

2016 年吉林省长春市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

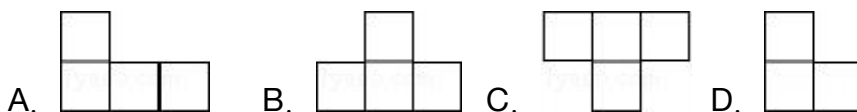
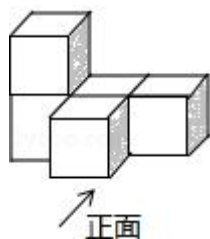
1. (3 分) -5 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

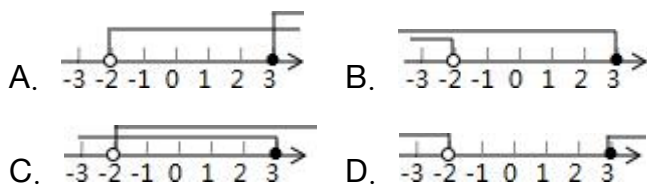
2. (3 分) 吉林省在践行社会主义核心价值观活动中，共评选出各级各类“吉林好人”45000 多名，45000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 45×10^3 B. 4.5×10^4 C. 4.5×10^5 D. 0.45×10^3

3. (3 分) 如图是由 5 个相同的小正方体组成的立体图形，这个立体图形的俯视图是 ()



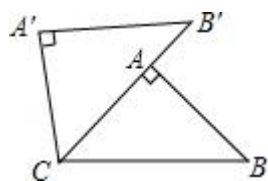
4. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 2x-6 \leq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



5. (3 分) 把多项式 $x^2 - 6x + 9$ 分解因式，结果正确的是 ()

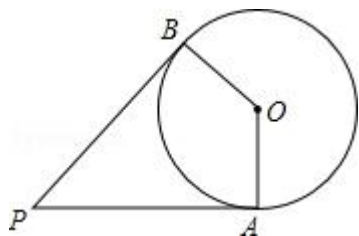
- A. $(x-3)^2$ B. $(x-9)^2$ C. $(x+3)(x-3)$ D. $(x+9)(x-9)$

6. (3 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 48° 得到 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ ，点 A 在边 $B'C$ 上，则 $\angle B'$ 的大小为 ()



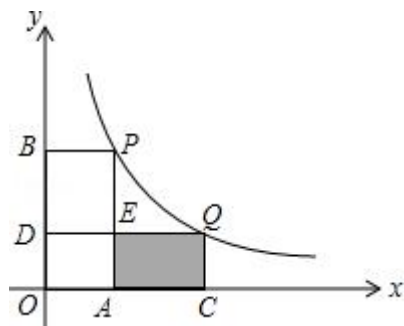
A. 42° B. 48° C. 52° D. 58°

7. (3分) 如图, PA、PB 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别为 A、B, 若 $OA=2$, $\angle P=60^\circ$, 则 $\widehat{AB}$ 的长为 ()



A. $\frac{2}{3}\pi$ B. π C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{5}{3}\pi$

8. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 P (1, 4)、Q (m, n) 在函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上, 当 $m>1$ 时, 过点 P 分别作 x 轴、y 轴的垂线, 垂足为点 A, B; 过点 Q 分别作 x 轴、y 轴的垂线, 垂足为点 C、D. QD 交 PA 于点 E, 随着 m 的增大, 四边形 ACQE 的面积 ()



A. 减小 B. 增大 C. 先减小后增大 D. 先增大后减小

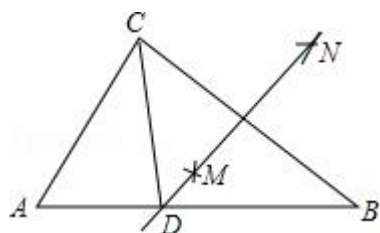
二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

9. (3分) 计算 $(ab)^3=$ _____.

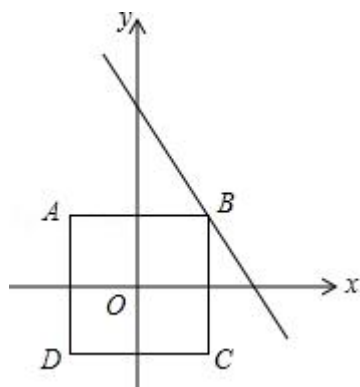
10. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值是_____.

11. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB>AC$, 按以下步骤作图: 分别以点 B 和点 C 为圆心, 大于 BC 一半的长为半径作圆弧, 两弧相交于点 M 和点 N, 作直线

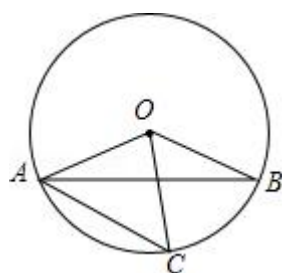
MN 交 AB 于点 D；连结 CD. 若 $AB=6$, $AC=4$, 则 $\triangle ACD$ 的周长为_____.



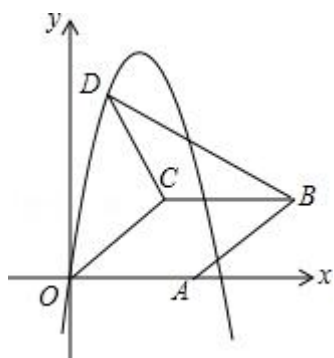
12. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 ABCD 的对称中心与原点重合, 顶点 A 的坐标为 $(-1, 1)$, 顶点 B 在第一象限, 若点 B 在直线 $y=kx+3$ 上, 则 k 的值为_____.



13. (3 分) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是弦, C 是 $\widehat{AB}$ 上一点. 若 $\angle OAB=25^\circ$, $\angle OCA=40^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的大小为_____度.



14. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 OABC 的顶点 A 在 x 轴正半轴上, 顶点 C 的坐标为 $(4, 3)$, D 是抛物线 $y=-x^2+6x$ 上一点, 且在 x 轴上方, 则 $\triangle BCD$ 面积的最大值为_____.



三、解答题：本大题共 10 小题，共 78 分

15. (6 分) 先化简，再求值： $(a+2)(a-2) + a(4-a)$ ，其中 $a = \frac{1}{4}$.

16. (6 分) 一个不透明的口袋中有三个小球，上面分别标有数字 0, 1, 2，每个小球除数字不同外其余均相同，小华先从口袋中随机摸出一个小球，记下数字后放回并搅匀；再从口袋中随机摸出一个小球记下数字、用画树状图（或列表）的方法，求小华两次摸出的小球上的数字之和是 3 的概率.

17. (6 分) A、B 两种型号的机器加工同一种零件，已知 A 型机器比 B 型机器每小时多加工 20 个零件，A 型机器加工 400 个零件所用时间与 B 型机器加工 300 个零件所用时间相同，求 A 型机器每小时加工零件的个数.

