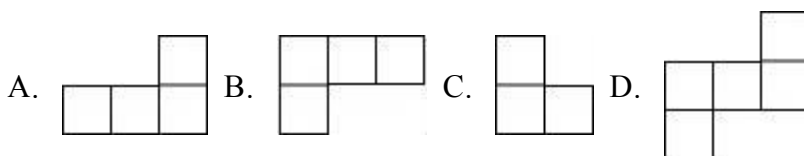
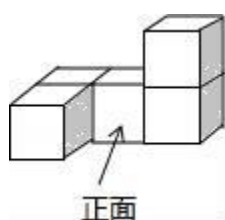


2016 年吉林省中考数学试卷

一、单项选择题：每小题 2 分，共 12 分

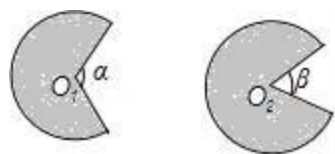
1. 在 0, 1, -2, 3 这四个数中，最小的数是 ()
A. 0 B. 1 C. -2 D. 3
2. 习近平总书记提出了未来 5 年“精准扶贫”的战略构想，意味着每年要减贫约 11700000 人，将数据 11700000 用科学记数法表示为 ()
A. 1.17×10^6 B. 1.17×10^7 C. 1.17×10^8 D. 11.7×10^6
3. 用 5 个完全相同的小正方体组合成如图所示的立体图形，它的主视图为 ()



4. 计算 $(-a^3)^2$ 结果正确的是 ()
A. a^5 B. $-a^5$ C. $-a^6$ D. a^6
5. 小红要购买珠子串成一条手链，黑色珠子每个 a 元，白色珠子每个 b 元，要串成如图所示的手链，小红购买珠子应该花费 ()



- A. $(3a+4b)$ 元 B. $(4a+3b)$ 元 C. $4(a+b)$ 元 D. $3(a+b)$ 元
6. 如图，阴影部分是两个半径为 1 的扇形，若 $\alpha=120^\circ$, $\beta=60^\circ$ ，则大扇形与小扇形的面积之差为 ()



- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

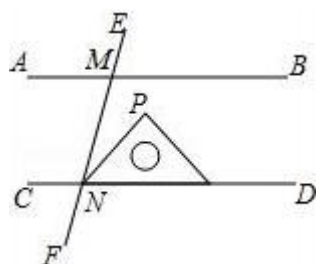
二、填空题：每小题 3 分，共 24 分

7. 化简： $\sqrt{8}-\sqrt{2}=\underline{\hspace{2cm}}$.
8. 分解因式： $3x^2-x=\underline{\hspace{2cm}}$.

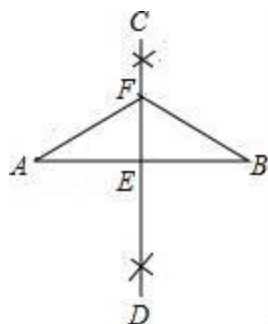
9. 若 $x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + m$, 则 $m =$ _____.

10. 某学校要购买电脑, A 型电脑每台 5000 元, B 型电脑每台 3000 元, 购买 10 台电脑共花费 34000 元. 设购买 A 型电脑 x 台, 购买 B 型电脑 y 台, 则根据题意可列方程组为_____.

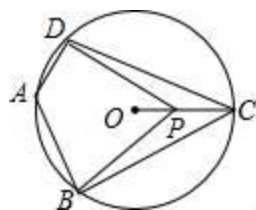
11. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB 、 CD 于 M 、 N 两点, 将一个含有 45° 角的直角三角尺按如图所示的方式摆放, 若 $\angle EMB = 75^\circ$, 则 $\angle PNM$ 等于_____度.



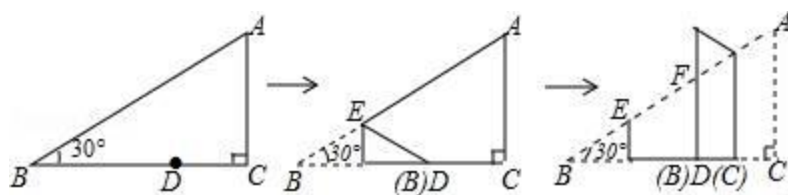
12. 如图, 已知线段 AB , 分别以点 A 和点 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 C 、 D 两点, 作直线 CD 交 AB 于点 E , 在直线 CD 上任取一点 F , 连接 FA , FB . 若 $FA = 5$, 则 $FB =$ _____.



13. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle DAB = 130^\circ$, 连接 OC , 点 P 是半径 OC 上任意一点, 连接 DP , BP , 则 $\angle BPD$ 可能为_____度 (写出一个即可).



14. 在三角形纸片 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 点 D (不与 B , C 重合) 是 BC 上任意一点, 将此三角形纸片按下列方式折叠, 若 EF 的长度为 a , 则 $\triangle DEF$ 的周长为_____ (用含 a 的式子表示).



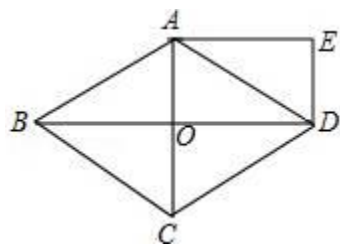
三、解答题：每小题 5 分，共 20 分

15. 先化简，再求值： $(x+2)(x-2) + x(4-x)$ ，其中 $x = \frac{1}{4}$.

16. 解方程： $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x-1}$.

17. 在一个不透明的口袋中装有 1 个红球，1 个绿球和 1 个白球，这 3 个球除颜色不同外，其它都相同，从口袋中随机摸出 1 个球，记录其颜色. 然后放回口袋并摇匀，再从口袋中随机摸出 1 个球，记录其颜色，请利用画树状图或列表的方法，求两次摸到的球都是红球的概率.

18. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 且 $DE \parallel AC$, $AE \parallel BD$. 求证: 四边形 $AODE$ 是矩形.



四、解答题: 每小题 7 分, 共 28 分

19. 图 1, 图 2 都是 8×8 的正方形网格, 每个小正方形的顶点成为格点, 每个小正方形的边长均为 1, 在每个正方形网格中标注了 6 个格点, 这 6 个格点简称为标注点

(1) 请在图 1, 图 2 中, 以 4 个标注点为顶点, 各画一个平行四边形 (两个平行四边形不全等);

(2) 图 1 中所画的平行四边形的面积为_____.

