

2008 年天津市初中毕业生学业考试试卷

数 学

第 I 卷 (选择题 共 30 分)

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\cos 60^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

2. 对称现象无处不在，请你观察下面的四个图形，它们体现了中华民族的传统文化，



其中，可以看作是轴对称图形的有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3. 边长为 a 的正六边形的面积等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ B. a^2 C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ D. $3\sqrt{3}a^2$

4. 纳米是非常小的长度单位，已知 1 纳米 = 10^{-6} 毫米，某种病毒的直径为 100 纳米，若将这种病毒排成 1 毫米长，则病毒的个数是 ()

- A. 10^2 个 B. 10^4 个 C. 10^6 个 D. 10^8 个

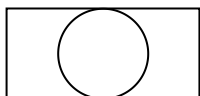
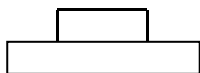
5. 把抛物线 $y = 2x^2$ 向上平移 5 个单位，所得抛物线的解析式为 ()

- A. $y = 2x^2 + 5$ B. $y = 2x^2 - 5$ C. $y = 2(x+5)^2$ D. $y = 2(x-5)^2$

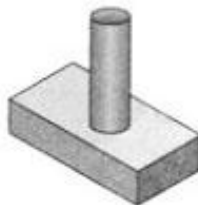
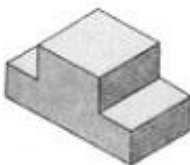
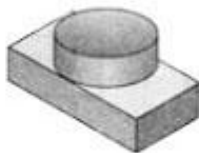
6. 掷两枚质地均匀的硬币，则两枚硬币全部正面朝上的概率等于 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 0

7. 下面的三视图所对应的物体是 ()



8.



- A. $1 < m < 2$ B. $2 < m < 3$ C. $3 < m < 4$ D. $4 < m < 5$

9. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(0, 2)$, $B(-2\sqrt{3}, 0)$, $C(0, -2)$, $D(2\sqrt{3}, 0)$, 则以这四个点为顶点的四边形 $ABCD$ 是 ()

- A. 矩形 B. 菱形 C. 正方形 D. 梯形

10. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-4, 0)$, $B(2, 0)$, 若点 C 在一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 的图象上, 且 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 则满足条件的点 C 有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2008 年天津市初中毕业生学业考试试卷

数 学

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 请将答案直接填在题中横线上.

11. 不等式组 $\begin{cases} 3x+2 > 2(x-1), \\ x+8 > 4x-1 \end{cases}$ 的解集为_____.

12. 若 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$, 则 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ 的值为_____.

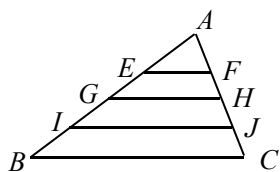
13. 已知抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$, 若点 $P(-2, 5)$ 与点 Q 关于该抛物线的对称轴对称, 则点 Q 的坐标是_____.

14. 如图, 是北京奥运会、残奥会赛会志愿者申请人来源的统计数据, 请你计算: 志愿者申请人的总数为_____万; 其中“京外省区市”志愿者申请人数在总人数中所占的百分比约为_____%(精确到 0.1%), 它所对应的扇形的圆心角约为_____度(精确到度).

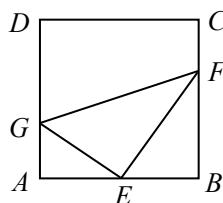


第 (14) 题

15. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $EF \parallel GH \parallel IJ \parallel BC$, 则图中相似三角形共有_____对.



第 (15) 题



第 (16) 题

16. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为 AB 边的中点, G, F 分别为 AD, BC 边上的点, 若 $AG = 1$,

$BF = 2$, $\angle GEF = 90^\circ$, 则 GF 的长为_____.

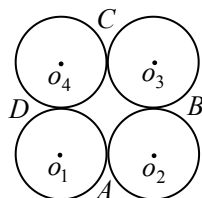
17. 已知关于 x 的函数同时满足下列三个条件:

- ①函数的图象不经过第二象限;
- ②当 $x < 2$ 时, 对应的函数值 $y < 0$;
- ③当 $x < 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大.