18. (6 分) 某中学为了解该校学生一年的课外阅读量，随机抽取了 n 名学生进行调查，并将调查结果绘制成如下条形统计图，根据统计图提供的信息解答下列

问题:

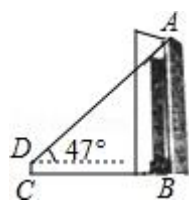
(1) 求 n 的值;

(2) 根据统计结果, 估计该校 1100 名学生中一年的课外阅读量超过 10 本的人数.



19. (7 分) 如图, 为了解测量长春解放纪念碑的高度 AB , 在与纪念碑底部 B 相距 27 米的 C 处, 用高 1.5 米的测角仪 DC 测得纪念碑顶端 A 的仰角为 47° , 求纪念碑的高度 (结果精确到 0.1 米)

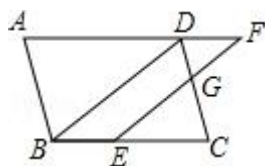
【参考数据: $\sin 47^\circ = 0.731$, $\cos 47^\circ = 0.682$, $\tan 47^\circ = 1.072$ 】



20. (7 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在边 AD 的延长线上, 且 $DF = BE$, EF 与 CD 交于点 G .

(1) 求证: $BD \parallel EF$;

(2) 若 $\frac{DG}{GC} = \frac{2}{3}$, $BE=4$, 求 EC 的长.

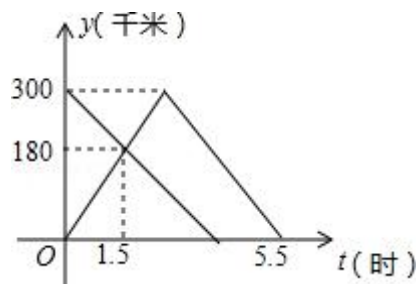


21. (9分) 甲、乙两车分别从 A、B 两地同时出发, 甲车匀速前往 B 地, 到达 B 地立即以另一速度按原路匀速返回到 A 地; 乙车匀速前往 A 地, 设甲、乙两车距 A 地的路程为 y (千米), 甲车行驶的时间为 x (时), y 与 x 之间的函数图象如图所示

(1) 求甲车从 A 地到达 B 地的行驶时间;

(2) 求甲车返回时 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

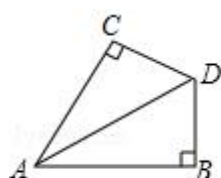
(3) 求乙车到达 A 地时甲车距 A 地的路程.



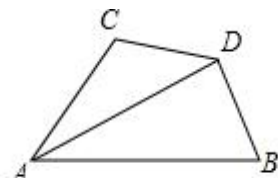
22. (9 分) 感知: 如图 1, AD 平分 $\angle BAC$. $\angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, 易知:
 $DB = DC$.

探究: 如图 2, AD 平分 $\angle BAC$, $\angle ABD + \angle ACD = 180^\circ$, $\angle ABD < 90^\circ$, 求证:
 $DB = DC$.

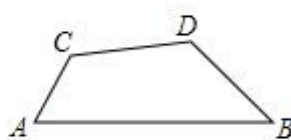
应用: 如图 3, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 135^\circ$, $DB = DC = a$, 则 $AB - AC =$ ____ (用含 a 的代数式表示)



图①



图②



图③

23. (10 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AB = 8$, $\angle BAD = 60^\circ$, 点 E 从点 A 出发, 沿 AB 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 B 运动, 当点 E 不与点 A 重合时, 过点 E 作 $EF \perp AD$ 于点 F , 作 $EG \parallel AD$ 交 AC 于点 G , 过点 G 作 $GH \perp AD$ 交 AD (或 AD 的延长线) 于点 H , 得到矩形 $EFHG$, 设点 E 运动的时间为 t 秒

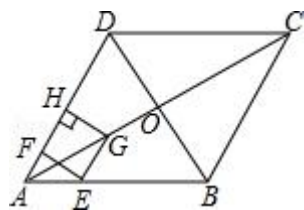
(1) 求线段 EF 的长 (用含 t 的代数式表示);

(2) 求点 H 与点 D 重合时 t 的值；

(3) 设矩形 EFHG 与菱形 ABCD 重叠部分图形的面积与 S 平方单位，求 S 与 t 之间的函数关系式；

(4) 矩形 EFHG 的对角线 EH 与 FG 相交于点 O'，当 $OO' \parallel AD$ 时，t 的值为_____；

当 $OO' \perp AD$ 时，t 的值为_____.



24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，有抛物线 $y=a(x-h)^2$. 抛物线 $y=a(x-3)^2+4$ 经过原点，与 x 轴正半轴交于点 A，与其对称轴交于点 B，P 是抛物线 $y=a(x-3)^2+4$ 上一点，且在 x 轴上方，过点 P 作 x 轴的垂线交抛物线 $y=a(x-h)^2$ 于点 Q，过点 Q 作 PQ 的垂线交抛物线 $y=a(x-h)^2$ 于点 Q' (不与

点 Q 重合), 连结 PQ' , 设点 P 的横坐标为 m .

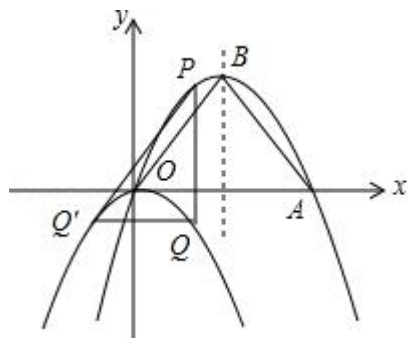
(1) 求 a 的值;

(2) 当抛物线 $y=a(x-h)^2$ 经过原点时, 设 $\triangle PQQ'$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分图形的周长为 l .

①求 $\frac{PQ}{QQ'}$ 的值;

②求 l 与 m 之间的函数关系式;

(3) 当 h 为何值时, 存在点 P, 使以点 O, A, Q, Q' 为顶点的四边形是轴对称图形? 直接写出 h 的值.



2016 年吉林省长春市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (3 分) (2016•长春) -5 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得答案.

【解答】解： -5 的相反数是 5 .

故选：D.

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2016•长春) 吉林省在践行社会主义核心价值观活动中，共评选出各级各类“吉林好人”45000 多名，45000 这个数用科学记数法表示为 ()

A. 45×10^3 B. 4.5×10^4 C. 4.5×10^5 D. 0.45×10^3

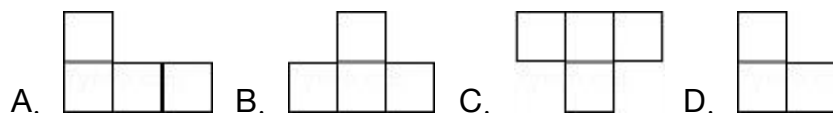
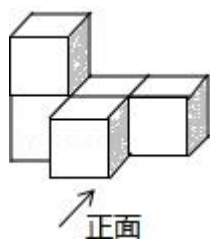
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解：45000 这个数用科学记数法表示为 4.5×10^4 ,

故选：B.