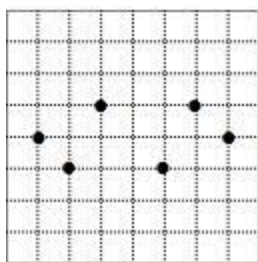


图1

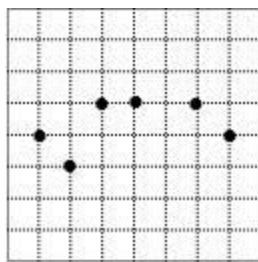
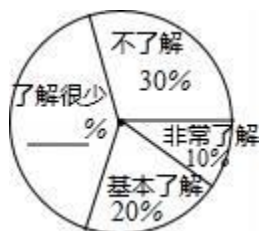


图2

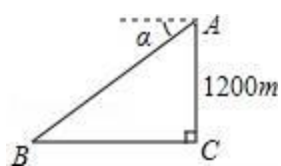
20. 某校学生会为了解环保知识的普及情况，从该校随机抽取部分学生，对他们进行了垃圾分类了解程度的调查，根据调查收集的数据绘制了如下的扇形统计图，其中对垃圾分类非常了解的学生有 30 人

- (1) 本次抽取的学生有_____人；
- (2) 请补全扇形统计图；
- (3) 请估计该校 1600 名学生中对垃圾分类不了解的人数.



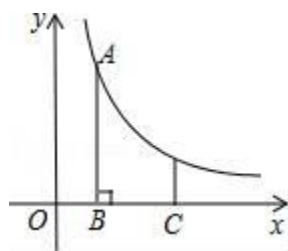
21. 如图，某飞机于空中 A 处探测到目标 C，此时飞行高度 AC=1200m，从飞机上看地平面指挥台 B 的俯角 $\alpha=43^\circ$ ，求飞机 A 与指挥台 B 的距离(结果取整数)

(参考数据: $\sin 43^\circ=0.68$, $\cos 43^\circ=0.73$, $\tan 43^\circ=0.93$)



22. 如图, 在平面直角坐标系中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上有一点 A ($m, 4$), 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B, 将点 B 向右平移 2 个单位长度得到点 C, 过点 C 作 y 轴的平行线交反比例函数的图象于点 D, $CD = \frac{4}{3}$

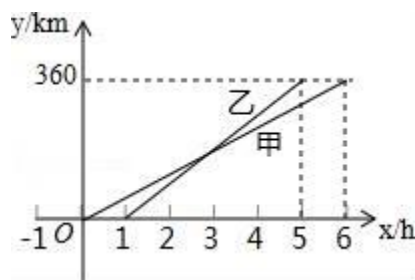
- (1) 点 D 的横坐标为_____ (用含 m 的式子表示);
- (2) 求反比例函数的解析式.



五、解答题: 每小题 8 分, 共 16 分

23. 甲、乙两人利用不同的交通工具, 沿同一路线从 A 地出发前往 B 地, 甲出发 1h 后, $y_{\text{甲}}$ 、 $y_{\text{乙}}$ 与 x 之间的函数图象如图所示.

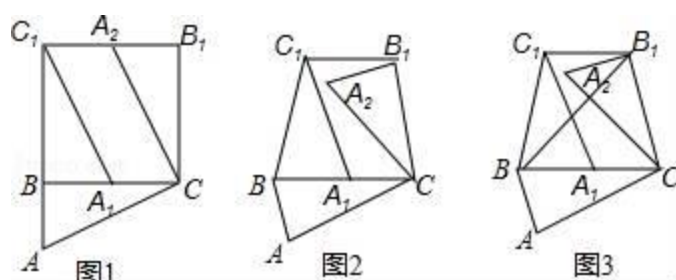
- (1) 甲的速度是_____ km/h;
- (2) 当 $1 \leq x \leq 5$ 时, 求 $y_{\text{乙}}$ 关于 x 的函数解析式;
- (3) 当乙与 A 地相距 240km 时, 甲与 A 地相距_____ km.



24. (1) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 以点 B 为中心, 把 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle A_1BC_1$; 再以点 C 为中心, 把 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A_2B_1C$, 连接 C_1B_1 , 则 C_1B_1 与 BC 的位置关系为_____;

(2) 如图 2, 当 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, $\angle ABC=\alpha$ ($\alpha \neq 60^\circ$) 时, 将 $\triangle ABC$ 按照 (1) 中的方式旋转 α , 连接 C_1B_1 , 探究 C_1B_1 与 BC 的位置关系, 写出你的探究结论, 并加以证明;

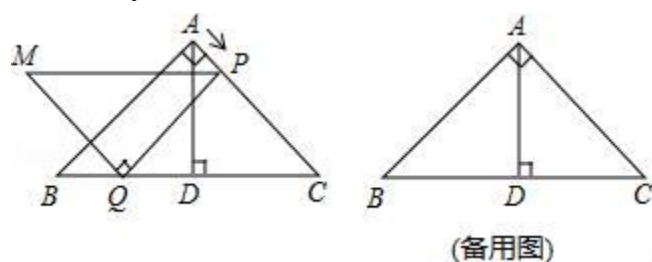
(3) 如图 3, 在图 2 的基础上, 连接 B_1B , 若 $C_1B_1=\frac{2}{3}BC$, $\triangle C_1BB_1$ 的面积为 4, 则 $\triangle B_1BC$ 的面积为_____.



六、解答题：每小题 10 分，共 20 分

25. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AC=8\sqrt{2}\text{cm}$ ， $AD\perp BC$ 于点 D ，点 P 从点 A 出发，沿 $A\rightarrow C$ 方向以 $\sqrt{2}\text{cm/s}$ 的速度运动到点 C 停止，在运动过程中，过点 P 作 $PQ\parallel AB$ 交 BC 于点 Q ，以线段 PQ 为边作等腰直角三角形 PQM ，且 $\angle PQM=90^\circ$ （点 M ， C 位于 PQ 异侧）. 设点 P 的运动时间为 x (s)， $\triangle PQM$ 与 $\triangle ADC$ 重叠部分的面积为 y (cm^2)

- (1) 当点 M 落在 AB 上时， $x=$ _____；
- (2) 当点 M 落在 AD 上时， $x=$ _____；
- (3) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围.