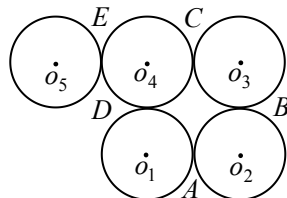
你认为符合要求的函数的解析式可以是: _____ (写出一个即可).

18. 如图①, O_1, O_2, O_3, O_4 为四个等圆的圆心, A, B, C, D 为切点, 请你在图中画出一条直线, 将这四个圆分成面积相等的两部分, 并说明这条直线经过的两个点是_____;

如图②, O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 为五个等圆的圆心, A, B, C, D, E 为切点, 请你在图中画出一条直线, 将这五个圆分成面积相等的两部分, 并说明这条直线经过的两个点是_____.



第 (18) 题图①



第 (18) 题图②

三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19. (本小题 6 分)

解二元一次方程组
$$\begin{cases} 3x + 5y = 8, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$$

20. (本小题 8 分)

已知点 $P(2, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上,

(I) 当 $x = -3$ 时, 求 y 的值;

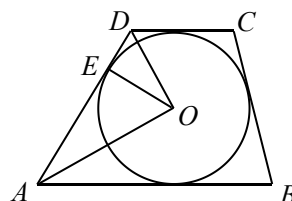
(II) 当 $1 < x < 3$ 时, 求 y 的取值范围.

21. (本小题 8 分)

如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\odot O$ 为内切圆, E 为切点,

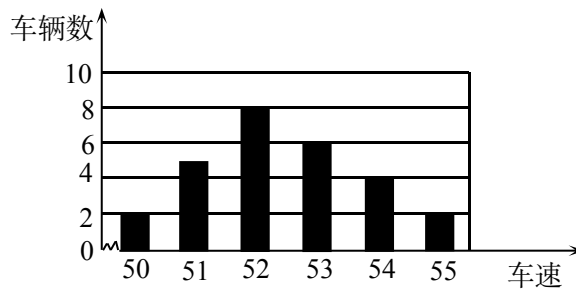
(I) 求 $\angle AOD$ 的度数;

(II) 若 $AO = 8$ cm, $DO = 6$ cm, 求 OE 的长



22. (本小题 8 分)

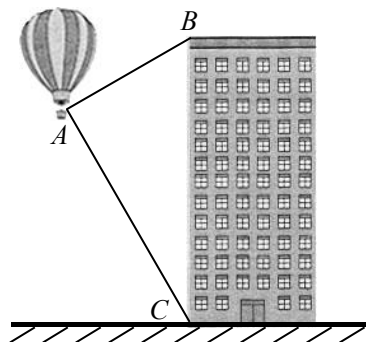
下图是交警在一个路口统计的某个时段来往车辆的车速情况 (单位: 千米/时).



请分别计算这些车辆行驶速度的平均数、中位数和众数 (结果精确到 0.1).

23. (本小题 8 分)

热气球的探测器显示, 从热气球看一栋高楼顶部的仰角为 30° , 看这栋高楼底部的俯角为 60° , 热气球与高楼的水平距离为 66 m, 这栋高楼有多高? (结果精确到 0.1 m, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$)



24. (本小题 8 分) **注意:** 为了使同学们更好地解答本题, 我们提供了一种解题思路, 你可以依照这个思路, 填写表格, 并完成本题解答的全过程. 如果你选用其他的解题方案, 此时, 不必填写表格, 只需按照解答题的一般要求, 进行解答即可.

天津市奥林匹克中心体育场——“水滴”位于天津市西南部的奥林匹克中心内, 某校九年级学生由距“水滴”10 千米的学校出发前往参观, 一部分同学骑自行车先走, 过了 20 分钟后, 其余同学乘汽车出发, 结果他们同时到达. 已知汽车的速度是骑车同学速度的 2 倍, 求骑车同学的速度.