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3分) (2016•长春) 如图是由5个相同的小正方体组成的立体图形，这个立体图形的俯视图是 ()

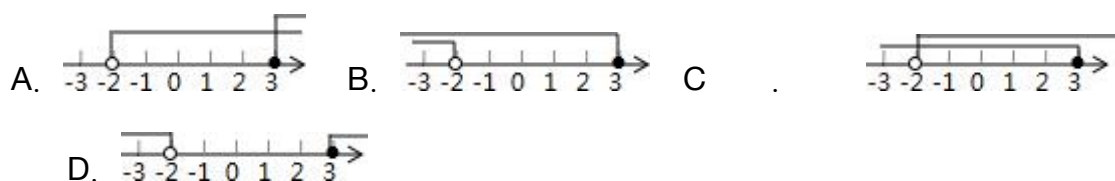


【分析】从上面看到的平面图形即为该组合体的俯视图，据此求解.

【解答】解：从上面看共有2行，上面一行有3个正方形，第二行中间有一个正方形，
故选 C.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图的知识，解题的关键是了解俯视图的定义，属于基础题，难度不大.

4. (3分) (2016•长春) 不等式组 $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 2x-6 \leq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

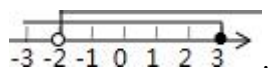


【分析】分别求出各不等式的解集，再在数轴上表示出来即可.

【解答】解： $\begin{cases} x+2 > 0 \text{ ①} \\ 2x-6 \leq 0 \text{ ②} \end{cases}$ ，由①得， $x > -2$ ，由②得， $x \leq 3$ ，

故不等式组的解集为： $-2 < x \leq 3$.

在数轴上表示为：



故选 C.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小

小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

5. (3 分) (2016•长春) 把多项式 $x^2 - 6x + 9$ 分解因式, 结果正确的是 ()

A. $(x - 3)^2$ B. $(x - 9)^2$ C. $(x + 3)(x - 3)$ D. $(x + 9)(x - 9)$

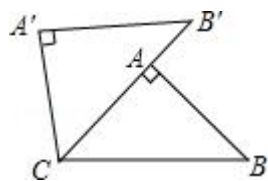
【分析】原式利用完全平方公式分解即可.

【解答】解: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$,

故选 A

【点评】此题考查了因式分解 - 运用公式法, 熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

6. (3 分) (2016•长春) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 48° 得到 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$, 点 A 在边 $B'C$ 上, 则 $\angle B'$ 的大小为 ()



A. 42° B. 48° C. 52° D. 58°

【分析】先根据旋转的性质得出 $\angle A' = \angle BAC = 90^\circ$, $\angle ACA' = 48^\circ$, 然后在直角 $\triangle A'CB'$ 中利用直角三角形两锐角互余求出 $\angle B' = 90^\circ - \angle ACA' = 42^\circ$.

【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 48° 得到 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$,

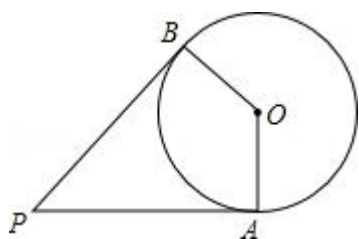
$\therefore \angle A' = \angle BAC = 90^\circ$, $\angle ACA' = 48^\circ$,

$\therefore \angle B' = 90^\circ - \angle ACA' = 42^\circ$.

故选 A.

【点评】 本题考查了转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等．也考查了直角三角形两锐角互余的性质．

7. (3 分) (2016•长春) 如图，PA、PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别为 A、B，若 $OA=2$ ， $\angle P=60^\circ$ ，则 $\widehat{AB}$ 的长为 ()



- A. $\frac{2}{3}\pi$ B. π C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{5}{3}\pi$

【分析】 由 PA 与 PB 为圆的两条切线，利用切线的性质得到两个角为直角，再利用四边形内角和定理求出 $\angle AOB$ 的度数，利用弧长公式求出 $\widehat{AB}$ 的长即可．

【解答】 解： $\because$ PA、PB 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore \angle OBP = \angle OAP = 90^\circ,$$

在四边形 APBO 中， $\angle P = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOB = 120^\circ,$$

$$\because OA = 2,$$

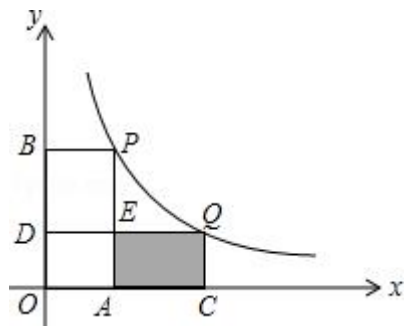
$$\therefore \widehat{AB} \text{ 的长 } l = \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4}{3}\pi,$$

故选 C

【点评】 此题考查了弧长的计算，以及切线的性质，熟练掌握弧长公式是解本题的关键．

8. (3 分) (2016•长春) 如图，在平面直角坐标系中，点 P (1, 4)、Q (m, n) 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，当 $m > 1$ 时，过点 P 分别作 x 轴、y 轴的垂线，

垂足为点 A, B; 过点 Q 分别作 x 轴、y 轴的垂线, 垂足为点 C、D. QD 交 PA 于点 E, 随着 m 的增大, 四边形 ACQE 的面积 ()



A. 减小 B. 增大 C. 先减小后增大 D. 先增大后减小

【分析】 首先利用 m 和 n 表示出 AC 和 AQ 的长, 则四边形 ACQE 的面积即可利用 m、n 表示, 然后根据函数的性质判断.

【解答】 解: $AC = m - 1$, $CQ = n$,

则 $S_{\text{四边形 ACQE}} = AC \cdot CQ = (m - 1)n = mn - n$.

$\because P(1, 4)$ 、 $Q(m, n)$ 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,

$\therefore mn = k = 4$ (常数).

$\therefore S_{\text{四边形 ACQE}} = AC \cdot CQ = 4 - n$,

$\therefore$ 当 $m > 1$ 时, n 随 m 的增大而减小,

$\therefore S_{\text{四边形 ACQE}} = 4 - n$ 随 m 的增大而增大.

故选 B.

【点评】 本题考查了反比例函数的性质以及矩形的面积的计算, 利用 n 表示出四边形 ACQE 的面积是关键.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

9. (3 分) (2016•长春) 计算 $(ab)^3 = \underline{a^3b^3}$.

【分析】原式利用积的乘方运算法则计算即可得到结果.

【解答】解：原式= a^3b^3 ,

故答案为： a^3b^3

【点评】此题考查了幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

10. (3 分) (2016•长春) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是 1.

【分析】由于关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个相等的实数根，可知其判别式为 0，据此列出关于 m 的方程，解答即可.

【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta=0,$$

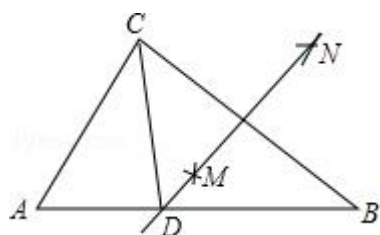
$$\therefore 2^2 - 4m=0,$$

$$\therefore m=1,$$

故答案为：1.

【点评】本题主要考查了根的判别式的知识，解答本题的关键是掌握一元二次方程有两个相等的实数根，则可得 $\Delta=0$ ，此题难度不大.

