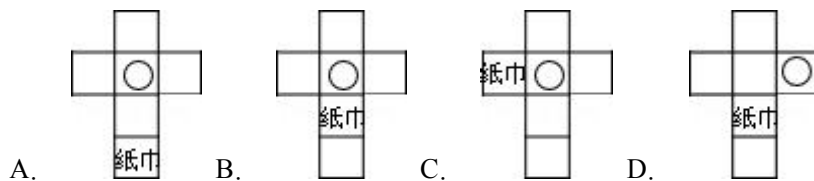


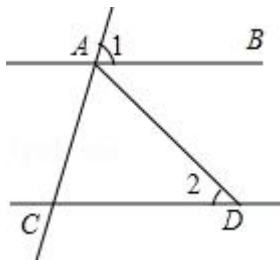
2015 年吉林省中考数学试卷

一、选择题（共 6 小题，每小题 2 分，满分 12 分）

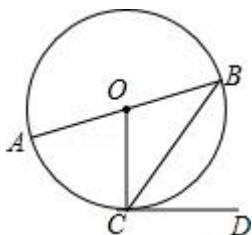
1. (2 分) (2015•吉林) 若等式 $0 \square 1 = -1$ 成立，则 $\square$ 内的运算符号为 ()
A. $+$ B. $-$ C. $\times$ D. $\div$
2. (2 分) (2015•吉林) 购买 1 个单价为 a 元的面包和 3 瓶单价为 b 元的饮料，所需钱数为 ()
A. $(a+b)$ 元 B. $3(a+b)$ 元 C. $(3a+b)$ 元 D. $(a+3b)$ 元
3. (2 分) (2015•吉林) 下列计算正确的是 ()
A. $3a - 2a = a$ B. $2a \cdot 3a = 6a$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(3a)^2 = 6a^2$
4. (2 分) (2015•吉林) 如图，有一个正方体纸巾盒，它的平面展开图是 ()



5. (2 分) (2015•吉林) 如图， $AB \parallel CD$ ， $AD = CD$ ， $\angle 1 = 70^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



6. (2 分) (2015•吉林) 如图，在 $\odot O$ 中， AB 为直径， BC 为弦， CD 为切线，连接 OC 。若 $\angle BCD = 50^\circ$ ，则 $\angle AOC$ 的度数为 ()



A. 40° B. 50° C. 80° D. 100°

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

7. (3 分) (2015•吉林) 不等式 $3+2x > 5$ 的解集是_____.

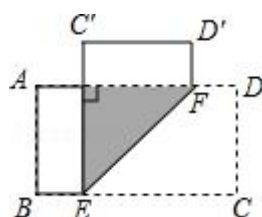
8. (3 分) (2015•吉林) 计算: $\frac{x}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x} =$ _____.

9. (3 分) (2015•吉林) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的值可能是_ (写出一个即可).

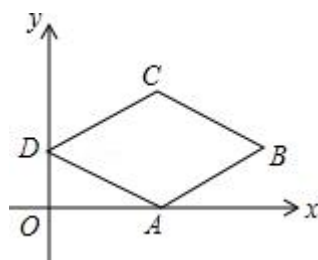
10. (3 分) (2015•吉林) 图中是对顶角量角器, 用它测量角的原理是_____.



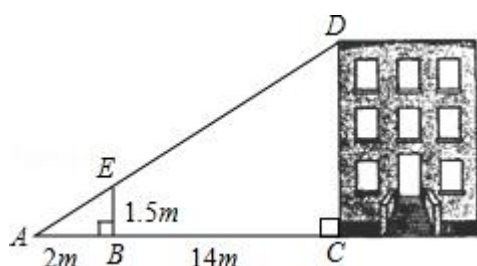
11. (3 分) (2015•吉林) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6\text{cm}$, 点 E 、 F 分别是边 BC 、 AD 上一点, 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 使点 C 、 D 分别落在点 C' 、 D' 处. 若 $C'E \perp AD$, 则 EF 的长为_____ cm .



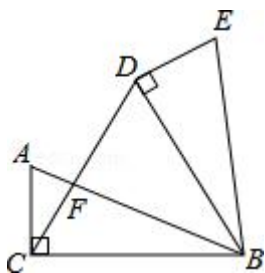
12. (3 分) (2015•吉林) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 A 在 x 轴上, 点 B 的坐标为 $(8, 2)$, 点 D 的坐标为 $(0, 2)$, 则点 C 的坐标为_____.



13. (3 分) (2015•吉林) 如图, 利用标杆 BE 测量建筑物的高度, 标杆 BE 高 1.5m , 测得 $AB=2\text{m}$, $BC=14\text{m}$, 则楼高 CD 为_____ m .



14. (3分) (2015•吉林) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=5\text{cm}$, $BC=12\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° , 得到 $\triangle BDE$, 连接 DC 交 AB 于点 F , 则 $\triangle ACF$ 与 $\triangle BDF$ 的周长之和为_____cm.



三、解答题 (每小题 5 分, 满分 20 分)

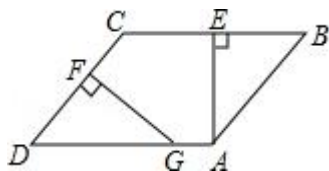
15. (5分) (2015•吉林) 先化简, 再求值: $(x+3)(x-3)+2(x^2+4)$, 其中 $x=\sqrt{2}$.

16. (5分) (2015•吉林) 根据图中的信息, 求梅花鹿和长颈鹿现在的高度.



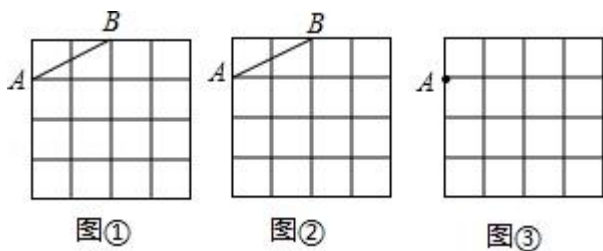
17. (5分) (2015•吉林) 甲口袋中装有 2 个相同的小球, 它们分别写有数字 1 和 2; 乙口袋中装有 3 个相同的小球, 它们分别写有数字 3, 4 和 5, 从两个口袋中各随机取出 1 个小球. 用画树状图或列表的方法, 求取出的 2 个小球上的数字之和为 6 的概率.

18. (5分) (2015•吉林) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$, 交边 BC 于点 E , 点 F 为边 CD 上一点, 且 $DF=BE$. 过点 F 作 $FG \perp CD$, 交边 AD 于点 G . 求证: $DG=DC$.



四、解答题 (每小题 7 分, 共 28 分)

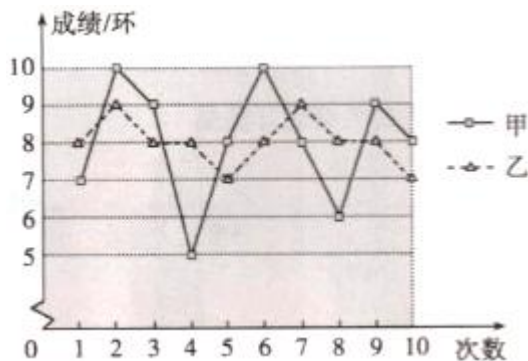
19. (7分) (2015•吉林) 图①, 图②, 图③都是 4×4 的正方形网格, 每个小正方形的顶点称为格点, 每个小正方形的边长均为 1. 在图①, 图②中已画出线段 AB , 在图③中已画出点 A . 按下列要求画图:



- (1) 在图①中，以格点为顶点，AB 为一边画一个等腰三角形；
- (2) 在图②中，以格点为顶点，AB 为一边画一个正方形；
- (3) 在图③中，以点 A 为一个顶点，另外三个顶点也在格点上，画一个面积最大的正方形.

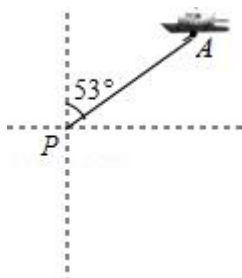
20. (7 分) (2015•吉林) 要从甲、乙两名同学中选出一名，代表班级参加射击比赛，如图是两人最近 10 次射击训练成绩的折线统计图.