(I) 设骑车同学的速度为 x 千米/时, 利用速度、时间、路程之间的关系填写下表.
(要求: 填上适当的代数式, 完成表格)

	速度 (千米 / 时)	所用时间 (时)	所走的路程 (千米)
骑自行车	x		10
乘汽车			10

(II) 列出方程 (组), 并求出问题的解.

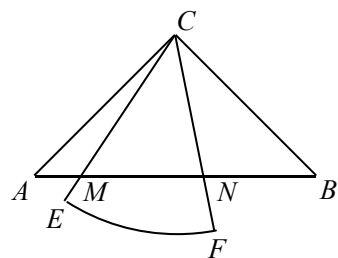
25. (本小题 10 分)

已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CB$, 有一个圆心角为 45° , 半径的长等于 CA 的扇形 CEF 绕点 C 旋转, 且直线 CE , CF 分别与直线 AB 交于点 M , N .

(I) 当扇形 CEF 绕点 C 在 $\angle ACB$ 的内部旋转时, 如图①, 求证: $MN^2 = AM^2 + BN^2$;

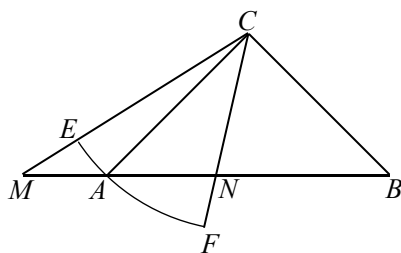
思路点拨: 考虑 $MN^2 = AM^2 + BN^2$ 符合勾股定理的形式, 需转化为在直角三角形中解决. 可将 $\triangle ACM$ 沿直线 CE 对折, 得 $\triangle DCM$, 连 DN , 只需证 $DN = BN$, $\angle MDN = 90^\circ$ 就可以了.

请你完成证明过程:



图①

(II) 当扇形 CEF 绕点 C 旋转至图②的位置时, 关系式 $MN^2 = AM^2 + BN^2$ 是否仍然成立? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由.



图②

26. (本小题 10 分)

已知抛物线 $y = 3ax^2 + 2bx + c$,

(I) 若 $a = b = 1$, $c = -1$, 求该抛物线与 x 轴公共点的坐标;

(II) 若 $a = b = 1$, 且当 $-1 < x < 1$ 时, 抛物线与 x 轴有且只有一个公共点, 求 c 的取值范围;

(III) 若 $a + b + c = 0$, 且 $x_1 = 0$ 时, 对应的 $y_1 > 0$; $x_2 = 1$ 时, 对应的 $y_2 > 0$, 试判断当 $0 < x < 1$ 时, 抛物线与 x 轴是否有公共点? 若有, 请证明你的结论; 若没有, 阐述理由.

2008 年天津市初中毕业生学业考试

数学参考答案及评分标准

评分说明:

1. 各题均按参考答案及评分标准评分.
2. 若考生的非选择题答案与参考答案不完全相同但言之有理, 可酌情评分, 但不得超过该题所分配的分数.

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.

1. A 2. D 3. C 4. B 5. A 6. C 7. A 8. B 9. B 10. D

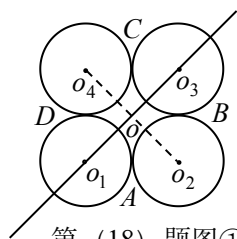
二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

11. $-4 < x < 3$ 12. 5 13. (4, 5) 14. 112.6; 25.9, 93°

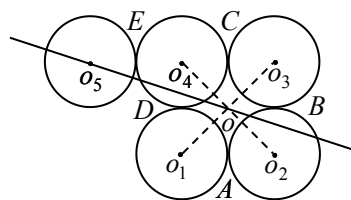
15. 6 16. 3 17. $y = x - 2$ (提示: 答案不惟一, 如 $y = -x^2 + 5x - 6$ 等)

18. O_1, O_3 , 如图① (提示: 答案不惟一, 过 O_1O_3 与 O_2O_4 交点 O 的任意直线都能将四个圆分成面积相等的两部分);

O_5, O , 如图② (提示: 答案不惟一, 如 AO_4, DO_3, EO_2, CO_1 等均可).