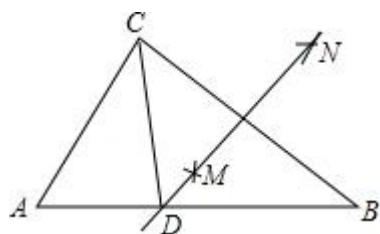
11. (3 分) (2016•长春) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB > AC$ ，按以下步骤作图：分别以点 B 和点 C 为圆心，大于 BC 一半的长为半径作圆弧，两弧相交于点 M 和点 N ，作直线 MN 交 AB 于点 D ；连结 CD 。若 $AB=6$ ， $AC=4$ ，则 $\triangle ACD$ 的周长为 10.



【分析】根据题意可知直线 MN 是线段 BC 的垂直平分线，推出 $DC=DB$ ，可以证明 $\triangle ADC$ 的周长 $= AC+AB$ ，由此即可解决问题.

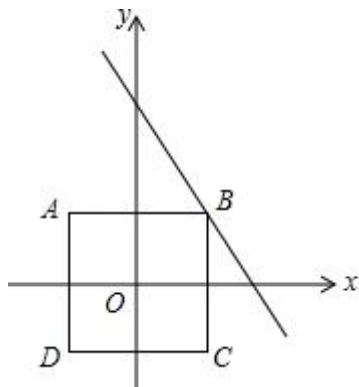
【解答】解：由题意直线 MN 是线段 BC 的垂直平分线，
 $\therefore$ 点 D 在直线 MN 上，
 $\therefore DC=DB$ ，
 $\therefore \triangle ADC$ 的周长 $= AC+CD+AD=AC+AD+BD=AC+AB$ ，
 $\therefore AB=6$ ， $AC=4$ ，
 $\therefore \triangle ACD$ 的周长为 10.

故答案为 10.



【点评】本题考查基本作图、线段垂直平分线性质、三角形周长等知识，解题的关键是学会转化，把 $\triangle ADC$ 的周长转化为求 $AC+AB$ 来解决，属于基础题，中考常考题型.

12. (3 分) (2016•长春) 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 的对称中心与原点重合，顶点 A 的坐标为 $(-1, 1)$ ，顶点 B 在第一象限，若点 B 在直线 $y=kx+3$ 上，则 k 的值为 -2.



【分析】先求出 B 点坐标，再代入直线 $y=kx+3$ ，求出 k 的值即可．

【解答】解：∵正方形 ABCD 的对称中心与原点重合，顶点 A 的坐标为 $(-1, 1)$ ，

∴ $B(1, 1)$ ．

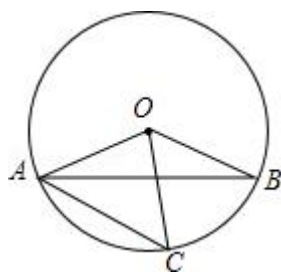
∵点 B 在直线 $y=kx+3$ 上，

∴ $1=k+3$ ，解得 $k=-2$ ．

故答案为： -2 ．

【点评】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键．

13. (3 分) (2016•长春) 如图，在 $\odot O$ 中，AB 是弦，C 是 $\widehat{AB}$ 上一点．若 $\angle OAB=25^\circ$ ， $\angle OCA=40^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的大小为 30 度．



【分析】由 $\angle BAO=25^\circ$ ，利用等腰三角形的性质，可求得 $\angle AOB$ 的度数，又由 $\angle OCA=40^\circ$ ，可求得 $\angle CAO$ 的度数，继而求得 $\angle AOC$ 的度数，则可求得答案．

【解答】解： $\because \angle BAO=25^\circ$ ， $OA=OB$ ，

$$\therefore \angle B=\angle BAO=25^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB=180^\circ - \angle BAO - \angle B=130^\circ,$$

$$\because \angle ACO=40^\circ$$
， $OA=OC$ ，

$$\therefore \angle C=\angle CAO=40^\circ,$$

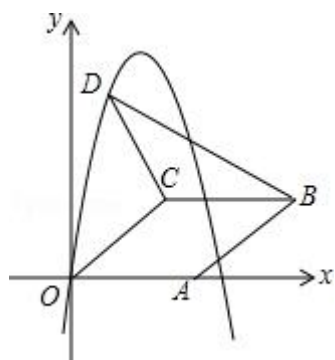
$$\therefore \angle AOC=180^\circ - \angle CAO - \angle C=100^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC=\angle AOB - \angle AOC=30^\circ.$$

故答案为 30° 。

【点评】本题考查了圆周角定理以及等腰三角形的性质．注意利用等腰三角形的性质求解是关键．

14. (3分) (2016•长春) 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴正半轴上，顶点 C 的坐标为 $(4, 3)$ ， D 是抛物线 $y=-x^2+6x$ 上一点，且在 x 轴上方，则 $\triangle BCD$ 面积的最大值为 15。



【分析】设 $D(x, -x^2+6x)$ ，根据勾股定理求得 OC ，根据菱形的性质得出 BC ，然后根据三角形面积公式得出 $\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 5 \times (-x^2+6x-3) = -\frac{5}{2}(x-3)^2+15$ ，根据二次函数的性质即可求得最大值。

【解答】解： $\because D$ 是抛物线 $y=-x^2+6x$ 上一点，

$$\therefore \text{设 } D(x, -x^2+6x),$$

∴ 顶点 C 的坐标为 (4, 3),

$$\therefore OC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

∴ 四边形 OABC 是菱形,

$$\therefore BC = OC = 5, BC \parallel x \text{ 轴},$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 5 \times (-x^2 + 6x - 3) = -\frac{5}{2}(x-3)^2 + 15,$$

$$\therefore -\frac{5}{2} < 0,$$

∴ $S_{\triangle BCD}$ 有最大值, 最大值为 15,

故答案为 15.

【点评】 本题考查了菱形的性质, 二次函数的性质, 注意数与形的结合是解决本题的关键.

三、解答题: 本大题共 10 小题, 共 78 分

15. (6 分) (2016•长春) 先化简, 再求值: $(a+2)(a-2) + a(4-a)$, 其中 $a = \frac{1}{4}$.

【分析】 根据平方差公式和单项式乘以多项式可以对原式化简, 然后将 $a = \frac{1}{4}$ 代入化简后的式子, 即可解答本题.

【解答】 解: $(a+2)(a-2) + a(4-a)$

$$= a^2 - 4 + 4a - a^2$$

$$= 4a - 4,$$

$$\text{当 } a = \frac{1}{4} \text{ 时, 原式} = 4 \times \frac{1}{4} - 4 = 1 - 4 = -3.$$

【点评】 本题考查整式的混合运算 - 化简求值, 解题的关键是明确整式的混合运算的计算方法.

16. (6 分) (2016•长春) 一个不透明的口袋中有三个小球, 上面分别标有数字

0, 1, 2, 每个小球除数字不同外其余均相同, 小华先从口袋中随机摸出一个小球, 记下数字后放回并搅匀; 再从口袋中随机摸出一个小球记下数字、用画树状图 (或列表) 的方法, 求小华两次摸出的小球上的数字之和是 3 的概率.

