

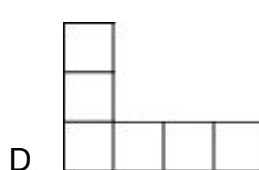
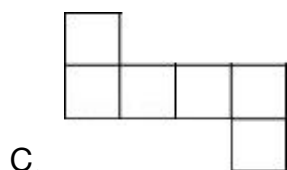
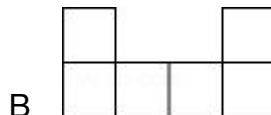
2014 年吉林省长春市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. (3 分) $-\frac{1}{7}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $-\frac{1}{7}$ C. 7 D. -7

2. (3 分) 下列图形中, 是正方体表面展开图的是 ()



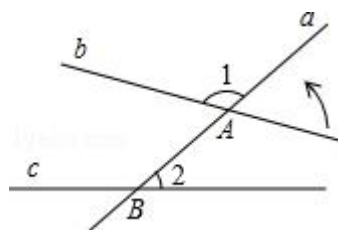
3. (3 分) 计算 $(3ab)^2$ 的结果是 ()

- A. $6ab$ B. $6a^2b$ C. $9ab^2$ D. $9a^2b^2$

4. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ 3x \leq 6 \end{cases}$ 的解集为 ()

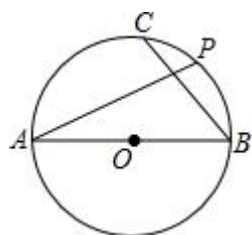
- A. $x \leq 2$ B. $x > -1$ C. $-1 < x \leq 2$ D. $-1 \leq x \leq 2$

5. (3 分) 如图, 直线 a 与直线 b 交于点 A , 与直线 c 交于点 B , $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 45^\circ$, 若使直线 b 与直线 c 平行, 则可将直线 b 绕点 A 逆时针旋转 ()



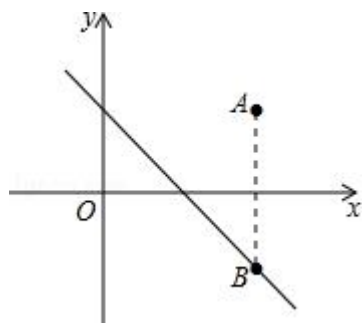
- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

6. (3 分) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, BC 是弦, 点 P 是 $\widehat{BC}$ 上任意一点. 若 $AB=5$, $BC=3$, 则 AP 的长不可能为 ()



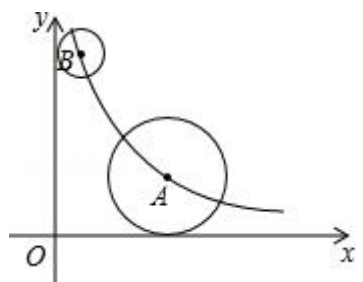
- A. 3 B. 4 C. $\frac{9}{2}$ D. 5

7. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A (2, m) 在第一象限，若点 A 关于 x 轴的对称点 B 在直线 $y = -x + 1$ 上，则 m 的值为 ()



- A. -1 B. 1 C. 2 D. 3

8. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A、B 均在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象上， $\odot A$ 与 x 轴相切， $\odot B$ 与 y 轴相切. 若点 B 的坐标为 (1, 6)， $\odot A$ 的半径是 $\odot B$ 的半径的 2 倍，则点 A 的坐标为 ()



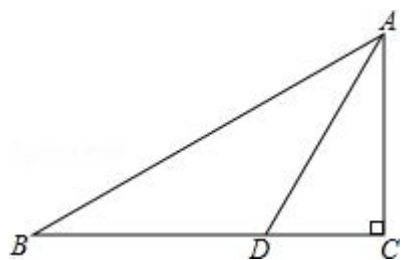
- A. (2, 2) B. (2, 3) C. (3, 2) D. $(4, \frac{3}{2})$

二、填空题 (每小题 3 分，共 18 分)

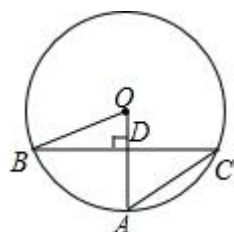
9. (3分) 计算: $\sqrt{2} \times \sqrt{5} =$ _____.

10. (3分) 为落实“阳光体育”工程，某校计划购买 m 个篮球和 n 个排球，已知篮球每个 80 元，排球每个 60 元，购买这些篮球和排球的总费用为_____元.

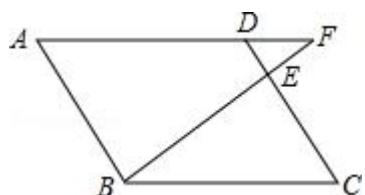
11. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, AD 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线. 若 $CD=3$, 则 $\triangle ABD$ 的面积为_____.



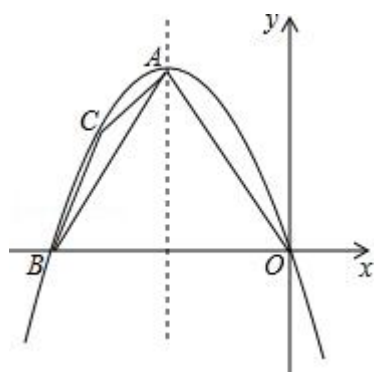
12. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 半径 OA 垂直弦 BC 于点 D . 若 $\angle ACB=33^\circ$, 则 $\angle OBC$ 的大小为_____度.



13. (3分) 如图, 在边长为3的菱形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 CD 上, 点 F 为 BE 延长线与 AD 延长线的交点. 若 $DE=1$, 则 DF 的长为_____.



14. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 在第二象限, 以 A 为顶点的抛物线经过原点, 与 x 轴负半轴交于点 B , 对称轴为直线 $x=-2$, 点 C 在抛物线上, 且位于点 A 、 B 之间 (C 不与 A 、 B 重合). 若 $\triangle ABC$ 的周长为 a , 则四边形 $AOBC$ 的周长为_____ (用含 a 的式子表示).



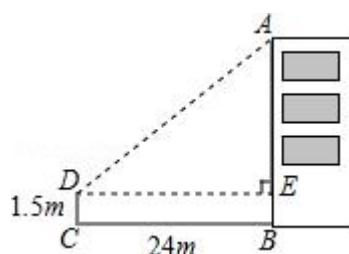
三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. (6 分) 先化简, 再求值: $\frac{x}{x-3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-2x} - \frac{x}{x-2}$, 其中 $x=10$.

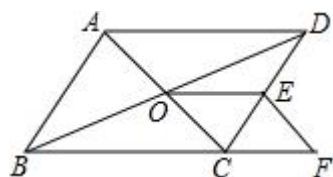
16. (6 分) 在一个不透明的袋子里装有 3 个乒乓球, 分别标有数字 1, 2, 3, 这些乒乓球除所标数字不同外其余均相同. 先从袋子里随机摸出 1 个乒乓球, 记下标号后放回, 再从袋子里随机摸出 1 个乒乓球记下标号, 请用画树状图 (或列表) 的方法, 求两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的概率.

17. (6 分) 某文具厂计划加工 3000 套画图工具, 为了尽快完成任务, 实际每天加工画图工具的数量是原计划的 1.2 倍, 结果提前 4 天完成任务, 求该文具厂原计划每天加工这种画图工具的数量.