- (1) 已求得甲的平均成绩为 8 环，求乙的平均成绩；
- (2) 观察图形，直接写出甲，乙这 10 次射击成绩的方差 $s_{\text{甲}}^2$, $s_{\text{乙}}^2$ 哪个大；
- (3) 如果其他班级参赛选手的射击成绩都在 7 环左右，本班应该选_____参赛更合适；如果其他班级参赛选手的射击成绩都在 9 环左右，本班应该选_____参赛更合适.



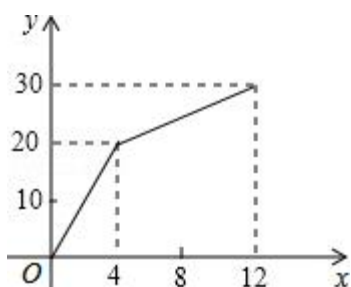
21. (7 分) (2015•吉林) 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 53° 方向，距离灯塔 100 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向上的 B 处.

- (1) 在图中画出点 B，并求出 B 处与灯塔 P 的距离 (结果取整数)；
 - (2) 用方向和距离描述灯塔 P 相对于 B 处的位置.
- (参考数据: $\sin 53^\circ = 0.80$, $\cos 53^\circ = 0.60$, $\tan 53^\circ = 0.33$, $\sqrt{2} = 1.41$)



22. (7 分) (2015•吉林) 一个有进水管与出水管的容器，从某时刻开始 4min 内只进水不出水，在随后的 8min 内既进水又出水，每分的进水量和出水量有两个常数，容器内的水量 y (单位: L) 与时间 x (单位: min) 之间的关系如图所示.

- (1) 当 $4 \leq x \leq 12$ 时，求 y 关于 x 的函数解析式；
- (2) 直接写出每分进水，出水各多少升.

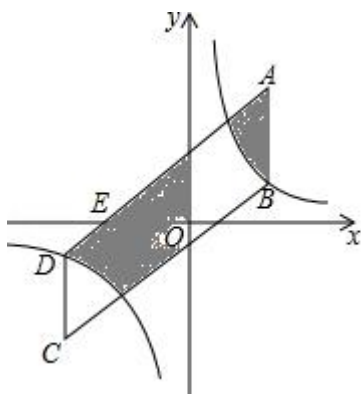


五、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

23. (8 分) (2015•吉林) 如图, 点 A (3, 5) 关于原点 O 的对称点为点 C, 分别过点 A, C 作 y 轴的平行线, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($0 < k < 15$) 的图象交于点 B, D, 连接 AD, BC, AD 与 x 轴交于点 E (-2, 0).

(1) 求 k 的值;

(2) 直接写出阴影部分面积之和.

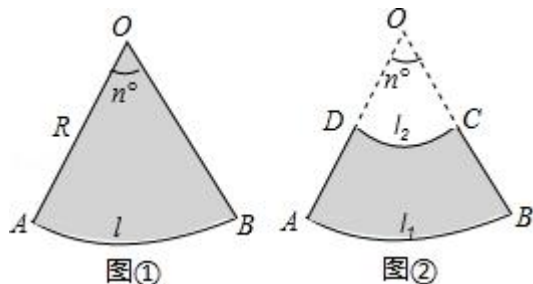


24. (8 分) (2015•吉林) 如图①, 半径为 R, 圆心角为 n° 的扇形面积是 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$, 由弧长 $l = \frac{n\pi R}{180}$, 得 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{1}{2} \cdot \frac{n\pi R}{180} \cdot R = \frac{1}{2} lR$. 通过观察, 我们发现 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} lR$ 类似于 $S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$.

类比扇形, 我们探索扇环 (如图②, 两个同心圆围成的圆环被扇形截得的一部分交作扇环) 的面积公式及其应用.

(1) 设扇环的面积为 $S_{\text{扇环}}$, $\widehat{AB}$ 的长为 l_1 , $\widehat{CD}$ 的长为 l_2 , 线段 AD 的长为 h (即两个同心圆半径 R 与 r 的差). 类比 $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}$, 用含 l_1 , l_2 , h 的代数式表示 $S_{\text{扇环}}$, 并证明;

(2) 用一段长为 40m 的篱笆围成一个如图②所示的扇环形花园, 线段 AD 的长 h 为多少时, 花园的面积最大, 最大面积是多少?



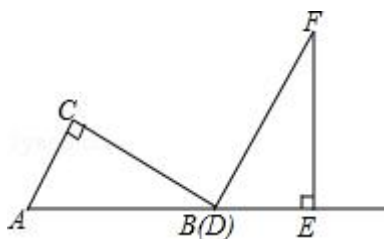
六、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

25. (10 分) (2015•吉林) 两个三角板 ABC , DEF , 按如图所示的位置摆放, 点 B 与点 D 重合, 边 AB 与边 DE 在同一条直线上 (假设图形中所有的点, 线都在同一平面内). 其中, $\angle C = \angle DEF = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle F = 30^\circ$, $AC = DE = 6\text{cm}$. 现固定三角板 DEF , 将三角板 ABC 沿射线 DE 方向平移, 当点 C 落在边 EF 上时停止运动. 设三角板平移的距离为 x (cm), 两个三角板重叠部分的面积为 y (cm^2).

(1) 当点 C 落在边 EF 上时, $x = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$;

(2) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 设边 BC 的中点为点 M , 边 DF 的中点为点 N . 直接写出在三角板平移过程中, 点 M 与点 N 之间距离的最小值.



26. (10 分) (2015•吉林) 如图①, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与二次函数 $y = x^2$ 的图象相交于 A , B 两点, 点 A , B 的横坐标分别为 m , n ($m < 0$, $n > 0$).

(1) 当 $m = -1$, $n = 4$ 时, $k = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

当 $m = -2$, $n = 3$ 时, $k = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 根据 (1) 中的结果, 用含 m , n 的代数式分别表示 k 与 b , 并证明你的结论;

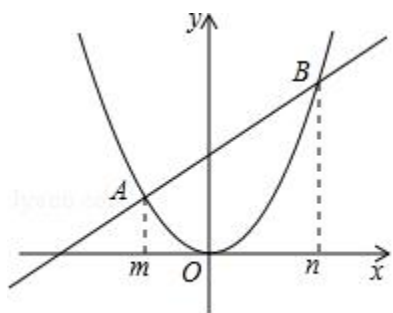
(3) 利用 (2) 中的结论, 解答下列问题:

如图②, 直线 AB 与 x 轴, y 轴分别交于点 C , D , 点 A 关于 y 轴的对称点为点 E , 连接 AO , OE , ED .

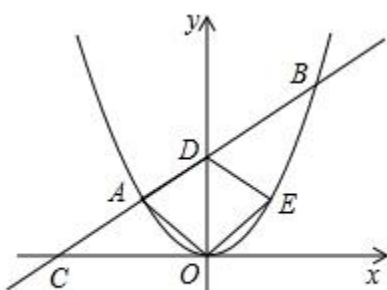
①当 $m = -3$, $n > 3$ 时, 求 $\frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\text{四边形}AOED}}$ 的值 (用含 n 的代数式表示);

②当四边形 $AOED$ 为菱形时, m 与 n 满足的关系式为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

当四边形 $AOED$ 为正方形时, $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.



图①



图②

2015 年吉林省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 2 分，满分 12 分）

1. (2 分) (2015•吉林) 若等式 $0 \square 1 = -1$ 成立，则 $\square$ 内的运算符号为 ()

- A. $+$ B. $-$ C. $\times$ D. $\div$

考点： 有理数的减法；有理数的加法；有理数的乘法；有理数的除法.

分析： 根据有理数的减法运算法则进行计算即可得解.

解答： 解： $\because 0 - 1 = -1$,

$\therefore \square$ 内的运算符号为 $-$.

故选 B.

点评： 本题考查了有理数的减法，是基础题，熟记运算法则是解题的关键.

