45° .



【考点】 P7: 作图 – 轴对称变换; Q4: 作图 – 平移变换.

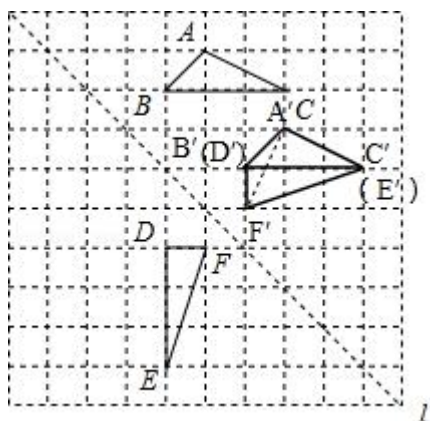
【分析】 (1) 将点 A、B、C 分别右移 2 个单位、下移 2 个单位得到其对应点, 顺次连接即可

得;

(2) 分别作出点 D、E、F 关于直线 l 的对称点，顺次连接即可得;

(3) 连接 A'F'，利用勾股定理逆定理证 $\triangle A'C'F'$ 为等腰直角三角形即可得.

【解答】解: (1) $\triangle A'B'C'$ 即为所求;



(2) $\triangle D'E'F'$ 即为所求;

(3) 如图，连接 A'F'，

$$\because \triangle ABC \cong \triangle A'B'C', \triangle DEF \cong \triangle D'E'F',$$

$$\therefore \angle C + \angle E = \angle A'C'B' + \angle D'E'F' = \angle A'C'F',$$

$$\because A'C' = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}, A'F' = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}, C'F' = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

$$\therefore A'C'^2 + A'F'^2 = 5 + 5 = 10 = C'F'^2,$$

$\therefore \triangle A'C'F'$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore \angle C + \angle E = \angle A'C'F' = 45^\circ,$$

故答案为: 45° .

【点评】本题主要考查作图—平移变换、轴对称变换，熟练掌握平移变换、轴对称变换及勾股定理逆定理是解题的关键.

五、(每题 10 分, 共 20 分)

19. (10 分) (2017·安徽) 【阅读理解】

我们知道, $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$, 那么 $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$ 结果等于多少呢?

在图 1 所示三角形数阵中, 第 1 行圆圈中的数为 1, 即 1^2 , 第 2 行两个圆圈中数的和为 $2+2$,

即 2^2 , ...; 第 n 行 n 个圆圈中数的和为 $\frac{n+n+\dots+n}{n \times n}$, 即 n^2 , 这样, 该三角形数阵中共有 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个圆圈, 所有圆圈中数的和为 $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$.

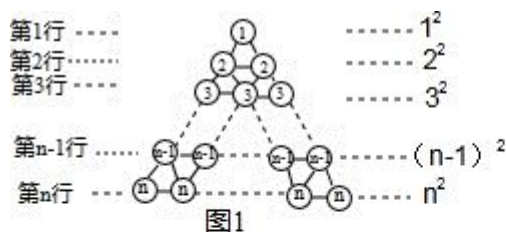


图1

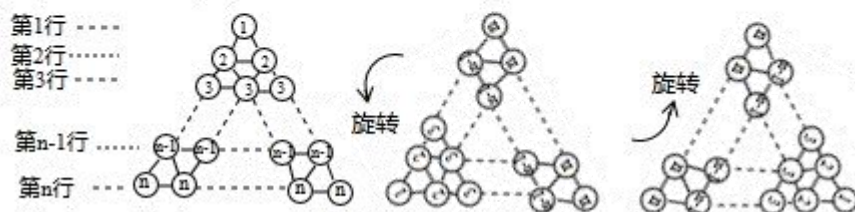


图2

【规律探究】

将三角形数阵经两次旋转可得如图 2 所示的三角形数阵, 观察这三个三角形数阵各行同一位置圆圈中的数 (如第 $n-1$ 行的第一个圆圈中的数分别为 $n-1$, 2 , n), 发现每个位置上三个圆圈中数的和均为 $2n+1$, 由此可得, 这三个三角形数阵所有圆圈中数的总和为 3

$$(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \text{ 因此, } 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

【解决问题】

根据以上发现, 计算: $\frac{1^2+2^2+3^2+\dots+2017^2}{1+2+3+\dots+2017}$ 的结果为 1345.