18. (7 分) 如图，为测量某建筑物的高度 AB ，在离该建筑物底部 24 米的点 C 处，目测建筑物顶端 A 处，视线与水平线夹角 $\angle ADE$ 为 39° ，且高 CD 为 1.5 米，求建筑物的高度 AB 。（结果精确到 0.1 米）（参考数据： $\sin 39^\circ = 0.63$ ， $\cos 39^\circ = 0.78$ ， $\tan 39^\circ = 0.81$ ）



19. (7 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 O 是对角线 AC 、 BD 的交点，点 E 是边 CD 的中点，点 F 在 BC 的延长线上，且 $CF = \frac{1}{2}BC$ ，求证：四边形 $OCFE$ 是平行四边形.



20. (7 分) 某校学生会为了解本校学生每天做作业所用时间情况，采用问卷的方式对一部分学生进行调查，在确定调查对象时，大家提出以下几种方案：
- (A) 对各班班长进行调查；

(B) 对某班的全体学生进行调查;

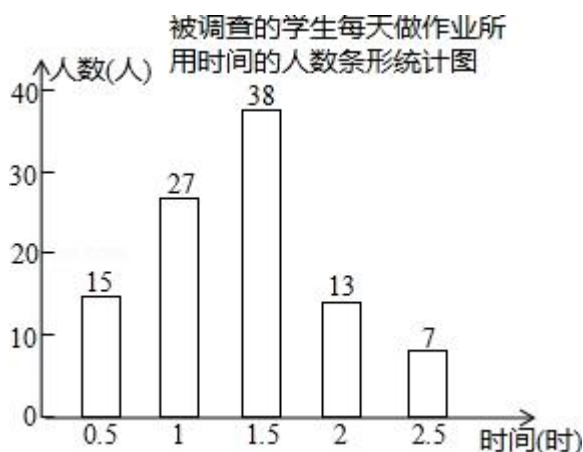
(C) 从全校每班随机抽取 5 名学生进行调查.

在问卷调查时, 每位被调查的学生都选择了问卷中适合自己的一个时间, 学生会收集到的数据整理后绘制成如图所示的条形统计图.

(1) 为了使收集到的数据具有代表性, 学生会在确定调查对象时选择了方案 (填 A、B 或 C);

(2) 被调查的学生每天做作业所用时间的众数为_____小时;

(3) 根据以上统计结果, 估计该校 800 名学生中每天做作业用 1.5 小时的人数.

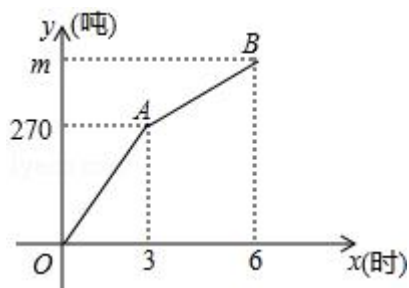


21. (8 分) 甲、乙两支清雪队同时开始清理某路段积雪, 一段时间后, 乙队被调往别处, 甲队又用了 3 小时完成了剩余的清雪任务, 已知甲队每小时的清雪量保持不变, 乙队每小时清雪 50 吨, 甲、乙两队在此路段的清雪总量 y (吨) 与清雪时间 x (时) 之间的函数图象如图所示.

(1) 乙队调离时, 甲、乙两队已完成的清雪总量为_____吨;

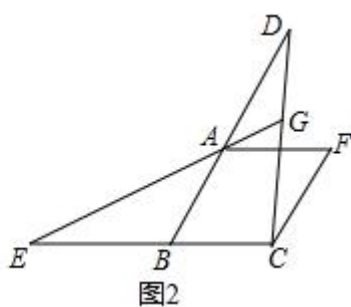
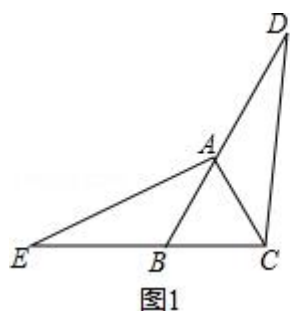
(2) 求此次任务的清雪总量 m ;

(3) 求乙队调离后 y 与 x 之间的函数关系式.



22. (9分) 探究: 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle ABC=60^\circ$, 延长 BA 至点 D , 延长 CB 至点 E , 使 $BE=AD$, 连结 CD , AE , 求证: $\triangle ACE \cong \triangle CBD$.

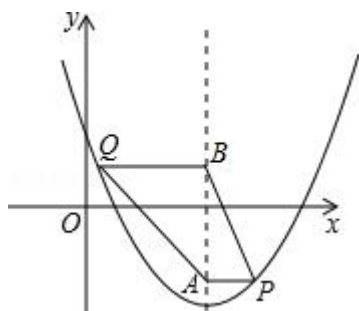
应用: 如图②, 在菱形 $ABCF$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, 延长 BA 至点 D , 延长 CB 至点 E , 使 $BE=AD$, 连结 CD , EA , 延长 EA 交 CD 于点 G , 求 $\angle CGE$ 的度数.



23. (10分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $(1, -1)$, 且对称轴为直线 $x=2$, 点 P 、 Q 均在抛物线上, 点 P 位于对称轴右侧, 点 Q 位于对称轴左侧, PA 垂直对称轴于点 A , QB 垂直对称轴于点 B , 且 $QB=PA+1$, 设点 P 的横坐标为 m .

(1) 求这条抛物线所对应的函数关系式;

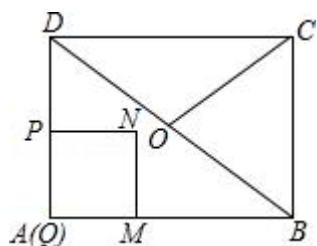
- (2) 求点 Q 的坐标 (用含 m 的式子表示);
- (3) 请探究 $PA+QB=AB$ 是否成立, 并说明理由;
- (4) 抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$ ($a_1 \neq 0$) 经过 Q、B、P 三点, 若其对称轴把四边形 PAQB 分成面积比为 1: 5 的两部分, 直接写出此时 m 的值.



24. (12 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $BC=3$, 点 O 为对角线 BD 的中点, 点 P 从点 A 出发, 沿折线 AD - DO - OC 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 C 运动, 当点 P 与点 A 不重合时, 过点 P 作 $PQ \perp AB$ 于点 Q, 以 PQ

为边向右作正方形 PQMN，设正方形 PQMN 与 $\triangle ABD$ 重叠部分图形的面积为 S (平方单位)，点 P 运动的时间为 t (秒)。

- (1) 求点 N 落在 BD 上时 t 的值；
- (2) 直接写出点 O 在正方形 PQMN 内部时 t 的取值范围；
- (3) 当点 P 在折线 $AD - DO$ 上运动时，求 S 与 t 之间的函数关系式；
- (4) 直接写出直线 DN 平分 $\triangle BCD$ 面积时 t 的值。



2014 年吉林省长春市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) $-\frac{1}{7}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $-\frac{1}{7}$ C. 7 D. -7

【考点】14: 相反数.

【专题】1: 常规题型.

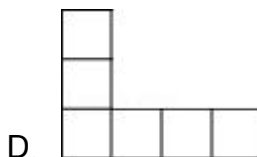
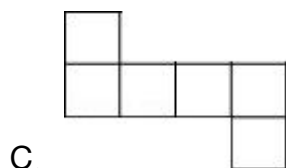
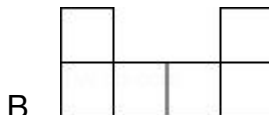
【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

【解答】解: $-\frac{1}{7}$ 的相反数是 $\frac{1}{7}$,

故选: A.

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) 下列图形中，是正方体表面展开图的是 ()



【考点】16: 几何体的展开图.

