

2009 年天津市初中毕业生学业考试试卷

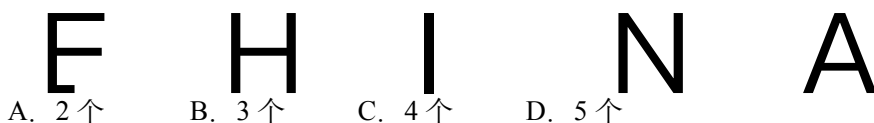
第 I 卷 (选择题 共 30 分)

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. $2\sin 30^\circ$ 的值等于 ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

2. 在艺术字中, 有些字母是中心对称图形, 下面的 5 个字母中, 是中心对称图形的有 ()



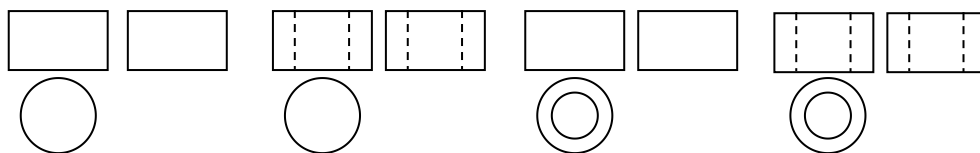
3. 若 x, y 为实数, 且 $|x+2| + \sqrt{y-2} = 0$, 则 $\left(\frac{x}{y}\right)^{2009}$ 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

4. 边长为 a 的正六边形的内切圆的半径为 ()

- A. $2a$ B. a C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ D. $\frac{1}{2}a$

5. 右上图是一根钢管的直观图, 则它的三视图为 ()



- A. B. C. D.

6. 为参加 2009 年“天津市初中毕业生升学体育考试”, 小刚同学进行了刻苦的练习, 在投掷实心球时, 测得 5 次投掷的成绩 (单位: m) 为: 8, 8.5, 9, 8.5, 9.2. 这组数据的众数、中位数依次是 ()

- A. 8.5, 8.5 B. 8.5, 9 C. 8.5, 8.75 D. 8.64, 9

7. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB = 2DE$, $AC = 2DF$, $\angle A = \angle D$, 如果 $\triangle ABC$ 的周长是 16, 面积是 12, 那么 $\triangle DEF$ 的周长、面积依次为 ()

- A. 8, 3 B. 8, 6 C. 4, 3 D. 4, 6

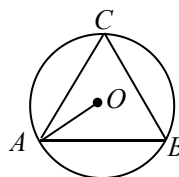
8. 在平面直角坐标系中, 已知线段 AB 的两个端点分别是 $A(-4, -1)$, $B(1, 1)$, 将线段

AB 平移后得到线段 $A'B'$, 若点 A' 的坐标为 $(-2, 2)$, 则点 B' 的坐标为 ()

- A. $(4, 3)$ B. $(3, 4)$ C. $(-1, -2)$ D. $(-2, -1)$

9. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$,

若 $\angle OAB = 28^\circ$, 则 $\angle C$ 的大小为 ()



第 (9) 题

- A. 28° B. 56° C. 60° D. 62°

10. 在平面直角坐标系中, 先将抛物线 $y = x^2 + x - 2$ 关于 x 轴作轴对称变换, 再将所得的抛物线关于 y 轴作轴对称变换, 那么经两次变换后所得的新抛物线的解析式为 ()

- A. $y = -x^2 - x + 2$ B. $y = -x^2 + x - 2$
C. $y = -x^2 + x + 2$ D. $y = x^2 + x + 2$

2009 年天津市初中毕业生学业考试试卷

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 请将答案直接填在题中横线上.

11. 化简: $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$ _____.

12. 若分式 $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 2x + 1}$ 的值为 0, 则 x 的值等于_____.

