

2017 年天津市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (3 分) 计算 $(-3) + 5$ 的结果等于 ()

A. 2 B. -2 C. 8 D. -8

2. (3 分) $\cos 60^\circ$ 的值等于 ()

A. $\sqrt{3}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

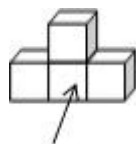
3. (3 分) 在一些美术字中, 有的汉子是轴对称图形. 下面 4 个汉字中, 可以看作是轴对称图形的是 ()

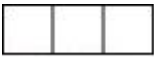
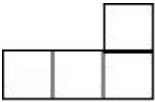
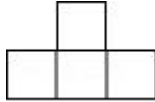
A. 礼 B. 迎 C. 全 D. 运

4. (3 分) 据《天津日报》报道, 天津市社会保障制度更加成熟完善, 截止 2017 年 4 月末, 累计发放社会保障卡 12630000 张. 将 12630000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.1263×10^8 B. 1.263×10^7 C. 12.63×10^6 D. 126.3×10^5

5. (3 分) 如图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形, 它的主视图是 ()



A.  B.  C.  D. 

6. (3 分) 估计 $\sqrt{38}$ 的值在 ()

A. 4 和 5 之间 B. 5 和 6 之间 C. 6 和 7 之间 D. 7 和 8 之间

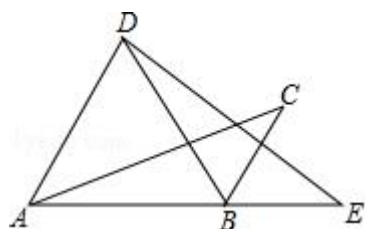
7. (3分) 计算 $\frac{a}{a+1} + \frac{1}{a+1}$ 的结果为 ()

- A. 1 B. a C. a+1 D. $\frac{1}{a+1}$

8. (3分) 方程组 $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 15 \end{cases}$ 的解是 ()

- A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$

9. (3分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点B顺时针旋转 60° 得 $\triangle DBE$, 点C的对应点E恰好落在AB延长线上, 连接AD. 下列结论一定正确的是 ()

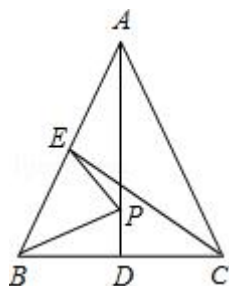


- A. $\angle ABD = \angle E$ B. $\angle CBE = \angle C$ C. $AD \parallel BC$ D. $AD = BC$

10. (3分) 若点A(-1, y_1), B(1, y_2), C(3, y_3)在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_3 < y_1$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

11. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD、CE是 $\triangle ABC$ 的两条中线, P是AD上一个动点, 则下列线段的长度等于BP+EP最小值的是 ()



- A. BC B. CE C. AD D. AC

12. (3分) 已知抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与x轴相交于点A, B(点A在点B左侧),

顶点为 M . 平移该抛物线, 使点 M 平移后的对应点 M' 落在 x 轴上, 点 B 平移后的对应点 B' 落在 y 轴上, 则平移后的抛物线解析式为 ()

A. $y=x^2+2x+1$ B. $y=x^2+2x-1$ C. $y=x^2-2x+1$ D. $y=x^2-2x-1$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

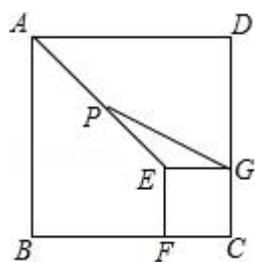
13. (3 分) 计算 $x^7 \div x^4$ 的结果等于_____.

14. (3 分) 计算 $(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})$ 的结果等于_____.

15. (3 分) 不透明袋子中装有 6 个球, 其中有 5 个红球、1 个绿球, 这些球除颜色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是红球的概率是_____.

16. (3 分) 若正比例函数 $y=kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象经过第二、四象限, 则 k 的值可以是_____ (写出一个即可).

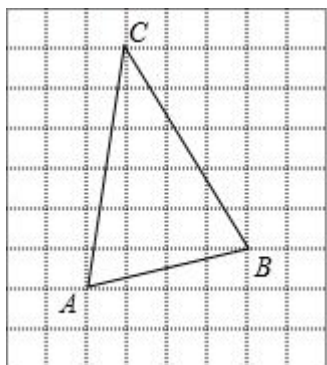
17. (3 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFCG$ 的边长分别为 3 和 1, 点 F , G 分别在边 BC , CD 上, P 为 AE 的中点, 连接 PG , 则 PG 的长为_____.



18. (3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A , B , C 均在格点上.

(1) AB 的长等于_____;

(2) 在 $\triangle ABC$ 的内部有一点 P , 满足 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PBC} : S_{\triangle PCA} = 1 : 2 : 3$, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出点 P , 并简要说明点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.



三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

19. (8 分) 解不等式组
$$\begin{cases} x + 1 \geq 2 \text{ ①} \\ 5x \leq 4x + 3 \text{ ②} \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答.

(1) 解不等式①，得_____；

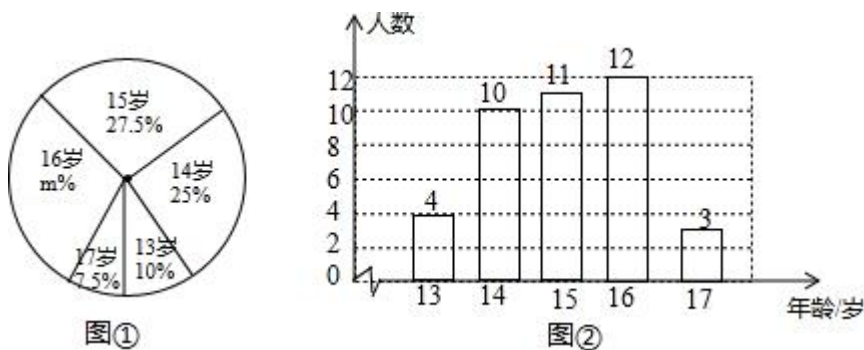
(2) 解不等式②，得_____；

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：



(4) 原不等式组的解集为_____.