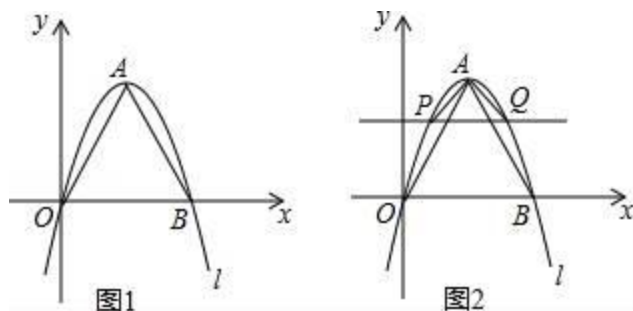
26. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 B 在 x 轴正半轴上, OB 的长度为 $2m$, 以 OB 为边向上作等边三角形 AOB, 抛物线 $l: y=ax^2+bx+c$ 经过点 O, A, B 三点

(1) 当 $m=2$ 时, $a=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, 当 $m=3$ 时, $a=-\frac{\sqrt{3}}{3}$;

(2) 根据 (1) 中的结果, 猜想 a 与 m 的关系, 并证明你的结论;

(3) 如图 2, 在图 1 的基础上, 作 x 轴的平行线交抛物线 l 于 P、Q 两点, PQ 的长度为 $2n$, 当 $\triangle APQ$ 为等腰直角三角形时, a 和 n 的关系式为 $a=-\frac{1}{n}$;

(4) 利用 (2) (3) 中的结论, 求 $\triangle AOB$ 与 $\triangle APQ$ 的面积比.



2016 年吉林省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：每小题 2 分，共 12 分

1. 在 0, 1, -2, 3 这四个数中，最小的数是 ()

A. 0 B. 1 C. -2 D. 3

【考点】有理数大小比较.

【分析】直接利用负数小于 0，进而得出答案.

【解答】解：在 0, 1, -2, 3 这四个数中，最小的数是：-2.

故选：C.

2. 习近平总书记提出了未来 5 年“精准扶贫”的战略构想，意味着每年要减贫约 11700000 人，将数据 11700000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.17×10^6 B. 1.17×10^7 C. 1.17×10^8 D. 11.7×10^6

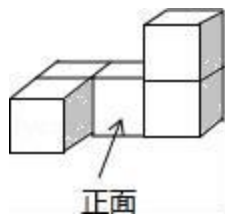
【考点】科学记数法—表示较大的数.

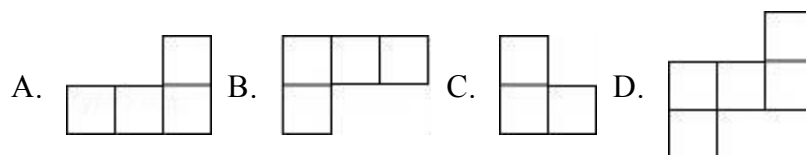
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解：11700000 用科学记数法表示为 1.17×10^7 ,

故选：B.

3. 用 5 个完全相同的小正方体组合成如图所示的立体图形，它的主视图为 ()





【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图, 可得答案.

【解答】解: 从正面看第一层是三个小正方形, 第二层右边一个小正方形, 故选: A.

4. 计算 $(-a^3)^2$ 结果正确的是 ()

A. a^5 B. $-a^5$ C. $-a^6$ D. a^6

【考点】幂的乘方与积的乘方.

【分析】原式利用幂的乘方与积的乘方运算法则计算得到结果, 即可作出判断.

【解答】解: 原式 $= a^6$,

故选 D

5. 小红要购买珠子串成一条手链, 黑色珠子每个 a 元, 白色珠子每个 b 元, 要串成如图所示的手链, 小红购买珠子应该花费 ()



A. $(3a+4b)$ 元 B. $(4a+3b)$ 元 C. $4(a+b)$ 元 D. $3(a+b)$ 元

【考点】列代数式.

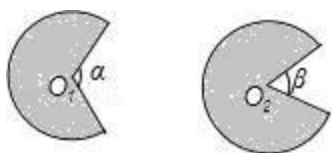
【分析】直接利用两种颜色的珠子的价格进而求出手链的价格.

【解答】解: $\because$ 黑色珠子每个 a 元, 白色珠子每个 b 元,

$\therefore$ 要串成如图所示的手链, 小红购买珠子应该花费为: $3a+4b$.

故选: A.

6. 如图, 阴影部分是两个半径为 1 的扇形, 若 $\alpha=120^\circ$, $\beta=60^\circ$, 则大扇形与小扇形的面积之差为 ()



- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

【考点】扇形面积的计算.

【分析】利用扇形的面积公式分别求出两个扇形的面积,再用较大面积减去较小的面积即可.

【解答】解:
$$\frac{(360^\circ - 60^\circ) \pi \times 1^2}{360^\circ} - \frac{(360^\circ - 120^\circ) \pi \times 1^2}{360^\circ} = \frac{\pi}{6},$$

故选 B.

二、填空题: 每小题 3 分, 共 24 分

7. 化简: $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \underline{\sqrt{2}}.$

【考点】二次根式的加减法.

【分析】先把各根式化为最简二次根式,再根据二次根式的减法进行计算即可.

【解答】解: 原式 $= 2\sqrt{2} - \sqrt{2}$
 $= \sqrt{2}.$

故答案为: $\sqrt{2}.$

8. 分解因式: $3x^2 - x = \underline{x(3x - 1)}.$

【考点】因式分解-提公因式法.

【分析】直接提取公因式 x , 进而分解因式得出答案.

【解答】解: $3x^2 - x = x(3x - 1).$

故答案为: $x(3x - 1).$

9. 若 $x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + m$, 则 $m = \underline{1}.$

【考点】配方法的应用.

【分析】已知等式左边配方得到结果,即可确定出 m 的值.

【解答】解: 已知等式变形得: $x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1 = (x - 2)^2 + m,$

则 $m=1$,

故答案为: 1

10. 某学校要购买电脑, A 型电脑每台 5000 元, B 型电脑每台 3000 元, 购买 10 台电脑共花费 34000 元. 设购买 A 型电脑 x 台, 购买 B 型电脑 y 台, 则根据题意可列方程组为 $\begin{cases} x+y=10 \\ 5000x+3000y=34000 \end{cases}$.

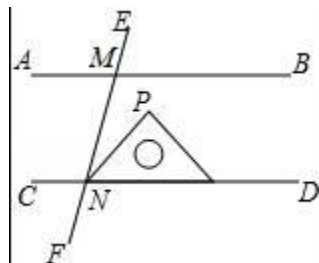
【考点】由实际问题抽象出二元一次方程组.

【分析】根据题意得到: A 型电脑数量+B 型电脑数量=10, A 型电脑数量 $\times$ 5000+B 型电脑数量 $\times$ 3000=34000, 列出方程组即可.

【解答】解: 根据题意得: $\begin{cases} x+y=10 \\ 5000x+3000y=34000 \end{cases}$

故答案为: $\begin{cases} x+y=10 \\ 5000x+3000y=34000 \end{cases}$

11. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB、CD 于 M、N 两点, 将一个含有 45° 角的直角三角尺按如图所示的方式摆放, 若 $\angle EMB=75^\circ$, 则 $\angle PNM$ 等于 30 度.



