

2015 年吉林省长春市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) -3 的绝对值是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

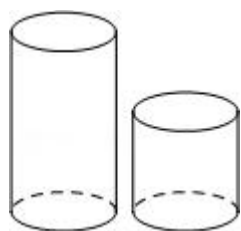
2. (3 分) 在长春市“暖房子工程”实施过程中，某工程队做了面积为 632000m^2 的外墙保暖. 632000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 63.2×10^4 B. 6.32×10^5 C. 0.632×10^6 D. 0.632×10^6

3. (3 分) 计算 $(a^2)^3$ 的结果是 ()

- A. $3a^2$ B. a^5 C. a^6 D. a^3

4. (3 分) 图中的两个圆柱体底面半径相同而高度不同，关于这两个圆柱体的视图说法正确的是 ()



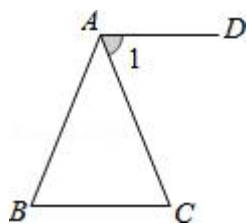
- A. 主视图相同
B. 俯视图相同
C. 左视图相同
D. 主视图、俯视图、左视图都相同

5. (3 分) 方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根 B. 只有一个实数根
C. 没有实数根 D. 有两个不相等的实数根

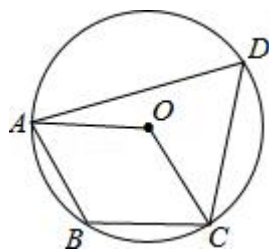
6. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，过点 A 作 $AD \parallel BC$. 若 $\angle 1 = 70^\circ$ ，则

$\angle BAC$ 的大小为 ()



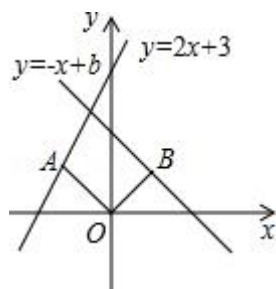
- A. 30° B. 40° C. 50° D. 70°

7. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 若四边形 $ABCO$ 是平行四边形, 则 $\angle ADC$ 的大小为 ()



- A. 45° B. 50° C. 60° D. 75°

8. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-1, m)$ 在直线 $y=2x+3$ 上, 连结 OA , 将线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° , 点 A 的对应点 B 恰好落在直线 $y=-x+b$ 上, 则 b 的值为 ()



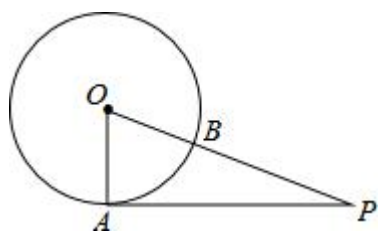
- A. -2 B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

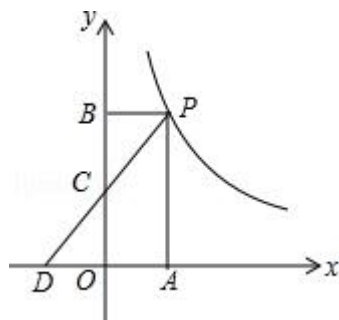
9. (3分) 比较大小: $\sqrt{2}$ _____ 1. (填“ $>$ ”、“ $=$ ”或“ $<$ ”)

10. (3分) 不等式 $3x - 12 \geq 0$ 的解集为_____.

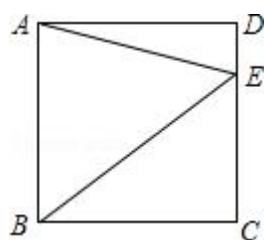
11. (3分) 如图, PA 为 $\odot O$ 的切线, A 为切点, B 是 OP 与 $\odot O$ 的交点. 若 $\angle P=20^\circ$, $OA=3$, 则 $\widehat{AB}$ 的长为_____ (结果保留 π)



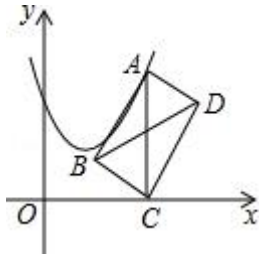
12. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 P 在函数 $y=\frac{6}{x}$ ($x>0$) 的图象上. 过点 P 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足分别为 A 、 B , 取线段 OB 的中点 C , 连结 PC 并延长交 x 轴于点 D . 则 $\triangle APD$ 的面积为_____.



13. (3分) 如图, 点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 CD 上. 若 $\triangle ABE$ 的面积为 8, $CE=3$, 则线段 BE 的长为_____.



14. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 在抛物线 $y=x^2-2x+2$ 上运动. 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴于点 C , 以 AC 为对角线作矩形 $ABCD$, 连结 BD , 则对角线 BD 的最小值为_____.



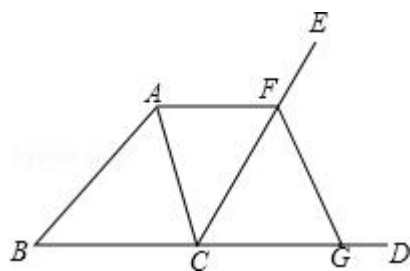
三、解答题（本大题共 10 小题，共 78 分）

15. (6 分) 先化简，再求值： $(x+1)^2 + x(x-2)$ ，其中 $x=\sqrt{3}$.

16. (6 分) 一个不透明的盒子中有三张卡片，卡片上面分别标有字母 a, b, c, 每张卡片除字母不同外其他都相同，小玲先从盒子中随机抽出一张卡片，记下字母后放回并搅匀；再从盒子中随机抽出一张卡片并记下字母，用画树状图（或列表）的方法，求小玲两次抽出的卡片上的字母相同的概率.

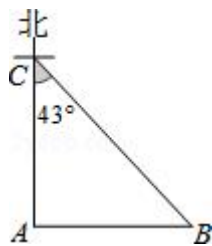
17. (6 分) 为了美化环境，某地政府计划对辖区内 60km^2 的土地进行绿化. 为了尽快完成任务，实际平均每月的绿化面积是原计划的 1.5 倍. 结果提前 2 个月完成任务，求原计划平均每月的绿化面积.

18. (7 分) 如图, CE 是 $\triangle ABC$ 外角 $\angle ACD$ 的平分线, $AF \parallel CD$ 交 CE 于点 F , $FG \parallel AC$ 交 CD 于点 G . 求证: 四边形 $ACGF$ 是菱形.