20. (8 分) 某跳水队为了解运动员的年龄情况，作了一次年龄调查，根据跳水运动员的年龄（单位：岁），绘制出如下的统计图①和图②. 请根据相关信息，解答下列问题：



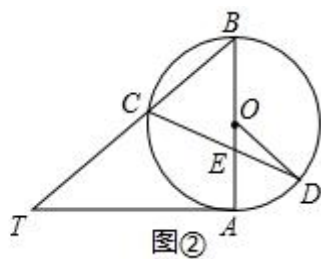
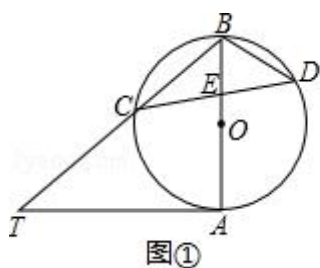
(1) 本次接受调查的跳水运动员人数为_____，图①中 m 的值为_____；

(2) 求统计的这组跳水运动员年龄数据的平均数、众数和中位数.

21. (10 分) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, AT 是 $\odot O$ 的切线, $\angle ABT=50^\circ$, BT 交 $\odot O$ 于点 C , E 是 AB 上一点, 延长 CE 交 $\odot O$ 于点 D .

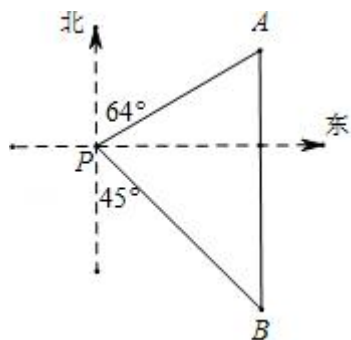
(1) 如图①, 求 $\angle T$ 和 $\angle CDB$ 的大小;

(2) 如图②, 当 $BE=BC$ 时, 求 $\angle CDO$ 的大小.



22. (10 分) 如图, 一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 64° 方向, 距离灯塔 120 海里的 A 处, 它沿正南方向航行一段时间后, 到达位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向上的 B 处, 求 BP 和 BA 的长 (结果取整数).

参考数据: $\sin 64^\circ \approx 0.90$, $\cos 64^\circ \approx 0.44$, $\tan 64^\circ \approx 2.05$, $\sqrt{2}$ 取 1.414.



23. (10 分) 用 A4 纸复印文件, 在甲复印店不管一次复印多少页, 每页收费 0.1 元. 在乙复印店复印同样的文件, 一次复印页数不超过 20 时, 每页收费 0.12 元; 一次复印页数超过 20 时, 超过部分每页收费 0.09 元.

设在同一家复印店一次复印文件的页数为 x (x 为非负整数).

(1) 根据题意, 填写下表:

一次复印页数 (页)	5	10	20	30	...
甲复印店收费 (元)	0.5	—	2	—	...
乙复印店收费 (元)	0.6	—	2.4	—	...

(2) 设在甲复印店复印收费 y_1 元, 在乙复印店复印收费 y_2 元, 分别写出 y_1 , y_2 关于 x 的函数关系式;

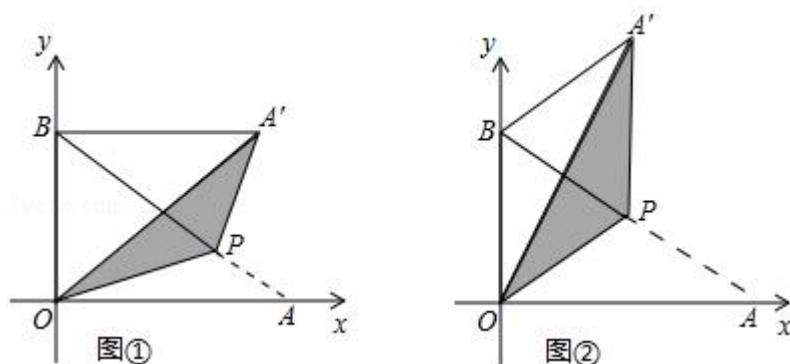
(3) 当 $x > 70$ 时, 顾客在哪家复印店复印花费少? 请说明理由.

24. (10 分) 将一个直角三角形纸片 ABO 放置在平面直角坐标系中, 点 $A(\sqrt{3}, 0)$, 点 $B(0, 1)$, 点 $O(0, 0)$. P 是边 AB 上的一点 (点 P 不与点 A , B 重合), 沿着 OP 折叠该纸片, 得点 A 的对应点 A' .

(1) 如图①, 当点 A' 在第一象限, 且满足 $A'B \perp OB$ 时, 求点 A' 的坐标;

(2) 如图②, 当 P 为 AB 中点时, 求 $A'B$ 的长;

(3) 当 $\angle BPA' = 30^\circ$ 时, 求点 P 的坐标 (直接写出结果即可).



25. (10 分) 已知抛物线 $y = x^2 + bx - 3$ (b 是常数) 经过点 $A(-1, 0)$.

(1) 求该抛物线的解析式和顶点坐标;

(2) $P(m, t)$ 为抛物线上的一个动点, P 关于原点的对称点为 P' .

①当点 P' 落在该抛物线上时, 求 m 的值;

②当点 P' 落在第二象限内, $P'A^2$ 取得最小值时, 求 m 的值.

2017 年天津市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) (2017•天津) 计算 $(-3) + 5$ 的结果等于 ()

A. 2 B. -2 C. 8 D. -8

【考点】19: 有理数的加法.

【分析】依据有理数的加法法则计算即可.

【解答】解: $(-3) + 5 = 5 - 3 = 2$.

故选: A.

【点评】本题主要考查的是有理数的加法法则, 掌握有理数的加法法则是解题的关键.

2. (3 分) (2017•天津) $\cos 60^\circ$ 的值等于 ()

A. $\sqrt{3}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角三角函数值, 可得答案.

【解答】解: $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

故选: D.

【点评】本题考查了特殊角三角函数值, 熟记特殊角三角函数值是解题关键.

3. (3 分) (2017•天津) 在一些美术字中, 有的汉子是轴对称图形. 下面 4 个汉字中, 可以看作是轴对称图形的是 ()

A. 礼 B. 迎 C. 全 D. 运

【考点】P3: 轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解: A、不可以看作是轴对称图形, 故本选项错误;

B、不可以看作是轴对称图形, 故本选项错误;

C、可以看作是轴对称图形, 故本选项正确;

D、不可以看作是轴对称图形, 故本选项错误.

故选 C.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念, 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合.