2. (2 分) (2015•吉林) 购买 1 个单价为 a 元的面包和 3 瓶单价为 b 元的饮料，所需钱数为 ()

- A. $(a+b)$ 元 B. $3(a+b)$ 元 C. $(3a+b)$ 元 D. $(a+3b)$ 元

考点： 列代数式.

分析： 求用买 1 个面包和 2 瓶饮料所用的钱数，用 1 个面包的总价+三瓶饮料的单价即可.

解答： 解： 买 1 个面包和 3 瓶饮料所用的钱数： $a+3b$ 元；

故选 D.

点评： 此题考查列代数式，解题关键是根据已知条件，把未知的数用字母正确的表示出来，然后根据题意列式计算即可得解.

3. (2 分) (2015•吉林) 下列计算正确的是 ()

- A. $3a - 2a = a$ B. $2a \cdot 3a = 6a$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(3a)^2 = 6a^2$

考点： 单项式乘单项式；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

分析： 根据合并同类项，单项式乘以单项式，同底数幂的乘法，积的乘方，即可解答.

解答： 解： A、正确；

B、 $2a \cdot 3a = 6a^2$ ，故错误；

C、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故错误；

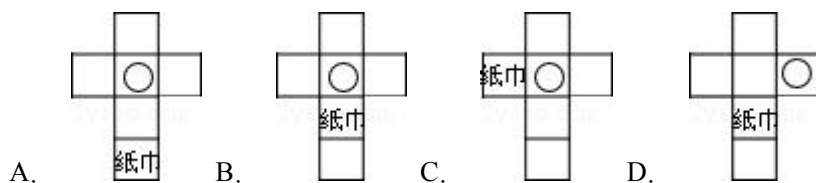
D、 $(3a)^2 = 9a^2$ ，故错误；

故选： A.

点评： 本题考查了合并同类项，单项式乘以单项式，同底数幂的乘法，积的乘方，解决本题的关键是熟记合并同类项，单项式乘以单项式，同底数幂的乘法，积的乘方的法则.

4. (2 分) (2015•吉林) 如图，有一个正方体纸巾盒，它的平面展开图是 ()





考点：几何体的展开图.

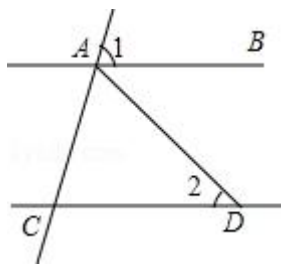
分析：由平面图形的折叠及正方体的展开图解题.

解答：解：观察图形可知，一个正方体纸巾盒 ，它的平面展开图是 .

故选：B.

点评：考查了几何体的展开图，从实物出发，结合具体的问题，辨析几何体的展开图，通过结合立体图形与平面图形的转化，建立空间观念，是解决此类问题的关键.

5. (2分) (2015•吉林) 如图， $AB \parallel CD$ ， $AD=CD$ ， $\angle 1=70^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 20° B. 35° C. 40° D. 70°

考点：平行线的性质；等腰三角形的性质.

分析：先根据平行线的性质求出 $\angle ACD$ 的度数，再由 $AD=CD$ 得出 $\angle DAC$ 的度数，由三角形内角和定理即可得出 $\angle 2$ 的度数.

解答：解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ACD = \angle 1 = 70^\circ.$$

$$\because AD = CD,$$

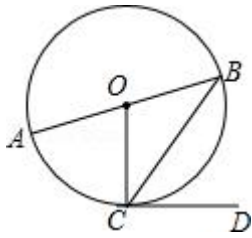
$$\therefore \angle DAC = \angle ACD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle DAC - \angle ACD = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ.$$

故选 C.

点评：本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两线平行，同位角相等.

6. (2分) (2015•吉林) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, BC 为弦, CD 为切线, 连接 OC . 若 $\angle BCD=50^\circ$, 则 $\angle AOC$ 的度数为 ()



A. 40° B. 50° C. 80° D. 100°

考点: 切线的性质.

分析: 根据切线的性质得出 $\angle OCD=90^\circ$, 进而得出 $\angle OCB=40^\circ$, 再利用圆心角等于圆周角的2倍解答即可.

解答: 解: $\because$ 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, BC 为弦, CD 为切线,

$$\therefore \angle OCD=90^\circ,$$

$$\because \angle BCD=50^\circ,$$

$$\therefore \angle OCB=40^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC=80^\circ,$$

故选 C.

点评: 本题考查了圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半. 推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

二、填空题 (共8小题, 每小题3分, 满分24分)

7. (3分) (2015•吉林) 不等式 $3+2x>5$ 的解集是 $x>1$.

考点: 解一元一次不等式.

分析: 根据解不等式的一般步骤: 移项, 合并同类项, 系数化1, 得出即可.

解答: 解: 移项, 得: $2x>5-3$,

即 $2x>2$,

系数化1, 得: $x>1$.

不等式组的解集为: $x>1$.

故答案为: $x>1$.

点评: 此题考查了解简单不等式的能力, 解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错. 解不等式要依据不等式的基本性质, 在不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变; 在不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变; 在不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

8. (3分) (2015•吉林) 计算: $\frac{x}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x} = \underline{x+y}$.

考点： 分式的乘除法.

专题： 计算题.

分析： 原式变形后，约分即可得到结果.

解答： 解：原式= $\frac{x}{x-y} \cdot \frac{(x+y)(x-y)}{x}$

=x+y.

故答案为：x+y.

点评： 此题考查了分式的乘除法，熟练掌握运算是解本题的关键.

9. (3分) (2015•吉林) 若关于x的一元二次方程 $x^2 - x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，则m的值可能是 0 (写出一个即可).

考点： 根的判别式.

专题： 开放型.

分析： 若一元二次方程有两不等实数根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，建立关于m的不等式，求出m的取值范围.

解答： 解：∵一元二次方程 $x^2 - x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta = 1 - 4m > 0$,

解得 $m < \frac{1}{4}$,

故m的值可能是0,

故答案为0.

点评： 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, a, b, c为常数) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$. 当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程没有实数根. 注意本题答案不唯一，只需满足 $m < \frac{1}{4}$ 即可.

10. (3分) (2015•吉林) 图中是对顶角量角器，用它测量角的原理是 对顶角相等.



考点： 对顶角、邻补角.

专题： 应用题.

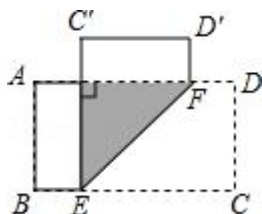
分析： 由题意知，一个破损的扇形零件的圆心角与其两边的反向延长线组的角是对顶角，根据对顶角的性质解答即可.

解答： 解：由题意得，扇形零件的圆心角与其两边的反向延长线组的角是对顶角. 因为对顶角相等，所以利用图中的量角器可以量出这个扇形零件的圆心角的度数.

故答案为：对顶角相等.

点评： 本题考查了对顶角的定义、性质，有一个公共顶点，并且一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，具有这种位置关系的两个角，互为对顶角.

11. (3分) (2015•吉林) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=6\text{cm}$, 点 E、F 分别是边 BC、AD 上一点, 将矩形 ABCD 沿 EF 折叠, 使点 C、D 分别落在点 C' 、 D' 处. 若 $C'E \perp AD$, 则 EF 的长为 $6\sqrt{2}\text{cm}$.



考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 根据矩形的性质和折叠的性质, 由 $C'E \perp AD$, 可得四边形 ABEG 和四边形 $C'D'FG$ 是矩形, 根据矩形的性质可得 EG 和 FG 的长, 再根据勾股定理可得 EF 的长.

解答: 解: 如图所示:

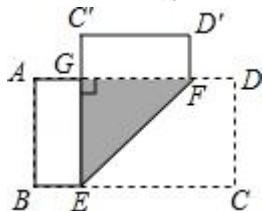
$\therefore$ 将矩形 ABCD 沿 EF 折叠, 使点 C、D 分别落在点 C' 、 D' 处, $C'E \perp AD$,

$\therefore$ 四边形 ABEG 和四边形 $C'D'FG$ 是矩形,

$\therefore EG=FG=AB=6\text{cm}$,

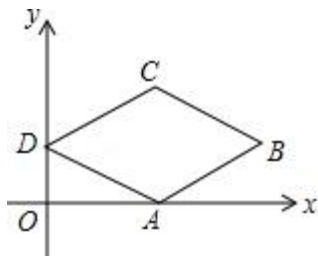
$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle EGF$ 中, $EF=\sqrt{EG^2+FG^2}=6\sqrt{2}\text{cm}$.