【考点】平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质得到 $\angle DNM = \angle BME = 75^\circ$, 由等腰直角三角形的性质得到 $\angle PND = 45^\circ$, 即可得到结论.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

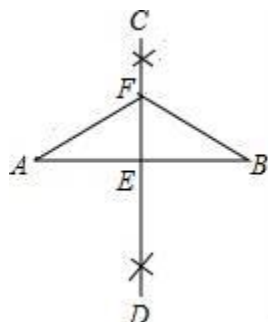
$$\therefore \angle DNM = \angle BME = 75^\circ,$$

$$\because \angle PND = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle PNM = \angle DNM - \angle DNP = 30^\circ,$$

故答案为: 30.

12. 如图，已知线段 AB ，分别以点 A 和点 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，两弧相交于 C 、 D 两点，作直线 CD 交 AB 于点 E ，在直线 CD 上任取一点 F ，连接 FA ， FB 。若 $FA=5$ ，则 $FB=$ 5。



【考点】 作图—基本作图；线段垂直平分线的性质.

【分析】 根据线段垂直平分线的作法可知直线 CD 是线段 AB 的垂直平分线，利用线段垂直平分线性质的性质即可解决问题.

【解答】 解：由题意直线 CD 是线段 AB 的垂直平分线，

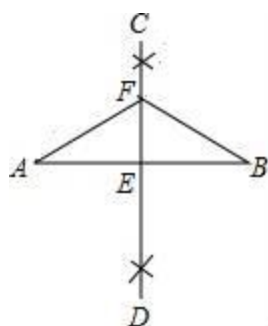
$\because$ 点 F 在直线 CD 上，

$\therefore FA=FB$ ，

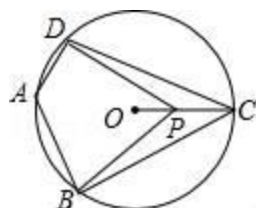
$\because FA=5$ ，

$\therefore FB=5$ 。

故答案为 5。



13. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle DAB=130^\circ$ ，连接 OC ，点 P 是半径 OC 上任意一点，连接 DP ， BP ，则 $\angle BPD$ 可能为 80 度（写出一个即可）。



【考点】圆内接四边形的性质；圆周角定理.

【分析】连接 OB、OD，根据圆内接四边形的性质求出 $\angle DCB$ 的度数，根据圆周角定理求出 $\angle DOB$ 的度数，得到 $\angle DCB < \angle BPD < \angle DOB$.

【解答】解：连接 OB、OD，

$\because$ 四边形 ABCD 内接于 $\odot O$ ， $\angle DAB=130^\circ$ ，

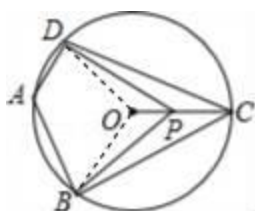
$\therefore \angle DCB=180^\circ - 130^\circ=50^\circ$ ，

由圆周角定理得， $\angle DOB=2\angle DCB=100^\circ$ ，

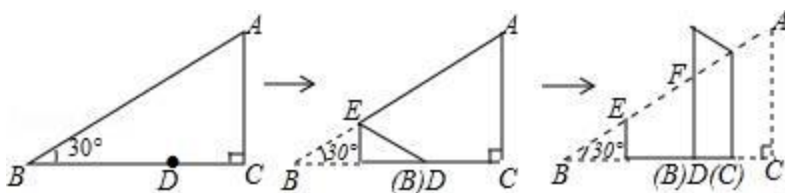
$\therefore \angle DCB < \angle BPD < \angle DOB$ ，即 $50^\circ < \angle BPD < 100^\circ$ ，

$\therefore \angle BPD$ 可能为 80° ，

故答案为：80.



14. 在三角形纸片 ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，点 D（不与 B，C 重合）是 BC 上任意一点，将此三角形纸片按下列方式折叠，若 EF 的长度为 a，则 $\triangle DEF$ 的周长为 3a（用含 a 的式子表示）.



【考点】翻折变换（折叠问题）.

【分析】由折叠的性质得出 $BE=EF=a$ ， $DE=BE$ ，则 $BF=2a$ ，由含 30° 角的直角三角形的性质得出 $DF=\frac{1}{2}BF=a$ ，即可得出 $\triangle DEF$ 的周长.

【解答】解：由折叠的性质得：B 点和 D 点是对称关系， $DE=BE$ ，
则 $BE=EF=a$ ，

$\therefore BF=2a$ ，

$\because \angle B=30^\circ$ ，

$\therefore DF=\frac{1}{2}BF=a$ ，

$\therefore \triangle DEF$ 的周长 $= DE + EF + DF = BF + DF = 2a + a = 3a$;

故答案为: $3a$.

三、解答题: 每小题 5 分, 共 20 分

15. 先化简, 再求值: $(x+2)(x-2) + x(4-x)$, 其中 $x = \frac{1}{4}$.

【考点】整式的混合运算—化简求值.

【分析】根据平方差公式和单项式乘以多项式, 然后再合并同类项即可对题目中的式子化简, 然后将 $x = \frac{1}{4}$ 代入化简后的式子, 即可求得原式的值.

【解答】解: $(x+2)(x-2) + x(4-x)$
 $= x^2 - 4 + 4x - x^2$
 $= 4x - 4,$
当 $x = \frac{1}{4}$ 时, 原式 $= 4 \times \frac{1}{4} - 4 = 1 - 4 = -3$.

16. 解方程: $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x-1}$.

【考点】解分式方程.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $2x - 2 = x + 3$,
解得: $x = 5$,
经检验 $x = 5$ 是分式方程的解.

17. 在一个不透明的口袋中装有 1 个红球, 1 个绿球和 1 个白球, 这 3 个球除颜色不同外, 其它都相同, 从口袋中随机摸出 1 个球, 记录其颜色. 然后放回口袋并摇匀, 再从口袋中随机摸出 1 个球, 记录其颜色, 请利用画树状图或列表的方法, 求两次摸到的球都是红球的概率.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸到的球都是红球的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

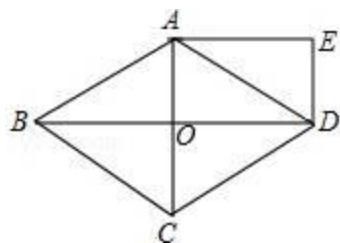
【解答】解：画树状图得：



$\therefore$ 共有 9 种等可能的结果，摸到的两个球都是红球的有 1 种情况，

$\therefore$ 两次摸到的球都是红球的概率 $= \frac{1}{9}$.

18. 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 且 $DE \parallel AC$, $AE \parallel BD$. 求证：四边形 AODE 是矩形.



【考点】矩形的判定；菱形的性质.

