

2014 年天津市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

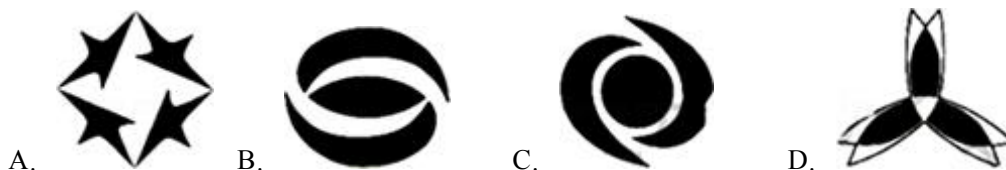
1. (3 分) (2014 年天津市) 计算 $(-6) \times (-1)$ 的结果等于 ()

- A. 6 B. -6 C. 1 D. -1

2. (3 分) (2014 年天津市) $\cos 60^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

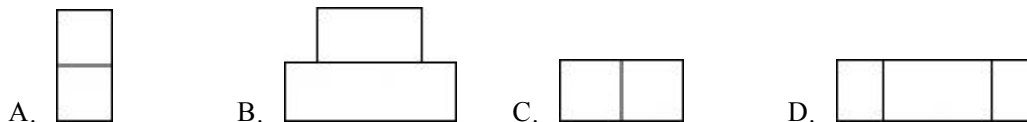
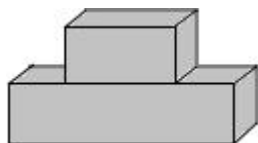
3. (3 分) (2014 年天津市) 下列标志中, 可以看作是轴对称图形的是 ()



4. (3 分) (2014 年天津市) 为了市民出行更加方便, 天津市政府大力发展公共交通, 2013 年天津市公共交通客运量约为 1608000000 人次, 将 1608000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 160.8×10^7 B. 16.08×10^8 C. 1.608×10^9 D. 0.1608×10^{10}

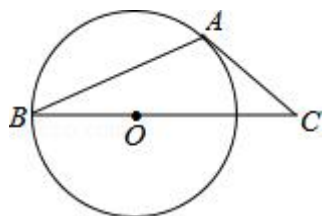
5. (3 分) (2014 年天津市) 如图, 从左面观察这个立体图形, 能得到的平面图形是 ()



6. (3 分) (2014 年天津市) 正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$, 则该正六边形的边长是 ()

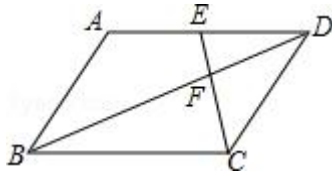
- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. $2\sqrt{3}$

7. (3 分) (2014 年天津市) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, AC 是 $\odot O$ 的切线, A 为切点, BC 经过圆心. 若 $\angle B = 25^\circ$, 则 $\angle C$ 的大小等于 ()



- A. 20° B. 25° C. 40° D. 50°

8. (3 分) (2014 年天津市) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 的中点, EC 交对角线 BD 于点 F , 则 $EF:FC$ 等于 ()



- A. 3: 2 B. 3: 1 C. 1: 1 D. 1: 2

9. (3 分) (2014 年天津市)已知反比例函数 $y = \frac{10}{x}$, 当 $1 < x < 2$ 时, y 的取值范围是 ()

- A. $0 < y < 5$ B. $1 < y < 2$ C. $5 < y < 10$ D. $y > 10$

10. (3 分) (2014 年天津市)要组织一次排球邀请赛, 参赛的每个队之间都要比赛一场, 根据场地和时间等条件, 赛程计划安排 7 天, 每天安排 4 场比赛. 设比赛组织者应邀请 x 个队参赛, 则 x 满足的关系式为 ()

- A. $\frac{1}{2}x(x+1) = 28$ B. $\frac{1}{2}x(x-1) = 28$ C. $x(x+1) = 28$ D. $x(x-1) = 28$

11. (3 分) (2014 年天津市)某公司欲招聘一名公关人员, 对甲、乙、丙、丁四位候选人进行了面试和笔试, 他们的成绩如表:

候选人		甲	乙	丙	丁
测试成绩	面试	86	92	90	83
(百分制)	笔试	90	83	83	92

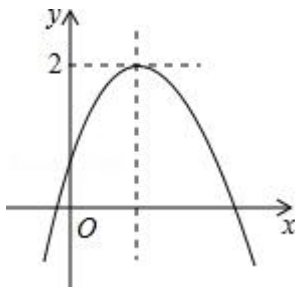
如果公司认为, 作为公关人员面试的成绩应该比笔试的成绩更重要, 并分别赋予它们 6 和 4 的权. 根据四人各自的平均成绩, 公司将录取 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

12. (3 分) (2014 年天津市)已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 且关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c - m = 0$ 没有实数根, 有下列结论:

- ① $b^2 - 4ac > 0$; ② $abc < 0$; ③ $m > 2$.

其中, 正确结论的个数是 ()



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. (3 分) (2014 年天津市)计算 $x^5 \div x^2$ 的结果等于_____.

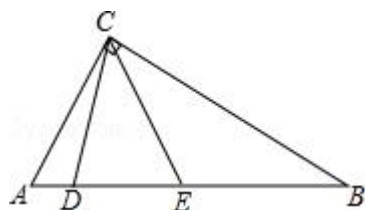
14. (3分) (2014年天津市)已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象位于第一、第三象限, 写出一个符合条件的 k 的值为_____.

15. (3分) (2014年天津市)如图, 是一副普通扑克牌中的 13 张黑桃牌, 将它们洗匀后正面向下放在桌子上, 从中任意抽取一张, 则抽出的牌点数小于 9 的概率为_____.



16. (3分) (2014年天津市)抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 的顶点坐标是_____.

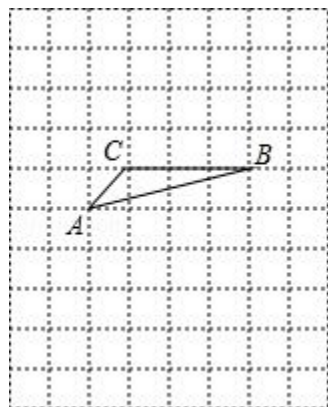
17. (3分) (2014年天津市)如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, D, E 为斜边 AB 上的两个点, 且 $BD = BC$, $AE = AC$, 则 $\angle DCE$ 的大小为_____ (度).



18. (3分) (2014年天津市)如图, 将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A, 点 B, 点 C 均落在格点上.

(I) 计算 $AC^2 + BC^2$ 的值等于_____;

(II) 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出一个以 AB 为一边的矩形, 使该矩形的面积等于 $AC^2 + BC^2$, 并简要说明画图方法 (不要求证明) _____.