故答案为: $6\sqrt{2}\text{cm}$.



点评: 考查了翻折变换 (折叠问题), 矩形的判定和性质, 勾股定理, 根据关键是得到 EG 和 FG 的长.

12. (3分) (2015•吉林) 如图, 在菱形 ABCD 中, 点 A 在 x 轴上, 点 B 的坐标为 (8, 2), 点 D 的坐标为 (0, 2), 则点 C 的坐标为 $(4, 4)$.



考点: 菱形的性质; 坐标与图形性质.

分析: 连接 AC、BD 交于点 E, 由菱形的性质得出 $AC \perp BD$, $AE=CE=\frac{1}{2}AC$, $BE=DE=\frac{1}{2}BD$, 由点 B 的坐标和点 D 的坐标得出 $OD=2$, 求出 $DE=4$, $AC=4$, 即可得出点 C 的坐标.

解答: 解: 连接 AC、BD 交于点 E, 如图所示:

∵ 四边形 ABCD 是菱形,

$$\therefore AC \perp BD, AE = CE = \frac{1}{2}AC, BE = DE = \frac{1}{2}BD,$$

∵ 点 B 的坐标为 (8, 2), 点 D 的坐标为 (0, 2),

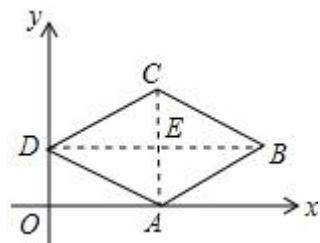
$$\therefore OD = 2, BD = 8,$$

$$\therefore AE = OD = 2, DE = 4,$$

$$\therefore AC = 4,$$

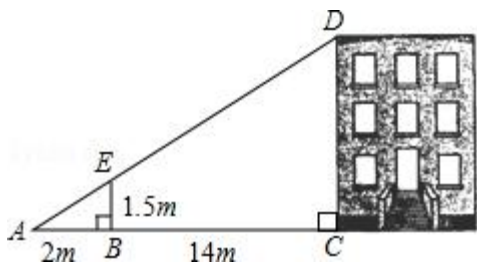
∴ 点 C 的坐标为: (4, 4);

故答案为: (4, 4).



点评: 本题考查了菱形的性质、坐标与图形性质; 熟练掌握菱形的性质, 并能进行推理计算是解决问题的关键.

13. (3 分) (2015•吉林) 如图, 利用标杆 BE 测量建筑物的高度, 标杆 BE 高 1.5m, 测得 AB=2m, BC=14m, 则楼高 CD 为 12 m.



考点: 相似三角形的应用.

专题: 应用题.

分析: 先根据题意得出 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$, 再根据相似三角形的对应边成比例即可求出 CD 的值.

解答: 解: ∵ $EB \perp AC$, $DC \perp AC$,

$$\therefore EB \parallel DC,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC},$$

$\therefore BE=1.5$, $AB=2$, $BC=14$,

$\therefore AC=16$,

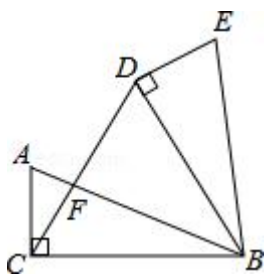
$$\therefore \frac{1.5}{CD} = \frac{2}{16},$$

$\therefore CD=12$.

故答案为: 12.

点评: 本题考查的是相似三角形的应用, 熟知相似三角形的对应边成比例的性质是解答此题的关键.

14. (3分) (2015•吉林) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=5cm$, $BC=12cm$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° , 得到 $\triangle BDE$, 连接 DC 交 AB 于点 F , 则 $\triangle ACF$ 与 $\triangle BDF$ 的周长之和为 42 cm .



考点: 旋转的性质.

分析: 根据将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° , 得到 $\triangle BDE$, 可得 $\triangle ABC \cong \triangle BDE$, $\angle CBD=60^\circ$, $BD=BC=12cm$, 从而得到 $\triangle BCD$ 为等边三角形, 得到 $CD=BC=12cm$, 在 $Rt\triangle ACB$ 中, 利用勾股定理得到 $AB=13$, 所以 $\triangle ACF$ 与 $\triangle BDF$ 的周长之和 $=AC+AF+CF+BF+DF+BD=AC+AB+CD+BD$, 即可解答.

解答: 解: $\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° , 得到 $\triangle BDE$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDE$, $\angle CBD=60^\circ$,

$\therefore BD=BC=12cm$,

$\therefore \triangle BCD$ 为等边三角形,

$\therefore CD=BC=12cm$,

在 $Rt\triangle ACB$ 中, $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$,

$\triangle ACF$ 与 $\triangle BDF$ 的周长之和 $=AC+AF+CF+BF+DF+BD=AC+AB+CD+BD=5+13+12+12=42$ (cm),
故答案为: 42.

点评: 本题考查了旋转的性质, 解决本题的关键是由旋转得到相等的边.

三、解答题 (每小题 5 分, 满分 20 分)

15. (5分) (2015•吉林) 先化简, 再求值: $(x+3)(x-3)+2(x^2+4)$, 其中 $x=\sqrt{2}$.

考点：整式的混合运算—化简求值.

专题：计算题.

分析：原式第一项利用平方差公式化简，去括号合并得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.

解答：解：原式 $= x^2 - 9 + 2x^2 + 8 = 3x^2 - 1$,

当 $x = \sqrt{2}$ 时，原式 $= 6 - 1 = 5$.

点评：此题考查了整式的混合运算—化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

16. (5 分) (2015•吉林) 根据图中的信息，求梅花鹿和长颈鹿现在的高度.



考点：二元一次方程组的应用.

分析：设梅花鹿的高度是 xm ，长颈鹿的高度是 ym ，根据长颈鹿的高度比梅花鹿的 3 倍还多 1 和梅花鹿的高度加上 4 正好等于长颈鹿的高度，列出方程组，求解即可.

解答：解：设梅花鹿的高度是 xm ，长颈鹿的高度是 ym ,

根据题意得：
$$\begin{cases} x+4=y \\ 3x+1=y \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=1.5 \\ y=5.5 \end{cases}$$

答：梅花鹿的高度是 1.5m，长颈鹿的高度是 5.5m.

点评：此题考查了二元一次方程组的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解.

17. (5 分) (2015•吉林) 甲口袋中装有 2 个相同的小球，它们分别写有数字 1 和 2；乙口袋中装有 3 个相同的小球，它们分别写有数字 3，4 和 5，从两个口袋中各随机取出 1 个小球. 用画树状图或列表的方法，求取出的 2 个小球上的数字之和为 6 的概率.

考点：列表法与树状图法.

分析：首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与取出的 2 个小球上的数字之和为 6 的情况，再利用概率公式即可求得答案.

解答：解：画树状图得：

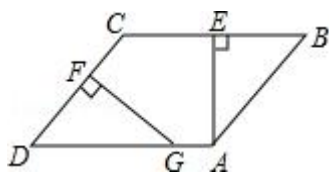


∴共有 6 种情况，取出的 2 个小球上的数字之和为 6 的有 2 种情况，

∴取出的 2 个小球上的数字之和为 6 的概率为： $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

点评：此题考查了树状图法与列表法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

18. (5 分) (2015•吉林) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$, 交边 BC 于点 E , 点 F 为边 CD 上一点, 且 $DF=BE$. 过点 F 作 $FG \perp CD$, 交边 AD 于点 G . 求证: $DG=DC$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 平行四边形的性质.

专题: 证明题.