4. (3 分) (2017•天津) 据《天津日报》报道, 天津市社会保障制度更加成熟完善, 截止 2017 年 4 月末, 累计发放社会保障卡 12630000 张. 将 12630000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.1263×10^8 B. 1.263×10^7 C. 12.63×10^6 D. 126.3×10^5

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 12630000 有 8 位, 所以可以确定 $n=8-1=7$.

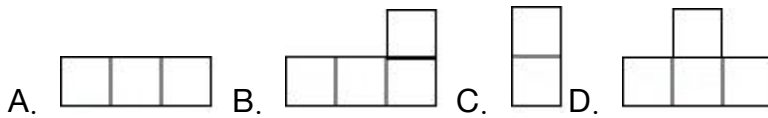
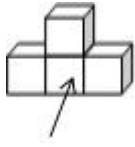
【解答】解: $12630000=1.263 \times 10^7$.

故选: B.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

5. (3 分) (2017•天津) 如图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形, 它的

主视图是 ()



【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】找到从正面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【解答】解: 从正面看易得第一层有 3 个正方形, 第二层中间有一个正方形.

故选 D.

【点评】本题考查了三视图的知识, 主视图是从物体的正面看得到的视图.

6. (3 分) (2017•天津) 估计 $\sqrt{38}$ 的值在 ()

A. 4 和 5 之间 B. 5 和 6 之间 C. 6 和 7 之间 D. 7 和 8 之间

【考点】2B: 估算无理数的大小.

【分析】利用二次根式的性质, 得出 $\sqrt{36} < \sqrt{38} < \sqrt{49}$, 进而得出答案.

【解答】解: $\because \sqrt{36} < \sqrt{38} < \sqrt{49}$,

$$\therefore 6 < \sqrt{38} < 7,$$

$\therefore \sqrt{38}$ 的值在整数 6 和 7 之间.

故选 C.

【点评】此题主要考查了估计无理数的大小, 得出 $\sqrt{36} < \sqrt{38} < \sqrt{49}$ 是解题关键.

7. (3 分) (2017•天津) 计算 $\frac{a}{a+1} + \frac{1}{a+1}$ 的结果为 ()

A. 1 B. a C. a+1 D. $\frac{1}{a+1}$

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解: 原式= $\frac{a+1}{a+1}=1$,

故选 (A)

【点评】本题考查分式的运算法则, 解题的关键是熟练运用分式的运算法则, 本题属于基础题型.

8. (3 分) (2017•天津) 方程组 $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 15 \end{cases}$ 的解是 ()

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$

【考点】98: 解二元一次方程组.

【分析】利用代入法求解即可.

【解答】解: $\begin{cases} y = 2x \text{ ①} \\ 3x + y = 15 \text{ ②} \end{cases}$,

①代入②得, $3x+2x=15$,

解得 $x=3$,

将 $x=3$ 代入①得, $y=2 \times 3=6$,

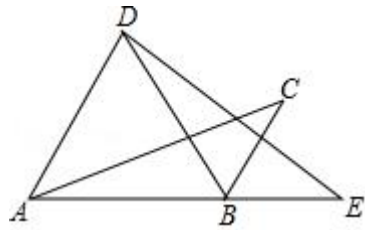
所以, 方程组的解是 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$.

故选 D.

【点评】本题考查的是二元一次方程组的解法, 方程组中未知数的系数较小时可用代入法, 当未知数的系数相等或互为相反数时用加减消元法较简单.

9. (3 分) (2017•天津) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° 得 $\triangle DBE$, 点 C

的对应点 E 恰好落在 AB 延长线上，连接 AD 。下列结论一定正确的是（ ）



- A. $\angle ABD = \angle E$ B. $\angle CBE = \angle C$ C. $AD \parallel BC$ D. $AD = BC$

【考点】R2：旋转的性质.

【分析】由旋转的性质得到 $\angle ABD = \angle CBE = 60^\circ$ ， $AB = BD$ ，推出 $\triangle ABD$ 是等边三角形，得到 $\angle DAB = \angle CBE$ ，于是得到结论.

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° 得 $\triangle DBE$,

$\therefore \angle ABD = \angle CBE = 60^\circ$ ， $AB = BD$,

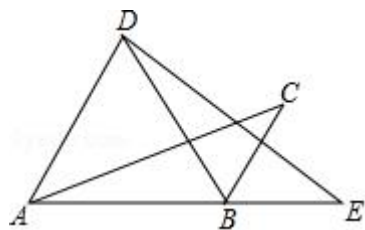
$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形，

$\therefore \angle DAB = 60^\circ$,

$\therefore \angle DAB = \angle CBE$,

$\therefore AD \parallel BC$,

故选 C.



【点评】本题考查了旋转的性质，等边三角形的判定和性质，平行线的判定，熟练掌握旋转的性质是解题的关键.

10. (3 分) (2017•天津) 若点 $A(-1, y_1)$ ， $B(1, y_2)$ ， $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上，则 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系是（ ）

A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_3 < y_1$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】根据反比例函数的性质判断即可.

【解答】解: $\because k = -3 < 0$,

$\therefore$ 在第四象限, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore y_2 < y_3 < 0$,

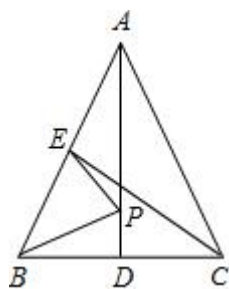
$\therefore y_1 > 0$,

$\therefore y_2 < y_3 < y_1$,

故选: B.

【点评】本题考查的是反比例函数的性质, 掌握反比例函数的增减性是解题的关键.

11. (3分) (2017•天津) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的两条中线, P 是 AD 上一个动点, 则下列线段的长度等于 $BP+EP$ 最小值的是 ()

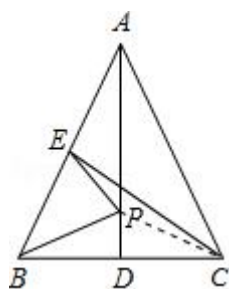


A. BC B. CE C. AD D. AC

【考点】PA: 轴对称 – 最短路线问题; KH: 等腰三角形的性质.

【分析】如图连接 PC , 只要证明 $PB=PC$, 即可推出 $PB+PE=PC+PE$, 由 $PE+PC \geq CE$, 推出 P 、 C 、 E 共线时, $PB+PE$ 的值最小, 最小值为 CE 的长度.