19. (7 分) 如图, 海面上 B 、 C 两岛分别位于 A 岛的正东和正北方向. 一艘船从 A 岛出发, 以 18 海里/时的速度向正北方向航行 2 小时到达 C 岛, 此时测得 B 岛在 C 岛的南偏东 43° . 求 A 、 B 两岛之间的距离. (结果精确到 0.1 海里)

【参考数据: $\sin 43^\circ = 0.68$, $\cos 43^\circ = 0.73$, $\tan 43^\circ = 0.93$ 】



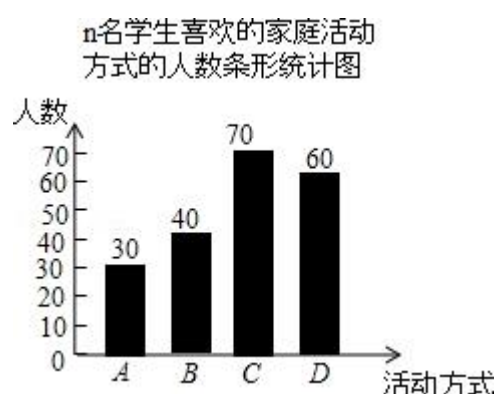
20. (7 分) 在“世界家庭日”前夕, 某校团委随机抽取了 n 名本校学生, 对“世界

家庭日”当天所喜欢的家庭活动方式进行问卷调查. 问卷中的家庭活动方式包括:

A. 在家里聚餐; B. 去影院看电影; C. 到公园游玩; D. 进行其他活动

每位学生在问卷调查时都按要求只选择了其中一种喜欢的活动方式, 该校团委收回全部问卷后, 将收集到的数据整理并绘制成如图所示的统计图, 根据统计图提供的信息, 解答下列问题:

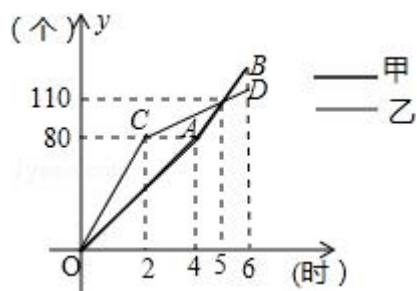
- (1) 求 n 的值;
- (2) 四种方式中最受学生喜欢的方式为_____ (用 A、B、C、D 作答); 选择该种方式的学生人数占被调查的学生人数的百分比为_____.
- (3) 根据统计结果, 估计该校 1800 名学生中喜欢 C 方式的学生比喜欢 B 方式的学生多的人数.



21. (8 分) 甲、乙两台机器共同加工一批零件, 在加工过程中两台机器均改变了一次工作效率. 从工作开始到加工完这批零件两台机器恰好同时工作 6 小时. 甲、乙两台机器各自加工的零件个数 y (个) 与加工时间 x (时) 之间的函数图象分别为折线 $OA-AB$ 与折线 $OC-CD$. 如图所示.

- (1) 求甲机器改变工作效率前每小时加工零件的个数.
- (2) 求乙机器改变工作效率后 y 与 x 之间的函数关系式.

(3) 求这批零件的总个数.



22. (9 分) 在矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AD > AB$. 在边 AD 上取点 E , 使 $AE = AB$,

连结 CE , 过点 E 作 $EF \perp CE$, 与边 AB 或其延长线交于点 F .

猜想: 如图①, 当点 F 在边 AB 上时, 线段 AF 与 DE 的大小关系为_____.

探究: 如图②, 当点 F 在边 AB 的延长线上时, EF 与边 BC 交于点 G . 判断线

段 AF 与 DE 的大小关系, 并加以证明.

应用: 如图②, 若 $AB = 2$, $AD = 5$, 利用探究得到的结论, 求线段 BG 的长.

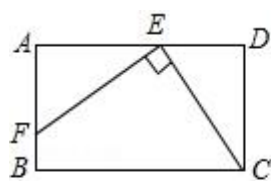


图1

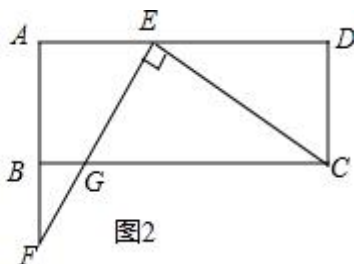


图2

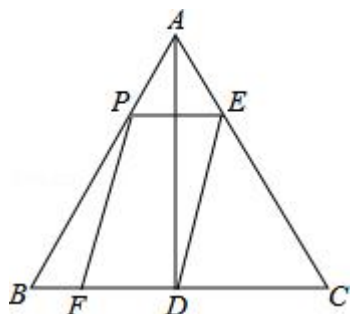
23. (10 分) 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AD \perp BC$ 于点 D . 点 P 在边 AB

上运动, 过点 P 作 $PE \parallel BC$, 与边 AC 交于点 E , 连结 ED , 以 PE 、 ED 为邻

边作 $\square PEDF$. 设 $\square PEDF$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的面积为 y , 线段 AP 的长

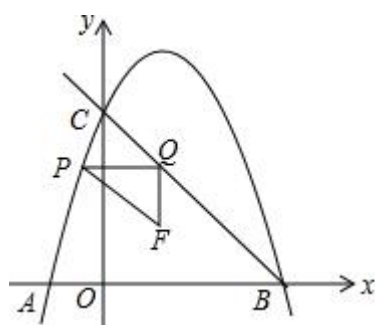
为 x ($0 < x < 6$).

- (1) 求线段 PE 的长. (用含 x 的代数式表示)
- (2) 当四边形 $PEDF$ 为菱形时, 求 x 的值.
- (3) 求 y 与 x 之间的函数关系式.
- (4) 设点 A 关于直线 PE 的对称点为点 A' , 当线段 $A'B$ 的垂直平分线与直线 AD 相交时, 设其交点为 Q , 当点 P 与点 Q 位于直线 BC 同侧 (不包括点 Q 在直线 BC 上) 时, 直接写出 x 的取值范围.



24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=a(x-1)^2+4$ 与 x 轴交于点 A、B 两点, 与 y 轴交于点 C, 且点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 点 P 在这条抛物线上, 且不与 B、C 两点重合. 过点 P 作 y 轴的垂线与射线 BC 交于点 Q, 以 PQ 为边作 $Rt\triangle PQF$, 使 $\angle PQF=90^\circ$, 点 F 在点 Q 的下方, 且 $QF=1$. 设线段 PQ 的长度为 d , 点 P 的横坐标为 m .

- (1) 求这条抛物线所对应的函数表达式.
- (2) 求 d 与 m 之间的函数关系式.
- (3) 当 $Rt\triangle PQF$ 的边 PF 被 y 轴平时, 求 d 的值.
- (4) 以 OB 为边作等腰直角三角形 OBD, 当 $0 < m < 3$ 时, 直接写出点 F 落在 $\triangle OBD$ 的边上时 m 的值.



2015 年吉林省长春市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) -3 的绝对值是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

【考点】15: 绝对值.

【分析】根据一个负数的绝对值等于它的相反数得出.

【解答】解: $|-3| = -(-3) = 3$.

故选: A.

【点评】考查绝对值的概念和求法. 绝对值规律总结: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分) 在长春市“暖房子工程”实施过程中, 某工程队做了面积为 632000m^2 的外墙保暖. 632000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 63.2×10^4 B. 6.32×10^5 C. 0.632×10^6 D. 0.632×10^6

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】用科学记数法表示, 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: $632000 = 6.32 \times 10^5$,

故选: B.