【分析】根据菱形的性质得出 $AC \perp BD$, 再根据平行四边形的判定定理得四边形 AODE 为平行四边形, 由矩形的判定定理得出四边形 AODE 是矩形.

【解答】证明： $\because$ 四边形 ABCD 为菱形，

$\therefore AC \perp BD$,

$\therefore \angle AOD = 90^\circ$,

$\because DE \parallel AC$, $AE \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 AODE 为平行四边形，

$\therefore$ 四边形 AODE 是矩形.

四、解答题：每小题 7 分，共 28 分

19. 图 1, 图 2 都是 8×8 的正方形网格, 每个小正方形的顶点成为格点, 每个小正方形的边长均为 1, 在每个正方形网格中标注了 6 个格点, 这 6 个格点简称为标注点

(1) 请在图 1, 图 2 中, 以 4 个标注点为顶点, 各画一个平行四边形 (两个平行四边形不全等);

(2) 图 1 中所画的平行四边形的面积为 6.

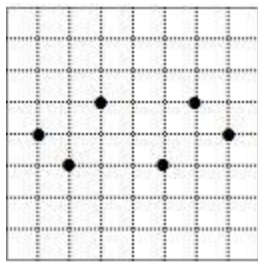


图1

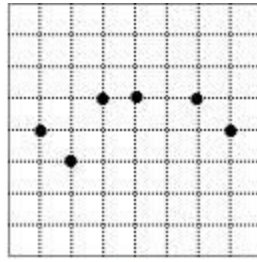


图2

【考点】 作图—应用与设计作图；平行四边形的性质.

【分析】 (1) 根据平行四边形的判定，利用一组对边平行且相等的四边形为平行四边形可在图 1 和图 2 中按要求画出平行四边形；

(2) 根据平行四边形的面积公式计算.

【解答】 解：(1) 如图 1，如图 2；

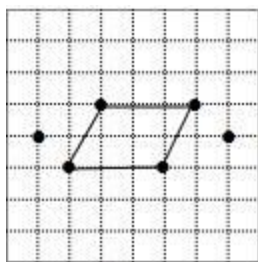


图1

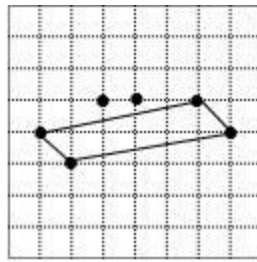


图2

(2) 图 1 中所画的平行四边形的面积= $2 \times 3 = 6$.

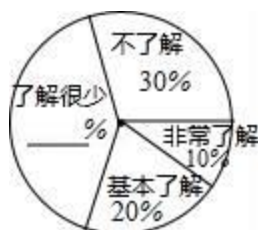
故答案为 6.

20. 某校学生会为了解环保知识的普及情况，从该校随机抽取部分学生，对他们进行了垃圾分类了解程度的调查，根据调查收集的数据绘制了如下的扇形统计图，其中对垃圾分类非常了解的学生有 30 人

(1) 本次抽取的学生有 300 人；

(2) 请补全扇形统计图；

(3) 请估计该校 1600 名学生中对垃圾分类不了解的人数.



【考点】扇形统计图；用样本估计总体.

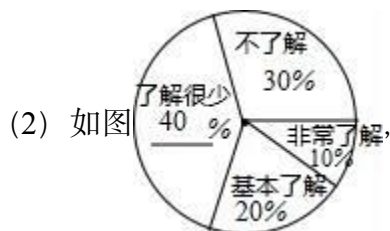
【分析】 (1) 根据不了解的人数除以不了解的人数所占的百分比，可得的答案；

(2) 根据有理数的减法，可得答案；

(3) 根据样本估计总体，可得答案.

【解答】 解：(1) $30 \div 10\% = 300$,

故答案为：300；



了解很少的人数所占的百分比 $1 - 30\% - 10\% - 20\% = 40\%$,

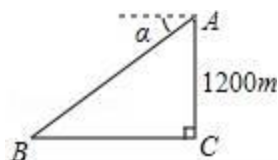
故答案为：40%，

(3) $1600 \times 30\% = 480$ 人，

该校 1600 名学生中对垃圾分类不了解的人数 480 人.

21. 如图，某飞机于空中 A 处探测到目标 C，此时飞行高度 AC=1200m，从飞机上看地平面指挥台 B 的俯角 $\alpha = 43^\circ$ ，求飞机 A 与指挥台 B 的距离 (结果取整数)

(参考数据： $\sin 43^\circ = 0.68$ ， $\cos 43^\circ = 0.73$ ， $\tan 43^\circ = 0.93$)



【考点】解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

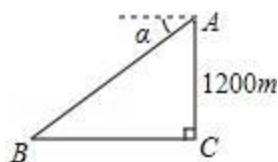
【分析】 先利用平行线的性质得到 $\angle B = \alpha = 43^\circ$ ，然后利用 $\angle B$ 的正弦计算 AB 的长.

【解答】 解：如图， $\angle B = \alpha = 43^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\therefore \sin B = \frac{AC}{AB}$ ，

$$\therefore AB = \frac{1200}{\sin 43^\circ} \approx 1765 \text{ (m)}.$$

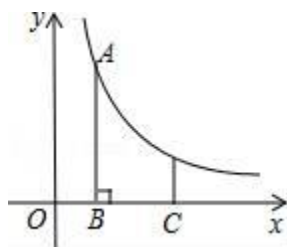
答：飞机 A 与指挥台 B 的距离为 1765m.



22. 如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上有一点 A ($m, 4$)，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B，将点 B 向右平移 2 个单位长度得到点 C，过点 C 作 y 轴的平行线交反比例函数的图象于点 D， $CD = \frac{4}{3}$

(1) 点 D 的横坐标为 $m+2$ (用含 m 的式子表示)；

(2) 求反比例函数的解析式.



【考点】 待定系数法求反比例函数解析式；反比例函数图象上点的坐标特征；坐标与图形变化-平移.

【分析】 (1) 由点 A ($m, 4$)，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B，将点 B 向右平移 2 个单位长度得到点 C，可求得点 C 的坐标，又由过点 C 作 y 轴的平行线交反比例函数的图象于点 D， $CD = \frac{4}{3}$ ，即可表示出点 D 的横坐标；

(2) 由点 D 的坐标为: ($m+2, \frac{4}{3}$)，点 A ($m, 4$)，即可得方程 $4m = \frac{4}{3}(m+2)$ ，继而求得答案.