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

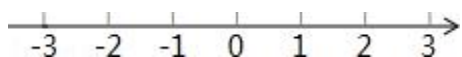
19. (8分) (2014年天津市)解不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 \geq -1, & \text{①} \\ 2x + 1 \leq 3, & \text{②} \end{cases}$

请结合题意填空, 完成本题的解答:

(I) 解不等式①, 得_____;

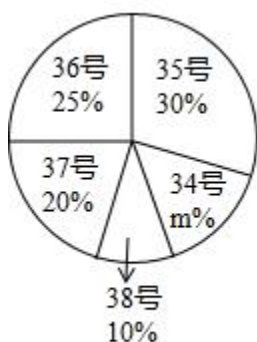
(II) 解不等式②，得_____；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来；

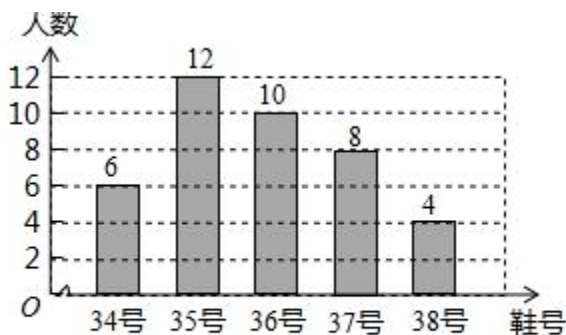


(IV) 原不等式组的解集为_____.

20. (8分) (2014年天津市)为了推动阳光体育运动的广泛开展，引导学生走向操场，走进大自然，走到阳光下，积极参加体育锻炼，学校准备购买一批运动鞋供学生借用，现从各年级随机抽取了部分学生的鞋号，绘制了如下的统计图①和图②，请根据相关信息，解答下列问题：



图①



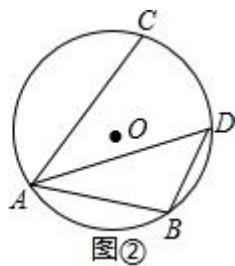
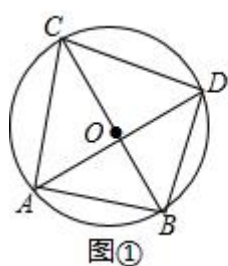
图②

(I) 本次接受随机抽样调查的学生人数为_____，图①中 m 的值为_____；

(II) 求本次调查获取的样本数据的众数和中位数；

(III) 根据样本数据，若学校计划购买 200 双运动鞋，建议购买 35 号运动鞋多少双？

21. (10 分) (2014 年天津市)已知 $\odot O$ 的直径为 10, 点 A, 点 B, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D.

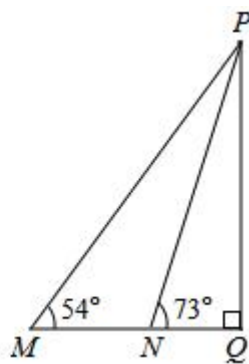


- (I) 如图①, 若 BC 为 $\odot O$ 的直径, $AB=6$, 求 AC, BD, CD 的长;
 (II) 如图②, 若 $\angle CAB=60^\circ$, 求 BD 的长.

22. (10 分) (2014 年天津市)解放桥是天津市的标志性建筑之一, 是一座全钢结构的部分可开启的桥梁.

(I) 如图①, 已知解放桥可开启部分的桥面的跨度 AB 等于 47m, 从 AB 的中点 C 处开启, 则 AC 开启至 $A'C'$ 的位置时, $A'C'$ 的长为_____m;

(II) 如图②, 某校数学兴趣小组要测量解放桥的全长 PQ, 在观景平台 M 处测得 $\angle PMQ=54^\circ$, 沿河岸 MQ 前行, 在观景平台 N 处测得 $\angle PNQ=73^\circ$, 已知 $PQ \perp MQ$, $MN=40m$, 求解放桥的全长 PQ ($\tan 54^\circ \approx 1.4$, $\tan 73^\circ \approx 3.3$, 结果保留整数).



23. (10 分) (2014 年天津市)“黄金 1 号”玉米种子的价格为 5 元/kg, 如果一次购买 2kg 以上的种子, 超过 2kg 部分的种子的价格打 8 折.

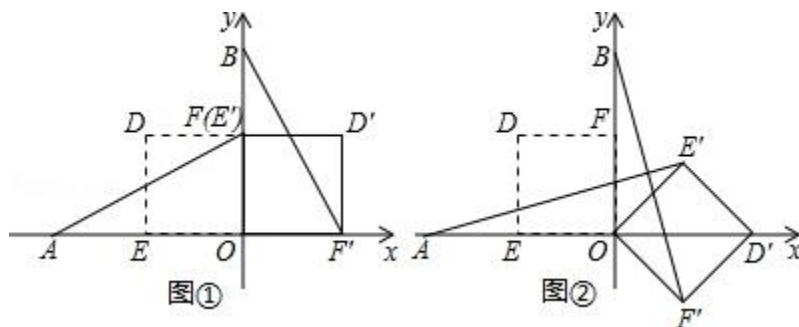
(I) 根据题意, 填写下表:

购买种子的数量/kg	1.5	2	3.5	4	...
付款金额/元	7.5	—	16	—	...

(II) 设购买种子数量为 x kg, 付款金额为 y 元, 求 y 关于 x 的函数解析式;

(III) 若小张一次购买该种子花费了 30 元, 求他购买种子的数量.

24. (10 分) (2014 年天津市)在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 $A(-2, 0)$, 点 $B(0, 2)$, 点 E , 点 F 分别为 OA , OB 的中点. 若正方形 $OEDF$ 绕点 O 顺时针旋转, 得正方形 $OE'D'F'$, 记旋转角为 α .



(I) 如图①, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, 求 AE' , BF' 的长;

(II) 如图②, 当 $\alpha=135^\circ$ 时, 求证 $AE'=BF'$, 且 $AE' \perp BF'$;

(III) 若直线 AE' 与直线 BF' 相交于点 P , 求点 P 的纵坐标的最大值 (直接写出结果即可).

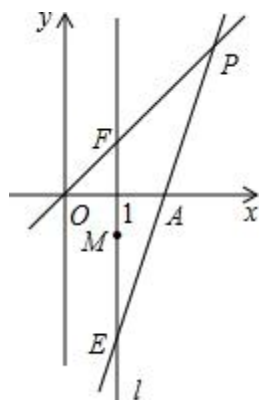
25. (10 分) (2014 年天津市)在平面直角坐标系中, O 为原点, 直线 $l: x=1$, 点 $A(2, 0)$, 点 E , 点 F , 点 M 都在直线 l 上, 且点 E 和点 F 关于点 M 对称, 直线 EA 与直线 OF 交于点 P .

(I) 若点 M 的坐标为 $(1, -1)$,

①当点 F 的坐标为 $(1, 1)$ 时, 如图, 求点 P 的坐标;

②当点 F 为直线 l 上的动点时, 记点 $P(x, y)$, 求 y 关于 x 的函数解析式.

(II) 若点 $M(1, m)$, 点 $F(1, t)$, 其中 $t \neq 0$, 过点 P 作 $PQ \perp l$ 于点 Q , 当 $OQ=PQ$ 时, 试用含 t 的式子表示 m .



2014 年天津市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) (2014 年天津市) 计算 $(-6) \times (-1)$ 的结果等于 ()

- A. 6 B. -6 C. 1 D. -1

【考点】有理数的乘法. -

【分析】根据有理数的乘法运算法则进行计算即可得解.