【解答】解: 如图连接 PC ,



$\therefore AB=AC, BD=CD,$

$\therefore AD \perp BC,$

$\therefore PB=PC,$

$\therefore PB+PE=PC+PE,$

$\therefore PE+PC \geq CE,$

$\therefore P、C、E$ 共线时, $PB+PE$ 的值最小, 最小值为 CE 的长度,

故选 B.

【点评】 本题考查轴对称 – 最短问题, 等腰三角形的性质、线段的垂直平分线的性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

12. (3 分) (2017•天津) 已知抛物线 $y=x^2-4x+3$ 与 x 轴相交于点 A, B (点 A 在点 B 左侧), 顶点为 M. 平移该抛物线, 使点 M 平移后的对应点 M' 落在 x 轴上, 点 B 平移后的对应点 B' 落在 y 轴上, 则平移后的抛物线解析式为 ()

A. $y=x^2+2x+1$ B. $y=x^2+2x-1$ C. $y=x^2-2x+1$ D. $y=x^2-2x-1$

【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点; H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 直接利用抛物线与坐标轴交点求法结合顶点坐标求法分别得出 A, B, M 点坐标, 进而得出平移方向和距离, 即可得出平移后解析式.

【解答】 解: 当 $y=0$, 则 $0=x^2-4x+3$,

$(x-1)(x-3)=0$,

解得: $x_1=1$, $x_2=3$,

$\therefore A(1, 0)$, $B(3, 0)$,

$$y=x^2-4x+3$$

$$=(x-2)^2-1,$$

$\therefore M$ 点坐标为: $(2, -1)$,

$\therefore$ 平移该抛物线, 使点 M 平移后的对应点 M' 落在 x 轴上, 点 B 平移后的对应点 B' 落在 y 轴上,

$\therefore$ 抛物线向上平移一个单位长度, 再向左平移 3 个单位长度即可,

$\therefore$ 平移后的解析式为: $y=(x+1)^2=x^2+2x+1$.

故选: A.

【点评】 此题主要考查了抛物线与坐标轴交点求法以及二次函数的平移, 正确得出平移方向和距离是解题关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) (2017•天津) 计算 $x^7 \div x^4$ 的结果等于 x^3 .

【考点】 48: 同底数幂的除法.

【分析】 根据同底数幂的除法即可求出答案.

【解答】 解: 原式 $=x^3$,

故答案为: x^3

【点评】 本题考查同底数幂的除法, 解题的关键是熟练运用整式的运算法则, 本题属于基础题型.

14. (3 分) (2017•天津) 计算 $(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})$ 的结果等于 9.

【考点】 79: 二次根式的混合运算.

【分析】根据平方差公式进行计算即可.

【解答】解: $(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})$

$$=16 - 7$$

$$=9.$$

故答案为: 9.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算, 掌握平方差公式是解题的关键.

15. (3 分) (2017•天津) 不透明袋子中装有 6 个球, 其中有 5 个红球、1 个绿球, 这些球除颜色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是红球的概率是 $\frac{5}{6}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解: $\because$ 共 6 个球, 有 5 个红球,

$\therefore$ 从袋子中随机摸出一个球, 它是红球的概率为 $\frac{5}{6}$.

故答案为: $\frac{5}{6}$.

【点评】本题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

16. (3 分) (2017•天津) 若正比例函数 $y=kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象经过第二、四象限, 则 k 的值可以是 -2 (写出一个即可).

【考点】F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】据正比例函数的性质; 当 $k < 0$ 时, 正比例函数 $y=kx$ 的图象经过第二、

四象限，可确定 k 的取值范围，再根据 k 的范围选出答案即可.

【解答】解： $\because$ 若正比例函数 $y=kx$ 的图象经过第二、四象限，

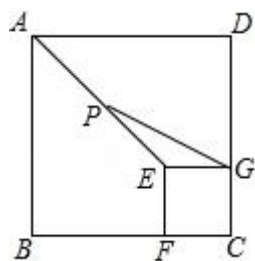
$\therefore k < 0$,

$\therefore$ 符合要求的 k 的值是 -2 ,

故答案为： -2 .

【点评】 本题主要考查了正比例函数的性质，关键是熟练掌握：在直线 $y=kx$ 中，当 $k > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，直线经过第一、三象限；当 $k < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，直线经过第二、四象限.

17. (3 分) (2017•天津) 如图，正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFCG$ 的边长分别为 3 和 1，点 F ， G 分别在边 BC ， CD 上， P 为 AE 的中点，连接 PG ，则 PG 的长为 $\sqrt{5}$.



【考点】 KX：三角形中位线定理；KQ：勾股定理；LE：正方形的性质.

【分析】 延长 GE 交 AB 于点 O ，作 $PH \perp OE$ 于点 H ，则 PH 是 $\triangle OAE$ 的中位线，求得 PH 的长和 HG 的长，在 $Rt\triangle PGH$ 中利用勾股定理求解.

【解答】 解： 延长 GE 交 AB 于点 O ，作 $PH \perp OE$ 于点 H .

则 $PH \parallel AB$.

$\because P$ 是 AE 的中点，

$\therefore PH$ 是 $\triangle AOE$ 的中位线，

$$\therefore PH = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}(3-1) = 1.$$

$\therefore$ 直角 $\triangle AOE$ 中, $\angle OAE = 45^\circ$,

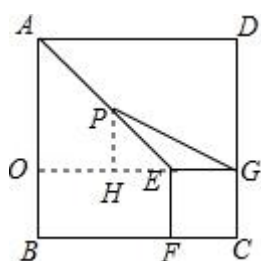
$\therefore \triangle AOE$ 是等腰直角三角形, 即 $OA = OE = 2$,

同理 $\triangle PHE$ 中, $HE = PH = 1$.

$$\therefore HG = HE + EG = 1 + 1 = 2.$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle PHG \text{ 中, } PG = \sqrt{PH^2 + HG^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

故答案是: $\sqrt{5}$.