【解答】 解: (1) $\because A (m, 4)$ ， $AB \perp x$ 轴于点 B，

$\therefore B$ 的坐标为 ($m, 0$)，

$\therefore$ 将点 B 向右平移 2 个单位长度得到点 C，

$\therefore$ 点 C 的坐标为: ($m+2, 0$)，

$\therefore CD \parallel y$ 轴，

$\therefore$ 点 D 的横坐标为: $m+2$ ；

故答案为: $m+2$ ；

$$(2) \because CD \parallel y \text{ 轴}, CD = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为: } (m+2, \frac{4}{3}),$$

$$\because A, D \text{ 在反比例函数 } y = \frac{k}{x} \text{ (} x > 0 \text{) 的图象上,}$$

$$\therefore 4m = \frac{4}{3} (m+2),$$

$$\text{解得: } m=1,$$

$$\therefore \text{点 } a \text{ 的横坐标为 } (1, 4),$$

$$\therefore k=4m=4,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为: } y = \frac{4}{x}.$$

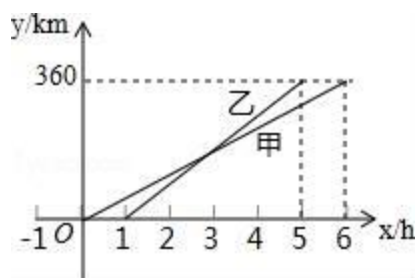
五、解答题：每小题 8 分，共 16 分

23. 甲、乙两人利用不同的交通工具，沿同一路线从 A 地出发前往 B 地，甲出发 1h 后， $y_{\text{甲}}$ 、 $y_{\text{乙}}$ 与 x 之间的函数图象如图所示.

(1) 甲的速度是 60 km/h;

(2) 当 $1 \leq x \leq 5$ 时，求 $y_{\text{乙}}$ 关于 x 的函数解析式;

(3) 当乙与 A 地相距 240km 时，甲与 A 地相距 220 km.



【考点】 一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据图象确定出甲的路程与时间，即可求出速度;

(2) 利用待定系数法确定出 $y_{\text{乙}}$ 关于 x 的函数解析式即可;

(3) 求出乙距 A 地 240km 时的时间，乘以甲的速度即可得到结果.

【解答】 解：(1) 根据图象得： $360 \div 6 = 60 \text{ km/h}$;

(2) 当 $1 \leq x \leq 5$ 时，设 $y_{\text{乙}} = kx + b$,

$$\text{把 } (1, 0) \text{ 与 } (5, 360) \text{ 代入得: } \begin{cases} k+b=0 \\ 5k+b=360 \end{cases},$$

$$\text{解得: } k=90, b=-90,$$

则 $y_z = 90x - 90$;

(3) 令 $y_z = 240$, 得到 $x = \frac{11}{3}$,

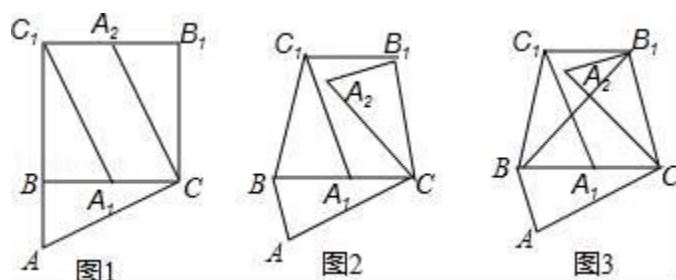
则甲与 A 地相距 $60 \times \frac{11}{3} = 220\text{km}$,

故答案为: (1) 60; (3) 220

24. (1) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 以点 B 为中心, 把 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle A_1BC_1$; 再以点 C 为中心, 把 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A_2B_1C$, 连接 C_1B_1 , 则 C_1B_1 与 BC 的位置关系为 平行;

(2) 如图 2, 当 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, $\angle ABC = \alpha$ ($\alpha \neq 60^\circ$) 时, 将 $\triangle ABC$ 按照 (1) 中的方式旋转 α , 连接 C_1B_1 , 探究 C_1B_1 与 BC 的位置关系, 写出你的探究结论, 并加以证明;

(3) 如图 3, 在图 2 的基础上, 连接 B_1B , 若 $C_1B_1 = \frac{2}{3}BC$, $\triangle C_1BB_1$ 的面积为 4, 则 $\triangle B_1BC$ 的面积为 6.



【考点】 几何变换综合题.

【分析】 (1) 根据旋转的性质得到 $\angle C_1BC = \angle B_1BC = 90^\circ$, $BC_1 = BC = CB_1$, 根据平行线的判定得到 $BC_1 \parallel CB_1$, 推出四边形 BCB_1C_1 是平行四边形, 根据平行四边形的性质即可得到结论;

(2) 过 C_1 作 $C_1E \parallel B_1C$ 于 E, 于是得到 $\angle C_1EB = \angle B_1CB$, 由旋转的性质得到 $BC_1 = BC = B_1C$, $\angle C_1BC = \angle B_1CB$, 等量代换得到 $\angle C_1BC = \angle C_1EB$, 根据等腰三角形的判定得到 $C_1B = C_1E$, 等量代换得到 $C_1E = B_1C$, 推出四边形 C_1ECB_1 是平行四边形, 根据平行四边形的性质即可得到结论;

(3) 设 C_1B_1 与 BC 之间的距离为 h , 由已知条件得到 $\frac{C_1B_1}{BC} = \frac{2}{3}$, 根据三角形的面积公式得到 $\frac{S_{\triangle C_1BB_1}}{S_{\triangle B_1BC}} = \frac{2}{3}$, 于是得到结论.

【解答】解: (1) 平行,

$\therefore$ 把 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle A_1BC_1$; 再以点 C 为中心, 把 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A_2B_1C$,

$\therefore \angle C_1BC = \angle B_1BC = 90^\circ$, $BC_1 = BC = CB_1$,

$\therefore BC_1 \parallel CB_1$,

$\therefore$ 四边形 BCB_1C_1 是平行四边形,

$\therefore C_1B_1 \parallel BC$,

故答案为: 平行;

(2) 证明: 如图②, 过 C_1 作 $C_1E \parallel B_1C$, 交 BC 于 E , 则 $\angle C_1EB = \angle B_1CB$, 由旋转的性质知, $BC_1 = BC = B_1C$, $\angle C_1BC = \angle B_1CB$,

$\therefore \angle C_1BC = \angle C_1EB$,

$\therefore C_1B = C_1E$,

$\therefore C_1E = B_1C$,

$\therefore$ 四边形 C_1ECB_1 是平行四边形,

$\therefore C_1B_1 \parallel BC$;

(3) 由 (2) 知 $C_1B_1 \parallel BC$,

设 C_1B_1 与 BC 之间的距离为 h ,

$\therefore C_1B_1 = \frac{2}{3}BC$,

$\therefore \frac{C_1B_1}{BC} = \frac{2}{3}$,

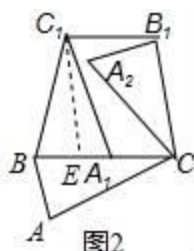
$\therefore S_{\triangle C_1BB_1} = \frac{1}{2}B_1C_1 \cdot h$, $S_{\triangle B_1BC} = \frac{1}{2}BC \cdot h$,

$\therefore \frac{S_{\triangle C_1BB_1}}{S_{\triangle B_1BC}} = \frac{\frac{1}{2}B_1C_1 \cdot h}{\frac{1}{2}BC \cdot h} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{2}{3}$,

$\therefore \triangle C_1BB_1$ 的面积为 4,

$\therefore \triangle B_1BC$ 的面积为 6,

故答案为: 6.