【解答】解: $(-6) \times (-1)$,
 $=6 \times 1$,
 $=6$.

故选 A.

【点评】本题考查了有理数的乘法运算, 是基础题, 熟记运算法则是解题的关键.

2. (3 分) (2014 年天津市) $\cos 60^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】特殊角的三角函数值. -

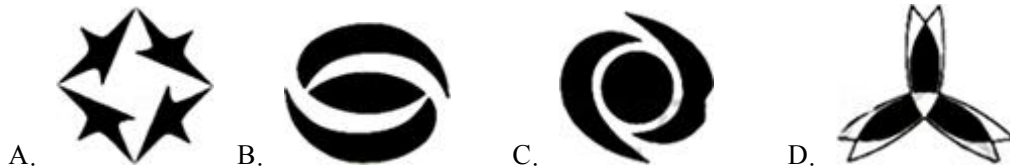
【分析】根据特殊角的三角函数值解题即可.

【解答】解: $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

故选 A.

【点评】本题考查特殊角的三角函数值, 准确掌握特殊角的函数值是解题关键.

3. (3 分) (2014 年天津市) 下列标志中, 可以看作是轴对称图形的是 ()



【考点】轴对称图形. -

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 不符合题意;

B、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 不符合题意;

C、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 不符合题意;

D、是轴对称图形, 符合题意.

故选：D.

【点评】此题主要考查了中心对称图形和轴对称图形的定义，掌握中心对称图形与轴对称图形的概念，解答时要注意：

判断轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部沿对称轴叠后可重合；判断中心对称图形是要寻找对称中心，图形旋转 180 度后与原图重合.

4. (3 分) (2014 年天津市)为了市民出行更加方便，天津市政府大力发展公共交通，2013 年天津市公共交通客运量约为 1608000000 人次，将 1608000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 160.8×10^7 B. 16.08×10^8 C. 1.608×10^9 D. 0.1608×10^{10}

【考点】科学记数法—表示较大的数. _

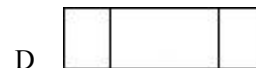
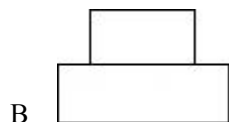
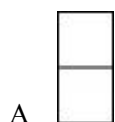
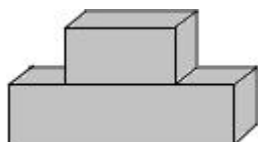
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 1608000000 用科学记数法表示为： 1.608×10^9 .

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (3 分) (2014 年天津市)如图，从左面观察这个立体图形，能得到的平面图形是 ()



【考点】简单组合体的三视图. _

【分析】根据从左面看得到的图形是左视图，可得答案.

【解答】解：从左面看下面一个正方形，上面一个正方形，

故选：A.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从左面看得到的图形是左视图.

6. (3 分) (2014 年天津市)正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$ ，则该正六边形的边长是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. $2\sqrt{3}$

【考点】正多边形和圆. _

【分析】运用正六边形的性质，正六边形边长等于外接圆的半径，再利用勾股定理解决.

【解答】解：∵正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$,

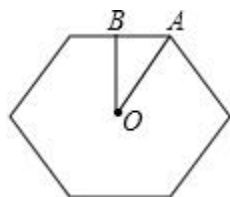
$$\therefore OB=\sqrt{3}, AB=\frac{1}{2}OA,$$

$$\therefore OA^2=AB^2+OB^2,$$

$$\therefore OA^2=\left(\frac{1}{2}OA\right)^2+(\sqrt{3})^2,$$

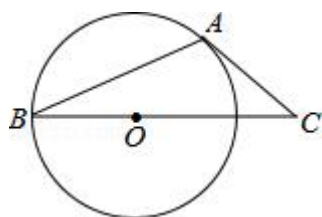
解得 $OA=2$.

故选 B.



【点评】本题主要考查了正六边形和圆，注意：外接圆的半径等于正六边形的边长.

7. (3 分) (2014 年天津市)如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, AC 是 $\odot O$ 的切线, A 为切点, BC 经过圆心. 若 $\angle B=25^\circ$, 则 $\angle C$ 的大小等于 ()



A. 20°

B. 25°

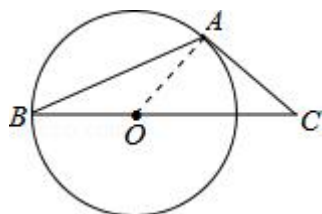
C. 40°

D. 50°

【考点】切线的性质.

【分析】连接 OA, 根据切线的性质, 即可求得 $\angle C$ 的度数.

【解答】解: 如图, 连接 OA,



∵AC 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle OAC=90^\circ,$$

$$\therefore OA=OB,$$

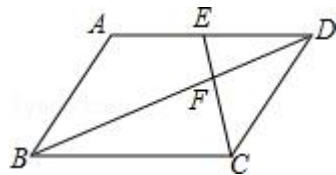
$$\therefore \angle B=\angle OAB=25^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC=50^\circ,$$

$$\therefore \angle C=40^\circ.$$

【点评】本题考查了圆的切线性质，以及等腰三角形的性质，已知切线时常用的辅助线是连接圆心与切点.

8. (3分) (2014年天津市)如图，在 $\square ABCD$ 中，点E是边AD的中点，EC交对角线BD于点F，则EF:FC等于()



- A. 3:2 B. 3:1 C. 1:1 D. 1:2

【考点】平行四边形的性质；相似三角形的判定与性质.

【分析】根据题意得出 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ ，进而得出 $\frac{DE}{BC} = \frac{EF}{FC}$ ，利用点E是边AD的中点得出答案即可.

【解答】解： $\because \square ABCD$ ，故 $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BCF$ ，

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{EF}{FC},$$

$\because$ 点E是边AD的中点，

$$\therefore AE = DE = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore \frac{EF}{FC} = \frac{1}{2}.$$

故选：D.

【点评】此题主要考查了平行四边形的性质以及相似三角形的判定与性质等知识，得出 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ 是解题关键.

9. (3分) (2014年天津市)已知反比例函数 $y = \frac{10}{x}$ ，当 $1 < x < 2$ 时，y的取值范围是()

- A. $0 < y < 5$ B. $1 < y < 2$ C. $5 < y < 10$ D. $y > 10$

【考点】反比例函数的性质.

【分析】将 $x=1$ 和 $x=2$ 分别代入反比例函数即可确定函数值的取值范围.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{10}{x}$ 中当 $x=1$ 时 $y=10$ ，当 $x=2$ 时， $y=5$ ，

$\therefore$ 当 $1 < x < 2$ 时，y的取值范围是 $5 < y < 10$ ，

故选C.