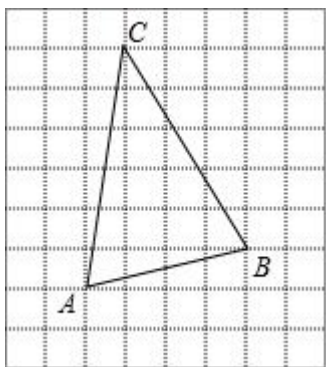


【点评】 本题考查了勾股定理和三角形的中位线定理, 正确作出辅助线构造直角三角形是关键.

18. (3 分) (2017•天津) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A, B, C 均在格点上.

(1) AB 的长等于 $\sqrt{17}$;

(2) 在 $\triangle ABC$ 的内部有一点 P, 满足 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PBC} : S_{\triangle PCA} = 1 : 2 : 3$, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出点 P, 并简要说明点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明) 如图 AC 与网格相交, 得到点 D、E, 取格点 F, 连接 FB 并且延长, 与网格相交, 得到 M, N. 连接 DN, EM, DN 与 EM 相交于点 P,
点 P 即为所求.



【考点】N4：作图—应用与设计作图；KQ：勾股定理.

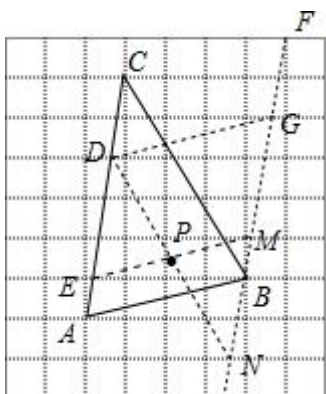
【分析】(1) 利用勾股定理即可解决问题；

(2) 如图 AC 与网格相交，得到点 D、E，取格点 F，连接 FB 并且延长，与网格相交，得到 M，N，G. 连接 DN，EM，DG，DN 与 EM 相交于点 P，点 P 即为所求.

【解答】解：(1) $AB = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$.

故答案为 $\sqrt{17}$.

(2) 如图 AC 与网格相交，得到点 D、E，取格点 F，连接 FB 并且延长，与网格相交，得到 M，N，G. 连接 DN，EM，DG，DN 与 EM 相交于点 P，点 P 即为所求.



理由：平行四边形 ABME 的面积：平行四边形 CDNB 的面积：平行四边形 DEMG 的面积=1：2：3，

$\triangle PAB$ 的面积 $= \frac{1}{2}$ 平行四边形 $ABME$ 的面积, $\triangle PBC$ 的面积 $= \frac{1}{2}$ 平行四边形 $CDNB$ 的面积, $\triangle PAC$ 的面积 $= \triangle PNG$ 的面积 $= \frac{1}{2} \triangle DGN$ 的面积 $= \frac{1}{2}$ 平行四边形 $DEMG$ 的面积,

$$\therefore S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PBC} : S_{\triangle PCA} = 1 : 2 : 3.$$

【点评】 本题考查作图 - 应用与设计、勾股定理、三角形的面积等知识, 解题的关键是利用数形结合的思想解决问题, 求出 $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PAC$ 的面积, 属于中考常考题型.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

19. (8 分) (2017•天津) 解不等式组
$$\begin{cases} x + 1 \geq 2 \textcircled{1} \\ 5x \leq 4x + 3 \textcircled{2} \end{cases}$$

请结合题意填空, 完成本题的解答.

(1) 解不等式①, 得 $x \geq 1$;

(2) 解不等式②, 得 $x \leq 3$;

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:



(4) 原不等式组的解集为 $1 \leq x \leq 3$.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组; C4: 在数轴上表示不等式的解集.

【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据各不等式解集在数轴上的表示, 由公共部分即可确定不等式组的解集.

【解答】 解: (1) 解不等式①, 得: $x \geq 1$;

(2) 解不等式②, 得: $x \leq 3$;

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:

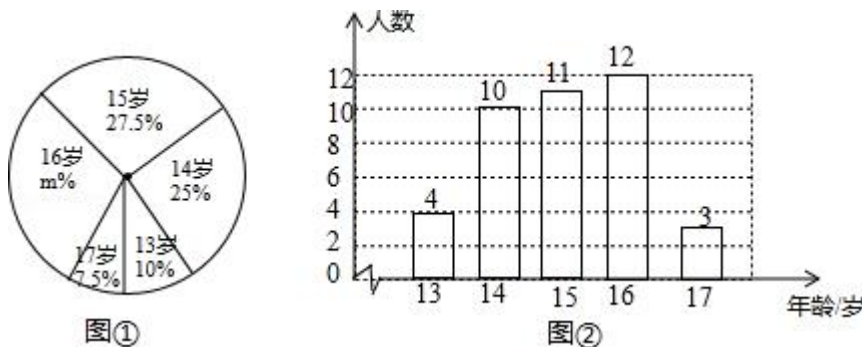


(4) 原不等式组的解集为 $1 \leq x \leq 3$,

故答案为: $x \geq 1$, $x \leq 3$, $1 \leq x \leq 3$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20. (8 分) (2017•天津) 某跳水队为了解运动员的年龄情况, 作了一次年龄调查, 根据跳水运动员的年龄 (单位: 岁), 绘制出如下的统计图①和图②. 请根据相关信息, 解答下列问题:



(1) 本次接受调查的跳水运动员人数为 40, 图①中 m 的值为 30;

(2) 求统计的这组跳水运动员年龄数据的平均数、众数和中位数.

【考点】 VC: 条形统计图; VB: 扇形统计图; W2: 加权平均数; W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 (1) 频数 $\div$ 所占百分比 = 样本容量, $m = 100 - 27.5 - 25 - 7.5 - 10 = 30$;

(2) 根据平均数、众数和中位数的定义求解即可.

【解答】 解: (1) $4 \div 10\% = 40$ (人),

$m = 100 - 27.5 - 25 - 7.5 - 10 = 30$;

故答案为 40, 30.

$$(2) \text{ 平均数} = (13 \times 4 + 14 \times 10 + 15 \times 11 + 16 \times 12 + 17 \times 3) \div 40 = 15,$$

16 出现 12 次, 次数最多, 众数为 16;

按大小顺序排列, 中间两个数都为 15, 中位数为 15.