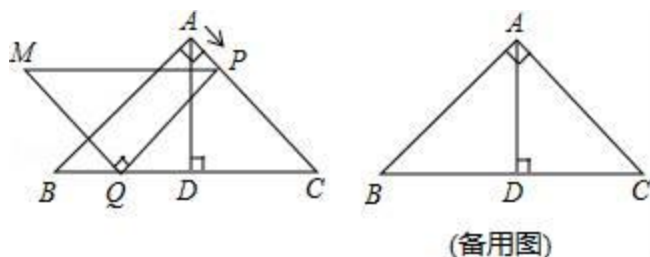
六、解答题: 每小题 10 分, 共 20 分

25. 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AC=8\sqrt{2}\text{cm}$, $AD \perp BC$ 于点 D , 点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow C$ 方向以 $\sqrt{2}\text{cm/s}$ 的速度运动到点 C 停止, 在运动过程中, 过点 P 作 $PQ \parallel AB$ 交 BC 于点 Q , 以线段 PQ 为边作等腰直角三角形 PQM , 且 $\angle PQM=90^\circ$ (点 M , C 位于 PQ 异侧). 设点 P 的运动时间为 x (s), $\triangle PQM$ 与 $\triangle ADC$ 重叠部分的面积为 y (cm^2)

(1) 当点 M 落在 AB 上时, $x=$ 4 ;

(2) 当点 M 落在 AD 上时, $x=$ $\frac{16}{3}$;

(3) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.



【考点】 三角形综合题.

【分析】 (1) 当点 M 落在 AB 上时, 四边形 $AMQP$ 是正方形, 此时点 D 与点 Q 重合, 由此即可解决问题.

(2) 如图 1 中, 当点 M 落在 AD 上时, 作 $PE \perp QC$ 于 E , 先证明 $DQ=QE=EC$, 由 $PE \parallel AD$, 得 $\frac{PA}{AC} = \frac{DE}{DC} = \frac{2}{3}$, 由此即可解决问题.

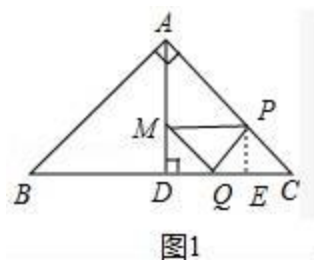
(3) 分三种情形①当 $0 < x \leq 4$ 时, 如图 2 中, 设 PM 、 PQ 分别交 AD 于点 E 、 F , 则重叠部分为 $\triangle PEF$, ②当 $4 < x \leq \frac{16}{3}$ 时, 如图 3 中, 设 PM 、 MQ 分别交 AD 于

E、G，则重叠部分为四边形 PEGQ. ③当 $\frac{16}{3} < x < 8$ 时，如图 4 中，则重合部分为 $\triangle PMQ$ ，分别计算即可解决问题.

【解答】解：(1) 当点 M 落在 AB 上时，四边形 AMQP 是正方形，此时点 D 与点 Q 重合， $AP=CP=4\sqrt{2}$ ，所以 $x=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=4$.

故答案为 4.

(2) 如图 1 中，当点 M 落在 AD 上时，作 $PE \perp QC$ 于 E.



$\because \triangle MQP, \triangle PQE, \triangle PEC$ 都是等腰直角三角形， $MQ=PQ=PC$

$\therefore DQ=QE=EC,$

$\because PE \parallel AD,$

$\therefore \frac{PA}{AC} = \frac{DE}{DC} = \frac{2}{3}, \because AC=8\sqrt{2},$

$\therefore PA = \frac{16\sqrt{2}}{3},$

$\therefore x = \frac{16\sqrt{2}}{3} \div \sqrt{2} = \frac{16}{3}.$

故答案为 $\frac{16}{3}$.

(3) ①当 $0 < x \leq 4$ 时，如图 2 中，设 PM、PQ 分别交 AD 于点 E、F，则重叠部分为 $\triangle PEF$,

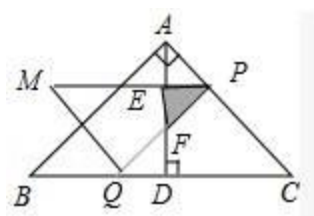


图2

$\because AP = \sqrt{2}x,$

$\therefore EF = PE = x,$

$\therefore y = S_{\triangle PEF} = \frac{1}{2} \cdot PE \cdot EF = \frac{1}{2}x^2.$

②当 $4 < x \leq \frac{16}{3}$ 时, 如图 3 中, 设 PM、MQ 分别交 AD 于 E、G, 则重叠部分为四边形 PEGQ.

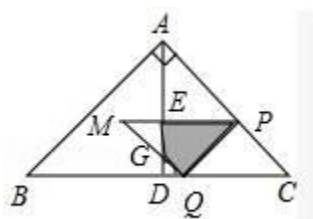


图3

$$\therefore PQ = PC = 8\sqrt{2} - \sqrt{2}x,$$

$$\therefore PM = 16 - 2x, \therefore ME = PM - PE = 16 - 3x,$$

$$\therefore y = S_{\triangle PMQ} - S_{\triangle MEG} = \frac{1}{2} (8\sqrt{2} - \sqrt{2}x)^2 - \frac{1}{2} (16 - 3x)^2 = -\frac{7}{2}x^2 + 32x - 64.$$

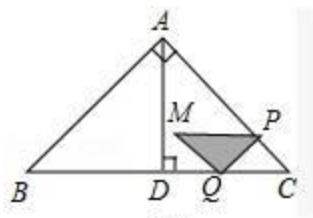


图4

③当 $\frac{16}{3} < x < 8$ 时, 如图 4 中, 则重合部分为 $\triangle PMQ$,

$$\therefore y = S_{\triangle PMQ} = \frac{1}{2} PQ^2 = \frac{1}{2} (8\sqrt{2} - \sqrt{2}x)^2 = x^2 - 16x + 64.$$

$$\text{综上所述 } y = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & (0 < x \leq 4) \\ -\frac{7}{2}x^2 + 32x - 64 & (4 < x \leq \frac{16}{3}) \\ x^2 - 16x + 64 & (\frac{16}{3} < x < 8) \end{cases}$$