【分析】列举出符合题意的各种情况的个数, 再根据概率公式即可求出两次摸出的小球上的数字之和是 3 的概率.

【解答】解: 列表得:

	1	2	0
和			
1	2	3	1
2	3	4	2
0	1	2	0

$$\therefore P(\text{和为 } 3) = \frac{2}{9}.$$

【点评】本题考查的是用列表法或树状图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件; 树状图法适用于两步或两步以上完成的事件; 解题的关键是要区分放回实验还是不放回实验.

17. (6 分) (2016•长春) A、B 两种型号的机器加工同一种零件, 已知 A 型机器比 B 型机器每小时多加工 20 个零件, A 型机器加工 400 个零件所用时间与 B 型机器加工 300 个零件所用时间相同, 求 A 型机器每小时加工零件的个数.

【分析】关键描述语为: “A 型机器加工 400 个零件所用时间与 B 型机器加工 300 个零件所用时间相同”; 等量关系为: $400 \div \text{A 型机器每小时加工零件的个数} = 300 \div \text{B 型机器每小时加工零件的个数}$.

【解答】解: 设 A 型机器每小时加工零件 x 个, 则 B 型机器每小时加工零件 $(x - 20)$ 个.

根据题意列方程得: $\frac{400}{x} = \frac{300}{x-20},$

解得： $x=80$.

经检验， $x=80$ 是原方程的解.

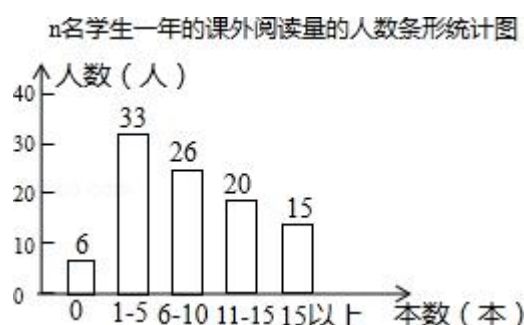
答： A 型机器每小时加工零件 80 个.

【点评】 本题考查分式方程的应用，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

18. (6 分) (2016•长春) 某中学为了解该校学生一年的课外阅读量，随机抽取了 n 名学生进行调查，并将调查结果绘制成如下条形统计图，根据统计图提供的信息解答下列问题：

(1) 求 n 的值；

(2) 根据统计结果，估计该校 1100 名学生中一年的课外阅读量超过 10 本的人数.



【分析】 (1) 可直接由条形统计图，求得 n 的值；

(2) 首先求得统计图中课外阅读量超过 10 本的百分比，继而求得答案.

【解答】 解： (1) 根据题意得： $n=6+33+26+20+15=100$,

答： n 的值为 100；

(2) 根据题意得： $\frac{20+15}{100} \times 1100=385$ (人)，

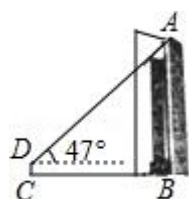
答： 估计该校 1100 名学生中一年的课外阅读量超过 10 本的人数为： 385 人.

【点评】 此题考查了条形统计图的知识以及由样本估计总体的知识. 注意能准确

分析条形统计图是解此题的关键.

19. (7 分) (2016•长春) 如图, 为了解测量长春解放纪念碑的高度 AB , 在与纪念碑底部 B 相距 27 米的 C 处, 用高 1.5 米的测角仪 DC 测得纪念碑顶端 A 的仰角为 47° , 求纪念碑的高度 (结果精确到 0.1 米)

【参考数据: $\sin 47^\circ = 0.731$, $\cos 47^\circ = 0.682$, $\tan 47^\circ = 1.072$ 】



【分析】作 $DE \perp AB$ 于 E , 根据正切的概念求出 AE 的长, 再结合图形根据线段的和差计算即可求解.

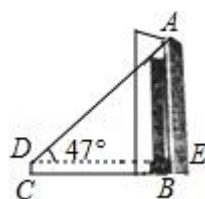
【解答】解: 作 $DE \perp AB$ 于 E ,

由题意得 $DE = BC = 27$ 米, $\angle ADE = 47^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $AE = DE \cdot \tan \angle ADE = 27 \times 1.072 = 28.944$ 米,

$AB = AE + BE \approx 30.4$ 米,

答: 纪念碑的高度约为 30.4 米.

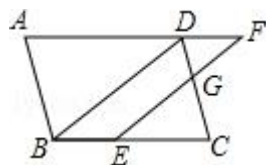


【点评】本题考查的是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

20. (7 分) (2016•长春) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在边 AD 的延长线上, 且 $DF = BE$, EF 与 CD 交于点 G .

(1) 求证: $BD \parallel EF$;

(2) 若 $\frac{DG}{GC} = \frac{2}{3}$, $BE=4$, 求 EC 的长.



【分析】 (1) 根据平行四边形的判定与性质, 可得答案;

(2) 根据相似三角形的判定与性质, 可得答案.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$.

$\therefore DF = BE$,

$\therefore$ 四边形 $BEFD$ 是平行四边形,

$\therefore BD \parallel EF$;

(2) $\because$ 四边形 $BEFD$ 是平行四边形,

$\therefore DF = BE = 4$.

$\therefore DF \parallel EC$,

$\therefore \triangle DFG \sim \triangle CEG$,

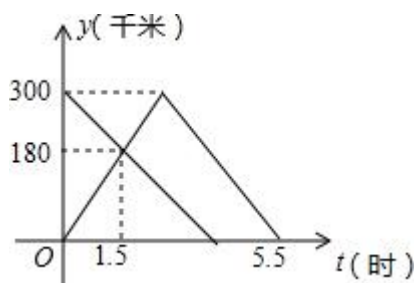
$\therefore \frac{DG}{CG} = \frac{DF}{CE}$,

$\therefore CE = \frac{DF \cdot CG}{DG} = 4 \times \frac{3}{2} = 6$.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 利用了平行四边形的判定与性质, 相似三角形的判定与性质.

21. (9 分) (2016•长春) 甲、乙两车分别从 A、B 两地同时出发, 甲车匀速前往 B 地, 到达 B 地后立即以另一速度按原路匀速返回到 A 地; 乙车匀速前往 A 地, 设甲、乙两车距 A 地的路程为 y (千米), 甲车行驶的时间为 x (时), y 与 x 之间的函数图象如图所示

- (1) 求甲车从 A 地到达 B 地的行驶时间；
- (2) 求甲车返回时 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；
- (3) 求乙车到达 A 地时甲车距 A 地的路程.



【分析】 (1) 根据题意列算式即可得到结论；

(2) 根据题意列方程组即可得到结论；

(3) 根据题意列算式即可得到结论.