第 (18) 题图①



第 (18) 题图②

三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 66 分.

19. 本小题满分 6 分.

解 $\therefore \begin{cases} 3x + 5y = 8, & \text{①} \\ 2x - y = 1. & \text{②} \end{cases}$

由②得 $y = 2x - 1$, ③ 2 分

将③代入①, 得 $3x + 5(2x - 1) = 8$. 解得 $x = 1$. 代入③, 得 $y = 1$.

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$ 6 分

20. 本小题满分 8 分.

解 (I) $\because$ 点 $P(2, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$\therefore 2 = \frac{k}{2}$, 即 $k = 4$ 2 分

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{4}{x}$.

$\therefore$ 当 $x = -3$ 时, $y = -\frac{4}{3}$ 4 分

(II) $\because$ 当 $x = 1$ 时, $y = 4$; 当 $x = 3$ 时, $y = \frac{4}{3}$, 6 分

又反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 在 $x > 0$ 时 y 值随 x 值的增大而减小, 7 分

$\therefore$ 当 $1 < x < 3$ 时, y 的取值范围为 $\frac{4}{3} < y < 4$ 8 分

21. 本小题满分 8 分.

解 (I) $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$ 1 分

$\because \odot O$ 内切于梯形 $ABCD$,

$\therefore AO$ 平分 $\angle BAD$, 有 $\angle DAO = \frac{1}{2} \angle BAD$,

DO 平分 $\angle ADC$, 有 $\angle ADO = \frac{1}{2} \angle ADC$.

$\therefore \angle DAO + \angle ADO = \frac{1}{2}(\angle BAD + \angle ADC) = 90^\circ$.

$\therefore \angle AOD = 180^\circ - (\angle DAO + \angle ADO) = 90^\circ$ 4 分

(II) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $AO = 8 \text{ cm}$, $DO = 6 \text{ cm}$,

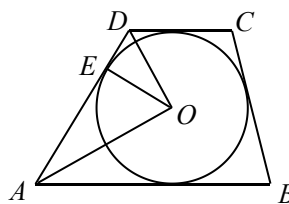
$\therefore$ 由勾股定理, 得 $AD = \sqrt{AO^2 + DO^2} = 10 \text{ cm}$ 5 分

$\because E$ 为切点, $\therefore OE \perp AD$. 有 $\angle AEO = 90^\circ$ 6 分

$\therefore \angle AEO = \angle AOD$.

又 $\angle OAD$ 为公共角, $\therefore \triangle AEO \sim \triangle AOD$ 7 分

$\therefore \frac{OE}{OD} = \frac{AO}{AD}$, $\therefore OE = \frac{AO \cdot OD}{AD} = 4.8 \text{ cm}$ 8 分



22. 本小题满分 8 分.

解 观察直方图, 可得

车速为 50 千米/时的有 2 辆, 车速为 51 千米/时的有 5 辆,

车速为 52 千米/时的有 8 辆, 车速为 53 千米/时的有 6 辆,

车速为 54 千米/时的有 4 辆, 车速为 55 千米/时的有 2 辆,

车辆总数为 27, 2 分

∴ 这些车辆行驶速度的平均数为

$$\frac{1}{27}(50 \times 2 + 51 \times 5 + 52 \times 8 + 53 \times 6 + 54 \times 4 + 55 \times 2) \approx 52.4. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

∴ 将这 27 个数据按从小到大的顺序排列，其中第 14 个数是 52，

∴ 这些车辆行驶速度的中位数是 52. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

∴ 在这 27 个数据中，52 出现了 8 次，出现的次数最多，

∴ 这些车辆行驶速度的众数是 52. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

23. 本小题满分 8 分.