【专题】1: 常规题型.

【分析】利用正方体及其表面展开图的特点解题.

【解答】解: A、B、D 经过折叠后，下边没有面，所以不可以围成正方体，C 能折成正方体.

故选: C.

【点评】本题考查了正方体的展开图，解题时牢记正方体无盖展开图的各种情形.

3. (3分) 计算 $(3ab)^2$ 的结果是 ()

A. $6ab$

B. $6a^2b$

C. $9ab^2$

D. $9a^2b^2$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据积的乘方，等于把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘计算后直接选择答案.

【解答】解: $(3ab)^2 = 3^2 a^2 b^2 = 9a^2 b^2$.

故选: D.

【点评】本题考查了积的乘方的性质，熟记运算性质并理清指数的变化是解题的关键.

4. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ 3x \leq 6 \end{cases}$ 的解集为 ()

A. $x \leq 2$

B. $x > -1$

C. $-1 < x \leq 2$

D. $-1 \leq x \leq 2$

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【专题】11: 计算题.

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解: $\begin{cases} x+1 > 0 & \text{①} \\ 3x \leq 6 & \text{②} \end{cases}$,

解①得: $x > -1$,

解②得: $x \leq 2$,

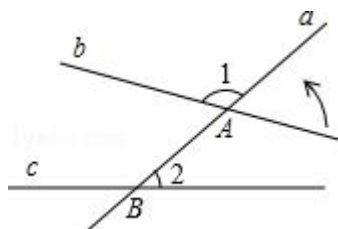
则不等式组的解集是: $-1 < x \leq 2$.

故选: C.

【点评】本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解，若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数，那么解集为 x

介于两数之间.

5. (3分) 如图, 直线 a 与直线 b 交于点 A , 与直线 c 交于点 B , $\angle 1=120^\circ$, $\angle 2=45^\circ$, 若使直线 b 与直线 c 平行, 则可将直线 b 绕点 A 逆时针旋转 ()



- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

【考点】J9: 平行线的判定.

【专题】121: 几何图形问题.

【分析】先根据邻补角的定义得到 $\angle 3=60^\circ$, 根据平行线的判定当 b 与 a 的夹角为 45° 时, $b \parallel c$, 由此得到直线 b 绕点 A 逆时针旋转 $60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$.

【解答】解: $\because \angle 1=120^\circ$,

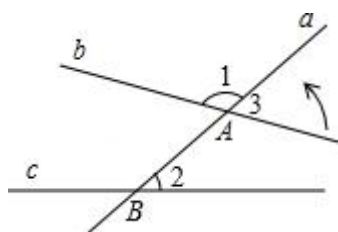
$$\therefore \angle 3=60^\circ,$$

$$\because \angle 2=45^\circ,$$

$$\therefore \text{当 } \angle 3=\angle 2=45^\circ \text{ 时, } b \parallel c,$$

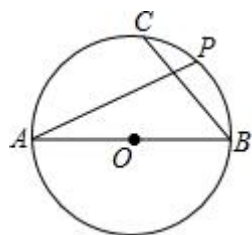
$$\therefore \text{直线 } b \text{ 绕点 } A \text{ 逆时针旋转 } 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ.$$

故选: A.



【点评】本题考查了平行线的判定: 同位角相等, 两直线平行; 内错角相等, 两直线平行; 同旁内角互补, 两直线平行; 两条直线都和第三条直线平行, 那么这两条直线平行.

6. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, BC 是弦, 点 P 是 $\widehat{BC}$ 上任意一点. 若 $AB=5$, $BC=3$, 则 AP 的长不可能为 ()



- A. 3 B. 4 C. $\frac{9}{2}$ D. 5

【考点】KQ: 勾股定理; M4: 圆心角、弧、弦的关系; M5: 圆周角定理.

【专题】121: 几何图形问题.

【分析】首先连接 AC , 由圆周角定理可得, 可得 $\angle C=90^\circ$, 继而求得 AC 的长, 然后可求得 AP 的长的取值范围, 继而求得答案.

【解答】解: 连接 AC ,

$\because$ 在 $\odot O$ 中, AB 是直径,

$\therefore \angle C=90^\circ$,

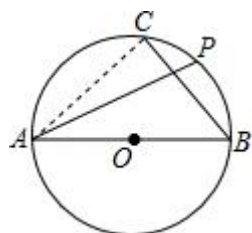
$\because AB=5$, $BC=3$,

$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=4$,

$\because$ 点 P 是 $\widehat{BC}$ 上任意一点.

$\therefore 4 \leq AP \leq 5$.

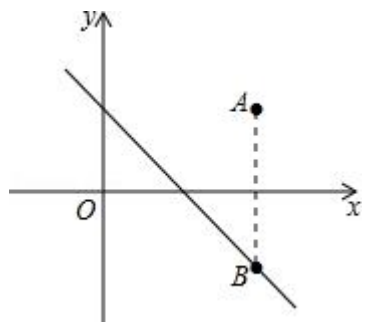
故选: A.



【点评】此题考查了圆周角定理以及勾股定理. 此题难度不大, 注意掌握辅助线

的作法，注意掌握数形结合思想的应用.

7. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(2, m)$ 在第一象限，若点 A 关于 x 轴的对称点 B 在直线 $y = -x + 1$ 上，则 m 的值为 ()



- A. -1 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征; P5: 关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标.

【专题】31: 数形结合.

【分析】根据关于 x 轴的对称点的坐标特点可得 $B(2, -m)$ ，然后再把 B 点坐标代入 $y = -x + 1$ 可得 m 的值.

【解答】解: $\because$ 点 $A(2, m)$,

$\therefore$ 点 A 关于 x 轴的对称点 $B(2, -m)$,

$\because B$ 在直线 $y = -x + 1$ 上,

$\therefore -m = -2 + 1 = -1$,

$m = 1$,

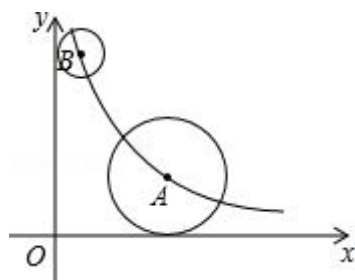
故选: B.

【点评】此题主要考查了关于 x 轴对称点的坐标，以及一次函数图象上点的坐标特点，关键是掌握凡是函数图象经过的点必能使解析式左右相等.

8. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 、 B 均在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$)

的图象上， $\odot A$ 与 x 轴相切， $\odot B$ 与 y 轴相切. 若点 B 的坐标为 $(1, 6)$ ， $\odot$

A 的半径是 $\odot B$ 的半径的 2 倍，则点 A 的坐标为 ()



- A. (2, 2) B. (2, 3) C. (3, 2) D. $(4, \frac{3}{2})$

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; MC: 切线的性质.

【专题】31: 数形结合.

【分析】把 B 的坐标为 (1, 6) 代入反比例函数解析式，根据 $\odot B$ 与 y 轴相切，即可求得 $\odot B$ 的半径，则 $\odot A$ 的半径即可求得，即得到 B 的纵坐标，代入函数解析式即可求得横坐标.

【解答】解：把 B 的坐标为 (1, 6) 代入反比例函数解析式得：k=6，

则函数的解析式是： $y = \frac{6}{x}$ ，

$\therefore$ B 的坐标为 (1, 6)， $\odot B$ 与 y 轴相切，

$\therefore \odot B$ 的半径是 1，

则 $\odot A$ 是 2，

把 y=2 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得：x=3，

则 A 的坐标是 (3, 2).