分析: 先根据平行四边形的性质得到 $\angle B = \angle D$, $AB = CD$, 再利用垂直的定义得 $\angle AEB = \angle GFD = 90^\circ$, 于是可根据“ASA”判定 $\triangle AEB \cong \triangle GFD$, 根据全等的性质得 $AB = DC$, 所以有 $DG = DC$.

解答: 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore \angle B = \angle D$, $AB = CD$,

$\because AE \perp BC$, $FG \perp CD$,

$\therefore \angle AEB = \angle GFD = 90^\circ$,

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle GFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ BE = DF \\ \angle AEB = \angle GFD \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle GFD$,

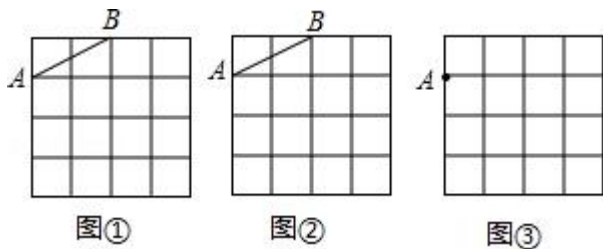
$\therefore AB = DC$,

$\therefore DG = DC$.

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质: 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件. 也考查了平行四边形的性质.

四、解答题 (每小题 7 分, 共 28 分)

19. (7 分) (2015•吉林) 图①, 图②, 图③都是 4×4 的正方形网格, 每个小正方形的顶点称为格点, 每个小正方形的边长均为 1. 在图①, 图②中已画出线段 AB , 在图③中已画出点 A . 按下列要求画图:

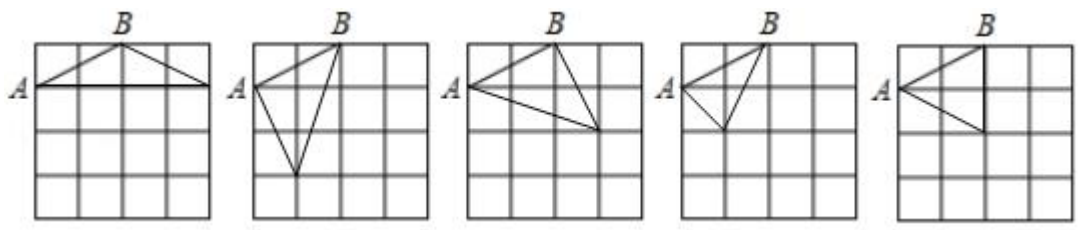


- (1) 在图①中，以格点为顶点，AB 为一边画一个等腰三角形；
- (2) 在图②中，以格点为顶点，AB 为一边画一个正方形；
- (3) 在图③中，以点 A 为一个顶点，另外三个顶点也在格点上，画一个面积最大的正方形。

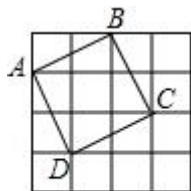
考点： 作图—应用与设计作图.

分析： (1) 根据勾股定理，结合网格结构，作出两边分别为 $\sqrt{5}$ 的等腰三角形即可；
 (2) 根据勾股定理逆定理，结合网格结构，作出边长为 $\sqrt{5}$ 的正方形；
 (3) 根据勾股定理逆定理，结合网格结构，作出最长的线段作为正方形的边长即可.

解答： 解：(1) 如图①，符合条件的 C 点有 5 个：

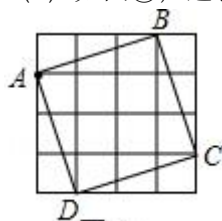


(2) 如图②，正方形 ABCD 即为满足条件的图形：



图②

(3) 如图③，边长为 $\sqrt{10}$ 的正方形 ABCD 的面积最大.

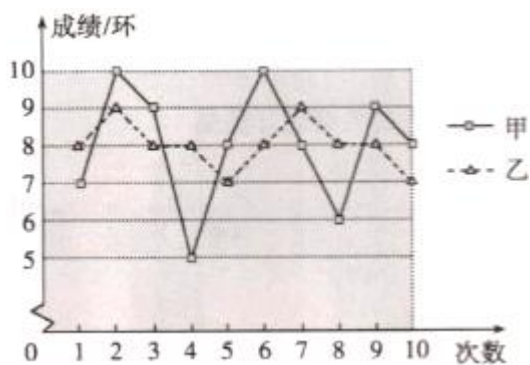


图③

点评： 本题考查了作图—应用与设计作图. 熟记勾股定理，等腰三角形的性质以及正方形的性质是解题的关键所在.

20. (7 分) (2015•吉林) 要从甲、乙两名同学中选出一名，代表班级参加射击比赛，如图是两人最近 10 次射击训练成绩的折线统计图.

- (1) 已求得甲的平均成绩为 8 环，求乙的平均成绩；
- (2) 观察图形，直接写出甲，乙这 10 次射击成绩的方差 $s_{\text{甲}}^2$ ， $s_{\text{乙}}^2$ 哪个大；
- (3) 如果其他班级参赛选手的射击成绩都在 7 环左右，本班应该选 乙 参赛更合适；如果其他班级参赛选手的射击成绩都在 9 环左右，本班应该选 甲 参赛更合适.



考点： 方差；折线统计图；算术平均数.

分析： (1) 根据平均数的计算公式和折线统计图给出的数据即可得出答案；

(2) 根据图形波动的大小可直接得出答案；

(3) 根据射击成绩都在 7 环左右的多少可得出甲参赛更合适；根据射击成绩都在 9 环左右的多少可得出乙参赛更合适.

解答： 解：(1) 乙的平均成绩是：(8+9+8+8+7+8+9+8+8+7) ÷ 10 = 8 (环)；

(2) 根据图象可知：甲的波动小于乙的波动，则 $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$ ；

(3) 如果其他班级参赛选手的射击成绩都在 7 环左右，本班应该选乙参赛更合适；

如果其他班级参赛选手的射击成绩都在 9 环左右，本班应该选甲参赛更合适.

故答案为：乙，甲.

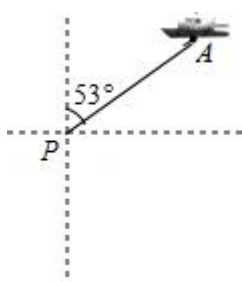
点评： 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

21. (7 分) (2015•吉林) 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 53° 方向，距离灯塔 100 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向上的 B 处.

(1) 在图中画出点 B，并求出 B 处与灯塔 P 的距离 (结果取整数)；

(2) 用方向和距离描述灯塔 P 相对于 B 处的位置.

(参考数据： $\sin 53^\circ = 0.80$ ， $\cos 53^\circ = 0.60$ ， $\tan 53^\circ = 0.33$ ， $\sqrt{2} = 1.41$)



考点： 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析： (1) 根据方向角的定义结合已知条件在图中画出点 B，作 $PC \perp AB$ 于 C，先解 $\text{Rt}\triangle PAC$ ，得出

$PC = PA \cdot \sin \angle PAC = 80$ ，再解 $\text{Rt}\triangle PBC$ ，得出 $PB = \sqrt{2}PC = 1.41 \times 80 \approx 113$ ；

(2) 由 $\angle CBP = 45^\circ$ ， $PB \approx 113$ 海里，即可得到灯塔 P 位于 B 处北偏西 45° 方向，且距离 B 处约 113 海里.

解答： 解：(1) 如图，作 $PC \perp AB$ 于 C，

在 $\text{Rt}\triangle PAC$ 中, $\because PA=100$, $\angle PAC=53^\circ$,

$$\therefore PC=PA \cdot \sin \angle PAC=100 \times 0.80=80,$$

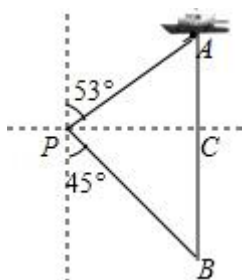
在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, $\because PC=80$, $\angle PBC=\angle BPC=45^\circ$,

$$\therefore PB=\sqrt{2}PC=1.41 \times 80 \approx 113,$$

即 B 处与灯塔 P 的距离约为 113 海里;

(2) $\because \angle CBP=45^\circ$, $PB \approx 113$ 海里,

$\therefore$ 灯塔 P 位于 B 处北偏西 45° 方向, 且距离 B 处约 113 海里.