【点评】此题主要考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) 计算 $(a^2)^3$ 的结果是 ()

- A. $3a^2$ B. a^5 C. a^6 D. a^3

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方.

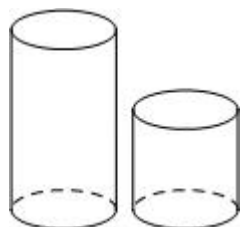
【分析】根据幂的乘方计算即可.

【解答】解: $(a^2)^3 = a^6$,

故选: C.

【点评】此题考查幂的乘方, 关键是根据法则进行计算.

4. (3 分) 图中的两个圆柱体底面半径相同而高度不同, 关于这两个圆柱体的视图说法正确的是 ()



- A. 主视图相同
B. 俯视图相同
C. 左视图相同
D. 主视图、俯视图、左视图都相同

【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】根据从正面看得到的视图是主视图, 从左边看得到的图形是左视图, 从上面看得到的图形是俯视图, 可得答案.

【解答】解: A、主视图的宽不同, 故 A 错误;

B、俯视图是两个相等的圆，故 B 正确；

C、主视图的宽不同，故 C 错误；

D、俯视图是两个相等的圆，故 D 错误；

故选：B.

【点评】 本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的视图是主视图，从左边看得到的图形是左视图，从上面看得到的图形是俯视图.

5. (3 分) 方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的根的情况是 ()

A. 有两个相等的实数根

B. 只有一个实数根

C. 没有实数根

D. 有两个不相等的实数根

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 把 $a=1$, $b=-2$, $c=3$ 代入 $\Delta=b^2-4ac$ 进行计算, 然后根据计算结果判断方程根的情况.

【解答】 解: $\because a=1$, $b=-2$, $c=3$,

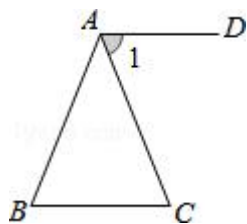
$$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times 1\times 3=-8<0,$$

所以方程没有实数根.

故选: C.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$, a , b , c 为常数) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$. 当 $\Delta>0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta=0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta<0$ 时, 方程没有实数根.

6. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 过点 A 作 $AD\parallel BC$. 若 $\angle 1=70^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的大小为 ()



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 70°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质求出 $\angle C$, 根据等腰三角形的性质得出 $\angle B = \angle C = 70^\circ$, 根据三角形内角和定理求出即可.

【解答】解: $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\because AD \parallel BC, \quad \angle 1 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle 1 = 70^\circ,$$

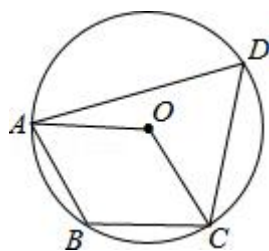
$$\therefore \angle B = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ,$$

故选: B.

【点评】本题考查了三角形内角和定理, 等腰三角形的性质, 平行线的性质的应用, 解此题的关键是求出 $\angle C$ 的度数和得出 $\angle B = \angle C$, 注意: 三角形内角和等于 180° , 两直线平行, 内错角相等.

7. (3 分) 如图, 四边形 ABCD 内接于 $\odot O$, 若四边形 ABCO 是平行四边形, 则 $\angle ADC$ 的大小为 ()



- A. 45° B. 50° C. 60° D. 75°

【考点】L5: 平行四边形的性质; M5: 圆周角定理; M6: 圆内接四边形的性质.

【分析】设 $\angle ADC$ 的度数 $=\alpha$, $\angle ABC$ 的度数 $=\beta$, 由题意可得
$$\begin{cases} \alpha + \beta = 180^\circ \\ \alpha = \frac{1}{2} \beta \end{cases},$$

求出 β 即可解决问题.

【解答】解: 设 $\angle ADC$ 的度数 $=\alpha$, $\angle ABC$ 的度数 $=\beta$;

$\because$ 四边形 $ABCO$ 是平行四边形,

$\therefore \angle ABC = \angle AOC$;

$\because \angle ADC = \frac{1}{2} \beta$, $\angle ADC = \alpha$; 而 $\alpha + \beta = 180^\circ$,

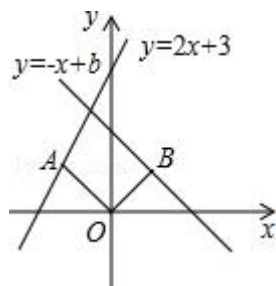
$$\therefore \begin{cases} \alpha + \beta = 180^\circ \\ \alpha = \frac{1}{2} \beta \end{cases},$$

解得: $\beta = 120^\circ$, $\alpha = 60^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$,

故选: C.

【点评】该题主要考查了圆周角定理及其应用问题; 应牢固掌握该定理并能灵活运用.

8. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-1, m)$ 在直线 $y=2x+3$ 上, 连结 OA , 将线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° , 点 A 的对应点 B 恰好落在直线 $y=-x+b$ 上, 则 b 的值为 ()



A. -2

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征; R7: 坐标与图形变化 - 旋转.

【专题】16: 压轴题.

【分析】先把点 A 坐标代入直线 $y=2x+3$, 得出 m 的值, 然后得出点 B 的坐标,
再代入直线 $y=-x+b$ 解答即可.

【解答】解: 把 A $(-1, m)$ 代入直线 $y=2x+3$, 可得: $m=-2+3=1$,
因为线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° , 所以点 B 的坐标为 $(1, 1)$,
把点 B 代入直线 $y=-x+b$, 可得: $1=-1+b$, $b=2$,
故选: D.

【点评】此题考查一次函数问题, 关键是根据代入法解解析式进行分析.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. (3 分) 比较大小: $\sqrt{2}$ > 1. (填“>”、“=”或“<”)

【考点】2A: 实数大小比较.

【分析】根据实数大小比较的方法, 判断出 $\sqrt{2}$ 、1 两个数的平方的大小故选, 即可判断出两个数的大小关系.

【解答】解: $(\sqrt{2})^2=2$, $1^2=1$,

$$\therefore 2 > 1,$$

$$\therefore \sqrt{2} > 1.$$

故答案为: >.

【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是判断出两个数的平方的大小关系.

10. (3 分) 不等式 $3x-12 \geq 0$ 的解集为 $x \geq 4$.

【考点】C6: 解一元一次不等式.

【分析】利用不等式的基本性质, 把 12 移到不等号的右边, 系数化为 1 即可求得原不等式的解集.