故选：C.

【点评】本题考查了待定系数法求函数的解析式，以及斜线的性质，圆的切线垂直于经过切点的半径.

二、填空题 (每小题 3 分，共 18 分)

9. (3 分) 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \underline{\sqrt{10}}$.

【考点】75：二次根式的乘除法.

【专题】11：计算题.

【分析】根据 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 进行运算即可.

【解答】解：原式 $=\sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10}$.

故答案为： $\sqrt{10}$.

【点评】此题考查了二次根式的乘除法运算,属于基础题,注意掌握 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

10. (3分) 为落实“阳光体育”工程,某校计划购买 m 个篮球和 n 个排球,已知篮球每个 80 元,排球每个 60 元,购买这些篮球和排球的总费用为 $(80m+60n)$ 元.

【考点】32：列代数式.

【专题】124：销售问题.

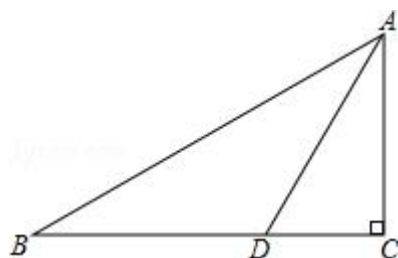
【分析】用购买 m 个篮球的总价加上 n 个排球的总价即可.

【解答】解：购买这些篮球和排球的总费用为 $(80m+60n)$ 元.

故答案为： $(80m+60n)$.

【点评】此题考查列代数式,根据题意,找出题目蕴含的数量关系解决问题.

11. (3分) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, AD 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线. 若 $CD=3$, 则 $\triangle ABD$ 的面积为 15.



【考点】KF：角平分线的性质.

【专题】121：几何图形问题.

【分析】要求 $\triangle ABD$ 的面积, 现有 $AB=10$ 可作为三角形的底, 只需求出该底上

的高即可，需作 $DE \perp AB$ 于 E 。根据角平分线的性质求得 DE 的长，即可求解。

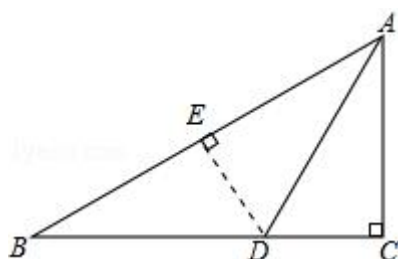
【解答】 解：作 $DE \perp AB$ 于 E 。

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$, $DC \perp AC$,

$\therefore DE = CD = 3$ 。

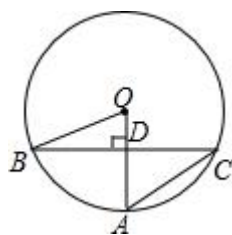
$\therefore \triangle ABD$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times 10 = 15$ 。

故答案是：15。



【点评】 此题主要考查角平分线的性质；熟练运用角平分线的性质定理，是很重要的，作出并求出三角形 AB 边上的高时解答本题的关键。

12. (3 分) 如图，在 $\odot O$ 中，半径 OA 垂直弦 BC 于点 D 。若 $\angle ACB = 33^\circ$ ，则 $\angle OBC$ 的大小为 24 度。



【考点】 M2：垂径定理；M5：圆周角定理。

【专题】 11：计算题。

【分析】 先根据圆周角定理得到 $\angle AOB = 2\angle ACB = 66^\circ$ ，然后根据互余计算 $\angle OBC$ 的大小。

【解答】 解： $\because OA \perp BC$,

$$\therefore \angle ODB=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle ACB=33^{\circ},$$

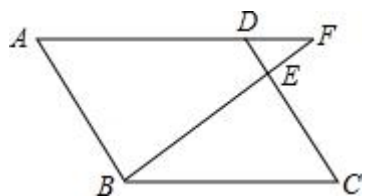
$$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=66^{\circ},$$

$$\therefore \angle OBC=90^{\circ}-\angle AOB=24^{\circ}.$$

故答案为：24.

【点评】 本题考查了垂径定理：平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．也考查了圆周角定理．

13. (3分) 如图，在边长为3的菱形ABCD中，点E在边CD上，点F为BE延长线与AD延长线的交点．若DE=1，则DF的长为 $\frac{3}{2}$ ．



【考点】 L8：菱形的性质；S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】 121：几何图形问题．

【分析】 求出EC，根据菱形的性质得出AD//BC，得出相似三角形，根据相似三角形的性质得出比例式，代入求出即可．

【解答】 解： $\because DE=1$ ， $DC=3$ ，

$$\therefore EC=3-1=2,$$

$\because$ 四边形ABCD是菱形，

$$\therefore AD\parallel BC,$$

$$\therefore \triangle DEF\sim\triangle CEB,$$

$$\therefore \frac{DF}{BC}=\frac{DE}{CE},$$

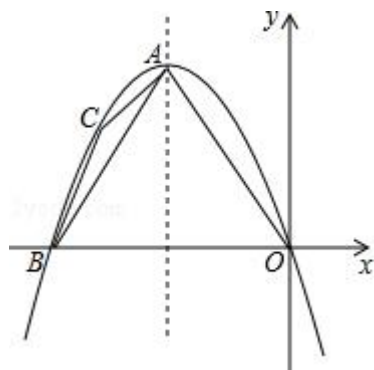
$$\therefore \frac{DF}{3}=\frac{1}{2},$$

$$\therefore DF = \frac{3}{2},$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

【点评】 本题考查了菱形的性质，相似三角形的性质和判定的应用，注意：菱形的对边互相平行.

14. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 在第二象限，以 A 为顶点的抛物线经过原点，与 x 轴负半轴交于点 B，对称轴为直线 $x = -2$ ，点 C 在抛物线上，且位于点 A、B 之间 (C 不与 A、B 重合). 若 $\triangle ABC$ 的周长为 a，则四边形 AOBC 的周长为 $a+4$ (用含 a 的式子表示).



【考点】 H3: 二次函数的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据抛物线的对称性得到: $OB=4$, $AB=AO$, 则四边形 AOBC 的周长为 $AO+AC+BC+OB=\triangle ABC$ 的周长+OB.

【解答】 解: 如图, $\because$ 对称轴为直线 $x = -2$, 抛物线经过原点、x 轴负半轴交于点 B,

$$\therefore OB=4,$$

$\therefore$ 由抛物线的对称性知 $AB=AO$,

$$\therefore \text{四边形 AOBC 的周长为 } AO+AC+BC+OB=\triangle ABC \text{ 的周长}+OB=a+4.$$

故答案为: $a+4$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质. 此题利用了抛物线的对称性, 解题的技巧性在于把求四边形 **AOBC** 的周长转化为求 ($\triangle ABC$ 的周长+OB) 是值.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. (6 分) 先化简, 再求值: $\frac{x}{x-3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-2x} - \frac{x}{x-2}$, 其中 $x=10$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 原式第一项约分后, 利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果, 将 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x}{x-3} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x(x-2)} - \frac{x}{x-2}$
 $= \frac{x+3}{x-2} - \frac{x}{x-2}$
 $= \frac{3}{x-2},$