【点评】 本题考查了反比例函数的性质：(1) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线；(2) 当 $k > 0$ ，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小；(3) 当 $k < 0$ ，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大。

10. (3 分) (2014 年天津市)要组织一次排球邀请赛，参赛的每个队之间都要比赛一场，根据场地和时间等条件，赛程计划安排 7 天，每天安排 4 场比赛。设比赛组织者应邀请 x 个队参赛，则 x 满足的关系式为 ()

A. $\frac{1}{2}x(x+1) = 28$ B. $\frac{1}{2}x(x-1) = 28$ C. $x(x+1) = 28$ D. $x(x-1) = 28$

【考点】 由实际问题抽象出一元二次方程。

【分析】 关系式为：球队总数 $\times$ 每支球队需赛的场数 $\div 2 = 4 \times 7$ ，把相关数值代入即可。

【解答】 解：每支球队都需要与其他球队赛 $(x-1)$ 场，但 2 队之间只有 1 场比赛，

所以可列方程为： $\frac{1}{2}x(x-1) = 4 \times 7$ 。

故选 B。

【点评】 本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，解决本题的关键是得到比赛总场数的等量关系，注意 2 队之间的比赛只有 1 场，最后的总场数应除以 2。

11. (3 分) (2014 年天津市)某公司欲招聘一名公关人员，对甲、乙、丙、丁四位候选人进行了面试和笔试，他们的成绩如表：

候选人	甲	乙	丙	丁	
测试成绩 (百分制)	面试	86	92	90	83
	笔试	90	83	83	92

如果公司认为，作为公关人员面试的成绩应该比笔试的成绩更重要，并分别赋予它们 6 和 4 的权。根据四人各自的平均成绩，公司将录取 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【考点】 加权平均数。

【分析】 根据题意先算出甲、乙、丙、丁四位候选人的加权平均数，再进行比较，即可得出答案。

【解答】 解：甲的平均成绩为： $(86 \times 6 + 90 \times 4) \div 10 = 87.6$ (分)，

乙的平均成绩为： $(92 \times 6 + 83 \times 4) \div 10 = 88.4$ (分)，

丙的平均成绩为： $(90 \times 6 + 83 \times 4) \div 10 = 87.2$ (分)，

丁的平均成绩为： $(83 \times 6 + 92 \times 4) \div 10 = 86.6$ (分)，

因为乙的平均分数最高，

所以乙将被录取.

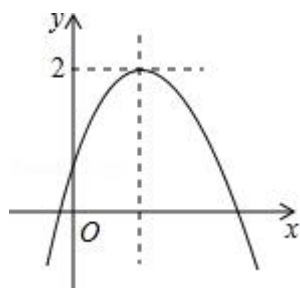
故选 B.

【点评】 此题考查了加权平均数的计算公式, 注意, 计算平均数时按 6 和 4 的权进行计算.

12. (3 分) (2014 年天津市) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 且关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c-m=0$ 没有实数根, 有下列结论:

① $b^2-4ac > 0$; ② $abc < 0$; ③ $m > 2$.

其中, 正确结论的个数是 ()



A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【考点】 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 由图象可知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有两个交点, 进而判断①;

先根据抛物线的开口向下可知 $a < 0$, 由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系, 根据对称轴在 y 轴右侧得出 b 与 0 的关系, 然后根据有理数乘法法则判断②;

一元二次方程 $ax^2+bx+c-m=0$ 没有实数根, 则可转化为 $ax^2+bx+c=m$, 即可以理解为 $y=ax^2+bx+c$ 和 $y=m$ 没有交点, 即可求出 m 的取值范围, 判断③即可.

【解答】 解: ① $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有两个交点,

$\therefore b^2-4ac > 0$, 故①正确;

② $\because$ 抛物线的开口向下,

$\therefore a < 0$,

$\because$ 抛物线与 y 轴交于正半轴,

$\therefore c > 0$,

$\because$ 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} > 0$,

$\therefore ab < 0$,

$\because a < 0$,

$\therefore b > 0$,

$\therefore abc < 0$, 故②正确;

③ $\because$ 一元二次方程 $ax^2+bx+c-m=0$ 没有实数根,

$\therefore y=ax^2+bx+c$ 和 $y=m$ 没有交点,

由图可得, $m > 2$, 故③正确.

故选 D.

【点评】 本题主要考查图象与二次函数系数之间的关系, 会利用对称轴的范围求 $2a$ 与 b 的关系, 以及二次函数与方程之间的转换, 根的判别式的熟练运用.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. (3 分) (2014 年天津市) 计算 $x^5 \div x^2$ 的结果等于 x^3 .

【考点】 同底数幂的除法. -

【分析】 同底数幂相除底数不变, 指数相减,

【解答】 解: $x^5 \div x^2 = x^3$

故答案为: x^3 .

【点评】 此题考查了同底数幂的除法, 解题要注意细心明确指数相减.

14. (3 分) (2014 年天津市) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象位于第一、第三象限, 写出一个符合条件的 k 的值为 1.

【考点】 反比例函数的性质. -

【专题】 开放型.

【分析】 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象在第一, 三象限, 则 $k > 0$, 符合上述条件的 k 的一个值可以是 1. (正数即可, 答案不唯一)

【解答】 解: $\because$ 反比例函数的图象在一、三象限,

$\therefore k > 0$,

只要是大于 0 的所有实数都可以.

例如: 1.

故答案为: 1.

【点评】 此题主要考查反比例函数图象的性质: (1) $k > 0$ 时, 图象是位于一、三象限; (2) $k < 0$ 时, 图象是位于二、四象限.

15. (3 分) (2014 年天津市) 如图, 是一副普通扑克牌中的 13 张黑桃牌, 将它们洗匀后正面向下放在桌子上, 从中任意抽取一张, 则抽出的牌点数小于 9 的概率为 $\frac{8}{13}$.



【考点】概率公式. -

【分析】抽出的牌的点数小于9有1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8共8个, 总的样本数目为13, 由此可以容易知道事件抽出的牌的点数小于9的概率.

【解答】解: $\because$ 抽出的牌的点数小于9有1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8共8个, 总的样本数目为13,

$\therefore$ 从中任意抽取一张, 抽出的牌点数小于9的概率是: $\frac{8}{13}$.

故答案为: $\frac{8}{13}$.

【点评】此题主要考查了概率的求法. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

16. (3分) (2014年天津市) 抛物线 $y=x^2-2x+3$ 的顶点坐标是 (1, 2).

【考点】二次函数的性质. -

【专题】计算题.

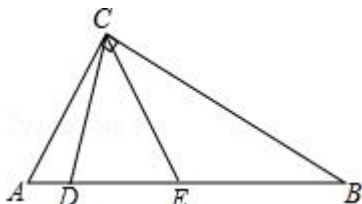
【分析】已知抛物线的解析式是一般式, 用配方法转化为顶点式, 根据顶点式的坐标特点, 直接写出顶点坐标.

【解答】解: $\because y=x^2-2x+3=x^2-2x+1-1+3=(x-1)^2+2$,

$\therefore$ 抛物线 $y=x^2-2x+3$ 的顶点坐标是 (1, 2).

【点评】此题考查了二次函数的性质, 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标为 (h, k), 对称轴为 $x=h$, 此题还考查了配方法求顶点式.