【解答】解：移项得， $3x \geq 12$ ，

解得 $x \geq 4$ ，

故答案为 $x \geq 4$ 。

【点评】本题考查了解一元一次不等式，以及解简单不等式的能力，解答这类题
学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错。

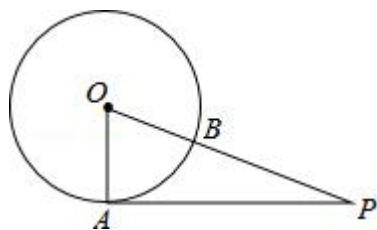
解不等式要依据不等式的基本性质：

(1) 不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；

(2) 不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；

(3) 不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变。

11. (3分) 如图，PA为 $\odot O$ 的切线，A为切点，B是OP与 $\odot O$ 的交点。若 $\angle P=20^\circ$ ， $OA=3$ ，则 $\widehat{AB}$ 的长为 $\frac{7\pi}{6}$ (结果保留 π)



【考点】MC：切线的性质；MN：弧长的计算。

【分析】根据切线性质得出 $\angle OAP=90^\circ$ ，求出 $\angle POA$ 度数，根据弧长公式求出
即可。

【解答】解： $\because PA$ 切 $\odot O$ 于A，

$$\therefore \angle PAO=90^\circ,$$

$$\because \angle P=20^\circ,$$

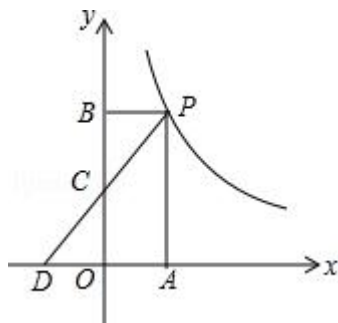
$$\therefore \angle POA=70^\circ,$$

$$\therefore \frac{70\pi \cdot 3}{180} = \frac{7\pi}{6},$$

故答案为： $\frac{7\pi}{6}$ 。

【点评】 本题考查了弧长公式，切线的性质的应用，能正确运用弧长公式进行计算是解此题的关键，注意：圆的切线垂直于过切点的半径.

12. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，点 P 在函数 $y=\frac{6}{x}$ ($x>0$) 的图象上. 过点 P 分别作 x 轴、 y 轴的垂线，垂足分别为 A 、 B ，取线段 OB 的中点 C ，连结 PC 并延长交 x 轴于点 D . 则 $\triangle APD$ 的面积为 6.



【考点】 G5: 反比例函数系数 k 的几何意义; KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】 根据已知条件证得 $\triangle PBC \cong \triangle DOC$ ，再根据反比例函数系数 k 的几何意义即可得到结论.

【解答】 解: $\because PB \perp y$ 轴, $PA \perp x$ 轴,

$$\therefore S_{\text{矩形} APBO} = |k| = 6,$$

在 $\triangle PBC$ 与 $\triangle DOC$ 中,

$$\begin{cases} \angle PBC = \angle DOC = 90^\circ \\ BC = OC \\ \angle PCB = \angle DCO \end{cases},$$

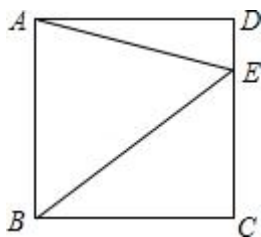
$$\therefore \triangle PBC \cong \triangle DOC,$$

$$\therefore S_{\triangle APD} = S_{\text{矩形} APBO} = 6.$$

故答案为: 6.

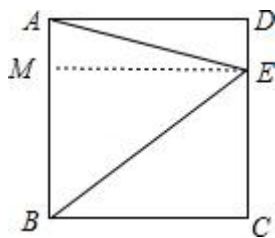
【点评】 本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，过双曲线上的任意一点分别向两条坐标轴作垂线，与坐标轴围成的矩形面积就等于 $|k|$ ，全等三角形的判定和性质，证明 $\triangle PBC \cong \triangle DOC$ 是解题的关键.

13. (3 分) 如图, 点 E 在正方形 ABCD 的边 CD 上. 若 $\triangle ABE$ 的面积为 8, $CE=3$, 则线段 BE 的长为 5.



【考点】K3: 三角形的面积; KQ: 勾股定理; LE: 正方形的性质.

【分析】根据正方形性质得出 $AD=BC=CD=AB$, 根据面积求出 EM, 得出 $BC=4$, 根据勾股定理求出即可.



【解答】解:

过 E 作 $EM \perp AB$ 于 M,

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AD=BC=CD=AB$,

$\therefore EM=AD$, $BM=CE$,

$\because \triangle ABE$ 的面积为 8,

$$\therefore \frac{1}{2} \times AB \times EM = 8,$$

解得: $EM=4$,

即 $AD=DC=BC=AB=4$,

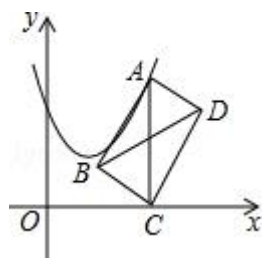
$\because CE=3$,

由勾股定理得: $BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,

故答案为: 5.

【点评】 本题考查了三角形面积，正方形性质，勾股定理的应用，解此题的关键是求出 BC 的长，难度适中.

14. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 在抛物线 $y=x^2-2x+2$ 上运动. 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴于点 C ，以 AC 为对角线作矩形 $ABCD$ ，连结 BD ，则对角线 BD 的最小值为 1.



【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征; J4: 垂线段最短; LB: 矩形的性质.

【专题】 11: 计算题; 16: 压轴题.

【分析】 先利用配方法得到抛物线的顶点坐标为 $(1, 1)$ ，再根据矩形的性质得 $BD=AC$ ，由于 AC 的长等于点 A 的纵坐标，所以当点 A 在抛物线的顶点时，点 A 到 x 轴的距离最小，最小值为 1 ，从而得到 BD 的最小值.

【解答】 解: $\because y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$,

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(1, 1)$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore BD=AC$,

而 $AC \perp x$ 轴,

$\therefore AC$ 的长等于点 A 的纵坐标,

当点 A 在抛物线的顶点时，点 A 到 x 轴的距离最小，最小值为 1 ,

$\therefore$ 对角线 BD 的最小值为 1 .

故答案为 1 .

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式．也考查了矩形的性质．

三、解答题（本大题共 10 小题，共 78 分）

15. （6 分）先化简，再求值： $(x+1)^2+x(x-2)$ ，其中 $x=\sqrt{3}$ ．

【考点】 4J：整式的混合运算—化简求值．

【专题】 11：计算题．

【分析】 原式第一项利用完全平方公式化简，第二项利用单项式乘以多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值．

【解答】 解：原式 $=x^2+2x+1+x^2-2x=2x^2+1$ ，

当 $x=\sqrt{3}$ 时，原式 $=6+1=7$ ．

【点评】 此题考查了整式的混合运算—化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

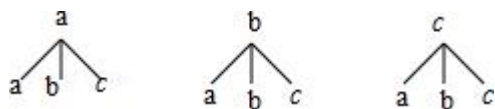
16. （6 分）一个不透明的盒子中有三张卡片，卡片上面分别标有字母 a ， b ， c ，每张卡片除字母不同外其他都相同，小玲先从盒子中随机抽出一张卡片，记下字母后放回并搅匀；再从盒子中随机抽出一张卡片并记下字母，用画树状图（或列表）的方法，求小玲两次抽出的卡片上的字母相同的概率．

【考点】 X6：列表法与树状图法．

【专题】 11：计算题．

【分析】 先画树状图展示所有 9 种等可能的结果数，再找出两次抽出的卡片上的字母相同的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】 解：画树状图为：



共有 9 种等可能的结果数，其中两次抽出的卡片上的字母相同的结果数为 3 种，

所有小玲两次抽出的卡片上的字母相同的概率 $=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了列表法或树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率.