【考点】 37: 规律型: 数字的变化类.

【分析】 【规律探究】 将同一位置圆圈中的数相加即可, 所有圈中的数的和应等于同一位置圆

圈中的数的和乘以圆圈个数，据此可得，每个三角形数阵和即为三个三角形数阵和的 $\frac{1}{3}$ ，从而得出答案；

【解决问题】运用以上结论，将原式变形为 $\frac{\frac{1}{6} \times 2017 \times (2017+1) \times (2 \times 2017+1)}{\frac{1}{2} \times 2017 \times (2017+1)}$ ，化简计算即可得.

【解答】解：【规律探究】

由题意知，每个位置上三个圆圈中数的和均为 $n-1+2+n=2n+1$ ，

由此可得，这三个三角形数阵所有圆圈中数的总和为：

$$3(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2) = (2n+1) \times (1+2+3+\dots+n) = (2n+1) \times \frac{n(n+1)}{2},$$

$$\text{因此, } 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6};$$

$$\text{故答案为: } 2n+1, \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}, \frac{n(n+1)(2n+1)}{6};$$

【解决问题】

$$\text{原式} = \frac{\frac{1}{6} \times 2017 \times (2017+1) \times (2 \times 2017+1)}{\frac{1}{2} \times 2017 \times (2017+1)} = \frac{1}{3} \times (2017 \times 2+1) = 1345,$$

故答案为：1345.

【点评】本题主要考查数字的变化类，阅读材料、理解数列求和的具体方法得出规律，并运用规律解决实际问题解题的关键.

20. (10 分) (2017•安徽) 如图，在四边形 ABCD 中，AD=BC， $\angle B=\angle D$ ，AD 不平行于 BC，过点 C 作 CE//AD 交△ABC 的外接圆 O 于点 E，连接 AE.

(1) 求证：四边形 AECD 为平行四边形；

(2) 连接 CO，求证：CO 平分 $\angle BCE$.

即可得出答案.

【解答】解: (1) $\because$ 甲的平均数是 8,

$$\therefore \text{甲的方差是: } \frac{1}{10}[(9-8)^2 + 2(10-8)^2 + 4(8-8)^2 + 2(7-8)^2 + (5-8)^2] = 2;$$

把丙运动员的射靶成绩从小到大排列为: 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 则中位数是 $\frac{6+6}{2} = 6$;

故答案为: 6, 2;

$$(2) \because \text{甲的方差是: } \frac{1}{10}[(9-8)^2 + 2(10-8)^2 + 4(8-8)^2 + 2(7-8)^2 + (5-8)^2] = 2;$$

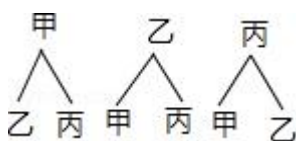
$$\text{乙的方差是: } \frac{1}{10}[2(9-8)^2 + 2(10-8)^2 + 2(8-8)^2 + 3(7-8)^2 + (5-8)^2] = 2.2;$$

$$\text{丙的方差是: } \frac{1}{10}[(9-6)^2 + (8-6)^2 + 2(7-6)^2 + 2(6-6)^2 + 2(5-6)^2 + (4-6)^2 + (3-6)^2] = 3;$$

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2 < S_{\text{丙}}^2,$$

$\therefore$ 甲运动员的成绩最稳定;

(3) 根据题意画图如下:



$\therefore$ 共有 6 种情况数, 甲、乙相邻出场的有 2 种情况,

$$\therefore \text{甲、乙相邻出场的概率是 } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

【点评】此题考查了方差、平均数、中位数和画树状图法求概率, 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$

的平均数为 $\bar{x}$, 则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波

动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立；概率=所求情况数与总情况数之比.