当 $x=10$ 时, 原式 $= \frac{3}{8}.$

【点评】 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

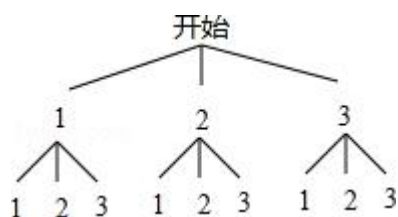
16. (6 分) 在一个不透明的袋子里装有 3 个乒乓球, 分别标有数字 1, 2, 3, 这些乒乓球除所标数字不同外其余均相同. 先从袋子里随机摸出 1 个乒乓球, 记下标号后放回, 再从袋子里随机摸出 1 个乒乓球记下标号, 请用画树状图 (或列表) 的方法, 求两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解: 画树状图得:



∴共有 9 种等可能的结果，两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的有 5 种情况，

∴两次摸出的乒乓球标号乘积是偶数的概率为： $\frac{5}{9}$ 。

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率。列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

17. (6 分) 某文具厂计划加工 3000 套画图工具，为了尽快完成任务，实际每天加工画图工具的数量是原计划的 1.2 倍，结果提前 4 天完成任务，求该文具厂原计划每天加工这种画图工具的数量。

【考点】 B7：分式方程的应用。

【专题】 126：工程问题。

【分析】 根据题意设出该文具厂原计划每天加工 x 套这种画图工具，再根据已知条件列出方程即可求出答案。

【解答】 解：设文具厂原计划每天加工 x 套这种画图工具。

根据题意，得 $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{1.2x} = 4$ 。

解得 $x=125$ 。

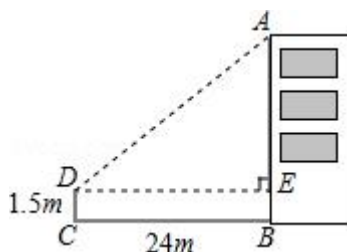
经检验， $x=125$ 是原方程的解，且符合题意。

答：文具厂原计划每天加工 125 套这种画图工具。

【点评】 本题主要考查了如何由实际问题抽象出分式方程，在解题时要能根据题意找出等量关系列出方程是本题的关键。

18. (7 分) 如图，为测量某建筑物的高度 AB ，在离该建筑物底部 24 米的点 C

处，目测建筑物顶端 A 处，视线与水平线夹角 $\angle ADE$ 为 39° ，且高 CD 为 1.5 米，求建筑物的高度 AB。（结果精确到 0.1 米）（参考数据： $\sin 39^\circ = 0.63$ ， $\cos 39^\circ = 0.78$ ， $\tan 39^\circ = 0.81$ ）



【考点】TA：解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【专题】121：几何图形问题.

【分析】过 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E，继而可得出四边形 BCDE 为矩形， $DE = BC = 24$ 米， $CD = BE = 1.5$ 米，根据 $\angle ADE = 39^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中利用三角函数求出 AE 的长度，继而可求得 AB 的长度.

【解答】解：过 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E，

$\therefore$ 四边形 BCDE 为矩形，

$DE = BC = 24$ 米， $CD = BE = 1.5$ 米，

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，

$\therefore \angle ADE = 39^\circ$ ，

$\therefore \tan \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \tan 39^\circ = 0.81$ ，

$\therefore AE = DE \cdot \tan 39^\circ = 24 \times 0.81 = 19.44$ （米），

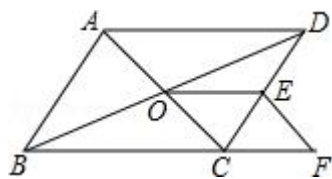
$\therefore AB = AE + EB = 19.44 + 1.5 = 20.94 \approx 20.9$ （米）.

答：建筑物的高度 AB 约为 20.9 米.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是利用仰角构造直角三角形，利用三角函数求解.

19.（7 分）如图，在 $\square ABCD$ 中，点 O 是对角线 AC、BD 的交点，点 E 是边

CD 的中点，点 F 在 BC 的延长线上，且 $CF = \frac{1}{2}BC$ ，求证：四边形 OCFE 是平行四边形.



【考点】KX：三角形中位线定理；L7：平行四边形的判定与性质.

【专题】14：证明题.

【分析】利用三角形中位线定理判定 $OE \parallel BC$ ，且 $OE = \frac{1}{2}BC$. 结合已知条件 $CF = \frac{1}{2}BC$ ，则 $OE \parallel CF$ ，由“有一组对边平行且相等的四边形为平行四边形”证得结论.

【解答】证明：如图， $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore$ 点 O 是 BD 的中点.

又 $\because$ 点 E 是边 CD 的中点，

$\therefore$ OE 是 $\triangle BCD$ 的中位线，

$\therefore OE \parallel BC$ ，且 $OE = \frac{1}{2}BC$.

又 $\because CF = \frac{1}{2}BC$ ，

$\therefore OE = CF$.

又 $\because$ 点 F 在 BC 的延长线上，

$\therefore OE \parallel CF$ ，

$\therefore$ 四边形 OCFE 是平行四边形.

【点评】本题考查了平行四边形的性质和三角形中位线定理. 此题利用了“平行四边形的对角线互相平分”的性质和“有一组对边平行且相等的四边形为平行四边形”的判定定理.

20. (7 分) 某校学生会为了解本校学生每天做作业所用时间情况，采用问卷的

方式对一部分学生进行调查，在确定调查对象时，大家提出以下几种方案：

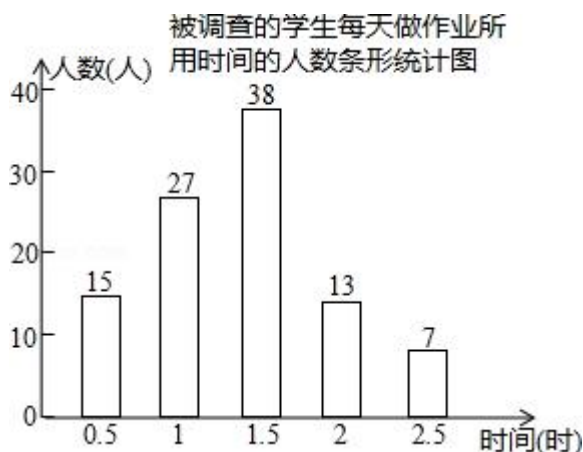
- (A) 对各班班长进行调查；
- (B) 对某班的全体学生进行调查；
- (C) 从全校每班随机抽取 5 名学生进行调查.

在问卷调查时，每位被调查的学生都选择了问卷中适合自己的一个时间，学生会收集到的数据整理后绘制成如图所示的条形统计图.

(1) 为了使收集到的数据具有代表性，学生会在确定调查对象时选择了方案 C (填 A、B 或 C)；

(2) 被调查的学生每天做作业所用时间的众数为 1.5 小时；

(3) 根据以上统计结果，估计该校 800 名学生中每天做作业用 1.5 小时的人数.



【考点】 V4：抽样调查的可靠性；V5：用样本估计总体；VC：条形统计图；W5：众数.

【专题】 27：图表型.

【分析】 (1) 收集的方法必须具有代表性，据此即可确定；

(2) 根据众数的定义即可求解；

(3) 利用总人数 800 乘以对应的比例即可求解.

【解答】 解：(1) 为了使收集到的数据具有代表性，学生会在确定调查对象时选择了方案 C；

(2) 众数是：1.5 小时；

$$(3) 800 \times \frac{38}{15+27+38+13+7} = 304 \text{ (人)}.$$

则估计该校 800 名学生中每天做作业用 1.5 小时的人数是 304 人.