17. (6 分) 为了美化环境，某地政府计划对辖区内 60km^2 的土地进行绿化. 为了尽快完成任务，实际平均每月的绿化面积是原计划的 1.5 倍. 结果提前 2 个月完成任务，求原计划平均每月的绿化面积.

【考点】 B7：分式方程的应用.

【分析】 设原计划平均每月的绿化面积为 $x\text{km}^2$ ，实际平均每月的绿化面积是 $1.5x\text{km}^2$ ，根据结果提前 2 个月完成任务列出方程解答即可.

【解答】 解：设原计划平均每月的绿化面积为 $x\text{km}^2$ ，实际平均每月的绿化面积是 $1.5x\text{km}^2$ ，由题意得

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{1.5x} = 2$$

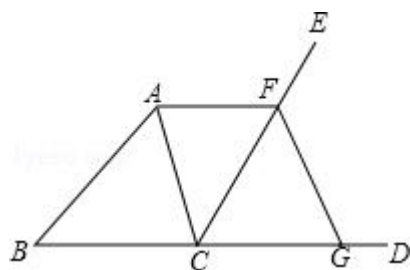
解得： $x=10$

经检验 $x=10$ 是原方程的解，

答：原计划平均每月的绿化面积为 10km^2 .

【点评】 此题考查分是方程的实际运用，找到原计划所用时间和实际所用时间的等量关系是解决问题的关键.

18. (7 分) 如图， CE 是 $\triangle ABC$ 外角 $\angle ACD$ 的平分线， $AF \parallel CD$ 交 CE 于点 F ， $FG \parallel AC$ 交 CD 于点 G . 求证： 四边形 $ACGF$ 是菱形.



【考点】L9: 菱形的判定.

【专题】14: 证明题.

【分析】首先根据平行线的性质得到 $\angle 2 = \angle 3$ ，从而根据角平分线的性质得到 $\angle 1 = \angle 3$ ，得到 $AF = AC$ ，从而利用邻边相等的平行四边形是菱形证得结论.

【解答】证明： $\because AF \parallel CD, FG \parallel AC$,

$\therefore$ 四边形 $ACGF$ 是平行四边形， $\angle 2 = \angle 3$,

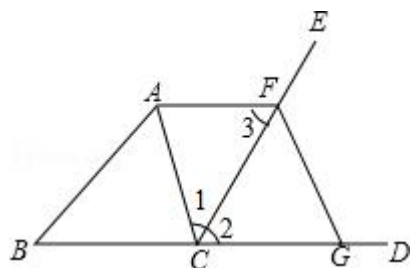
$\because CE$ 平分 $\angle ACD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

$\therefore AC = AF$,

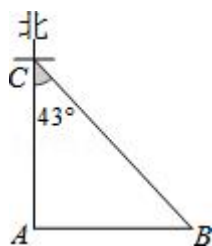
$\therefore$ 四边形 $ACGF$ 是菱形.



【点评】 本题考查了菱形的判定，解题的关键是了解菱形的几种判定方法，难度不大.

19. (7 分) 如图，海面上 B、C 两岛分别位于 A 岛的正东和正北方向. 一艘船从 A 岛出发，以 18 海里/时的速度向正北方向航行 2 小时到达 C 岛，此时测得 B 岛在 C 岛的南偏东 43° . 求 A、B 两岛之间的距离. (结果精确到 0.1 海里)

【参考数据： $\sin 43^\circ = 0.68$, $\cos 43^\circ = 0.73$, $\tan 43^\circ = 0.93$ 】



【考点】 TB: 解直角三角形的应用 – 方向角问题.

【分析】 根据路程=速度×时间, 可得 $AC=18 \times 2=36$ 海里, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 利用正切函数的定义可得 $AB=AC \cdot \tan \angle ACB$, 将数值代入计算即可求解.

【解答】 解: 由题意得, $AC=18 \times 2=36$ 海里, $\angle ACB=43^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle A=90^\circ$,

$\therefore AB=AC \cdot \tan \angle ACB=36 \times 0.93 \approx 33.5$ 海里.

故 A、B 两岛之间的距离约为 33.5 海里.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 – 方向角问题, 正切函数的定义, 路程、速度与时间自己的关系, 难度一般. 理解方向角的定义, 将实际问题转化为数学问题是解决问题的关键.

20. (7 分) 在“世界家庭日”前夕, 某校团委随机抽取了 n 名本校学生, 对“世界家庭日”当天所喜欢的家庭活动方式进行问卷调查. 问卷中的家庭活动方式包括:

A. 在家里聚餐; B. 去影院看电影; C. 到公园游玩; D. 进行其他活动

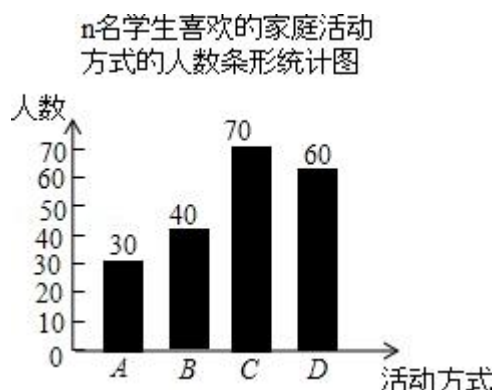
每位学生在问卷调查时都按要求只选择了其中一种喜欢的活动方式, 该校团委收回全部问卷后, 将收集到的数据整理并绘制成如图所示的统计图, 根据统计图提供的信息, 解答下列问题:

(1) 求 n 的值;

(2) 四种方式中最受学生喜欢的方式为 C (用 A、B、C、D 作答); 选择该种方式的学生人数占被调查的学生人数的百分比为 35%.

(3) 根据统计结果, 估计该校 1800 名学生中喜欢 C 方式的学生比喜欢 B 方式

的学生多的人数.



【考点】 V5: 用样本估计总体; VC: 条形统计图.

【分析】 (1) 根据条形图, 把 A, B, C, D 的人数加起来, 即可解答;

(2) C 的学生人数最多, 即为四种方式中最受学生喜欢的方式; 用 C 的人数÷总人数, 即可得到百分比;

(3) 分别计算出喜欢 C 方式的学生人数、喜欢 B 方式的学生的人数, 作差即可解答.

【解答】 解: (1) $n=30+40+70+60=200$.