七、(本题满分 12 分)

22. (12 分) (2017•安徽) 某超市销售一种商品，成本每千克 40 元，规定每千克售价不低于成本，且不低于 80 元，经市场调查，每天的销售量 y (千克) 与每千克售价 x (元) 满足一次函数关系，部分数据如下表：

售价 x (元/千克)	50	60	70
销售量 y (千克)	100	80	60

- (1) 求 y 与 x 之间的函数表达式；
- (2) 设商品每天的总利润为 W (元)，求 W 与 x 之间的函数表达式 (利润=收入 - 成本)；
- (3) 试说明 (2) 中总利润 W 随售价 x 的变化而变化的情况，并指出售价为多少元时获得最大利润，最大利润是多少？

【考点】 HE: 二次函数的应用.

【分析】 (1) 根据题意可以设出 y 与 x 之间的函数表达式，然后根据表格中的数据即可求得 y 与 x 之间的函数表达式；

(2) 根据题意可以写出 W 与 x 之间的函数表达式；

(3) 根据 (2) 中的函数解析式，将其化为顶点式，然后根据成本每千克 40 元，规定每千克售价不低于成本，且不低于 80 元，即可得到利润 W 随售价 x 的变化而变化的情况，以及售价为多少元时获得最大利润，最大利润是多少.

【解答】 解：(1) 设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} 50k + b = 100 \\ 60k + b = 80 \end{cases},$$

得
$$\begin{cases} k = -2 \\ b = 200 \end{cases},$$

即 y 与 x 之间的函数表达式是 $y = -2x + 200$;

(2) 由题意可得,

$$W = (x - 40)(-2x + 200) = -2x^2 + 280x - 8000,$$

即 W 与 x 之间的函数表达式是 $W = -2x^2 + 280x - 8000$;

$$(3) \because W = -2x^2 + 280x - 8000 = -2(x - 70)^2 + 1800, \quad 40 \leq x \leq 80,$$

$\therefore$ 当 $40 \leq x \leq 70$ 时, W 随 x 的增大而增大, 当 $70 \leq x \leq 80$ 时, W 随 x 的增大而减小,

当 $x = 70$ 时, W 取得最大值, 此时 $W = 1800$,

答: 当 $40 \leq x \leq 70$ 时, W 随 x 的增大而增大, 当 $70 \leq x \leq 80$ 时, W 随 x 的增大而减小, 售价为 70 元时获得最大利润, 最大利润是 1800 元.

【点评】 本题考查二次函数的应用, 解答本题的关键是明确题意, 求出相应的函数解析式, 利用二次函数的性质和二次函数的顶点式解答.

八、(本题满分 14 分)

23. (14 分) (2017·安徽) 已知正方形 $ABCD$, 点 M 边 AB 的中点.

(1) 如图 1, 点 G 为线段 CM 上的一点, 且 $\angle AGB = 90^\circ$, 延长 AG 、 BG 分别与边 BC 、 CD 交于点 E 、 F .

①求证: $BE = CF$;

②求证: $BE^2 = BC \cdot CE$.

(2) 如图 2, 在边 BC 上取一点 E , 满足 $BE^2 = BC \cdot CE$, 连接 AE 交 CM 于点 G , 连接 BG 并延长 CD 于点 F , 求 $\tan \angle CBF$ 的值.