17. (3分) (2014年天津市) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, D, E 为斜边 AB 上的两个点, 且 $BD=BC$, $AE=AC$, 则 $\angle DCE$ 的大小为 45 (度).



【考点】等腰三角形的性质. -

【分析】设 $\angle DCE=x$, $\angle ACD=y$, 则 $\angle ACE=x+y$, $\angle BCE=90^\circ-\angle ACE=90^\circ-x-y$, 根据等边对等角得出 $\angle ACE=\angle AEC=x+y$, $\angle BDC=\angle BCD=\angle BCE+\angle DCE=90^\circ-y$. 然后在

△DCE 中，利用三角形内角和定理列出方程 $x + (90^\circ - y) + (x + y) = 180^\circ$ ，解方程即可求出 $\angle DCE$ 的大小.

【解答】解：设 $\angle DCE = x$ ， $\angle ACD = y$ ，则 $\angle ACE = x + y$ ， $\angle BCE = 90^\circ - \angle ACE = 90^\circ - x - y$.

$\because AE = AC$,

$\therefore \angle ACE = \angle AEC = x + y$,

$\because BD = BC$,

$\therefore \angle BDC = \angle BCD = \angle BCE + \angle DCE = 90^\circ - x - y + x = 90^\circ - y$.

在△DCE 中， $\because \angle DCE + \angle CDE + \angle DEC = 180^\circ$,

$\therefore x + (90^\circ - y) + (x + y) = 180^\circ$,

解得 $x = 45^\circ$,

$\therefore \angle DCE = 45^\circ$.

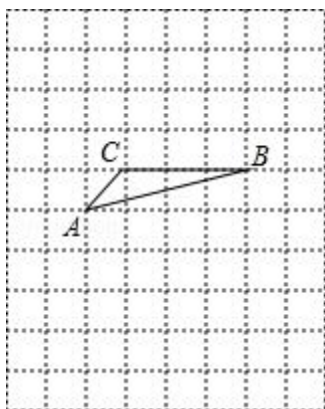
故答案为 45.

【点评】本题考查了等腰三角形的性质及三角形内角和定理，设出适当的未知数列出方程是解题的关键.

18. (3 分) (2014 年天津市)如图，将△ABC 放在每个小正方形的边长为 1 的网格中，点 A，点 B，点 C 均落在格点上.

(I) 计算 $AC^2 + BC^2$ 的值等于 11;

(II) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个以 AB 为一边的矩形，使该矩形的面积等于 $AC^2 + BC^2$ ，并简要说明画图方法（不要求证明） 如图所示：.



【考点】作图—应用与设计作图.

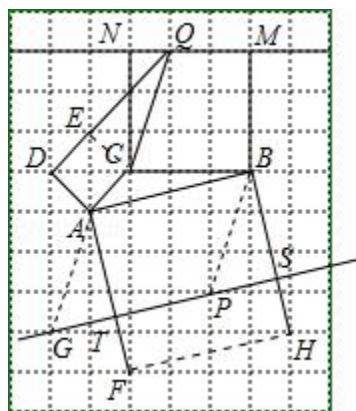
【分析】(1) 直接利用勾股定理求出即可;

(2) 首先分别以 AC、BC、AB 为一边作正方形 ACED，正方形 BCNM，正方形 ABHF；进而得出答案.

【解答】解：(I) $AC^2 + BC^2 = (\sqrt{2})^2 + 3^2 = 11$;

故答案为：11;

(2) 分别以 AC、BC、AB 为一边作正方形 ACED，正方形 BCNM，正方形 ABHF；
 延长 DE 交 MN 于点 Q，连接 QC，平移 QC 至 AG，BP 位置，直线 GP 分别交 AF，BH 于
 点 T，S，
 则四边形 ABST 即为所求。



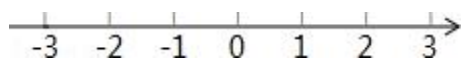
【点评】此题主要考查了应用设计与作图，借助网格得出正方形是解题关键。

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19. (8 分) (2014 年天津市)解不等式组
$$\begin{cases} 2x - 1 \geq -1, & \text{①} \\ 2x + 1 \leq 3, & \text{②} \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答：

- (I) 解不等式①，得 $x \geq -1$ ；
 (II) 解不等式②，得 $x \leq 1$ ；
 (III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来；



(IV) 原不等式组的解集为 $-1 \leq x \leq 1$ 。

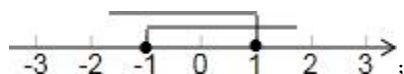
【考点】解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集。

【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可。

【解答】解：(I) 解不等式①，得 $x \geq -1$ ；

(II) 解不等式②得， $x \leq 1$ ，

(III) 在数轴上表示为：

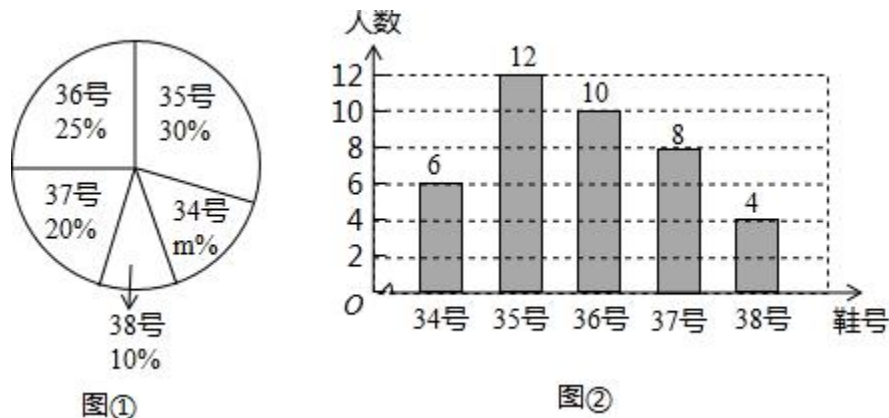


(IN) 故此不等式的解集为： $-1 \leq x \leq 1$ 。

故答案分别为： $x \geq -1$ ， $x \leq 1$ ， $-1 \leq x \leq 1$ 。

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键。

20. (8分) (2014年天津市)为了推动阳光体育运动的广泛开展,引导学生走向操场,走进大自然,走到阳光下,积极参加体育锻炼,学校准备购买一批运动鞋供学生借用,现从各年级随机抽取了部分学生的鞋号,绘制了如下的统计图①和图②,请根据相关信息,解答下列问题:



(I) 本次接受随机抽样调查的学生人数为 40, 图①中 m 的值为 15;

(II) 求本次调查获取的样本数据的众数和中位数;

(III) 根据样本数据, 若学校计划购买 200 双运动鞋, 建议购买 35 号运动鞋多少双?

【考点】 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图; 中位数; 众数.

【专题】 计算题.

【分析】 (I) 根据条形统计图求出总人数即可; 由扇形统计图以及单位 1, 求出 m 的值即可;

(II) 找出出现次数最多的即为众数, 将数据按照从小到大顺序排列, 求出中位数即可;

(III) 根据题意列出算式, 计算即可得到结果.