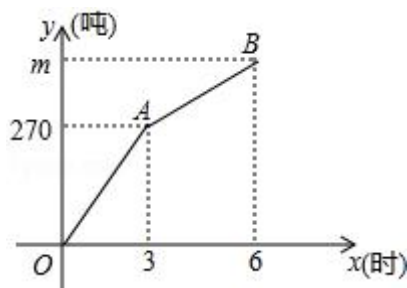
【点评】 本题考查的是条形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

21. (8 分) 甲、乙两支清雪队同时开始清理某路段积雪, 一段时间后, 乙队被调往别处, 甲队又用了 3 小时完成了剩余的清雪任务, 已知甲队每小时的清雪量保持不变, 乙队每小时清雪 50 吨, 甲、乙两队在此路段的清雪总量 y (吨) 与清雪时间 x (时) 之间的函数图象如图所示.

(1) 乙队调离时, 甲、乙两队已完成的清雪总量为 270 吨;

(2) 求此次任务的清雪总量 m ;

(3) 求乙队调离后 y 与 x 之间的函数关系式.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【专题】 31: 数形结合.

【分析】 (1) 由函数图象可以看出乙队调离时, 甲、乙两队已完成的清雪总量为 270 吨;

(2) 先求出甲队每小时的清雪量, 再求出 m .

(3) 设乙队调离后 y 与 x 之间的函数关系式为: $y=kx+b$, 把 A, B 两点代入求出函数关系式.

【解答】解：(1) 由函数图象可以看出乙队调离时，甲、乙两队已完成的清雪总量为 270 吨；

故答案为：270.

(2) 乙队调离前，甲、乙两队每小时的清雪总量为 $\frac{270}{3}=90$ 吨；

$\therefore$ 乙队每小时清雪 50 吨，

$\therefore$ 甲队每小时的清雪量为： $90 - 50 = 40$ 吨，

$\therefore m = 270 + 40 \times 3 = 390$ 吨，

$\therefore$ 此次任务的清雪总量为 390 吨.

(3) 由 (2) 可知点 B 的坐标为 (6, 390)，设乙队调离后 y 与 x 之间的函数关系式为： $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，

$\therefore$ 图象经过点 A (3, 270)，B (6, 390)，

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 270 \\ 6k + b = 390 \end{cases}$$

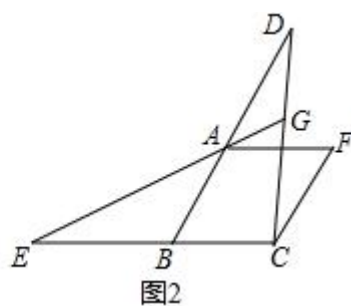
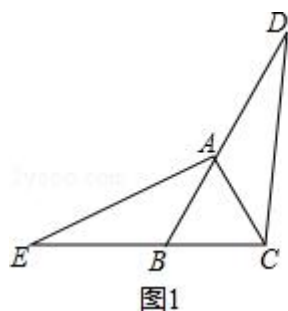
$$\text{解得} \begin{cases} k = 40 \\ b = 150 \end{cases}$$

$\therefore$ 乙队调离后 y 与 x 之间的函数关系式： $y = 40x + 150$.

【点评】 本题主要考查一次函数的应用，解题的关键是甲队每小时的清雪量.

22. (9 分) 探究：如图①，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，延长 BA 至点 D，延长 CB 至点 E，使 $BE = AD$ ，连结 CD，AE，求证： $\triangle ACE \cong \triangle CBD$.

应用：如图②，在菱形 ABCF 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ，延长 BA 至点 D，延长 CB 至点 E，使 $BE = AD$ ，连结 CD，EA，延长 EA 交 CD 于点 G，求 $\angle CGE$ 的度数.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；KM：等边三角形的判定与性质；L8：菱形的性质.

【专题】121：几何图形问题.

【分析】探究：先判断出 $\triangle ABC$ 是等边三角形，根据等边三角形的性质可得

$BC=AC$ ， $\angle ACB=\angle ABC$ ，再求出 $CE=BD$ ，然后利用“边角边”证明即可；

应用：连接 AC ，易知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，由探究可知 $\triangle ACE$ 和 $\triangle CBD$ 全等，

根据全等三角形对应角相等可得 $\angle E=\angle D$ ，然后根据三角形的一个外角等于

与它不相邻的两个内角的和求出 $\angle CGE=\angle ABC$ 即可.

【解答】解：探究： $\because AB=AC$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore BC=AC$ ， $\angle ACB=\angle ABC$ ，

$\therefore BE=AD$ ，

$\therefore BE+BC=AD+AB$ ，

即 $CE=BD$ ，

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle CBD$ 中，

$$\begin{cases} CE=BD \\ \angle ACB=\angle ABC, \\ BC=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle CBD$ (SAS)；

应用：如图，连接 AC ，易知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，

由探究可知 $\triangle ACE \cong \triangle CBD$ ，

$$\therefore \angle E = \angle D,$$

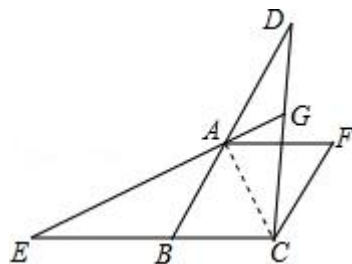
$$\therefore \angle BAE = \angle DAG,$$

$$\therefore \angle E + \angle BAE = \angle D + \angle DAG,$$

$$\therefore \angle CGE = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CGE = 60^\circ.$$



【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，菱形的性质，熟记性质并确定出三角形全等的条件是解题的关键，(2) 作辅助线构造出探究的条件是解题的关键.

23. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(1, -1)$ ，且对称轴为直线 $x = 2$ ，点 P 、 Q 均在抛物线上，点 P 位于对称轴右侧，点 Q 位于对称轴左侧， PA 垂直对称轴于点 A ， QB 垂直对称轴于点 B ，且 $QB = PA + 1$ ，设点 P 的横坐标为 m .

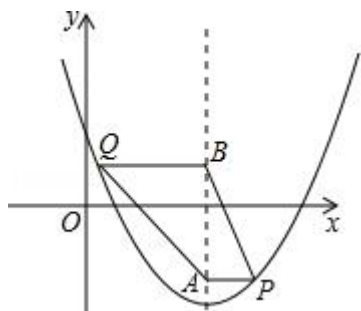
(1) 求这条抛物线所对应的函数关系式；

(2) 求点 Q 的坐标 (用含 m 的式子表示)；

(3) 请探究 $PA + QB = AB$ 是否成立，并说明理由；

(4) 抛物线 $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ($a_1 \neq 0$) 经过 Q 、 B 、 P 三点，若其对称轴把四边形

PAQB 分成面积比为 1: 5 的两部分，直接写出此时 m 的值.