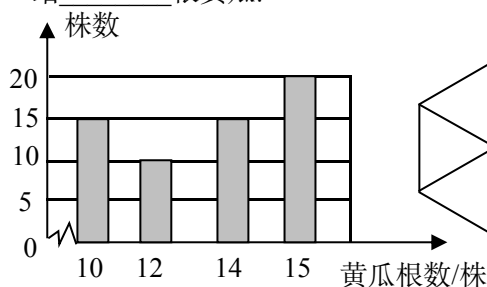
13. 我们把依次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫做中点四边形. 若一个四边形 $ABCD$ 的中点四边形是一个矩形, 则四边形 $ABCD$ 可以是_____.

14. 已知一次函数的图象过点 $(3, 5)$ 与 $(-4, -9)$, 则该函数的图象与 y 轴交点的坐标为_____.

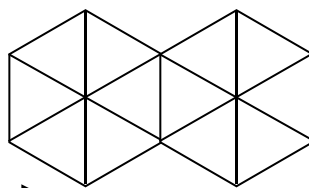
15. 某书每本定价 8 元, 若购书不超过 10 本, 按原价付款; 若一次购书 10 本以上, 超过 10 本部分打八折. 设一次购书数量为 x 本, 付款金额为 y 元, 请填写下表:

x (本)	2	7	10	22
y (元)	16			

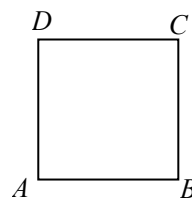
16. 为了解某新品种黄瓜的生长情况, 抽查了部分黄瓜株上长出的黄瓜根数, 得到下面的条形图, 观察该图, 可知共抽查了_____株黄瓜, 并可估计出这个新品种黄瓜平均每株结_____根黄瓜.



第 (16) 题



第 (17) 题



第 (18) 题

17. 如图, 是由 12 个边长相等的正三角形镶嵌而成的平面图形, 则图中的平行四边形共有_____个.

18. 如图, 有一个边长为 5 的正方形纸片 $ABCD$, 要将其剪拼成边长分别为 a , b 的两个小正方形, 使得 $a^2 + b^2 = 5^2$. ① a , b 的值可以是_____ (写出一组即可); ②请你设计一种具有一般性的裁剪方法, 在图中画出裁剪线, 并拼接成两个小正方形, 同时说明该裁剪方法具有一般性:

三、解答题：本大题共 8 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

19. (本小题 6 分)

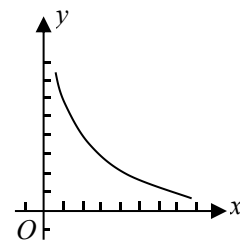
$$\text{解不等式组 } \begin{cases} 5x-1 > 2x+5, \\ x-4 < 3x+1. \end{cases}$$

20. (本小题 8 分)

已知图中的曲线是反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$ (m 为常数) 图象的一支.

(I) 这个反比例函数图象的另一支在第几象限? 常数 m 的取值范围是什么?

(II) 若该函数的图象与正比例函数 $y = 2x$ 的图象在第一象限内的交点为 A , 过 A 点作 x 轴的垂线, 垂足为 B , 当 $\triangle OAB$ 的面积为 4 时, 求点 A 的坐标及反比例函数的解析式.



21. (本小题 8 分)

有 3 个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 放在一个口袋中, 随机地摸出一个小球不放回, 再随机地摸出一个小球.

(I) 采用树形图法 (或列表法) 列出两次摸球出现的所有可能结果;

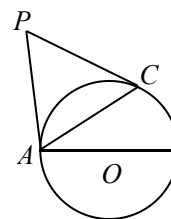
(II) 求摸出的两个球号码之和等于 5 的概率.

22. (本小题 8 分)

如图, 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, PA , PC 是 $\odot O$ 的切线, A , C 为切点, $\angle BAC = 30^\circ$

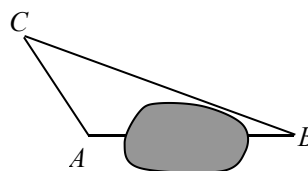
(I) 求 $\angle P$ 的大小;

(II) 若 $AB = 2$, 求 PA 的长 (结果保留根号).