解 如图，过点 A 作 $AD \perp BC$ ，垂足为 D，

根据题意，可得 $\angle BAD = 30^\circ$ ， $\angle CAD = 60^\circ$ ， $AD = 66$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中，由 $\tan \angle BAD = \frac{BD}{AD}$ ，

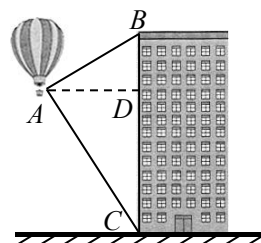
$$\text{得 } BD = AD \cdot \tan \angle BAD = 66 \times \tan 30^\circ = 66 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 22\sqrt{3}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，由 $\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD}$ ，

$$\text{得 } CD = AD \cdot \tan \angle CAD = 66 \times \tan 60^\circ = 66 \times \sqrt{3} = 66\sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = BD + CD = 22\sqrt{3} + 66\sqrt{3} = 88\sqrt{3} \approx 152.2.$$

答：这栋楼高约为 152.2 m. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$



24. 本小题满分 8 分.

解 (I)

	速度 (千米 / 时)	所用时间 (时)	所走的路程 (千米)
骑自行车	x	$\frac{10}{x}$	10
乘汽车	$2x$	$\frac{10}{2x}$	10

$\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(II) 根据题意，列方程得 $\frac{10}{x} = \frac{10}{2x} + \frac{1}{3}$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

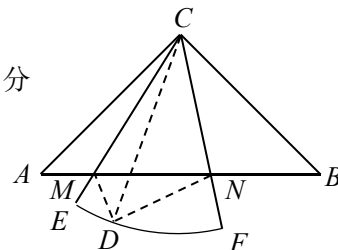
解这个方程，得 $x = 15$. $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

经检验， $x = 15$ 是原方程的根. 所以， $x = 15$.

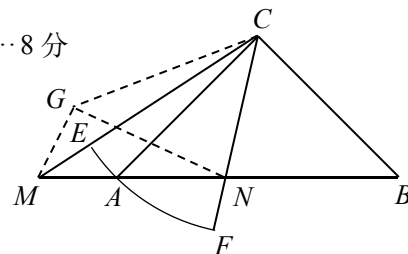
答：骑车同学的速度为每小时 15 千米. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

25. 本小题满分 10 分.

(I) 证明 将 $\triangle ACM$ 沿直线 CE 对折, 得 $\triangle DCM$, 连 DN ,
 则 $\triangle DCM \cong \triangle ACM$ 1 分
 有 $CD = CA$, $DM = AM$, $\angle DCM = \angle ACM$, $\angle CDM = \angle A$.
 又由 $CA = CB$, 得 $CD = CB$ 2 分
 由 $\angle DCN = \angle ECF - \angle DCM = 45^\circ - \angle DCM$,
 $\angle BCN = \angle ACB - \angle ECF - \angle ACM$
 $= 90^\circ - 45^\circ - \angle ACM = 45^\circ - \angle ACM$,
 得 $\angle DCN = \angle BCN$ 3 分
 又 $CN = CN$,
 $\therefore \triangle CDN \cong \triangle CBN$ 4 分
 有 $DN = BN$, $\angle CDN = \angle B$.
 $\therefore \angle MDN = \angle CDM + \angle CDN = \angle A + \angle B = 90^\circ$ 5 分
 $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle MDN$ 中, 由勾股定理,
 得 $MN^2 = DM^2 + DN^2$. 即 $MN^2 = AM^2 + BN^2$ 6 分



(II) 关系式 $MN^2 = AM^2 + BN^2$ 仍然成立. 7 分
 证明 将 $\triangle ACM$ 沿直线 CE 对折, 得 $\triangle GCM$, 连 GN ,
 则 $\triangle GCM \cong \triangle ACM$ 8 分
 有 $CG = CA$, $GM = AM$,
 $\angle GCM = \angle ACM$, $\angle CGM = \angle CAM$.
 又由 $CA = CB$, 得 $CG = CB$.
 由 $\angle GCN = \angle GCM + \angle ECF = \angle GCM + 45^\circ$,
 $\angle BCN = \angle ACB - \angle ACN = 90^\circ - (\angle ECF - \angle ACM) = 45^\circ + \angle ACM$.
 得 $\angle GCN = \angle BCN$ 9 分
 又 $CN = CN$, $\therefore \triangle CGN \cong \triangle CBN$.
 有 $GN = BN$, $\angle CGN = \angle B = 45^\circ$, $\angle CGM = \angle CAM = 180^\circ - \angle CAB = 135^\circ$,
 $\therefore \angle MGN = \angle CGM - \angle CGN = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$.
 $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle MGN$ 中, 由勾股定理,
 得 $MN^2 = GM^2 + GN^2$. 即 $MN^2 = AM^2 + BN^2$ 10 分



26. 本小题满分 10 分.