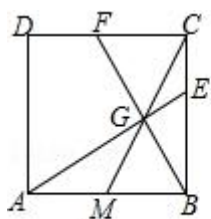


图1

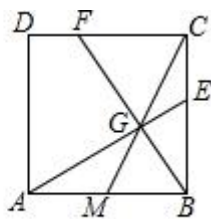


图2

【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) ①由正方形的性质知 $AB=BC$ 、 $\angle ABC=\angle BCF=90^\circ$ 、 $\angle ABG+\angle CBF=90^\circ$ ，结合 $\angle ABG+\angle BAG=90^\circ$ 可得 $\angle BAG=\angle CBF$ ，证 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ 可得；

②由 $\text{Rt}\triangle ABG$ 斜边 AB 中线知 $MG=MA=MB$ ，即 $\angle GAM=\angle AGM$ ，结合 $\angle CGE=\angle AGM$ 、 $\angle GAM=\angle CBG$ 知 $\angle CGE=\angle CBG$ ，从而证 $\triangle CGE \sim \triangle CBG$ 得 $CG^2=BC \cdot CE$ ，由 $BE=CF=CG$ 可得答案；

(2) 延长 AE 、 DC 交于点 N ，证 $\triangle CEN \sim \triangle BEA$ 得 $BE \cdot CN=AB \cdot CE$ ，由 $AB=BC$ 、 $BE^2=BC \cdot CE$ 知 $CN=BE$ ，再由 $\frac{CN}{AM}=\frac{CG}{GM}=\frac{CF}{BM}$ 且 $AM=MB$ 得 $FC=CN=BE$ ，设正方形的边长为 1、 $BE=x$ ，根据

$BE^2=BC \cdot CE$ 求得 BE 的长，最后由 $\tan \angle CBF=\frac{FC}{BC}=\frac{BE}{BC}$ 可得答案.

【解答】 解：(1) ① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB=BC, \angle ABC=\angle BCF=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG+\angle CBF=90^\circ,$$

$$\because \angle AGB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG+\angle BAG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAG=\angle CBF,$$

$$\because AB=BC, \angle ABE=\angle BCF=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF,$$

$$\therefore BE=CF,$$

② $\because \angle AGB=90^\circ$ ，点 M 为 AB 的中点，

$$\therefore MG=MA=MB,$$

$$\therefore \angle GAM=\angle AGM,$$

又 $\because \angle CGE=\angle AGM$ ， $\angle GAM=\angle CBG$ ，

$$\therefore \angle CGE=\angle CBG,$$

又 $\angle ECG=\angle GCB$ ，

$$\therefore \triangle CGE \sim \triangle CBG,$$

$$\therefore \frac{CE}{CG} = \frac{CG}{CB}, \text{ 即 } CG^2=BC \cdot CE,$$

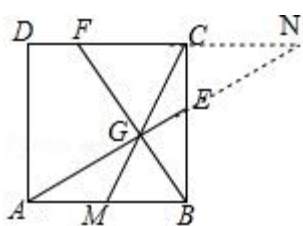
由 $\angle CFG=\angle GBM=\angle BGM=\angle CGF$ 得 $CF=CG$ ，

由①知 $BE=CF$ ，

$$\therefore BE=CG,$$

$$\therefore BE^2=BC \cdot CE;$$

(2) 延长 AE、DC 交于点 N，



$\because$ 四边形 ABCD 是正方形，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle N=\angle EAB,$$

又 $\because \angle CEN=\angle BEA$ ，

$$\therefore \triangle CEN \sim \triangle BEA,$$

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{CN}{BA}, \text{ 即 } BE \cdot CN = AB \cdot CE,$$

$$\because AB = BC, \quad BE^2 = BC \cdot CE,$$

$$\therefore CN = BE,$$

$$\therefore AB \parallel DN,$$

$$\therefore \frac{CN}{AM} = \frac{CG}{GM} = \frac{CF}{BM},$$

$$\therefore AM = MB,$$

$$\therefore FC = CN = BE,$$

不妨设正方形的边长为 1, $BE = x$,

由 $BE^2 = BC \cdot CE$ 可得 $x^2 = 1 \cdot (1 - x)$,

$$\text{解得: } x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad x_2 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2} \text{ (舍)},$$

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\text{则 } \tan \angle CBF = \frac{FC}{BC} = \frac{BE}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

【点评】 本题主要考查相似形的综合问题, 熟练掌握正方形与直角三角形的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质是解题的关键.