23. (本小题 8 分)

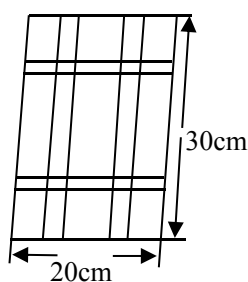
在一次课外实践活动中, 同学们要测量某公园人工湖两侧 A , B 两个凉亭之间的距离. 现测得 $AC = 30\text{ m}$, $BC = 70\text{ m}$, $\angle CAB = 120^\circ$, 请计算 A , B 两个凉亭之间的距离.



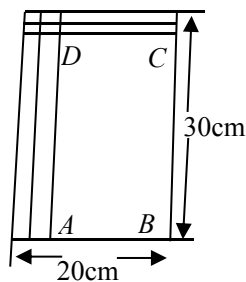
24. (本小题 8 分)

注意: 为了使同学们更好地解答本题, 我们提供了一种解题思路, 你可以依照这个思路填空, 并完成本题解答的全过程. 如果你选用其他的解题方案, 此时, 不必填空, 只需按照解答题的一般要求, 进行解答即可.

如图①, 要设计一幅宽 20 cm , 长 30 cm 的矩形图案, 其中有两横两竖的彩条, 横、竖彩条的宽度比为 $2:3$, 如果要使所有彩条所占面积为原矩形图案面积的三分之一, 应如何设计每个彩条的宽度?



图①



图②

分析: 由横、竖彩条的宽度比为 $2:3$, 可设每个横彩条的宽为 $2x$, 则每个竖彩条的宽为 $3x$. 为更好地寻找题目中的等量关系, 将横、竖彩条分别集中, 原问题转化为如图②的情况, 得到矩形 $ABCD$.

结合以上分析完成填空: 如图②, 用含 x 的代数式表示:

$AB =$ _____ cm ;

$AD =$ _____ cm ;

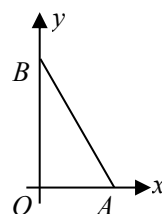
矩形 $ABCD$ 的面积为 _____ cm^2 ;

列出方程并完成本题解答.

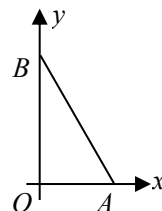
25. (本小题 10 分)

已知一个直角三角形纸片 OAB , 其中 $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = 2$, $OB = 4$. 如图, 将该纸片放置在平面直角坐标系中, 折叠该纸片, 折痕与边 OB 交于点 C , 与边 AB 交于点 D .

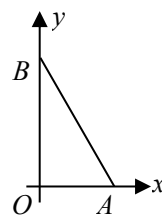
(I) 若折叠后使点 B 与点 A 重合, 求点 C 的坐标;



(II) 若折叠后点 B 落在边 OA 上的点为 B' , 设 $OB' = x$, $OC = y$, 试写出 y 关于 x 的函数解析式, 并确定 y 的取值范围;



(III) 若折叠后点 B 落在边 OA 上的点为 B' , 且使 $B'D \parallel OB$, 求此时点 C 的坐标.



26. (本小题 10 分)

已知函数 $y_1 = x$, $y_2 = x^2 + bx + c$, α , β 为方程 $y_1 - y_2 = 0$ 的两个根, 点 $M(1, T)$ 在

函数 y_2 的图象上.

(I) 若 $a = \frac{1}{3}$, $\beta = \frac{1}{2}$, 求函数 y_2 的解析式;

(II) 在 (I) 的条件下, 若函数 y_1 与 y_2 的图象的两个交点为 A, B , 当 $\triangle ABM$ 的面积为 $\frac{1}{12}$ 时, 求 t 的值;

(III) 若 $0 < a < \beta < 1$, 当 $0 < t < 1$ 时, 试确定 T, a, β 三者之间的大小关系, 并说明理由.