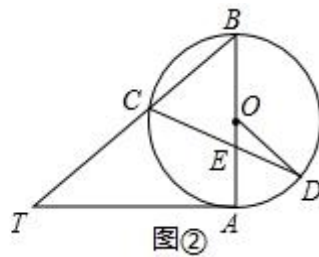
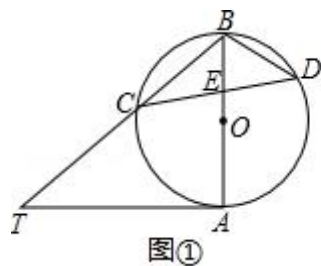
【点评】 本题考查了条形统计图, 扇形统计图, 掌握平均数、众数和中位数的定义是解题的关键.

21. (10 分) (2017•天津) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, AT 是 $\odot O$ 的切线, $\angle ABT = 50^\circ$,

BT 交 $\odot O$ 于点 C , E 是 AB 上一点, 延长 CE 交 $\odot O$ 于点 D .

(1) 如图①, 求 $\angle T$ 和 $\angle CDB$ 的大小;

(2) 如图②, 当 $BE = BC$ 时, 求 $\angle CDO$ 的大小.



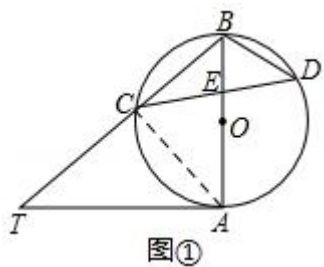
【考点】 MC: 切线的性质.

【分析】 (1) 根据切线的性质: 圆的切线垂直于经过切点的半径, 得 $\angle TAB = 90^\circ$, 根据三角形内角和得 $\angle T$ 的度数, 由直径所对的圆周角是直角和同弧所对的圆周角相等得 $\angle CDB$ 的度数;

(2) 如图②, 连接 AD , 根据等边对等角得: $\angle BCE = \angle BEC = 65^\circ$, 利用同圆的半径相等知: $OA = OD$, 同理 $\angle ODA = \angle OAD = 65^\circ$, 由此可得结论.

【解答】 解: (1) 如图①, $\therefore$ 连接 AC ,

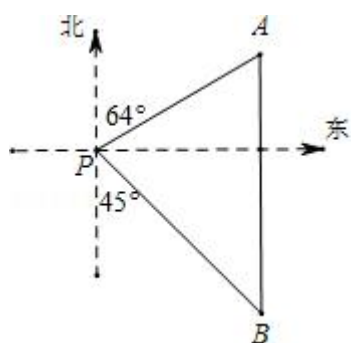
$\therefore AT$ 是 $\odot O$ 切线, AB 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle CDB = \angle CAB = 40^\circ;$$
$$\therefore \angle CDO = \angle ODA - \angle ADC = 65^\circ - 50^\circ = 15^\circ.$$


【点评】 本题考查了圆的切线、圆周角定理、等腰三角形的性质、三角形的内角和，熟练掌握切线的性质是关键，注意运用同弧所对的圆周角相等.

22. (10 分) (2017•天津) 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 64° 方向，距离灯塔 120 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向上的 B 处，求 BP 和 BA 的长 (结果取整数).

参考数据: $\sin 64^\circ \approx 0.90$, $\cos 64^\circ \approx 0.44$, $\tan 64^\circ \approx 2.05$, $\sqrt{2}$ 取 1.414.



【考点】 TB: 解直角三角形的应用 – 方向角问题.

【分析】 如图作 $PC \perp AB$ 于 C. 分别在 $\text{Rt}\triangle APC$, $\text{Rt}\triangle PCB$ 中求解即可解决问题.

【解答】 解: 如图作 $PC \perp AB$ 于 C.

由题意 $\angle A = 64^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $PA = 120$,

在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中, $\sin A = \frac{PC}{PA}$, $\cos A = \frac{AC}{PA}$,

$$\therefore PC = PA \cdot \sin A = 120 \cdot \sin 64^\circ,$$

$$AC = PA \cdot \cos A = 120 \cdot \cos 64^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle PCB$ 中, $\because \angle B = 45^\circ$,

$$\therefore PC = BC,$$

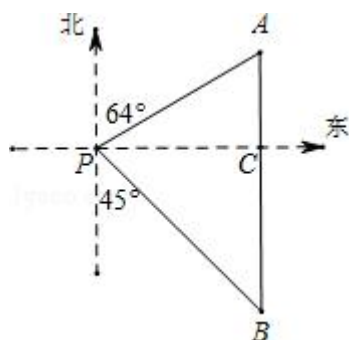
$$\therefore PB = \frac{PC}{\sin 45^\circ} = \frac{120 \times 0.90}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 153.$$

$$\therefore AB = AC + BC = 120 \cdot \cos 64^\circ + 120 \cdot \sin 64^\circ$$

$$\approx 120 \times 0.90 + 120 \times 0.44$$

$$\approx 161.$$

答：BP 的长为 153 海里和 BA 的长为 161 海里.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用——方向角问题，结合航海中的实际问题，将解直角三角形的相关知识有机结合，体现了数学应用于实际生活的思想.

23. (10 分) (2017•天津) 用 A4 纸复印文件，在甲复印店不管一次复印多少页，每页收费 0.1 元. 在乙复印店复印同样的文件，一次复印页数不超过 20 时，每页收费 0.12 元；一次复印页数超过 20 时，超过部分每页收费 0.09 元.

设在同一家复印店一次复印文件的页数为 x (x 为非负整数).

(1) 根据题意，填写下表：

一次复印页数 (页)	5	10	20	30	...
甲复印店收费 (元)	0.5	<u>1</u>	2	<u>3</u>	...
乙复印店收费 (元)	0.6	<u>1.2</u>	2.4	<u>3.3</u>	...

(2) 设在甲复印店复印收费 y_1 元，在乙复印店复印收费 y_2 元，分别写出 y_1 , y_2 关于 x 的函数关系式；

(3) 当 $x > 70$ 时，顾客在哪家复印店复印花费少？请说明理由.

【考点】FH：一次函数的应用.

【分析】(1) 根据收费标准，列代数式求得即可；

(2) 根据收费等于每页收费乘以页数即可求得 $y_1=0.1x$ ($x \geq 0$)；当一次复印页数不超过 20 时，根据收费等于每页收费乘以页数即可求得 $y_2=0.12x$ ，当一次复印页数超过 20 时，根据题意求得 $y_2=0.09x+0.6$ ；

(3) 设 $y=y_1 - y_2$ ，得到 y 与 x 的函数关系，根据 y 与 x 的函数关系式即可作出判断.