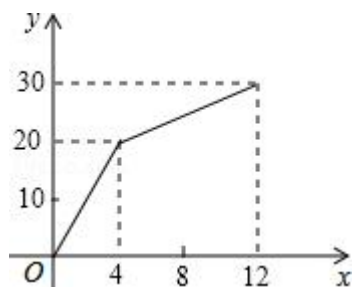


点评: 本题考查了解直角三角形的应用—方向角问题, 直角三角形, 锐角三角函数的有关知识. 解一般三角形的问题一般可以转化为解直角三角形的问题, 解决的方法就是作高线.

22. (7 分) (2015•吉林) 一个有进水管与出水管的容器, 从某时刻开始 4min 内只进水不出水, 在随后的 8min 内既进水又出水, 每分的进水量和出水量有两个常数, 容器内的水量 y (单位: L) 与时间 x (单位: min) 之间的关系如图所示.

(1) 当 $4 \leq x \leq 12$ 时, 求 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 直接写出每分进水, 出水各多少升.



考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 用待定系数法求对应的函数关系式;

(2) 每分钟的进水量根据前 4 分钟的图象求出, 出水量根据后 8 分钟的水量变化求解.

解答: 解: (1) 设当 $4 \leq x \leq 12$ 时的直线方程为: $y=kx+b$ ($k \neq 0$).

$\because$ 图象过 $(4, 20)$ 、 $(12, 30)$,

$$\therefore \begin{cases} 20=4k+b \\ 30=12k+b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{5}{4}, \\ b=15 \end{cases}$$

$$\therefore y = \frac{5}{4}x + 15 \quad (4 \leq x \leq 12);$$

(2) 根据图象, 每分钟进水 $20 \div 4 = 5$ 升,
设每分钟出水 m 升, 则 $5 \times 8 - 8m = 30 - 20$,

$$\text{解得: } m = \frac{15}{4}.$$

故每分钟进水、出水各是 5 升、 $\frac{15}{4}$ 升.

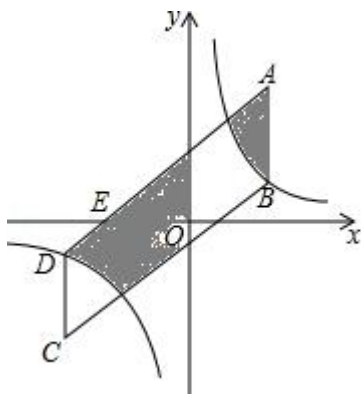
点评: 此题考查了一次函数的应用, 解题时首先正确理解题意, 然后根据题意利用待定系数法确定函数的解析式, 接着利用函数的性质即可解决问题.

五、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

23. (8 分) (2015·吉林) 如图, 点 A (3, 5) 关于原点 O 的对称点为点 C, 分别过点 A, C 作 y 轴的平行线, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($0 < k < 15$) 的图象交于点 B, D, 连接 AD, BC, AD 与 x 轴交于点 E (-2, 0).

(1) 求 k 的值;

(2) 直接写出阴影部分面积之和.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 根据点 A 和点 E 的坐标求得直线 AE 的解析式, 然后设出点 D 的纵坐标, 代入直线 AE 的解析式即可求得点 D 的坐标, 从而求得 k 值;

(2) 根据中心对称的性质得到阴影部分的面积等于平行四边形 CDGF 的面积即可.

解答: 解: (1) $\because A(3, 5)$ 、 $E(-2, 0)$,

$\therefore$ 设直线 AE 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{则} \begin{cases} 3k + b = 5 \\ -2k + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AE 的解析式为 $y = x + 2$,

∵点 A (3, 5) 关于原点 O 的对称点为点 C,

∴点 C 的坐标为 (-3, -5),

∵CD//y 轴,

∴设点 D 的坐标为 (-3, a),

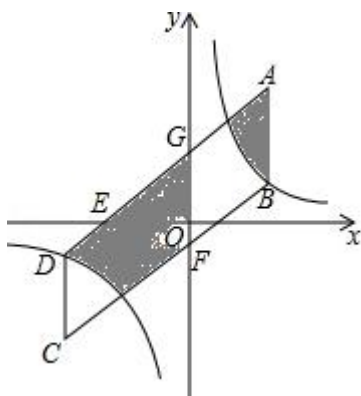
∴a = -3 + 2 = -1,

∴点 D 的坐标为 (-3, -1),

∵反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($0 < k < 15$) 的图象经过点 D,

∴ $k = -3 \times (-1) = 3$;

(2) 如图:



∵点 A 和点 C 关于原点对称,

∴阴影部分的面积等于平行四边形 CDGF 的面积,

∴ $S_{\text{阴影}} = 4 \times 3 = 12$.

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 解题的关键是能够确定点 D 的坐标, 难度不大.

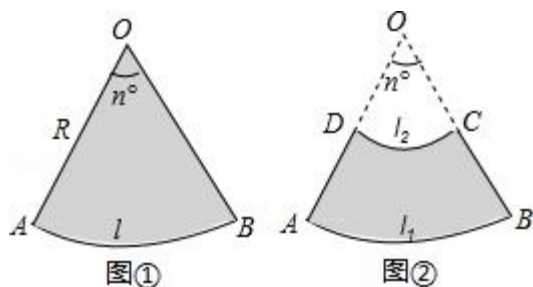
24. (8 分) (2015·吉林) 如图①, 半径为 R, 圆心角为 n° 的扇形面积是 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$, 由弧长 $l = \frac{n\pi R}{180}$,

得 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{1}{2} \cdot \frac{n\pi R}{180} \cdot R = \frac{1}{2} lR$. 通过观察, 我们发现 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} lR$ 类似于 $S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$.

类比扇形, 我们探索扇环 (如图②, 两个同心圆围成的圆环被扇形截得的一部分交作扇环) 的面积公式及其应用.

(1) 设扇环的面积为 $S_{\text{扇环}}$, $\widehat{AB}$ 的长为 l_1 , $\widehat{CD}$ 的长为 l_2 , 线段 AD 的长为 h (即两个同心圆半径 R 与 r 的差). 类比 $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}$, 用含 l_1 , l_2 , h 的代数式表示 $S_{\text{扇环}}$, 并证明;

(2) 用一段长为 40m 的篱笆围成一个如图②所示的扇环形花园，线段 AD 的长 h 为多少时，花园的面积最大，最大面积是多少？



考点： 圆的综合题.

分析： (1) 根据扇形公式之间的关系，结合已知条件推出结果即可；

(2) 求出 $l_1 + l_2 = 40 - 2h$ ，代入 (1) 的结果，化成顶点式，即可得出答案.

解答： (1) $S_{\text{扇环}} = \frac{1}{2} (l_1 - l_2) h$,

证明：设大扇形半径为 R ，小扇形半径为 r ，圆心角度数为 n ，则由 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，得 $R = \frac{180l_1}{n\pi}$ ， $r = \frac{180l_2}{n\pi}$

所以图中扇环的面积 $S = \frac{1}{2} \times l_1 \times R - \frac{1}{2} \times l_2 \times r$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} l_1 \cdot \frac{180l_1}{n\pi} - \frac{1}{2} l_2 \cdot \frac{180l_2}{n\pi} \\ &= \frac{90}{n\pi} (l_1^2 - l_2^2) \\ &= \frac{90}{n\pi} (l_1 + l_2) (l_1 - l_2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{180}{n\pi} \cdot \left(\frac{n\pi}{180} R - \frac{n\pi}{180} r \right) (l_1 - l_2) \\ &= \frac{1}{2} (l_1 - l_2) (R - r) \\ &= \frac{1}{2} (l_1 + l_2) h, \end{aligned}$$

故猜想正确.