2009 参考答案及评分标准

评分说明:

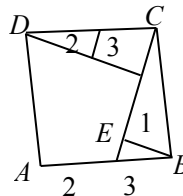
1. 各题均按参考答案及评分标准评分.
2. 若考生的非选择题答案与参考答案不完全相同但言之有理, 可酌情评分, 但不得超过该题所分配的分数.

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.

1. A 2. B 3. B 4. C 5. D
6. A 7. A 8. B 9. D 10. C

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

11. $\sqrt{2}$
12. 2
13. 正方形 (对角线互相垂直的四边形均可)
14. $(0, -1)$
15. 56, 80, 156.8
16. 60; 13
17. 21
18. ①3, 4 (提示: 答案不惟一);



- ②裁剪线及拼接方法如图所示: 图中的点 E 可以是以 BC 为直径的半圆上的任意一点 (点 B, C 除外). BE, CE 的长分别为两个小正方形的边长.

三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 66 分

19. 本小题满分 6 分

解:
$$\begin{cases} 5x-1 > 2x+5, & \text{①} \\ x-4 < 3x+1 & \text{②} \end{cases}$$

由①得 $x > 2$, 2 分

由②得, $x > -\frac{5}{2}$ 4 分

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $x > 2$ 6 分

20. 本小题满分 8 分.

解: (I) 这个反比例函数图象的另一支在第三象限. 1 分

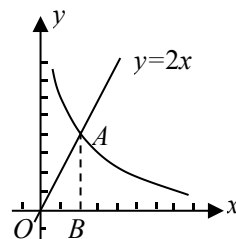
因为这个反比例函数的图象分布在第一、第三象限,

所以 $m-5 > 0$, 解得 $m > 5$ 3 分

(II) 如图, 由第一象限内的点 A 在正比例函数 $y = 2x$ 的图象上,

设点 A 的坐标为 $(x_0, 2x_0) (x_0 > 0)$, 则点 B 的坐标为 $(x_0, 0)$,

$\therefore S_{\triangle OAB} = 4, \therefore \frac{1}{2} x_0 \cdot 2x_0 = 4$, 解得 $x_0 = 2$ (负值舍去).



$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(2, 4)$ 6 分

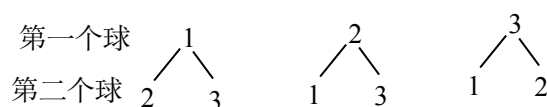
又 $\because$ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$ 的图象上,

$$\therefore 4 = \frac{m-5}{2}, \text{ 即 } m-5=8.$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{8}{x}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

21. 本小题满分 8 分.

解 (I) 法一: 根据题意, 可以画出如下的树形图:



从树形图可以看出, 摸出两球出现的所有可能结果共有 6 种;

法二: 根据题意, 可以列出下表:

第二个球	(1, 3)	(2, 3)	
3	(1, 2)		(3, 2)
2		(2, 1)	(3, 1)
1			
	1	2	3
	第一个球		

从上表中可以看出, 摸出两球出现的所有可能结果共有 6 种. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(II) 设两个球号码之和等于 5 为事件 A .

摸出的两个球号码之和等于 5 的结果有 2 种, 它们是: $(2,3), (3,2)$.

$$\therefore P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

22. 本小题满分 8 分.

解 (I) $\because PA$ 是 $\odot O$ 的切线, AB 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore PA \perp AB.$$

$$\therefore \angle BAP = 90^\circ.$$

$$\because \angle BAC = 30^\circ,$$

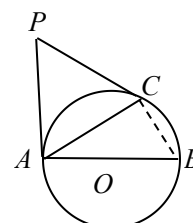
$$\therefore \angle CAP = 90^\circ - \angle BAC = 60^\circ. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

又 $\because PA$ 、 PC 切 $\odot O$ 于点 A 、 C .

$$\therefore PA = PC.$$

$\therefore \triangle PAC$ 为等边三角形.

$$\therefore \angle P = 60^\circ. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



(II) 如图, 连接 BC ,

则 $\angle ACB = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $AB = 2$, $\angle BAC = 30^\circ$,

$$\therefore AC = AB \cdot \cos \angle BAC = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}.$$