【解答】解：(1) 当 $x=10$ 时，甲复印店收费为：0， $1 \times 10=1$ ；乙复印店收费为： $0.12 \times 10=1.2$ ；

当 $x=30$ 时，甲复印店收费为：0， $1 \times 30=3$ ；乙复印店收费为： $0.12 \times 20+0.09 \times 10=3.3$ ；

故答案为 1，3；1.2，3.3；

(2) $y_1=0.1x$ ($x \geq 0$)；

$$y_2 = \begin{cases} 0.12x & (0 \leq x \leq 20) \\ 0.09x + 0.6 & (x > 20) \end{cases};$$

(3) 顾客在乙复印店复印花费少；

当 $x > 70$ 时， $y_1=0.1x$ ， $y_2=0.09x+0.6$ ，

$$\therefore y_1 - y_2 = 0.1x - (0.09x + 0.6) = 0.01x - 0.6,$$

设 $y=0.01x - 0.6$ ，

由 $0.01 > 0$ ，则 y 随 x 的增大而增大，

当 $x=70$ 时， $y=0.1$

$\therefore x > 70$ 时, $y > 0.1$,

$\therefore y_1 > y_2$,

$\therefore$ 当 $x > 70$ 时, 顾客在乙复印店复印花费少.

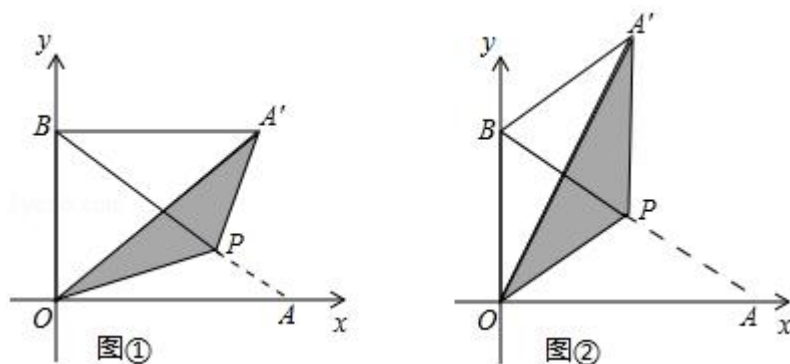
【点评】 本题考查了一次函数的应用, 读懂题目信息, 列出函数关系式是解题的关键.

24. (10 分) (2017•天津) 将一个直角三角形纸片 ABO 放置在平面直角坐标系中, 点 $A(\sqrt{3}, 0)$, 点 $B(0, 1)$, 点 $O(0, 0)$. P 是边 AB 上的一点 (点 P 不与点 A, B 重合), 沿着 OP 折叠该纸片, 得点 A 的对应点 A' .

(1) 如图①, 当点 A' 在第一象限, 且满足 $A'B \perp OB$ 时, 求点 A' 的坐标;

(2) 如图②, 当 P 为 AB 中点时, 求 $A'B$ 的长;

(3) 当 $\angle BPA' = 30^\circ$ 时, 求点 P 的坐标 (直接写出结果即可).



【考点】 RB: 几何变换综合题.

【分析】 (1) 由点 A 和 B 的坐标得出 $OA = \sqrt{3}$, $OB = 1$, 由折叠的性质得: $OA' = OA = \sqrt{3}$, 由勾股定理求出 $A'B = \sqrt{OA'^2 + OB^2} = \sqrt{2}$, 即可得出点 A' 的坐标为 $(\sqrt{2}, 1)$;

(2) 由勾股定理求出 $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 2$, 证出 $OB = OP = BP$, 得出 $\triangle BOP$ 是等边三角形, 得出 $\angle BOP = \angle BPO = 60^\circ$, 求出 $\angle OPA = 120^\circ$, 由折叠的性质得:

$\angle OPA' = \angle OPA = 120^\circ$, $PA' = PA = 1$, 证出 $OB \parallel PA'$, 得出四边形 $OPA'B$ 是平行四边形, 即可得出 $A'B = OP = 1$;

(3) 分两种情况: ①点 A' 在 y 轴上, 由 SSS 证明 $\triangle OPA' \cong \triangle OPA$, 得出 $\angle A'OP = \angle AOP = \frac{1}{2}\angle AOB = 45^\circ$, 得出点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上, 由待定系数法求出直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$, 即可得出点 P 的坐标;

②由折叠的性质得: $\angle A' = \angle A = 30^\circ$, $OA' = OA$, 作出四边形 $OAPA'$ 是菱形, 得出 $PA = OA = \sqrt{3}$, 作 $PM \perp OA$ 于 M , 由直角三角形的性质求出 $PM = \frac{1}{2}PA = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 把 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 代入 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ 求出点 P 的纵坐标即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 $A(\sqrt{3}, 0)$, 点 $B(0, 1)$,

$$\therefore OA = \sqrt{3}, OB = 1,$$

由折叠的性质得: $OA' = OA = \sqrt{3}$,

$$\therefore A'B \perp OB,$$

$$\therefore \angle A'BO = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle A'OB$ 中, $A'B = \sqrt{OA'^2 + OB^2} = \sqrt{2}$,

$$\therefore \text{点 } A' \text{ 的坐标为 } (\sqrt{2}, 1);$$

(2) 在 $Rt\triangle ABO$ 中, $OA = \sqrt{3}$, $OB = 1$,

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 2,$$

$\because P$ 是 AB 的中点,

$$\therefore AP = BP = 1, OP = \frac{1}{2}AB = 1,$$

$$\therefore OB = OP = BP$$

$\therefore \triangle BOP$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BOP = \angle BPO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OPA = 180^\circ - \angle BPO = 120^\circ,$$

由折叠的性质得: $\angle OPA' = \angle OPA = 120^\circ$, $PA' = PA = 1$,

$$\therefore \angle BOP + \angle OPA' = 180^\circ,$$

$$\therefore OB \parallel PA',$$

$$\text{又} \because OB = PA' = 1,$$

$\therefore$ 四边形 $OPA'B$ 是平行四边形,

$$\therefore A'B = OP = 1;$$

(3) 设 $P(x, y)$, 分两种情况:

①如图③所示: 点 A' 在 y 轴上,

$$\begin{aligned} OA' &= OA \\ \text{在} \triangle OPA' \text{和} \triangle OPA \text{ 中, } \{ PA' &= PA \\ OP &= OP \end{aligned},$$

$$\therefore \triangle OPA' \cong \triangle OPA \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle A'OP = \angle AOP = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ,$$