(2) 解：根据题意得： $l_1 + l_2 = 40 - 2h$,

则 $S_{\text{扇环}} = \frac{1}{2} (l_1 + l_2) h$

$$= \frac{1}{2} (40 - 2h) h$$

$$= -h^2 + 20h$$

$$= -(h - 10)^2 + 100$$

$$\because -1 < 0,$$

$\therefore$ 开口向下，有最大值，

当 $h = 10$ 时，最大值是 100，

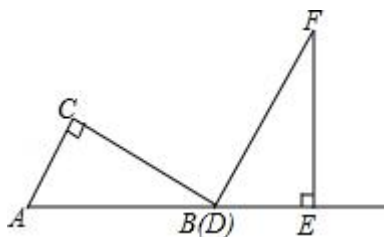
即线段 AD 的长 h 为 10m 时，花园的面积最大，最大面积是 100m^2 .

点评： 本题主要考查了扇形面积公式，弧长公式，二次函数的顶点式的应用，能猜想出正确结论是解此题的关键，有一定的难度.

六、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

25. (10 分) (2015•吉林) 两个三角板 ABC , DEF , 按如图所示的位置摆放, 点 B 与点 D 重合, 边 AB 与边 DE 在同一条直线上 (假设图形中所有的点, 线都在同一平面内). 其中, $\angle C = \angle DEF = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle F = 30^\circ$, $AC = DE = 6\text{cm}$. 现固定三角板 DEF , 将三角板 ABC 沿射线 DE 方向平移, 当点 C 落在边 EF 上时停止运动. 设三角板平移的距离为 x (cm), 两个三角板重叠部分的面积为 y (cm^2).

- (1) 当点 C 落在边 EF 上时, $x = \underline{15}$ cm;
- (2) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (3) 设边 BC 的中点为点 M , 边 DF 的中点为点 N . 直接写出在三角板平移过程中, 点 M 与点 N 之间距离的最小值.

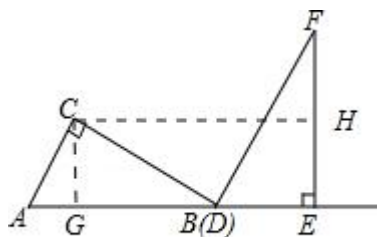


考点： 几何变换综合题.

分析： (1) 根据锐角三角函数, 可得 BG 的长, 根据线段的和差, 可得 GE 的长, 根据矩形的性质, 可得答案;

(2) 分类讨论: ①当 $0 \leq t < 6$ 时, 根据三角形的面积公式, 可得答案; ②当 $6 \leq t < 12$ 时, ③当 $12 < t \leq 15$ 时, 根据面积的和差, 可得答案;

(3) 根据点与直线上所有点的连线中垂线段最短, 可得 M 在线段 NG 上, 根据三角形的中位线, 可得 NG 的长, 根据锐角三角函数, 可得 MG 的长, 根据线段的和差, 可得答案.



解答： 解: (1) 如图 1 所示: 作 $CG \perp AB$ 于 G 点.

图 1

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由 $AC=6$, $\angle ABC=30^\circ$, 得

$$BC = \frac{AC}{\tan 30^\circ} = 6\sqrt{3}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BCG$ 中, $BG = BC \cdot \cos 30^\circ = 9$.

四边形 $CGEH$ 是矩形,

$$CH = GE = BG + BE = 9 + 6 = 15\text{cm},$$

故答案为: 15;

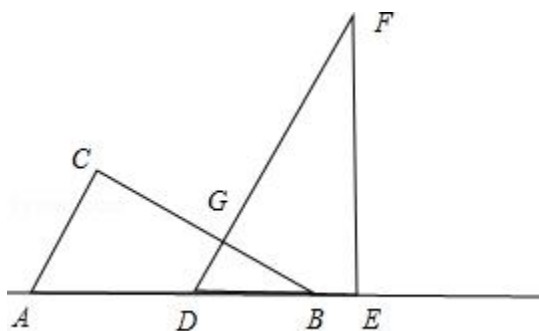


图 2

(2) ①当 $0 \leq x < 6$ 时, 如图 2 所示.

$\angle GDB = 60^\circ$, $\angle GBD = 30^\circ$, $DB = x$, 得

$$DG = \frac{1}{2}x, \quad BG = \frac{\sqrt{3}}{2}x, \quad \text{重叠部分的面积为 } y = \frac{1}{2}DG \cdot BG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{8}x^2$$

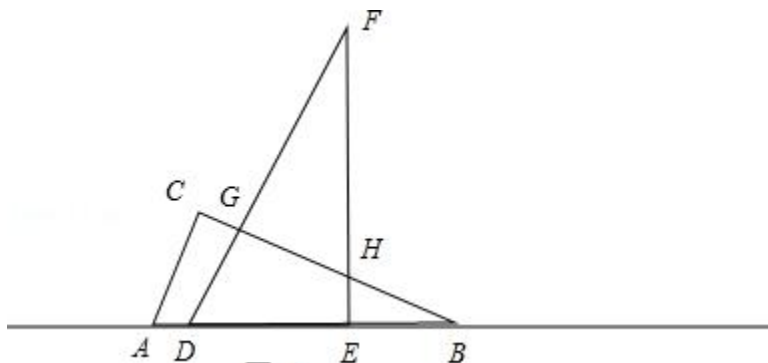


图 3

②当 $6 \leq x < 12$ 时, 如图 3 所示.

$$BD = x, \quad DG = \frac{1}{2}x, \quad BG = \frac{\sqrt{3}}{2}x, \quad BE = x - 6, \quad EH = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 6).$$

$$\text{重叠部分的面积为 } y = S_{\triangle BDG} - S_{\triangle BEH} = \frac{1}{2}DG \cdot BG - \frac{1}{2}BE \cdot EH,$$

$$\text{即 } y = \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}(x - 6) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 6)$$

$$\text{化简, 得 } y = -\frac{\sqrt{3}}{24}x^2 + 2\sqrt{3}x - 6\sqrt{3};$$

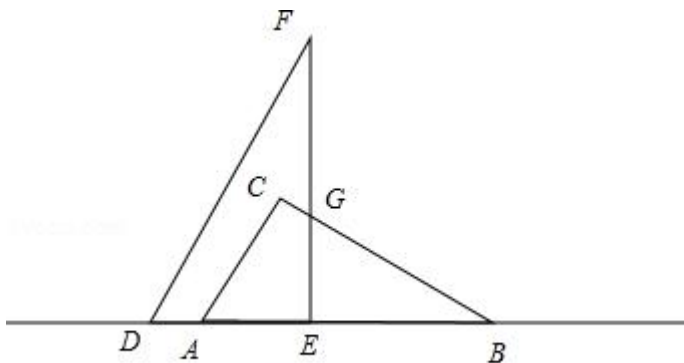


图 4

③当 $12 < x \leq 15$ 时, 如图 4 所示.

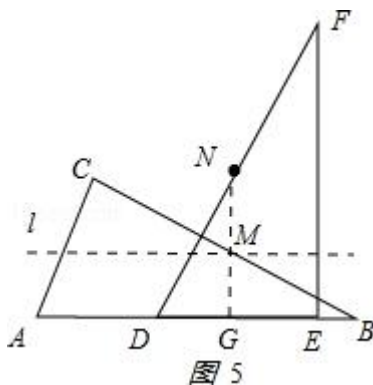
$$AC = 6, \quad BC = 6\sqrt{3}, \quad BD = x, \quad BE = (x - 6), \quad EG = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 6),$$

$$\text{重叠部分的面积为 } y = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BEG} = \frac{1}{2}AC \cdot BC - \frac{1}{2}BE \cdot EG,$$

$$\text{即 } y = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} - \frac{1}{2} (x-6) \frac{\sqrt{3}}{3} (x-6),$$

$$\text{化简, 得 } y = 18\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} (x^2 - 12x + 36) = -\frac{\sqrt{3}}{6} x^2 + 2\sqrt{3}x + 12\sqrt{3};$$

$$\text{综上所述: } y = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{8} x^2 & (0 \leq x < 6) \\ -\frac{\sqrt{3}}{24} x^2 + 2\sqrt{3}x - 6\sqrt{3} & (6 \leq x < 12) \\ -\frac{\sqrt{3}}{6} x^2 + 2\sqrt{3}x + 12\sqrt{3} & (12 \leq x \leq 15) \end{cases};$$



(3) 如图 5 所示作 $NG \perp DE$ 于 G 点.