$\because \triangle PAC$ 为等边三角形,

$$\therefore PA = AC.$$

$\therefore PA = \sqrt{3}$ 8 分

23. 本小题满分 8 分

解: 如图, 过 C 点作 CD 垂直于 AB 交 BA 的延长线于点 D 1 分

在 $\text{Rt}\triangle CDA$ 中, $AC = 30$, $\angle CAD = 180^\circ - \angle CAB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 2 分

$\therefore CD = AC \cdot \sin \angle CAD = 30 \cdot \sin 60^\circ = 15\sqrt{3}$.

$AD = AC \cdot \cos \angle CAD = 30 \cdot \cos 60^\circ = 15$.

又在 $\text{Rt}\triangle CDB$ 中,

$\therefore BC = 70$, $BD^2 = BC^2 - CD^2$,

$\therefore BD = \sqrt{70^2 - (15\sqrt{3})^2} = 65$ 7 分

$\therefore AB = BD - AD = 65 - 15 = 50$,

答: A , B 两个凉亭之间的距离为 50m. 8 分

24. 本小题满分 8 分.

解 (I) $20 - 6x, 30 - 4x, 24x^2 - 260x + 600$; 3 分

(II) 根据题意, 得 $24x^2 - 260x + 600 = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times 20 \times 30$ 5 分

整理, 得 $6x^2 - 65x + 50 = 0$.

解方程, 得 $x_1 = \frac{5}{6}$, $x_2 = 10$ (不合题意, 舍去).

则 $2x = \frac{5}{3}, 3x = \frac{5}{2}$.

答: 每个横、竖彩条的宽度分别为 $\frac{5}{3}\text{cm}$, $\frac{5}{2}\text{cm}$ 8 分

25. 本小题满分 10 分.

解 (I) 如图①, 折叠后点 B 与点 A 重合, 则 $\triangle ACD \cong \triangle BCD$.

设点 C 的坐标为 $(0, m) (m > 0)$.

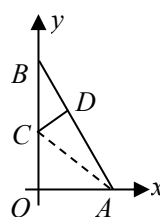
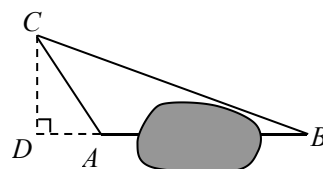
则 $BC = OB - OC = 4 - m$.

于是 $AC = BC = 4 - m$.

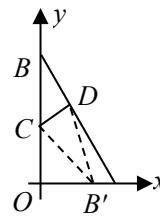
在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, 由勾股定理, 得 $AC^2 = OC^2 + OA^2$,

即 $(4 - m)^2 = m^2 + 2^2$, 解得 $m = \frac{3}{2}$.

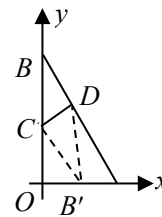
$\therefore$ 点 C 的坐标为 $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ 4 分



图①



图②



图③

(II) 如图②, 折叠后点 B 落在 OA 边上的点为 B' ,
则 $\triangle B'CD \cong \triangle BCD$.

由题设 $OB' = x$, $OC = y$,

则 $B'C = BC = OB - OC = 4 - y$,

在 $\text{Rt}\triangle B'OC$ 中, 由勾股定理, 得 $B'C^2 = OC^2 + OB'^2$.

$$\therefore (4-y)^2 = y^2 + x^2,$$

$$\text{即 } y = -\frac{1}{8}x^2 + 2 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

由点 B' 在边 OA 上, 有 $0 \leq x \leq 2$,

$\therefore$ 解析式 $y = -\frac{1}{8}x^2 + 2$ ($0 \leq x \leq 2$) 为所求.

$\therefore$ 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore y \text{ 的取值范围为 } \frac{3}{2} \leq y \leq 2 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

(III) 如图③, 折叠后点 B 落在 OA 边上的点为 B'' , 且 $B''D \parallel OB$.