【解答】 解：(1) $300 \div (180 \div 1.5) = 2.5$ (小时)，

答：甲车从 A 地到达 B 地的行驶时间是 2.5 小时；

(2) 设甲车返回时 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$,

$$\therefore \begin{cases} 300=2.5k+b \\ 0=5.5k+b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-100 \\ b=550 \end{cases},$$

$\therefore$ 甲车返回时 y 与 x 之间的函数关系式是 $y=-100x+550$ ($2.5 \leq x \leq 5.5$);

(3) $300 \div [(300-180) \div 1.5] = 3.75$ 小时,

当 $x=3.75$ 时, $y=175$ 千米,

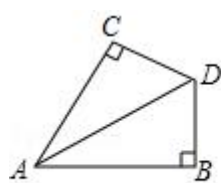
答：乙车到达 A 地时甲车距 A 地的路程是 175 千米.

【点评】 本题考查了待定系数法一次函数的解析式的运用，行程问题的数量关系的运用，解答时求出一次函数的解析式是关键.

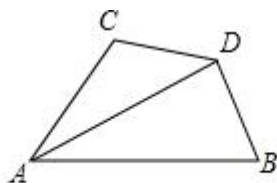
22. (9分) (2016•长春) 感知: 如图 1, AD 平分 $\angle BAC$. $\angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, 易知: $DB = DC$.

探究: 如图 2, AD 平分 $\angle BAC$, $\angle ABD + \angle ACD = 180^\circ$, $\angle ABD < 90^\circ$, 求证: $DB = DC$.

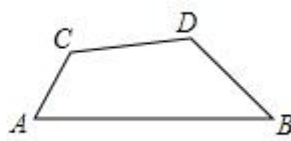
应用: 如图 3, 四边形 ABCD 中, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 135^\circ$, $DB = DC = a$, 则 $AB - AC = \underline{\sqrt{2}a}$ (用含 a 的代数式表示)



图①



图②



图③

【分析】 探究: 欲证明 $DB = DC$, 只要证明 $\triangle DFC \cong \triangle DEB$ 即可.

应用: 先证明 $\triangle DFC \cong \triangle DEB$, 再证明 $\triangle ADF \cong \triangle ADE$, 结合 $BD = \sqrt{2}EB$ 即可解决问题.

【解答】 探究:

证明: 如图②中, $DE \perp AB$ 于 E, $DF \perp AC$ 于 F,

$\because DA$ 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$,

$\therefore DE = DF$,

$\because \angle B + \angle ACD = 180^\circ$, $\angle ACD + \angle FCD = 180^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle FCD$,

在 $\triangle DFC$ 和 $\triangle DEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle F = \angle DEB \\ \angle FCD = \angle B, \\ DF = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DFC \cong \triangle DEB$,

$\therefore DC = DB$.

应用：解：如图③连接 AD、DE ⊥ AB 于 E，DF ⊥ AC 于 F，

$$\because \angle B + \angle ACD = 180^\circ, \quad \angle ACD + \angle FCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle FCD,$$

在 $\triangle DFC$ 和 $\triangle DEB$ 中，

$$\begin{cases} \angle F = \angle DEB \\ \angle FCD = \angle B, \\ DC = DB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DFC \cong \triangle DEB,$$

$$\therefore DF = DE, \quad CF = BE,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，

$$\begin{cases} AD = AD \\ DE = DF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ADE,$$

$$\therefore AF = AE,$$

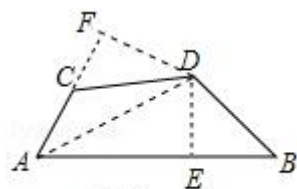
$$\therefore AB - AC = (AE + BE) - (AF - CF) = 2BE,$$

在 $\text{RT}\triangle DEB$ 中， $\because \angle DEB = 90^\circ, \quad \angle B = \angle EDB = 45^\circ, \quad BD = a,$

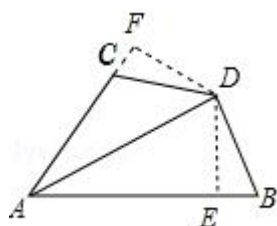
$$\therefore BE = \frac{\sqrt{2}}{2}a,$$

$$\therefore AB - AC = \sqrt{2}a.$$

故答案为 $\sqrt{2}a$.



图③

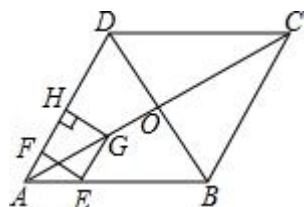


图②

【点评】 本题考查全等三角形的判定和性质、角平分线的性质、等腰直角三角形的性质、勾股定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形，属于中考常考题型.

23. (10 分) (2016•长春) 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $AB=8$ ， $\angle BAD=60^\circ$ ，点 E 从点 A 出发，沿 AB 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 B 运动，当点 E 不与点 A 重合时，过点 E 作 $EF \perp AD$ 于点 F ，作 $EG \parallel AD$ 交 AC 于点 G ，过点 G 作 $GH \perp AD$ 交 AD （或 AD 的延长线）于点 H ，得到矩形 $EFHG$ ，设点 E 运动的时间为 t 秒

- (1) 求线段 EF 的长（用含 t 的代数式表示）；
- (2) 求点 H 与点 D 重合时 t 的值；
- (3) 设矩形 $EFHG$ 与菱形 $ABCD$ 重叠部分图形的面积与 S 平方单位，求 S 与 t 之间的函数关系式；
- (4) 矩形 $EFHG$ 的对角线 EH 与 FG 相交于点 O' ，当 $OO' \parallel AD$ 时， t 的值为 4；
当 $OO' \perp AD$ 时， t 的值为 3.



【分析】 (1) 由题意知： $AE=2t$ ，由锐角三角函数即可得出 $EF=\sqrt{3}t$ ；

(2) 当 H 与 D 重合时， $FH=GH=8-t$ ，由菱形的性质和 $EG \parallel AD$ 可知， $AE=EG$ ，

解得 $t = \frac{8}{3}$;

(3) 矩形 EFHG 与菱形 ABCD 重叠部分图形需要分以下两种情况讨论: ①当 H 在线段 AD 上, 此时重合的部分为矩形 EFHG; ②当 H 在线段 AD 的延长线上时, 重合的部分为五边形;

(4) 当 $OO' \parallel AD$ 时, 此时点 E 与 B 重合; 当 $OO' \perp AD$ 时, 过点 O 作 $OM \perp AD$ 于点 M, EF 与 OA 相交于点 N, 然后分别求出 $O'M$ 、 $O'F$ 、FM, 利用勾股定理列出方程即可求得 t 的值.