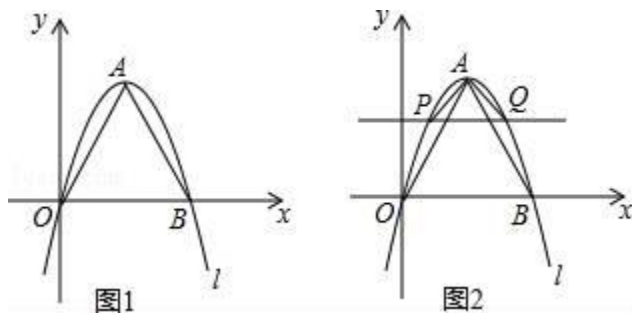
26. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 B 在 x 轴正半轴上, OB 的长度为 2m, 以 OB 为边向上作等边三角形 AOB, 抛物线 l: $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 O, A, B 三点

(1) 当 $m=2$ 时, $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 当 $m=3$ 时, $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

(2) 根据 (1) 中的结果, 猜想 a 与 m 的关系, 并证明你的结论;

(3) 如图 2, 在图 1 的基础上, 作 x 轴的平行线交抛物线 l 于 P、Q 两点, PQ 的长度为 2n, 当 $\triangle APQ$ 为等腰直角三角形时, a 和 n 的关系式为 $a = -\frac{1}{n}$;

(4) 利用 (2) (3) 中的结论, 求 $\triangle AOB$ 与 $\triangle APQ$ 的面积比.



【考点】 二次函数综合题.

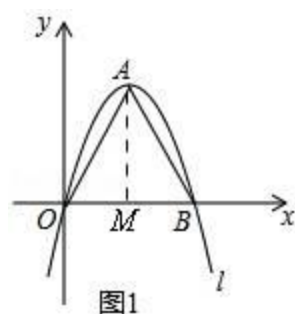
【分析】 (1) 由 $\triangle AOB$ 为等边三角形, $AB=2m$, 得出点 A, B 坐标, 再由点 A, B, O 在抛物线上建立方程组, 得出结论, 最后代 $m=2$, $m=3$, 求值即可;

(2) 同 (1) 的方法得出结论

(3) 由 $\triangle APQ$ 为等腰直角三角形, PQ 的长度为 $2n$, 设 A $(e, d+n)$, $\therefore P(e-n, d)$, Q $(e+n, d)$, 建立方程组求解即可;

(4) 由 (2) (3) 的结论得到 $m=\sqrt{3}n$, 再根据面积公式列出式子, 代入化简即可.

【解答】 解: (1) 如图 1,



$\because$ 点 B 在 x 轴正半轴上, OB 的长度为 $2m$,

$\therefore B(2m, 0)$,

$\because$ 以 OB 为边向上作等边三角形 AOB,

$\therefore AM=\sqrt{3}m$, $OM=m$,

$\therefore A(m, \sqrt{3}m)$,

$\because$ 抛物线 $l: y=ax^2+bx+c$ 经过点 O, A, B 三点

$$\therefore \begin{cases} a \times (2m)^2 + 2bm + c = 0 \\ am^2 + bm + c = \sqrt{3}m \\ c = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{m} \\ b = 2\sqrt{3} \\ c = 0 \end{cases}$$

当 $m=2$ 时, $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

当 $m=3$ 时, $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$,

故答案为: $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;

$$(2) a = -\frac{\sqrt{3}}{m}$$

理由: 如图 1, $\because$ 点 B 在 x 轴正半轴上, OB 的长度为 $2m$,

$\therefore B(2m, 0)$,

$\therefore$ 以 OB 为边向上作等边三角形 AOB,

$\therefore AM = \sqrt{3}m$, $OM = m$,

$\therefore A(m, \sqrt{3}m)$,

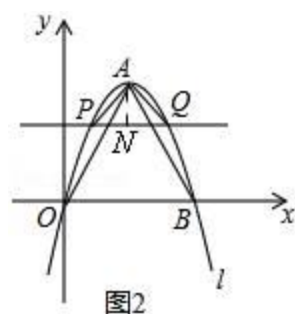
$\therefore$ 抛物线 $l: y = ax^2 + bx + c$ 经过点 O, A, B 三点

$$\therefore \begin{cases} a \times (2m)^2 + 2bm + c = 0 \\ am^2 + bm + c = \sqrt{3}m \\ c = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{m} \\ b = 2\sqrt{3} \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\therefore a = -\frac{\sqrt{3}}{m},$$

(3) 如图 2,



$\therefore \triangle APQ$ 为等腰直角三角形, PQ 的长度为 $2n$,

设 $A(e, d+n)$, $\therefore P(e-n, d)$, $Q(e+n, d)$,

∵ P, Q, A, O 在抛物线 l: $y=ax^2+bx+c$ 上,

$$\therefore \begin{cases} ae^2+be+c=d+n \\ a(e-n)^2+b(e-d)^2+c=d \\ a(e+n)^2+b(e+n)^2+c=d \\ c=0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} ae^2+be=d+n \textcircled{1} \\ a(e-n)^2+b(e-n)=d \textcircled{2}, \\ a(e+n)^2+b(e+n)=d \textcircled{3} \end{cases}$$

① - ② 化简得, $2ae - an + b = 1$ ④,

① - ③ 化简得, $-2ae - an - b = 1$ ⑤,

④ - ⑤ 化简得, $an = -1$,

$$\therefore a = -\frac{1}{n}$$

故答案为 $a = -\frac{1}{n}$,

(4) ∵ OB 的长度为 $2m$, $AM = \sqrt{3}m$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OB \times AM = 2m \times \sqrt{3}m = \sqrt{3}m^2,$$

由 (3) 有, $AN = n$

∵ PQ 的长度为 $2n$,

$$\therefore S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2}PQ \times AN = \frac{1}{2} \times 2m \times n = n^2,$$

由 (2) (3) 有, $a = -\frac{\sqrt{3}}{m}$, $a = -\frac{1}{n}$,

$$\therefore -\frac{\sqrt{3}}{m} = -\frac{1}{n},$$

$$\therefore m = \sqrt{3}n,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle APQ}} = \frac{\sqrt{3}m^2}{n^2} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}n)^2}{n^2} = \frac{3\sqrt{3}}{1},$$

∴ $\triangle AOB$ 与 $\triangle APQ$ 的面积比为 $3\sqrt{3}:1$.

2016 年 7 月 12 日