(2) $\because$ C 的学生人数最多,

$\therefore$ 四种方式中最受学生喜欢的方式为 C,

$$\frac{70}{200} \times 100\% = 35\%,$$

故答案为: C, 35%.

$$(3) 1800 \times \frac{70}{200} - 1800 \times \frac{40}{200} = 270 \text{ (人)},$$

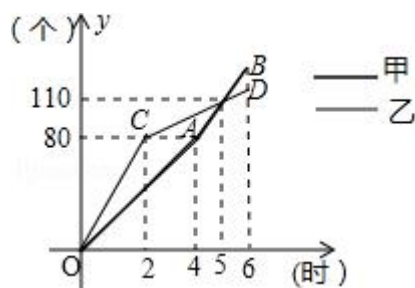
答: 该校 1800 名学生中喜欢 C 方式的学生比喜欢 B 方式的学生多的人数为 270 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

21. (8 分) 甲、乙两台机器共同加工一批零件, 在加工过程中两台机器均改变

了一次工作效率. 从工作开始到加工完这批零件两台机器恰好同时工作 6 小时. 甲、乙两台机器各自加工的零件个数 y (个) 与加工时间 x (时) 之间的函数图象分别为折线 $OA-AB$ 与折线 $OC-CD$. 如图所示.

- (1) 求甲机器改变工作效率前每小时加工零件的个数.
- (2) 求乙机器改变工作效率后 y 与 x 之间的函数关系式.
- (3) 求这批零件的总个数.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 甲改变工作效率前的工作效率为改变前加工的总件数, 除以加工的总时间即可;

(2) 利用待定系数法求一次函数解析式即可;

(3) 利用函数解析式求出甲、乙两机器 6 小时加工的总件数, 求其和即可.

【解答】 解: (1) $80 \div 4 = 20$ (件);

(2) 设 AB 与 CD 的交点为 P , 由图可以 P 坐标为 $(5, 110)$

$\therefore$ 图象过 $C(2, 80)$, $P(5, 110)$,

$\therefore$ 设解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 80 \\ 5k + b = 110 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = 10 \\ b = 60 \end{cases},$$

$\therefore y_{\text{乙}} = 10x + 60$ ($2 \leq x \leq 6$);

(3) $\because AB$ 过 $(4, 80)$, $P(5, 110)$,

$\therefore$ 设 AB 的解析式为 $y_{\text{甲}} = mx + n$ ($m \neq 0$),

$$\therefore \begin{cases} 4m+n=80 \\ 5m+n=110 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} m=30 \\ n=-40 \end{cases},$$

$\therefore y_{\text{甲}} = 30x - 40$ ($4 \leq x \leq 6$),

当 $x=6$ 时, $y_{\text{甲}} = 30 \times 6 - 40 = 140$, $y_{\text{乙}} = 10 \times 6 + 60 = 120$,

$\therefore$ 这批零件的总个数是 $140 + 120 = 260$.

【点评】 此题主要考查了一次函数的应用, 根据题意得出函数关系式以及数形结合是解决问题的关键.

22. (9 分) 在矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AD > AB$. 在边 AD 上取点 E , 使 $AE = AB$,

连结 CE , 过点 E 作 $EF \perp CE$, 与边 AB 或其延长线交于点 F .

猜想: 如图①, 当点 F 在边 AB 上时, 线段 AF 与 DE 的大小关系为 $AF = DE$.

探究: 如图②, 当点 F 在边 AB 的延长线上时, EF 与边 BC 交于点 G . 判断线段 AF 与 DE 的大小关系, 并加以证明.

应用: 如图②, 若 $AB = 2$, $AD = 5$, 利用探究得到的结论, 求线段 BG 的长.

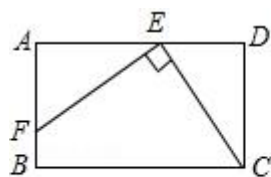


图1

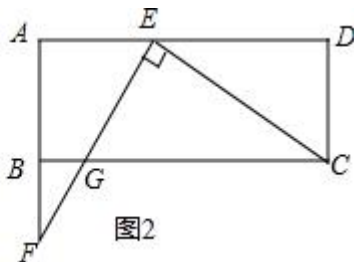


图2

【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 ①根据题意证明 $\triangle AEF \cong \triangle DCE$ 即可;

②证明方法与①相同可以证明结论;

③根据平行线分线段成比例定理列出比例式, 计算得到答案.

【解答】 解: ① $AF = DE$;

② $AF = DE$,

证明: $\because \angle A = \angle FEC = \angle D = 90^\circ$,

$$\therefore \angle AEF = \angle DCE,$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ AE = CD \\ \angle AEF = \angle DCE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DCE,$$

$$\therefore AF = DE.$$

$$\textcircled{3} \because \triangle AEF \cong \triangle DCE,$$

$$\therefore AE = CD = AB = 2, AF = DE = 3, FB = FA - AB = 1,$$

$$\therefore BG \parallel AD,$$

$$\therefore \frac{BG}{AE} = \frac{FB}{FA},$$

$$\therefore BG = \frac{2}{3}.$$

【点评】 本题考查的是矩形的性质、全等三角形的判定和性质、相似三角形的性质和判定, 灵活运用相关的定理和性质是解题的关键.

23. (10 分) 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AD \perp BC$ 于点 D . 点 P 在边 AB 上运动, 过点 P 作 $PE \parallel BC$, 与边 AC 交于点 E , 连结 ED , 以 PE 、 ED 为邻边作 $\square PEDF$. 设 $\square PEDF$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的面积为 y , 线段 AP 的长为 x ($0 < x < 6$).

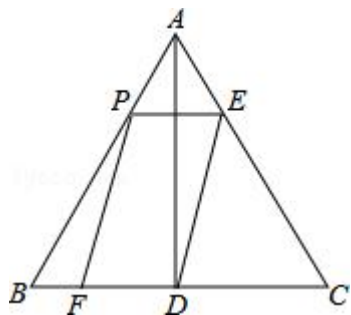
(1) 求线段 PE 的长. (用含 x 的代数式表示)

(2) 当四边形 $PEDF$ 为菱形时, 求 x 的值.

(3) 求 y 与 x 之间的函数关系式.

(4) 设点 A 关于直线 PE 的对称点为点 A' , 当线段 $A'B$ 的垂直平分线与直线 AD 相交时, 设其交点为 Q , 当点 P 与点 Q 位于直线 BC 同侧 (不包括点 Q

在直线 BC 上) 时, 直接写出 x 的取值范围.



【考点】LO: 四边形综合题.

【专题】16: 压轴题.

【分析】(1) 证明 $\triangle APE$ 是等边三角形, 即可求解;

(2) 四边形 $PEDF$ 为菱形时, $AE=DE$, 然后证明 $DE=EC$ 即可得到 E 是 AC 的中点, 则 P 是 AB 的中点, 据此即可求解;

(3) 当 $x=3$, 即 P 是 AB 的中点时, $PE=\frac{1}{2}BC$, 则 F 与 B 重合, 当 $0 < x \leq 3$ 时, 重合部分就是平行四边形 $PEDF$, 当 $3 < x \leq 6$ 时, 重合部分是梯形 $PEDB$, 根据平行四边形和梯形的面积公式即可求解;

(4) 首先求得当 $A'B$ 的中垂线正好经过点 D 时 x 的值, 据此即可求解.