【解答】 解: (I) 本次接受随机抽样调查的学生人数为 $6+12+10+8+4=40$, 图①中 m 的值为 $100-30-25-20-10=15$;

故答案为: 40; 15;

(II) $\because$ 在这组样本数据中, 35 出现了 12 次, 出现次数最多,

$\therefore$ 这组样本数据的众数为 5;

$\because$ 将这组样本数据从小到大得顺序排列, 其中处于中间的两个数都为 36,

$\therefore$ 中位数为 $\frac{36+36}{2}=36$;

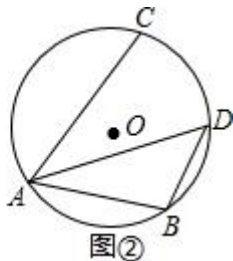
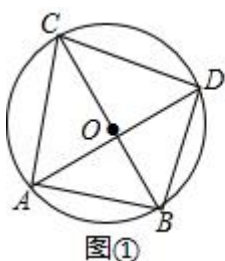
(III) $\because$ 在 40 名学生中, 鞋号为 35 的学生人数比例为 30%,

$\therefore$ 由样本数据, 估计学校各年级中学生鞋号为 35 的人数比例约为 30%,

则计划购买 200 双运动鞋, 有 $200 \times 30\% = 60$ 双为 35 号.

【点评】此题考查了条形统计图，扇形统计图，以及用样本估计总体，弄清题意是解本题的关键.

21. (10 分) (2014 年天津市)已知 $\odot O$ 的直径为 10，点 A，点 B，点 C 在 $\odot O$ 上， $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D.



(I) 如图①，若 BC 为 $\odot O$ 的直径， $AB=6$ ，求 AC，BD，CD 的长；

(II) 如图②，若 $\angle CAB=60^\circ$ ，求 BD 的长.

【考点】圆周角定理；等边三角形的判定与性质；勾股定理.

【分析】(I) 利用圆周角定理可以判定 $\triangle CAB$ 和 $\triangle DCB$ 是直角三角形，利用勾股定理可以求得 AC 的长度；利用圆心角、弧、弦的关系推知 $\triangle DCB$ 也是等腰三角形，所以利用勾股定理同样得到 $BD=CD=5\sqrt{2}$;

(II) 如图②，连接 OB，OD. 由圆周角定理、角平分线的性质以及等边三角形的判定推知 $\triangle OBD$ 是等边三角形，则 $BD=OB=OD=5$.

【解答】解：(I) 如图①， $\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle CAB = \angle BDC = 90^\circ.$$

$\because$ 在直角 $\triangle CAB$ 中， $BC=10$ ， $AB=6$ ，

$$\therefore \text{由勾股定理得到：} AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

$\because AD$ 平分 $\angle CAB$ ，

$$\therefore \widehat{CD} = \widehat{BD},$$

$$\therefore CD = BD.$$

在直角 $\triangle BDC$ 中， $BC=10$ ， $CD^2 + BD^2 = BC^2$ ，

$$\therefore \text{易求 } BD = CD = 5\sqrt{2};$$

(II) 如图②，连接 OB，OD.

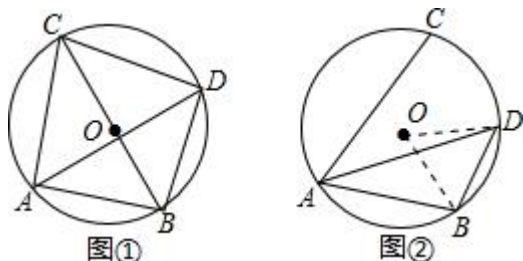
$\because AD$ 平分 $\angle CAB$ ，且 $\angle CAB=60^\circ$ ，

$$\therefore \angle DAB = \frac{1}{2} \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DOB = 2 \angle DAB = 60^\circ.$$

又 $\because OB=OD$ ，

$\therefore \triangle OBD$ 是等边三角形,
 $\therefore BD=OB=OD$.
 $\because \odot O$ 的直径为 10, 则 $OB=5$,
 $\therefore BD=5$.

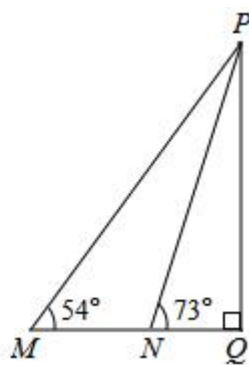
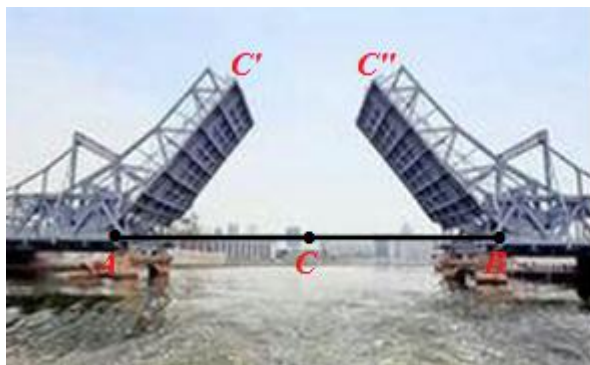


【点评】 本题综合考查了圆周角定理, 勾股定理以及等边三角形的判定与性质. 此题利用了圆的定义、有一内角为 60° 的等腰三角形为等边三角形证得 $\triangle OBD$ 是等边三角形.

22. (10 分) (2014 年天津市) 解放桥是天津市的标志性建筑之一, 是一座全钢结构的部分可开启的桥梁.

(I) 如图①, 已知解放桥可开启部分的桥面的跨度 AB 等于 47m , 从 AB 的中点 C 处开启, 则 AC 开启至 $A'C'$ 的位置时, $A'C'$ 的长为 23.5 m ;

(II) 如图②, 某校数学兴趣小组要测量解放桥的全长 PQ , 在观景平台 M 处测得 $\angle PMQ=54^\circ$, 沿河岸 MQ 前行, 在观景平台 N 处测得 $\angle PNQ=73^\circ$, 已知 $PQ \perp MQ$, $MN=40\text{m}$, 求解放桥的全长 PQ ($\tan 54^\circ \approx 1.4$, $\tan 73^\circ \approx 3.3$, 结果保留整数).



【考点】 解直角三角形的应用.

【专题】 应用题.

【分析】 (1) 根据中点的性质即可得出 $A'C'$ 的长;

(2) 设 $PQ=x$, 在 $\text{Rt}\triangle PMQ$ 中表示出 MQ , 在 $\text{Rt}\triangle PNQ$ 中表示出 NQ , 再由 $MN=40\text{m}$, 可得关于 x 的方程, 解出即可.

【解答】 解: (I) $\because$ 点 C 是 AB 的中点,

$$\therefore A'C' = \frac{1}{2}AB = 23.5\text{m}.$$

(II) 设 $PQ=x$,

在 $Rt\triangle PMQ$ 中, $\tan \angle PMQ = \frac{PQ}{MQ} = 1.4$,

$$\therefore MQ = \frac{x}{1.4},$$

在 $Rt\triangle PNQ$ 中, $\tan \angle PNQ = \frac{PQ}{NQ} = 3.3$,

$$\therefore NQ = \frac{x}{3.3},$$

$$\because MN = MQ - NQ = 40, \text{ 即 } \frac{x}{1.4} - \frac{x}{3.3} = 40,$$

解得: $x \approx 97$.