【考点】HF：二次函数综合题；K3：三角形的面积.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 根据经过的点的坐标和对称轴列出关于 b、c 的方程组，然后求解得到 b、c 的值，即可得解；

(2) 根据点 P 在抛物线上表示点 P 的坐标，再求出 PA，然后表示出 QB，从而求出点 Q 的横坐标，代入抛物线解析式求出点 Q 的纵坐标，从而得解；

(3) 根据点 P、Q 的坐标表示出点 A、B 的坐标，然后分别求出 PQ、BQ、AB，即可得解；

(4) 根据抛物线的对称性，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 QB 的垂直平分线，然后根据四边形 PAQB 被分成的两个部分列出方程求解即可.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 (1, -1)，且对称轴为在 $x=2$ ，

$$\therefore \begin{cases} 1+b+c=-1 \\ -\frac{b}{2}=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-4 \\ c=2 \end{cases}.$$

$\therefore$ 这条抛物线所对应的函数关系式 $y=x^2-4x+2$;

(2) $\because$ 抛物线上点 P 的横坐标为 m,

$\therefore P(m, m^2-4m+2)$,

$$\therefore PA=m-2,$$

$$QB=PA+1=m-2+1=m-1,$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的横坐标为 } 2-(m-1)=3-m,$$

$$\text{点 } Q \text{ 的纵坐标为 } (3-m)^2-4(3-m)+2=m^2-2m-1,$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标为 } (3-m, m^2-2m-1);$$

(3) $PA+QB=AB$ 成立.

$$\text{理由如下: } \because P(m, m^2-4m+2), Q(3-m, m^2-2m-1),$$

$$\therefore A(2, m^2-4m+2), B(2, m^2-2m-1),$$

$$\therefore AB=(m^2-2m-1)-(m^2-4m+2)=2m-3,$$

$$\text{又 } \because PA=m-2, QB=m-1,$$

$$\therefore PA+QB=m-2+m-1=2m-3,$$

$$\therefore PA+QB=AB;$$

(4) $\because$ 抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$ ($a_1 \neq 0$) 经过 Q、B、P 三点,

$\therefore$ 抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$ 的对称轴为 QB 的垂直平分线,

$\therefore$ 对称轴把四边形 PAQB 分成面积为 1: 5 的两部分,

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{m-1}{2} \times \frac{2m-3}{2} = \frac{1}{1+5} \times \frac{1}{2} (2m-3) \times (2m-3),$$

$$\text{整理得, } (2m-3)(m-3)=0,$$

$\therefore$ 点 P 位于对称轴右侧,

$$\therefore m > 2,$$

$$\therefore 2m-3 \neq 0,$$

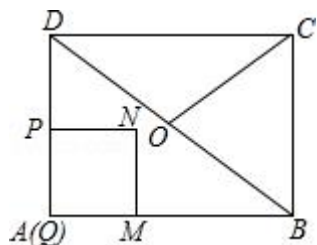
$$\therefore m-3=0,$$

解得 $m=3$.

【点评】 本题是二次函数综合题型，主要利用了待定系数法求二次函数解析式，抛物线上点的坐标特征，三角形的面积，难点在于 (4) 根据抛物线的对称性判断出抛物线的对称轴为 QB 的垂直平分线.

24. (12 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $BC=3$ ，点 O 为对角线 BD 的中点，点 P 从点 A 出发，沿折线 $AD-DO-OC$ 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 C 运动，当点 P 与点 A 不重合时，过点 P 作 $PQ \perp AB$ 于点 Q ，以 PQ 为边向右作正方形 $PQMN$ ，设正方形 $PQMN$ 与 $\triangle ABD$ 重叠部分图形的面积为 S (平方单位)，点 P 运动的时间为 t (秒).

- (1) 求点 N 落在 BD 上时 t 的值；
- (2) 直接写出点 O 在正方形 $PQMN$ 内部时 t 的取值范围；
- (3) 当点 P 在折线 $AD-DO$ 上运动时，求 S 与 t 之间的函数关系式；
- (4) 直接写出直线 DN 平分 $\triangle BCD$ 面积时 t 的值.



【考点】 KQ: 勾股定理; KX: 三角形中位线定理; LB: 矩形的性质; LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质; SO: 相似形综合题; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】 16: 压轴题; 32: 分类讨论.

【分析】 (1) 可证 $\triangle DPN \sim \triangle DQB$ ，从而有 $\frac{DP}{DQ} = \frac{PN}{QB}$ ，即可求出 t 的值.

- (2) 只需考虑两个临界位置 (① MN 经过点 O ，② 点 P 与点 O 重合) 下 t 的值，就可得到点 O 在正方形 $PQMN$ 内部时 t 的取值范围.

- (3) 根据正方形 PQMN 与 $\triangle ABD$ 重叠部分图形形状不同分成三类, 如图 4、图 5、图 6, 然后运用三角形相似、锐角三角函数等知识就可求出 S 与 t 之间的函数关系式.
- (4) 由于点 P 在折线 AD - DO - OC 运动, 可分点 P 在 AD 上, 点 P 在 DO 上, 点 P 在 OC 上三种情况进行讨论, 然后运用三角形相似等知识就可求出直线 DN 平分 $\triangle BCD$ 面积时 t 的值.

【解答】解: (1) 当点 N 落在 BD 上时, 如图 1.

$\because$ 四边形 PQMN 是正方形,

$\therefore PN \parallel QM, PN=PQ=t.$

$\therefore \triangle DPN \sim \triangle DQB.$

$$\therefore \frac{DP}{DQ} = \frac{PN}{QB}.$$

$\because PN=PQ=PA=t, DP=3-t, QB=AB=4,$

$$\therefore \frac{3-t}{3} = \frac{t}{4}.$$

$$\therefore t = \frac{12}{7}.$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{12}{7}$ 时, 点 N 落在 BD 上.

(2) ①如图 2,

则有 $QM=QP=t, MB=4-t.$

$\because$ 四边形 PQMN 是正方形,

$\therefore MN \parallel DQ.$

$\because$ 点 O 是 DB 的中点,

$\therefore QM=BM.$

$\therefore t=4-t.$

$$\therefore t=2.$$

②如图 3,

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore \angle A=90^\circ.$$

$$\because AB=4, AD=3,$$

$$\therefore DB=5.$$

$\because$ 点 O 是 DB 的中点,

$$\therefore DO=\frac{5}{2}.$$

$$\therefore 1 \times t=AD+DO=3+\frac{5}{2}.$$

$$\therefore t=\frac{11}{2}.$$

$\therefore$ 当点 O 在正方形 PQMN 内部时, t 的范围是 $2 < t < \frac{11}{2}$.

(3) ①当 $0 < t \leq \frac{12}{7}$ 时, 如图 4.

$$S=S_{\text{正方形 PQMN}}=PQ^2=PA^2=t^2.$$

②当 $\frac{12}{7} < t \leq 3$ 时, 如图 5,

$$\because \tan \angle ADB = \frac{PG}{DP} = \frac{AB}{AD},$$

$$\therefore \frac{PG}{3-t} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore PG = 4 - \frac{4}{3}t.$$

$$\therefore GN = PN - PG = t - (4 - \frac{4}{3}t) = \frac{7t}{3} - 4.$$

$$\because \tan \angle NFG = \tan \angle ADB = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{GN}{NF} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore NF = \frac{3}{4}GN = \frac{3}{4}(\frac{7t}{3} - 4) = \frac{7}{4}t - 3.$$

$$\therefore S = S_{\text{正方形 PQMN}} - S_{\triangle GNF}$$

$$= t^2 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{7t}{3} - 4\right) \times \left(\frac{7t}{4} - 3\right)$$

$$= -\frac{25}{24}t^2 + 7t - 6.$$

③当 $3 < t \leq \frac{11}{2}$ 时, 如图 6,

$\therefore$ 四边形 PQMN 是正方形, 四边形 ABCD 是矩形.

$$\therefore \angle PQM = \angle DAB = 90^\circ.$$

$$\therefore PQ \parallel AD.$$

$$\therefore \triangle BQP \sim \triangle BAD.$$

$$\therefore \frac{BP}{BD} = \frac{BQ}{BA} = \frac{PQ}{AD}.$$

$$\therefore BP = 8 - t, \quad BD = 5, \quad BA = 4, \quad AD = 3,$$

$$\therefore \frac{8-t}{5} = \frac{BQ}{4} = \frac{PQ}{3}.$$

$$\therefore BQ = \frac{4(8-t)}{5}, \quad PQ = \frac{3(8-t)}{5}.$$

$$\therefore QM = PQ = \frac{3(8-t)}{5}.$$

$$\therefore BM = BQ - QM = \frac{8-t}{5}.$$

$$\therefore \tan \angle ABD = \frac{FM}{BM} = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore FM = \frac{3}{4}BM = \frac{3(8-t)}{20}.$$

$$\therefore S = S_{\text{梯形 PQMF}} = \frac{1}{2} (PQ + FM) \cdot QM$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{3(8-t)}{5} + \frac{3(8-t)}{20} \right] \cdot \frac{3(8-t)}{5}$$

$$= \frac{9}{40} (8-t)^2$$

$$= \frac{9}{40}t^2 - \frac{18}{5}t + \frac{72}{5}.$$

综上所述: 当 $0 < t \leq \frac{12}{7}$ 时, $S = t^2$.