则 $\angle OCB'' = \angle CB''D$.

又 $\because \angle CBD = \angle CB''D, \therefore \angle OCB'' = \angle CBD$, 有 $CB'' \parallel BA$.

$\therefore \text{Rt}\triangle COB'' \sim \text{Rt}\triangle BOA$.

$$\text{有 } \frac{OB''}{OA} = \frac{OC}{OB}, \text{ 得 } OC = 2OB'' \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle B''OC$ 中,

设 $OB'' = x_0$ ($x_0 > 0$), 则 $OC = 2x_0$.

$$\text{由 (II) 的结论, 得 } 2x_0 = -\frac{1}{8}x_0^2 + 2,$$

$$\text{解得 } x_0 = -8 \pm 4\sqrt{5}. \because x_0 > 0, \therefore x_0 = -8 + 4\sqrt{5}.$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (0, 8\sqrt{5} - 16) \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

26. 本小题满分 10 分.

$$\text{解 (I)} \because y_1 = x, y_2 = x^2 + bx + c, y_1 - y_2 = 0,$$

$$\therefore x^2 + (b-1)x + c = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

将 $a = \frac{1}{3}$, $\beta = \frac{1}{2}$ 分别代入 $x^2 + (b-1)x + c = 0$, 得

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + (b-1) \times \frac{1}{3} + c = 0, \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (b-1) \times \frac{1}{2} + c = 0,$$

解得 $b = \frac{1}{6}$, $c = \frac{1}{6}$.

∴ 函数 y_2 的解析式为 $y_2 = x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$ 3 分

(Ⅱ) 由已知, 得 $AB = \frac{\sqrt{2}}{6}$, 设 $\triangle ABM$ 的高为 h ,

$$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot h = \frac{\sqrt{2}}{12} h = \frac{1}{12^3}, \text{ 即 } \sqrt{2}h = \frac{1}{144}.$$

根据题意, $|t - T| = \sqrt{2}h$,

$$\text{由 } T = t^2 + \frac{1}{6}t + \frac{1}{6}, \text{ 得 } \left| -t^2 + \frac{5}{6}t - \frac{1}{6} \right| = \frac{1}{144}.$$

$$\text{当 } t^2 - \frac{5}{6}t + \frac{1}{6} = -\frac{1}{144} \text{ 时, 解得 } t_1 = t_2 = \frac{5}{12};$$

$$\text{当 } t^2 - \frac{5}{6}t + \frac{1}{6} = \frac{1}{144} \text{ 时, 解得 } t_3 = \frac{5 - \sqrt{2}}{12}, t_4 = \frac{5 + \sqrt{2}}{12}.$$

∴ t 的值为 $\frac{5}{12}, \frac{5 - \sqrt{2}}{12}, \frac{5 + \sqrt{2}}{12}$ 6 分

(Ⅲ) 由已知, 得

$$a = a^2 + ba + c, \quad \beta = \beta^2 + b\beta + c, \quad T = t^2 + bt + c.$$

$$\therefore T - a = (t - a)(t + a + b),$$

$$T - \beta = (t - \beta)(t + \beta + b),$$

$$a - \beta = (a^2 + ba + c) - (\beta^2 + b\beta + c), \text{ 化简得 } (a - \beta)(a + \beta + b - 1) = 0.$$

$$\because 0 < a < \beta < 1, \text{ 得 } a - \beta \neq 0, \quad \therefore a + \beta + b - 1 = 0.$$

$$\text{有 } a + b = 1 - \beta > 0, \quad \beta + b = 1 - a > 0.$$

$$\text{又 } 0 < t < 1, \therefore t + a + b > 0, \quad t + \beta + b > 0,$$

∴ 当 $0 < t \leq a$ 时, $T \leq a \leq \beta$;

当 $a < t \leq \beta$ 时, $a < T \leq \beta$;

当 $\beta < t < 1$ 时, $a < \beta < T$ 10 分