【解答】解: (1) $\because PE \parallel BC$,

$\therefore \triangle APE \sim \triangle ABC$,

又 $\because \triangle ABC$ 是等边 $\triangle$,

$\therefore \triangle APE$ 是等边三角形,

$\therefore PE=AP=x$ ($0 < x < 6$);

(2) $\because$ 四边形 $PEDF$ 为菱形,

$\therefore PE=DE=x$,

又 $\because \triangle APE$ 是等边三角形, 则 $AE=PE$,

$$\therefore AE=DE,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle ADE,$$

$$\text{又} \because \angle ADE+\angle EDC=\angle DAC+\angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC=\angle C,$$

$$\therefore DE=EC,$$

$$\therefore DE=EC=AE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}AB=3.$$

$$\text{即 } x=3;$$

(3) 当 $x=3$, 即 P 是 AB 的中点时, $PE=\frac{1}{2}BC$, 则 F 与 B 重合.

则当 $0 < x \leq 3$ 时, 重合部分就是平行四边形 $PEDF$, 如图 1.

等边 $\triangle ABC$ 中, $AD=AB \cdot \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$, 等边 $\triangle APE$ 中,

$$AM=AP \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\text{则 } DM=3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\text{则 } y=x \left(3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right), \text{ 即 } y=-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+3\sqrt{3}x;$$

当 $3 < x < 6$ 时, 重合部分是梯形 $PEDB$, 如图 2.

$$\text{则 } y=\frac{1}{2}(PE+BD) \cdot DM=\frac{1}{2}(x+3) \cdot \left(3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right), \text{ 即 } y=-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{3\sqrt{3}}{4}x+\frac{9\sqrt{3}}{2};$$

(4) 情形一: 当 A' 在 BC 上方时, 如图 3 所示,

当 $A'B$ 的中垂线正好经过点 D 时, $A'D=BD=3$,

$$\text{则 } AA'=3\sqrt{3}-3.$$

$$\text{则 } AM=\frac{1}{2}AA'=\frac{1}{2}(3\sqrt{3}-3),$$

$$\therefore x=AP=\frac{\frac{1}{2}(3\sqrt{3}-3)}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=3-\sqrt{3}.$$

则 x 的取值范围是: $0 < x < 3 - \sqrt{3}$.

情形二: 当 A' 在 BC 上时, $PQ \parallel AD$, 如图 4 所示,

$$AP=A'P=BP=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2} \times 6=3.$$

情形三: 当 A' 在 BC 下方时, 如图 5 所示,

当 $A'B$ 的中垂线正好经过点 D 时, $A'D=BD=3$,

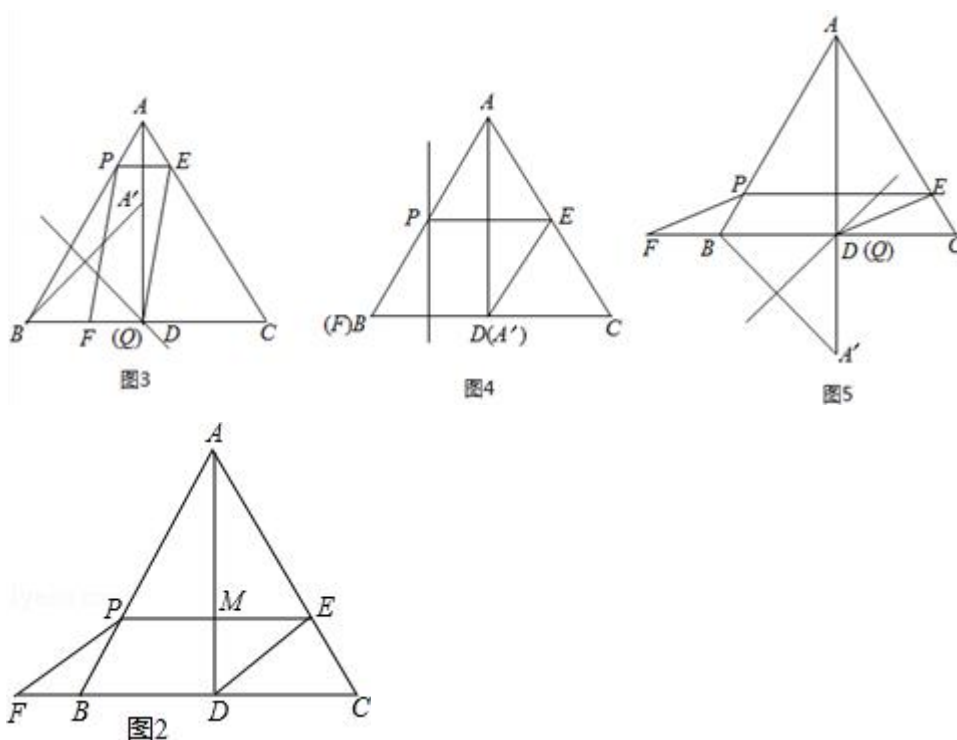
$$\text{则 } AA'=3\sqrt{3}+3.$$

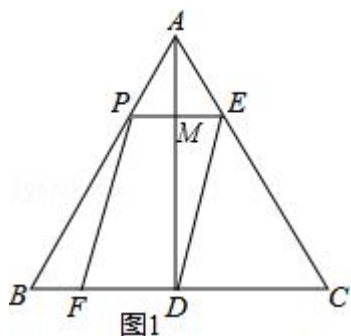
$$\text{则 } AM=\frac{1}{2}AA'=\frac{1}{2}(3\sqrt{3}+3),$$

$$\therefore x=AP=\frac{\frac{1}{2}(3\sqrt{3}+3)}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=3+\sqrt{3}.$$

则 x 的取值范围是: $3 < x < 3 + \sqrt{3}$.

综上所述, x 的取值范围为 $0 < x < 3 - \sqrt{3}$ 或 $3 < x < 3 + \sqrt{3}$.

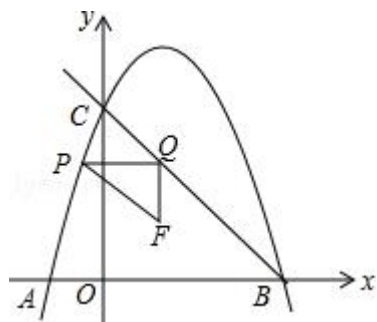




【点评】 本题是等边三角形的性质以及菱形的性质的综合应用，求得 F 与 B 重合以及 A'B 的中垂线正好经过点 D 时，两种情况下 t 的值是关键.

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=a(x-1)^2+4$ 与 x 轴交于点 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，且点 B 的坐标为 (3, 0)，点 P 在这条抛物线上，且不与 B、C 两点重合. 过点 P 作 y 轴的垂线与射线 BC 交于点 Q，以 PQ 为边作 $Rt\triangle PQF$ ，使 $\angle PQF=90^\circ$ ，点 F 在点 Q 的下方，且 $QF=1$. 设线段 PQ 的长度为 d，点 P 的横坐标为 m.