【解答】 解: (1) 由题意知: $AE = 2t$, $0 \leq t \leq 4$,

$$\because \angle BAD = 60^\circ, \angle AFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle BAD = \frac{EF}{AE},$$

$$\therefore EF = \sqrt{3}t;$$

$$(2) \because AE = 2t, \angle AEF = 30^\circ,$$

$$\therefore AF = t,$$

当 H 与 D 重合时,

$$\text{此时 } FH = 8 - t,$$

$$\therefore GE = 8 - t,$$

$$\because EG \parallel AD,$$

$$\therefore \angle EGA = 30^\circ,$$

$\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle EGA = 30^\circ,$$

$$\therefore AE = EG,$$

$$\therefore 2t=8-t,$$

$$\therefore t=\frac{8}{3};$$

(3) 当 $0 < t \leq \frac{8}{3}$ 时,

此时矩形 EFHG 与菱形 ABCD 重叠部分图形为矩形 EFHG,

$\therefore$ 由 (2) 可知: $AE=EG=2t$,

$$\therefore S=EF \cdot EG = \sqrt{3}t \cdot 2t = 2\sqrt{3}t^2,$$

当 $\frac{8}{3} < t \leq 4$ 时, 如图 1,

设 CD 与 HG 交于点 I,

此时矩形 EFHG 与菱形 ABCD 重叠部分图形为五边形 FEGID,

$$\therefore AE=2t,$$

$$\therefore AF=t, EF=\sqrt{3}t,$$

$$\therefore DF=8-t,$$

$$\therefore AE=EG=FH=2t,$$

$$\therefore DH=2t - (8-t) = 3t-8,$$

$$\therefore \angle HDI = \angle BAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle HDI = \frac{HI}{DH},$$

$$\therefore HI = \sqrt{3}DH,$$

$$\therefore S = EF \cdot EG - \frac{1}{2}DH \cdot HI = 2\sqrt{3}t^2 - \frac{1}{2}\sqrt{3}(3t-8)^2 = -\frac{5\sqrt{3}}{2}t^2 + 24\sqrt{3}t - 32\sqrt{3};$$

(4) 当 $OO' \parallel AD$ 时, 如图 2

此时点 E 与 B 重合,

$$\therefore t=4;$$

当 $OO' \perp AD$ 时, 如图 3,

过点 O 作 $OM \perp AD$ 于点 M , EF 与 OA 相交于点 N ,

由 (2) 可知: $AF=t$, $AE=EG=2t$,

$$\therefore FN = \frac{\sqrt{3}}{3}t, FM=t,$$

$\therefore O'O \perp AD$, O' 是 FG 的中点,

$\therefore O'O$ 是 $\triangle FNG$ 的中位线,

$$\therefore O'O = \frac{1}{2}FN = \frac{\sqrt{3}}{6}t,$$

$\therefore AB=8$,

$\therefore$ 由勾股定理可求得: $OA=4\sqrt{3}$

$$\therefore OM=2\sqrt{3},$$

$$\therefore O'M=2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}t,$$

$$\therefore FE=\sqrt{3}t, EG=2t,$$

$\therefore$ 由勾股定理可求得: $FG^2=7t^2$,

$$\therefore \text{由矩形的性质可知: } O'F^2 = \frac{1}{4}FG^2,$$

$\therefore$ 由勾股定理可知: $O'F^2 = O'M^2 + FM^2$,

$$\therefore \frac{7}{4}t^2 = \left(2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}t\right)^2 + t^2,$$

$\therefore t=3$ 或 $t=-6$ (舍去).

故答案为: $t=4$; $t=3$.

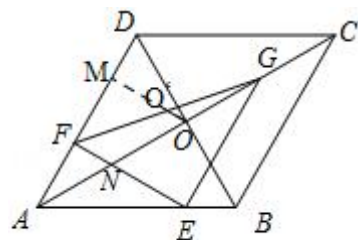


图3

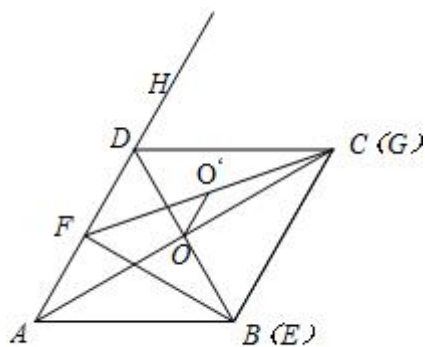


图2

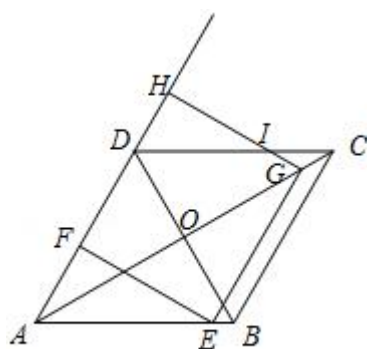


图1

【点评】 本题考查四边形的综合问题，涉及矩形和菱形的性质，勾股定理，锐角三角函数，解方程等知识，综合程度较高，考查学生灵活运用知识的能力.

24. (12 分) (2016•长春) 如图，在平面直角坐标系中，有抛物线 $y=a(x-h)^2$. 抛物线 $y=a(x-3)^2+4$ 经过原点，与 x 轴正半轴交于点 A ，与其对称轴交于点 B ， P 是抛物线 $y=a(x-3)^2+4$ 上一点，且在 x 轴上方，过点 P 作 x 轴的垂线交抛物线 $y=a(x-h)^2$ 于点 Q ，过点 Q 作 PQ 的垂线交抛物线 $y=a(x-h)^2$ 于点 Q' (不与点 Q 重合)，连结 PQ' ，设点 P 的横坐标为 m .

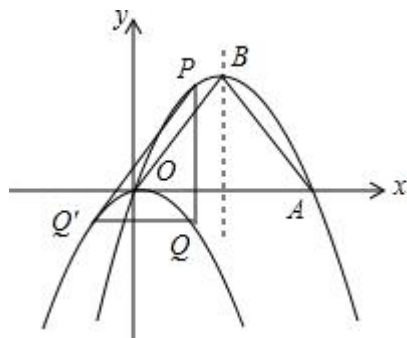
(1) 求 a 的值;

(2) 当抛物线 $y=a(x-h)^2$ 经过原点时，设 $\triangle PQQ'$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分图形的周长为 l .

①求 $\frac{PQ}{QQ'}$ 的值;

②求 l 与 m 之间的函数关系式;

(3) 当 h 为何值时, 存在点 P , 使以点 O, A, Q, Q' 为顶点的四边形是轴对称图形? 直接写出 h 的值.



【分析】 (1) 把 $(0, 0)$ 代入 $y=a(x-3)^2+4$ 即可解决问题.

(2) ①用 m 的代数式表示 PQ, QQ' , 即可解决问题.

②分 $0 < m \leq 3$ 或 $3 < m < 6$ 两种情形, 画出图形, 利用相似三角形或锐角三角函数求出相应线段即可解决.