点 M 在 NG 上时 MN 最短,

NG 是 $\triangle DEF$ 的中位线,

$$NG = \frac{1}{2} EF = 3\sqrt{3}.$$

$$MB = \frac{1}{2} CB = 3\sqrt{3}, \angle B = 30^\circ,$$

$$MG = \frac{1}{2} MB = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$MN_{\text{最小}} = 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

点评: 本题考查了几何变换综合题, (1) 利用了锐角三角函数, 矩形的性质; (2) 利用面积的和差, 分类讨论时解题关键, 以防遗漏; (3) 利用了垂线段最短的性质, 三角形的中位线定理, 锐角三角函数.

26. (10 分) (2015·吉林) 如图①, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与二次函数 $y=x^2$ 的图象相交于 A, B 两点, 点 A, B 的横坐标分别为 m, n ($m < 0, n > 0$).

(1) 当 $m = -1, n = 4$ 时, $k = \underline{3}$, $b = \underline{4}$;

当 $m = -2, n = 3$ 时, $k = \underline{1}$, $b = \underline{6}$;

(2) 根据 (1) 中的结果, 用含 m, n 的代数式分别表示 k 与 b, 并证明你的结论;

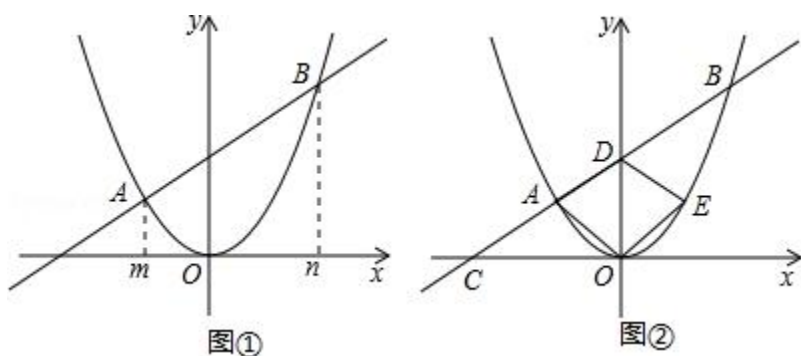
(3) 利用 (2) 中的结论, 解答下列问题:

如图②, 直线 AB 与 x 轴, y 轴分别交于点 C, D, 点 A 关于 y 轴的对称点为点 E, 连接 AO, OE, ED.

①当 $m = -3, n > 3$ 时, 求 $\frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\text{四边形} AOED}}$ 的值 (用含 n 的代数式表示);

②当四边形 AOED 为菱形时, m 与 n 满足的关系式为 $\underline{n = -2m}$;

当四边形 AOED 为正方形时, $m = \underline{-1}$, $n = \underline{2}$.



考点：二次函数综合题.

专题：综合题.

分析：（1）根据二次函数图象上点的坐标特征，由当 $m=-1$ ， $n=4$ 得 $A(-1, 1)$ ， $B(4, 16)$ ，然后利用待定系数法求出直线 AB 的解析式即可得到 k 和 b 的值；当 $m=-2$ ， $n=3$ 时，用同样的方法求解；

（2）根据二次函数图象上点的坐标特征得到 $A(m, m^2)$ ， $B(n, n^2)$ ，把它们分别代入 $y=kx+b$ 得
$$\begin{cases} km+b=m^2 \\ kn+b=n^2 \end{cases}$$

然后解关于 k 、 b 的方程组即可得到 $k=m+n$ ， $b=-mn$ ；

（3）①当 $m=-3$ 时， $A(-3, 9)$ ，根据 y 轴对称的点的坐标特征得 $E(3, 9)$ ，再由（2）的结论得 $k=m+n$ ， $b=-mn$ ，则直线 AB 的解析式为 $y=(-3+n)x+3n$ ，接着求出 $D(0, 3n)$ ， $C(-\frac{3n}{3-n}, 0)$ ，然后根据三角形面积公式可计算出 $\frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\text{四边形}AOEL}}$ 的值；

②连结 AE 交 OD 于 P ，如图②，点 $A(m, m^2)$ 关于 y 轴的对称点 E 的坐标为 $(-m, m^2)$ ，则 $OP=m^2$ ，由于 $k=m+n$ ， $b=-mn$ ，则 $D(0, -mn)$ ；若四边形 $AOED$ 为菱形，根据菱形的性质 $OP=DP$ ，即 $-mn=2m^2$ ，可解得 $n=-2m$ ；若四边形 $AOED$ 为正方形，根据正方形的性质得 $OP=AP=OP=PD$ ，易得 $m=-1$ ， $n=2$ 。

解答：解：（1）当 $x=-1$ 时， $y=x^2=1$ ，则 $A(-1, 1)$ ；当 $x=4$ 时， $y=x^2=16$ ，则 $B(4, 16)$ ，

把 $A(-1, 1)$ 、 $B(4, 16)$ 分别代入 $y=kx+b$ 得
$$\begin{cases} -k+b=1 \\ 4k+b=16 \end{cases}$$
，解得
$$\begin{cases} k=3 \\ b=4 \end{cases}$$
；

当 $x=-2$ 时， $y=x^2=4$ ，则 $A(-2, 4)$ ；当 $x=3$ 时， $y=x^2=9$ ，则 $B(3, 9)$ ，

把 $A(-2, 4)$ 、 $B(3, 9)$ 分别代入 $y=kx+b$ 得
$$\begin{cases} -2k+b=4 \\ 3k+b=9 \end{cases}$$
，解得
$$\begin{cases} k=1 \\ b=6 \end{cases}$$
；

故答案为：3，4；1，6；

（2） $k=m+n$ ， $b=-mn$ 。理由如下：

把 $A(m, m^2)$ ， $B(n, n^2)$ 代入 $y=kx+b$ 得
$$\begin{cases} km+b=m^2 \\ kn+b=n^2 \end{cases}$$
，解得
$$\begin{cases} k=m+n \\ b=-mn \end{cases}$$
；

（3）①当 $m=-3$ 时， $A(-3, 9)$ ，

$\therefore$ 点 A 关于 y 轴的对称点为点 E ，

$\therefore E(3, 9)$ ，

$\therefore k=m+n$ ， $b=-mn$ ，

$\therefore k=-3+n$ ， $b=3n$ ，

∴直线 AB 的解析式为 $y = (-3+n)x + 3n$, 则 D (0, 3n),

当 $y=0$ 时, $(-3+n)x + 3n = 0$, 解得 $x = \frac{3n}{3-n}$, 则 C $(\frac{3n}{3-n}, 0)$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\text{四边形AOED}}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{3n}{n-3}}{\frac{1}{2} \cdot (3+3) \cdot 3n} = \frac{3}{2n-6} \quad (n > 3);$$

②连结 AE 交 OD 于 P, 如图②,

∵点 A (m, m^2) 关于 y 轴的对称点为点 E,

∴E ($-m, m^2$),

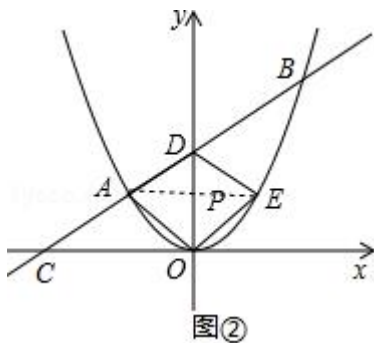
∴OP= m^2 ,

∴ $k=m+n$, $b=-mn$,

∴D (0, $-mn$),

若四边形 AOED 为菱形, 则 OP=DP, 即 $-mn=2m^2$, 所以 $n=-2m$;

若四边形 AOED 为正方形, 则 OP=AP, 即 $-m=m^2$, 解得 $m=-1$, 所以 $n=-2m=2$.



点评: 本题考查了二次函数综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征和菱形、正方形的性质; 会利用待定系数法求一次函数解析式; 理解坐标与图形性质; 记住三角形的面积公式.