解 (I) 当 $a = b = 1$, $c = -1$ 时, 抛物线为 $y = 3x^2 + 2x - 1$,

方程 $3x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两个根为 $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{1}{3}$.

$\therefore$ 该抛物线与 x 轴公共点的坐标是 $(-1, 0)$ 和 $(\frac{1}{3}, 0)$ 2 分

(II) 当 $a = b = 1$ 时, 抛物线为 $y = 3x^2 + 2x + c$, 且与 x 轴有公共点.

对于方程 $3x^2 + 2x + c = 0$, 判别式 $\Delta = 4 - 12c \geq 0$, 有 $c \leq \frac{1}{3}$ 3 分

① 当 $c = \frac{1}{3}$ 时, 由方程 $3x^2 + 2x + \frac{1}{3} = 0$, 解得 $x_1 = x_2 = -\frac{1}{3}$.

此时抛物线为 $y = 3x^2 + 2x + \frac{1}{3}$ 与 x 轴只有一个公共点 $(-\frac{1}{3}, 0)$ 4 分

② 当 $c < \frac{1}{3}$ 时,

$x_1 = -1$ 时, $y_1 = 3 - 2 + c = 1 + c$, $x_2 = 1$ 时, $y_2 = 3 + 2 + c = 5 + c$.

由已知 $-1 < x < 1$ 时, 该抛物线与 x 轴有且只有一个公共点, 考虑其对称轴为 $x = -\frac{1}{3}$,

应有 $\begin{cases} y_1 \leq 0, \\ y_2 > 0. \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 1 + c \leq 0, \\ 5 + c > 0. \end{cases}$ 解得 $-5 < c \leq -1$.

综上, $c = \frac{1}{3}$ 或 $-5 < c \leq -1$.

(III) 对于二次函数 $y = 3ax^2 + 2bx + c$,

由已知 $x_1 = 0$ 时, $y_1 = c > 0$; $x_2 = 1$ 时, $y_2 = 3a + 2b + c > 0$,

又 $a + b + c = 0$, $\therefore 3a + 2b + c = (a + b + c) + 2a + b = 2a + b$.

于是 $2a + b > 0$. 而 $b = -a - c$, $\therefore 2a - a - c > 0$, 即 $a - c > 0$. $\therefore a > c > 0$.

$\therefore$ 关于 x 的一元二次方程 $3ax^2 + 2bx + c = 0$ 的判别式

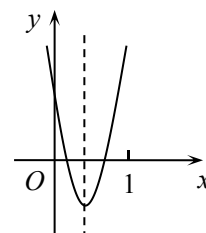
$$\Delta = 4b^2 - 12ac = 4(a + c)^2 - 12ac = 4[(a - c)^2 + ac] > 0,$$

$\therefore$ 抛物线 $y = 3ax^2 + 2bx + c$ 与 x 轴有两个公共点, 顶点在 x 轴下方. 8 分

又该抛物线的对称轴 $x = -\frac{b}{3a}$, 由 $a + b + c = 0$, $c > 0$, $2a + b > 0$,

得 $-2a < b < -a$, $\therefore \frac{1}{3} < -\frac{b}{3a} < \frac{2}{3}$.

又由已知 $x_1 = 0$ 时, $y_1 > 0$; $x_2 = 1$ 时, $y_2 > 0$, 观察图象,



可知在 $0 < x < 1$ 范围内, 该抛物线与 x 轴有两个公共点. 10 分