答: 解放桥的全长约为 97m.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是熟练锐角三角函数的定义, 难度一般.

23. (10 分) (2014 年天津市)“黄金 1 号”玉米种子的价格为 5 元/kg, 如果一次购买 2kg 以上的种子, 超过 2kg 部分的种子的价格打 8 折.

(I) 根据题意, 填写下表:

购买种子的数量/kg	1.5	2	3.5	4	...
付款金额/元	7.5	<u>10</u>	16	<u>18</u>	...

(II) 设购买种子数量为 x kg, 付款金额为 y 元, 求 y 关于 x 的函数解析式;

(III) 若小张一次购买该种子花费了 30 元, 求他购买种子的数量.

【考点】 一次函数的应用; 一元一次方程的应用.

【分析】 (1) 根据单价乘以数量, 可得答案;

(2) 根据单价乘以数量, 可得价格, 可得相应的函数解析式;

(3) 根据函数值, 可得相应的自变量的值.

【解答】 解: (I) 10, 8;

(II) 根据题意得,

当 $0 \leq x \leq 2$ 时, 种子的价格为 5 元/千克,

$$\therefore y = 5x,$$

当 $x > 2$ 时, 其中有 2 千克的种子按 5 元/千克计价, 超过部分按 4 元/千克计价,

$$\therefore y = 5 \times 2 + 4(x - 2) = 4x + 2,$$

$$y \text{ 关于 } x \text{ 的函数解析式为 } y = \begin{cases} 5x & (0 \leq x \leq 2) \\ 4x+2 & (x > 2) \end{cases};$$

(III) $\because 30 > 2$,

$\therefore$ 一次性购买种子超过 2 千克,

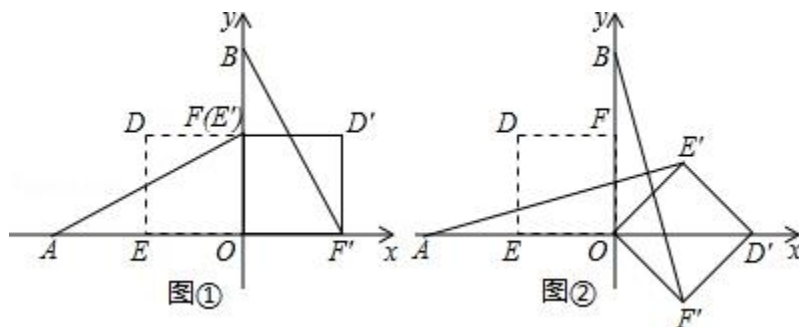
$$\therefore 4x+2=30.$$

解得 $x=7$,

答: 他购买种子的数量是 7 千克.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 分类讨论是解题关键.

24. (10 分) (2014 年天津市) 在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 $A(-2, 0)$, 点 $B(0, 2)$, 点 E , 点 F 分别为 OA , OB 的中点. 若正方形 $OEDF$ 绕点 O 顺时针旋转, 得正方形 $OE'D'F'$, 记旋转角为 α .



(I) 如图①, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, 求 AE' , BF' 的长;

(II) 如图②, 当 $\alpha=135^\circ$ 时, 求证 $AE'=BF'$, 且 $AE' \perp BF'$;

(III) 若直线 AE' 与直线 BF' 相交于点 P , 求点 P 的纵坐标的最大值 (直接写出结果即可).

【考点】 几何变换综合题; 三角形的外角性质; 全等三角形的判定与性质; 含 30° 角的直角三角形; 勾股定理.

【专题】 综合题.

【分析】 (1) 利用勾股定理即可求出 AE' , BF' 的长.

(2) 运用全等三角形的判定与性质、三角形的外角性质就可解决问题.

(3) 首先找到使点 P 的纵坐标最大时点 P 的位置 (点 P 与点 D' 重合时), 然后运用勾股定理及 30° 角所对的直角边等于斜边的一半等知识即可求出点 P 的纵坐标的最大值.

【解答】 解: (I) 当 $\alpha=90^\circ$ 时, 点 E' 与点 F 重合, 如图①.

$\because$ 点 $A(-2, 0)$ 点 $B(0, 2)$,

$$\therefore OA=OB=2.$$

$\because$ 点 E , 点 F 分别为 OA , OB 的中点,

$$\therefore OE=OF=1$$

∵ 正方形 OE'D'F' 是正方形 OEDF 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到的,

$$\therefore OE' = OE = 1, OF' = OF = 1.$$

在 Rt△AE'O 中,

$$AE' = \sqrt{OA^2 + OE'^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

在 Rt△BOF' 中,

$$BF' = \sqrt{OB^2 + OF'^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

$$\therefore AE', BF' \text{ 的长都等于 } \sqrt{5}.$$

(II) 当 $\alpha = 135^\circ$ 时, 如图②.

∵ 正方形 OE'D'F' 是由正方形 OEDF 绕点 O 顺时针旋转 135° 所得,

$$\therefore \angle AOE' = \angle BOF' = 135^\circ.$$

在 △AOE' 和 △BOF' 中,

$$\begin{cases} AO = BO \\ \angle AOE' = \angle BOF', \\ OE' = OF' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOE' \cong \triangle BOF' \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore AE' = BF', \text{ 且 } \angle OAE' = \angle OBF'.$$

$$\because \angle ACB = \angle CAO + \angle AOC = \angle CBP + \angle CPB, \angle CAO = \angle CBP,$$

$$\therefore \angle CPB = \angle AOC = 90^\circ$$

$$\therefore AE' \perp BF'.$$

(III) 在第一象限内, 当点 D' 与点 P 重合时, 点 P 的纵坐标最大.

过点 P 作 PH ⊥ x 轴, 垂足为 H, 如图③所示.

$$\because \angle AE'O = 90^\circ, E'O = 1, AO = 2,$$

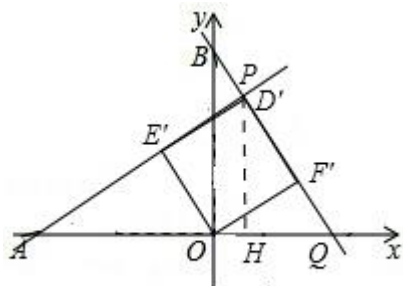
$$\therefore \angle E'AO = 30^\circ, AE' = \sqrt{3}.$$

$$\therefore AP = \sqrt{3} + 1.$$

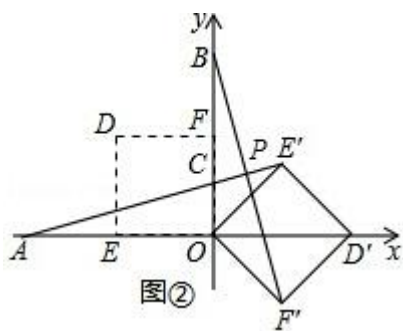
$$\because \angle AHP = 90^\circ, \angle PAH = 30^\circ,$$

$$\therefore PH = \frac{1}{2}AP = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}.$$

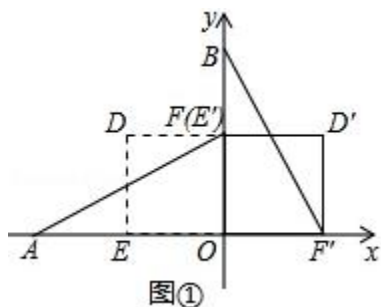
$$\therefore \text{点 P 的纵坐标的最大值为 } \frac{\sqrt{3} + 1}{2}.$$



图③



图②



图①

【点评】本题是在图形旋转过程中，考查了全等三角形的判定与性质、勾股定理、三角形的外角性质、 30° 角所对的直角边等于斜边的一半等知识，而找到使点 P 的纵坐标最大时点 P 的位置是解决最后一个问题的关键.