(3), ①当 $h=3$ 时, 两个抛物线对称轴 $x=3$, 四边形 $OAQQ'$ 是等腰梯形. ②当四边形 $OQ'QQA$ 是菱形时, 求出抛物线对称轴即可解决问题.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y=a(x-3)^2+4$ 经过原点,

$$\therefore x=0 \text{ 时, } y=0,$$

$$\therefore 9a+4=0,$$

$$\therefore a = -\frac{4}{9}.$$

(2) $\because$ 抛物线 $y=a(x-h)^2$ 经过原点时,

$$\therefore h=0, \therefore a = -\frac{4}{9},$$

$$\therefore y = -\frac{4}{9}x^2.$$

$$\textcircled{1} \because P(m, -\frac{4}{9}m^2 + \frac{8}{3}m), Q(m, -\frac{4}{9}m^2),$$

$$\therefore PQ = -\frac{4}{9}m^2 + \frac{8}{3}m - (-\frac{4}{9}m^2) = \frac{8}{3}m, QQ' = 2m,$$

$$\therefore \frac{PQ}{QQ'} = \frac{\frac{8}{3}m}{2m} = \frac{4}{3}.$$

②如图 1 中, 当 $0 < m \leq 3$ 时, 设 PQ 与 OB 交于点 E, 与 OA 交于点 F,

$$\therefore \frac{PQ}{QQ'} = \frac{BM}{OM}, \quad \angle PQQ' = \angle BMO = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PQQ' \sim \triangle BMO,$$

$$\therefore \angle QPQ' = \angle OBM,$$

$$\therefore EF \parallel BM,$$

$$\therefore \angle OEF = \angle OBM,$$

$$\therefore \angle OEF = \angle QPQ',$$

$$\therefore OE \parallel PQ',$$

$$\therefore \frac{EF}{BM} = \frac{OF}{OM},$$

$$\therefore EF = \frac{4}{3}m, \quad OE = \frac{5}{3}m,$$

$$\therefore l = OF + EF + OE = m + \frac{4}{3}m + \frac{5}{3}m = 4m,$$

当 $3 < m < 6$ 时, 如图 2 中, 设 PQ' 与 AB 交于点 H, 与 x 轴交于点 G, PQ 交 AB 于 E, 交 OA 于 F, 作 $HM \perp OA$ 于 M.

$$\therefore AF = 6 - m, \quad \tan \angle EAF = \frac{EF}{AF} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore EF = \frac{4}{3}(6 - m), \quad AE = \frac{5}{3}(6 - m),$$

$$\therefore \tan \angle PGF = \frac{PF}{FG} = \frac{4}{3}, \quad PF = -\frac{4}{9}m^2 + \frac{8}{3}m,$$

$$\therefore GF = -\frac{1}{3}m^2 + 2m,$$

$$\therefore AG = -\frac{1}{3}m^2 + m + 6,$$

$$\therefore GM = AM = -\frac{1}{6}m^2 + \frac{1}{2}m + 3,$$

$$\therefore HG = HA = \frac{AM}{\cos \angle HAG} = -\frac{5}{18}m^2 + \frac{5}{6}m + 5,$$

$$\therefore l = GH + EH + EF + FG = -\frac{8}{9}m^2 + 4m + 8.$$

综上所述 $l = \begin{cases} 4m & (0 < m \leq 3) \\ -\frac{8}{9}m^2 + 4m + 8 & (3 < m < 6) \end{cases}$

(3) 如图 3 中, ①当 $h=3$ 时, 两个抛物线对称轴 $x=3$,
 $\therefore$ 点 O 、 A 关于对称轴对称, 点 Q 、 Q' 关于对称轴对称,
 $\therefore OA \parallel QQ'$, $OQ' = AQ$,
 $\therefore$ 四边形 $OAQQ'$ 是等腰梯形, 属于轴对称图形.

②当四边形 OQ'_1Q_1A 是菱形时, $OQ'_1 = OA = Q_1Q'_1 = 6$,

当顶点在原点时, Q_1 点横坐标为 3, 将 $x=3$ 代入

$$y = -\frac{4}{9}x^2, \text{ 得 } y = -4, \text{ 由于是平移, } Q \text{ 点纵坐标不变,}$$

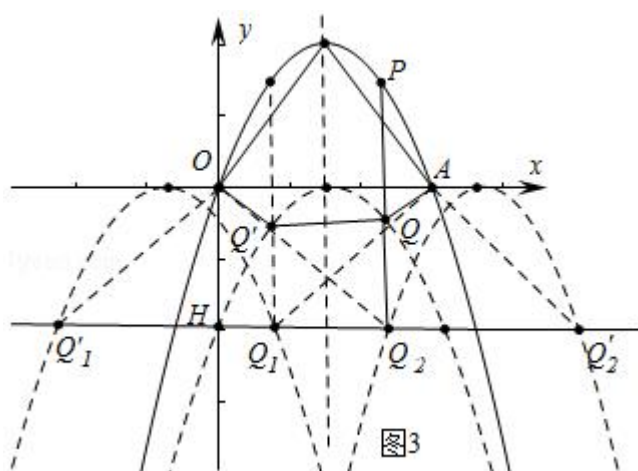
$\therefore$ 点 Q_1 的纵坐标为 4,

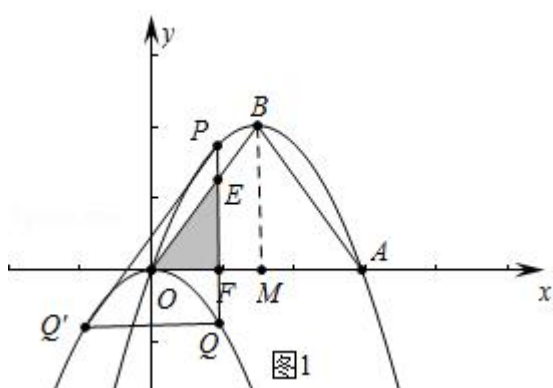
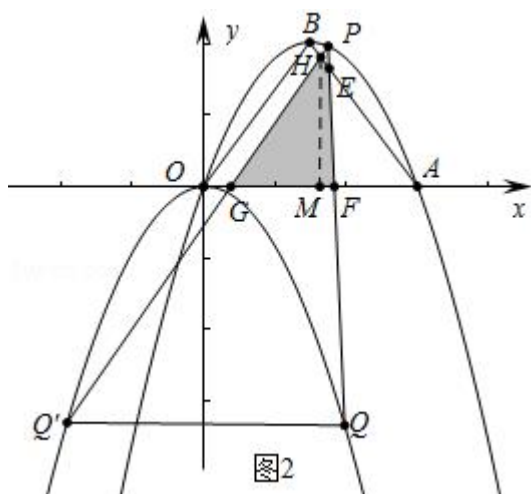
在 $RT\triangle OHQ'_1$ 中, $OH=4$, $OQ'_1=6$,

$$\therefore HQ'_1 = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore h = 3 - 2\sqrt{5} \text{ 或 } 3 + 2\sqrt{5},$$

综上所述 $h=3$ 或 $3 - 2\sqrt{5}$ 或 $3 + 2\sqrt{5}$ 时点 O 、 A 、 Q 、 Q' 为顶点的四边形是轴对称图形.





【点评】 本题考查二次函数的综合题、相似三角形的性质和判定、菱形的性质、等腰梯形的性质，锐角三角函数等知识，解题的关键是学会分类讨论，需要正确画出图象解决问题，属于中考压轴题.

参与本试卷答题和审题的老师有：2300680618；sjzx；CJX；sks；HLing；zhjh；
王学峰；弯弯的小河；张其铎；守拙；zgm666；wd1899；zcx；HJJ；神龙杉
(排名不分先后)

菁优网

2017 年 3 月 1 日