$\therefore$ 点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上,

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{把点 } A(\sqrt{3}, 0), \text{ 点 } B(0, 1) \text{ 代入得: } \begin{cases} \sqrt{3}k + b = 0 \\ b = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = 1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1,$$

$$\therefore P(x, y),$$

$$\therefore x = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1,$$

$$\text{解得: } x = \frac{3-\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore P \left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}, \frac{3-\sqrt{3}}{2} \right);$$

②如图④所示:

由折叠的性质得: $\angle A' = \angle A = 30^\circ$, $OA' = OA$,

$$\therefore \angle BPA' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle A' = \angle A = \angle BPA',$$

$$\therefore OA' \parallel AP, PA' \parallel OA,$$

$\therefore$ 四边形 $OAPA'$ 是菱形,

$\therefore PA = OA = \sqrt{3}$, 作 $PM \perp OA$ 于 M , 如图④所示:

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

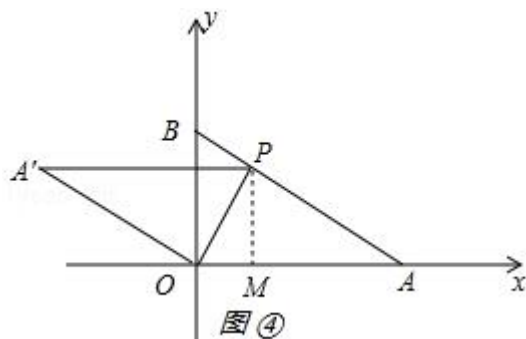
$$\therefore PM = \frac{1}{2}PA = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

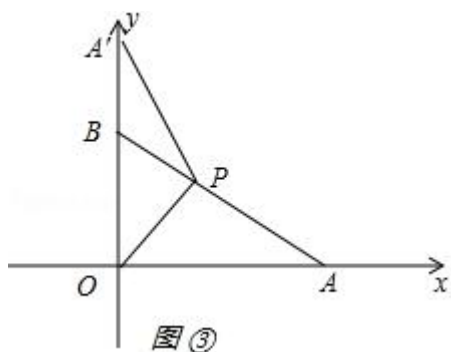
$$\text{把 } y = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 代入 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1 \text{ 得: } \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1,$$

$$\text{解得: } x = \frac{2\sqrt{3}-3}{2},$$

$$\therefore P \left(\frac{2\sqrt{3}-3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right);$$

综上所述: 当 $\angle BPA' = 30^\circ$ 时, 点 P 的坐标为 $\left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}, \frac{3-\sqrt{3}}{2} \right)$ 或 $\left(\frac{2\sqrt{3}-3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.





【点评】 本题是几何变换综合题目，考查了折叠的性质、坐标与图形性质、勾股定理、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、角平分线的性质、直角三角形的性质、待定系数法求直线的解析式、菱形的判定与性质等知识；本题综合性强，难度较大.

25. (10 分) (2017•天津) 已知抛物线 $y=x^2+bx-3$ (b 是常数) 经过点 $A(-1, 0)$.

(1) 求该抛物线的解析式和顶点坐标;

(2) $P(m, t)$ 为抛物线上的一个动点, P 关于原点的对称点为 P' .

①当点 P' 落在该抛物线上时, 求 m 的值;

②当点 P' 落在第二象限内, $P'A^2$ 取得最小值时, 求 m 的值.

【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 把 A 点坐标代入抛物线解析式可求得 b 的值, 则可求得抛物线解析式, 进一步可求得其顶点坐标;

(2) ①由对称可表示出 P' 点的坐标, 再由 P 和 P' 都在抛物线上, 可得到关于 m 的方程, 可求得 m 的值; ②由点 P' 在第二象限, 可求得 t 的取值范围, 利用两点间距离公式可用 t 表示出 $P'A^2$, 再由点 P' 在抛物线上, 可以消去 m , 整理可得到关于 t 的二次函数, 利用二次函数的性质可求得其取得最小值时 t 的值, 则可求得 m 的值.

【解答】解：

(1) $\because$ 抛物线 $y=x^2+bx-3$ 经过点 A $(-1, 0)$,

$\therefore 0=1-b-3$, 解得 $b=-2$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=x^2-2x-3$,

$\therefore y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$,

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(1, -4)$;

(2) ①由 P (m, t) 在抛物线上可得 $t=m^2-2m-3$,

$\therefore$ 点 P' 与 P 关于原点对称,

$\therefore P'(-m, -t)$,

$\therefore$ 点 P' 落在抛物线上,

$\therefore -t=(-m)^2-2(-m)-3$, 即 $t=-m^2-2m+3$,

$\therefore m^2-2m-3=-m^2-2m+3$, 解得 $m=\sqrt{3}$ 或 $m=-\sqrt{3}$;

②由题意可知 P' $(-m, -t)$ 在第二象限,

$\therefore -m<0, -t>0$, 即 $m>0, t<0$,

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(1, -4)$,

$\therefore -4\leq t<0$,

$\therefore$ P 在抛物线上,

$\therefore t=m^2-2m-3$,

$\therefore m^2-2m=t+3$,

$\therefore A(-1, 0), P'(-m, -t)$,

$\therefore P'A^2=(-m+1)^2+(-t)^2=m^2-2m+1+t^2=t^2+t+4=(t+\frac{1}{2})^2+\frac{15}{4}$;

∴ 当 $t = -\frac{1}{2}$ 时, $P'A^2$ 有最小值,

∴ $-\frac{1}{2} = m^2 - 2m - 3$, 解得 $m = \frac{2-\sqrt{14}}{2}$ 或 $m = \frac{2+\sqrt{14}}{2}$,

∴ $m > 0$,

∴ $m = \frac{2-\sqrt{14}}{2}$ 不合题意, 舍去,

∴ m 的值为 $\frac{2+\sqrt{14}}{2}$.

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、中心对称、二次函数的性质、勾股定理、方程思想等知识. 在 (1) 中注意待定系数法的应用, 在 (2) ①中求得 P' 点的坐标, 得到关于 m 的方程是解题的关键, 在 (2) ②中用 t 表示出 $P'A^2$ 是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度适中.