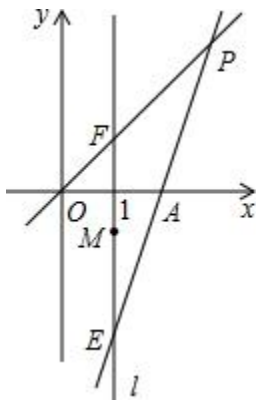
25. (10 分) (2014 年天津市)在平面直角坐标系中，O 为原点，直线 $l: x=1$ ，点 A (2, 0)，点 E，点 F，点 M 都在直线 l 上，且点 E 和点 F 关于点 M 对称，直线 EA 与直线 OF 交于点 P.

(I) 若点 M 的坐标为 (1, -1)，

①当点 F 的坐标为 (1, 1) 时，如图，求点 P 的坐标；

②当点 F 为直线 l 上的动点时，记点 P (x, y)，求 y 关于 x 的函数解析式.

(II) 若点 M (1, m)，点 F (1, t)，其中 $t \neq 0$ ，过点 P 作 $PQ \perp l$ 于点 Q，当 $OQ=PQ$ 时，试用含 t 的式子表示 m.



【考点】一次函数综合题.

【分析】(I) ①利用待定系数法求得直线 OF 与 EA 的直线方程, 然后联立方程组 $\begin{cases} y=x \\ y=3x-6 \end{cases}$,

求得该方程组的解即为点 P 的坐标;

②由已知可设点 F 的坐标是 $(1, t)$. 求得直线 OF、EA 的解析式分别是 $y=tx$ 、直线 EA 的解析式为: $y=(2+t)x-2(2+t)$. 则 $tx=(2+t)x-2(2+t)$, 整理后即可得到 y 关于 x 的函数关系式 $y=x^2-2x$;

(II) 同 (I), 易求 $P(2-\frac{t}{\pi}, 2t-\frac{t^2}{\pi})$. 则由 $PQ \perp l$ 于点 Q, 得点 $Q(1, 2t-\frac{t^2}{\pi})$, 则 $OQ^2=1+t^2$

$(2-\frac{t}{\pi})^2$, $PQ^2=(1-\frac{t}{\pi})^2$, 所以 $1+t^2(2-\frac{t}{\pi})^2=(1-\frac{t}{\pi})^2$, 化简得到: $t(t-2m)(t^2-2mt-1)=0$, 通过解该方程可以求得 m 与 t 的关系式.

【解答】解: (I) ① $\because$ 点 O $(0, 0)$, F $(1, 1)$,

$\therefore$ 直线 OF 的解析式为 $y=x$.

设直线 EA 的解析式为: $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

$\because$ 点 E 和点 F 关于点 M $(1, -1)$ 对称,

$\therefore E(1, -3)$.

又 A $(2, 0)$, 点 E 在直线 EA 上,

$$\therefore \begin{cases} 0=2k+b \\ -3=k+b \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=3 \\ b=-6 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 EA 的解析式为: $y=3x-6$.

$\because$ 点 P 是直线 OF 与直线 EA 的交点, 则 $\begin{cases} y=x \\ y=3x-6 \end{cases}$,

$$\text{解得 } \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标是 $(3, 3)$.

②由已知可设点 F 的坐标是 (1, t).

∴ 直线 OF 的解析式为 $y=tx$.

设直线 EA 的解析式为 $y=cx+d$ (c 、 d 是常数, 且 $c \neq 0$).

由点 E 和点 F 关于点 M (1, -1) 对称, 得点 E (1, -2-t).

又点 A、E 在直线 EA 上,

$$\therefore \begin{cases} 0=2c+d \\ -2-t=c+d \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} c=2+t \\ d=-2(2+t) \end{cases},$$

∴ 直线 EA 的解析式为: $y=(2+t)x-2(2+t)$.

∵ 点 P 为直线 OF 与直线 EA 的交点,

$$\therefore tx=(2+t)x-2(2+t), \text{ 即 } t=x-2.$$

$$\text{则有 } y=tx=(x-2)x=x^2-2x;$$

(II) 由 (I) 可得, 直线 OF 的解析式为 $y=tx$.

直线 EA 的解析式为 $y=(t-2m)x-2(t-2m)$.

∵ 点 P 为直线 OF 与直线 EA 的交点,

$$\therefore tx=(t-2m)x-2(t-2m),$$

$$\text{化简, 得 } x=2-\frac{t}{m}.$$

$$\text{有 } y=tx=2t-\frac{t^2}{m}.$$

$$\therefore \text{点 P 的坐标为 } \left(2-\frac{t}{m}, 2t-\frac{t^2}{m}\right).$$

$$\therefore PQ \perp l \text{ 于点 Q, 得点 Q } \left(1, 2t-\frac{t^2}{m}\right),$$

$$\therefore OQ^2=1+t^2\left(2-\frac{t}{m}\right)^2, PQ^2=\left(1-\frac{t}{m}\right)^2,$$

$$\therefore OQ=PQ,$$

$$\therefore 1+t^2\left(2-\frac{t}{m}\right)^2=\left(1-\frac{t}{m}\right)^2,$$

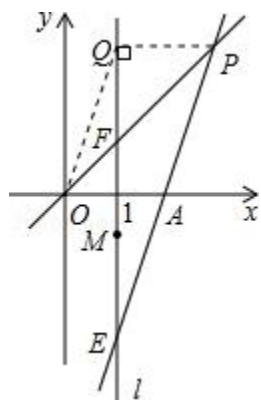
$$\text{化简, 得 } t(t-2m)(t^2-2mt-1)=0.$$

又 $t \neq 0$,

$$\therefore t-2m=0 \text{ 或 } t^2-2mt-1=0,$$

解得 $m = \frac{t}{2}$ 或 $m = \frac{t^2 - 1}{2t}$.

则 $m = \frac{t}{2}$ 或 $m = \frac{t^2 - 1}{2t}$ 即为所求.



【点评】 本题考查了一次函数的综合题型. 涉及到了待定系数法求一次函数解析式, 一次函数与直线的交点问题. 此题难度不大, 掌握好两直线间的交点的求法和待定系数法求一次函数解析式就能解答本题.