当 $\frac{12}{7} < t \leq 3$ 时, $S = -\frac{25}{24}t^2 + 7t - 6$.

当 $3 < t \leq \frac{11}{2}$ 时, $S = -\frac{9}{40}t^2 - \frac{18}{5}t + \frac{72}{5}$.

(4) 设直线 DN 与 BC 交于点 E,

$\therefore$ 直线 DN 平分 $\triangle BCD$ 面积,

$$\therefore BE = CE = \frac{3}{2}.$$

①点 P 在 AD 上, 过点 E 作 $EH \parallel PN$ 交 AD 于点 H, 如图 7,

则有 $\triangle DPN \sim \triangle DHE$.

$$\therefore \frac{DP}{DH} = \frac{PN}{EH}.$$

$$\therefore PN = PA = t, DP = 3 - t, DH = CE = \frac{3}{2}, EH = AB = 4,$$

$$\therefore \frac{3-t}{\frac{3}{2}} = \frac{t}{4}.$$

$$\text{解得 } t = \frac{24}{11}.$$

②点 P 在 DO 上, 连接 OE, 如图 8,

则有 $OE = 2$, $OE \parallel DC \parallel AB \parallel PN$.

$$\therefore \triangle DPN \sim \triangle DOE.$$

$$\therefore \frac{DP}{DO} = \frac{PN}{OE}.$$

$$\therefore DP = t - 3, DO = \frac{5}{2}, OE = 2,$$

$$\therefore PN = \frac{4}{5}(t - 3).$$

$$\therefore PQ = \frac{3}{5}(8 - t), PN = PQ,$$

$$\therefore \frac{4}{5}(t - 3) = \frac{3}{5}(8 - t).$$

$$\text{解得: } t = \frac{36}{7}.$$

③点 P 在 OC 上, 设 DE 与 OC 交于点 S, 连接 OE, 交 PQ 于点 R, 如图 9,

则有 $OE = 2$, $OE \parallel DC$.

$$\therefore \triangle DSC \sim \triangle ESO.$$

$$\therefore \frac{SC}{SO} = \frac{DC}{OE} = 2.$$

$$\therefore SC = 2SO.$$

$$\therefore OC = \frac{5}{2},$$

$$\therefore SO = \frac{OC}{3} = \frac{5}{6}.$$

$$\therefore PN \parallel AB \parallel DC \parallel OE,$$

$$\therefore \triangle SPN \sim \triangle SOE.$$

$$\therefore \frac{SP}{SO} = \frac{PN}{OE}.$$

$$\therefore SP = 3 + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} - t = \frac{19}{3} - t, \quad SO = \frac{5}{6}, \quad OE = 2,$$

$$\therefore PN = \frac{76}{5} - \frac{12t}{5}.$$

$$\therefore PR \parallel MN \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ORP \sim \triangle OEC.$$

$$\therefore \frac{OP}{OC} = \frac{PR}{EC}.$$

$$\therefore OP = t - \frac{11}{2}, \quad OC = \frac{5}{2}, \quad EC = \frac{3}{2},$$

$$\therefore PR = \frac{3t}{5} - \frac{33}{10}.$$

$$\therefore QR = BE = \frac{3}{2},$$

$$\therefore PQ = PR + QR = \frac{3t}{5} - \frac{9}{5}.$$

$$\therefore PN = PQ,$$

$$\therefore \frac{76}{5} - \frac{12t}{5} = \frac{3t}{5} - \frac{9}{5}.$$

$$\text{解得: } t = \frac{17}{3}.$$

综上所述：当直线 DN 平分 $\triangle BCD$ 面积时，t 的值为 $\frac{24}{11}$ 、 $\frac{36}{7}$ 、 $\frac{17}{3}$ 。

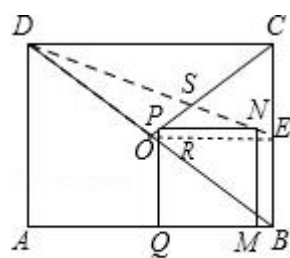


图9

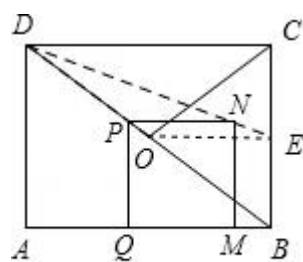


图8

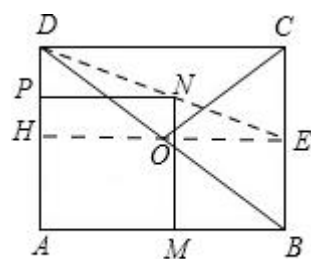


图7

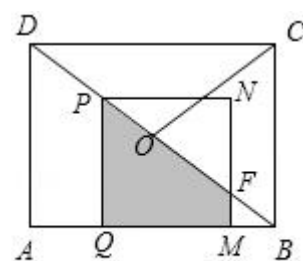


图6

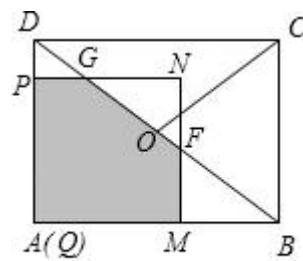


图5

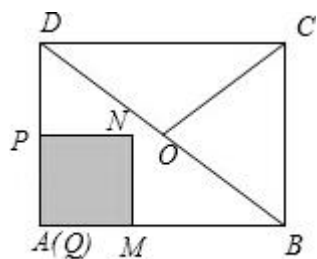


图4

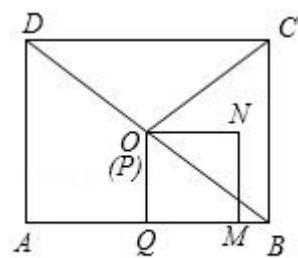


图3

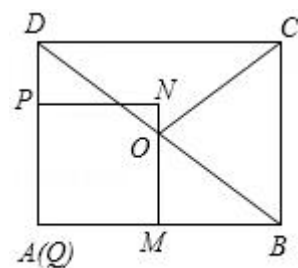


图2

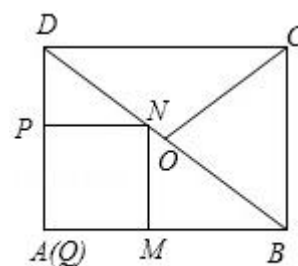


图1

【点评】 本题考查了矩形的性质、正方形的性质、相似三角形的判定与性质、锐角三角函数的定义、三角形的中位线定理、勾股定理等知识，考查了用割补法求五边形的面积，考查了用临界值法求 t 的取值范围，考查了分类讨论的数学思想，综合性较强，有一定的难度.