- (1) 求这条抛物线所对应的函数表达式.
- (2) 求 d 与 m 之间的函数关系式.
- (3) 当 $Rt\triangle PQF$ 的边 PF 被 y 轴平时，求 d 的值.
- (4) 以 OB 为边作等腰直角三角形 OBD，当 $0 < m < 3$ 时，直接写出点 F 落在 $\triangle OBD$ 的边上时 m 的值.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】(1) 把点 B (3, 0) 代入抛物线 $y=a(x-1)^2+4$, 求出 a 的值即可;

(2) 先求出直线 BC 的解析式, 由点 Q 的纵坐标求出横坐标, 求出 PQ, 即可得出结果;

(3) 由题意得出点 P 与点 Q 关于 y 轴对称, 得出方程, 解方程即可;

(4) 分两种情况: ①当点 F 落在 $\triangle OBD$ 的直角边上时, 延长 QF 交 OB 于 G, 证出 $\triangle OFG$ 是等腰直角三角形, 得出 $OG=FG$, 由 $FG=QG-QF$, 得出方程, 解方程即可;

②当点 F 落在 $\triangle OBD$ 的斜边上时, 证出 $\triangle BQF$ 是等腰直角三角形, 得出 $BF=QF=1$, $OF=2$, 得出方程, 解方程即可.

【解答】解: (1) 把点 B (3, 0) 代入抛物线 $y=a(x-1)^2+4$,

得: $4a+4=0$,

解得: $a=-1$,

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为: $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$,

即抛物线解析式为: $y=-x^2+2x+3$;

(2) 对于抛物线 $y=-x^2+2x+3$,

当 $x=0$ 时, $y=3$;

当 $y=0$ 时, $x=-1$, 或 $x=3$,

$\therefore C(0, 3)$, $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$,

设直线 BC 的解析式为: $y=kx+b$,

根据题意得:
$$\begin{cases} b=3 \\ 3k+b=0 \end{cases}$$

解得: $k=-1$, $b=3$,

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为: $y=-x+3$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为: $(m, -m^2+2m+3)$,

∴ 点 Q 的纵坐标坐标为: $-m^2+2m+3$,

则 $-x+3=-m^2+2m+3$, $x=m^2-2m$,

∴ 点 Q 的坐标为 $(m^2-2m, -m^2+2m+3)$,

∴ 当 $-1 \leq m < 0$ 时, 如图 1,

$$d=m^2-2m-m=m^2-3m,$$

当 $0 < m < 3$ 时, 如图 2,

$$d=m-(m^2-2m)=-m^2+3m$$

∴ d 与 m 之间的函数关系式为: $d=\begin{cases} m^2-3m(-1 \leq m < 0) \\ -m^2+3m(0 < m < 3) \end{cases}$;

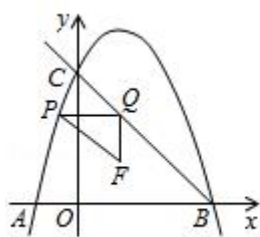


图1

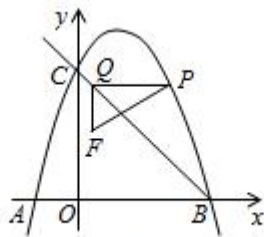


图2

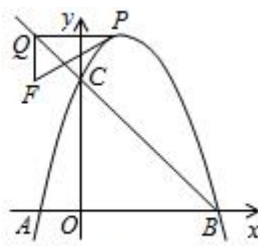


图3

(3) 当 Rt△PQF 的边 PF 被 y 轴平时, 点 P 与点 Q 关于 y 轴对称,

∴ 横坐标互为相反数,

$$\therefore m^2-2m+m=0,$$

解得: $m=1$, 或 $m=0$ (不合题意, 舍去),

$$\therefore m=1,$$

$$\therefore d=3-1=2;$$

(4) 分四种情况:

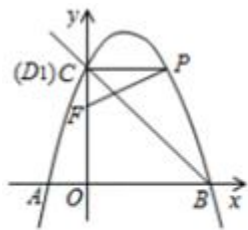
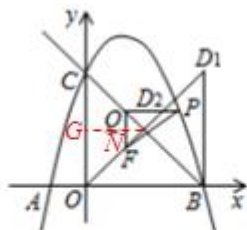


图4



5

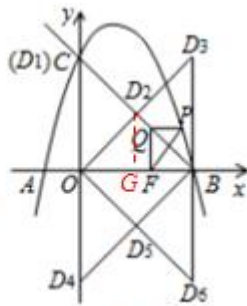
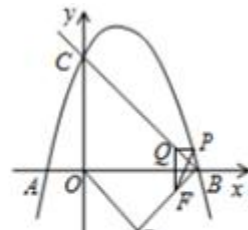


图 6



7

①情形一：如图 4 所示，

$\therefore$ C 点的坐标为 $(0, 3)$,

将 $y=3$ 代入函数 $y=-x^2+2x+3$ 得 $x_1=0$ (舍去), $x_2=2$,

∴ P 点的横坐标 $m=2$;

②情形二：如图 5 所示：过 D_2 点作 $D_2G \perp CO$ 交 QF 与 N 点，

 $\therefore B = (3, 0)$

$$\therefore \frac{QF}{D_2G} = \frac{BF}{BG},$$

$$\therefore BF=1,$$

$$\therefore Q(1, 1),$$

将 $y=1$ 代入函数 $y=-x^2+2x+3$ 得 $x_1=1+\sqrt{3}$, $x_2=1-\sqrt{3}$ (舍去),

$$\therefore m=1+\sqrt{3};$$

④情形四：如图 7 所示：

$$\therefore CD_4=6, QF=1, BC=3\sqrt{2}, \text{ 且 } QF \parallel CD_2,$$

$$\therefore \frac{BQ}{BC} = \frac{QF}{CD_2},$$

$$\therefore BQ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore Q \text{ 点纵坐标为 } \frac{1}{2}, \text{ 即 } P \text{ 点纵坐标},$$

将 $y=\frac{1}{2}$ 代入函数 $y=-x^2+2x+3$ 得 $x_1=\frac{2+\sqrt{14}}{2}$, $x_2=\frac{2-\sqrt{14}}{2}$ (舍去),

$$\therefore m = \frac{2+\sqrt{14}}{2}.$$

综上所述：当 $0 < m < 3$ 时，点 F 落在 $\triangle OBD$ 的边上时 m 的值为：2，或 $1+\sqrt{2}$,

$$\text{或 } 1+\sqrt{3}, \text{ 或 } \frac{2+\sqrt{14}}{2}.$$

【点评】 本题是二次函数综合题目，考查了二次函数解析式的求法、轴对称的性质、用待定系数法求一次函数解析式、等腰直角三角形的判定与性质、一元二次方程的解法等知识；本题难度较大，综合性强，特别是（4）中，需要进行分类讨论，画出图形，证明等腰直角三角形和解一元二次方程才能得出结果.