

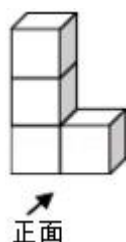
2014 年吉林省中考数学试卷

一、选择题（共 6 小题，每小题 2 分，满分 12 分）

1. (2 分) 在 1, -2, 4, $\sqrt{3}$ 这四个数中, 比 0 小的数是 ()

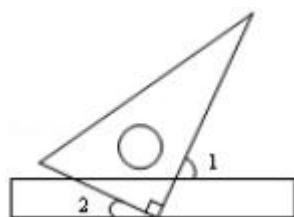
- A. -2 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 4

2. (2 分) 用 4 个完全相同的小正方体组成如图所示的立方体图形, 它的俯视图是 ()



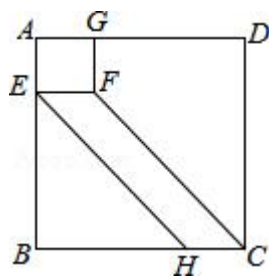
- A.  B.  C.  D. 

3. (2 分) 如图, 将三角形的直角顶点放在直尺的一边上, 若 $\angle 1 = 65^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



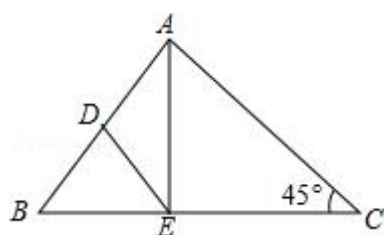
- A. 10° B. 15° C. 20° D. 25°

4. (2 分) 如图, 四边形 ABCD, AEFG 都是正方形, 点 E, G 分别在 AB, AD 上, 连接 FC, 过点 E 作 $EH \parallel FC$ 交 BC 于点 H. 若 $AB = 4$, $AE = 1$, 则 BH 的长为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. $3\sqrt{2}$

5. (2分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C=45^\circ$, 点 D 在 AB 上, 点 E 在 BC 上. 若 $AD=DB=DE$, $AE=1$, 则 AC 的长为 ()



- A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

6. (2分) 小军家距学校 5 千米, 原来他骑自行车上学, 学校为保障学生安全, 新购进校车接送学生, 若校车速度是他骑车速度的 2 倍, 现在小军乘校车上学可以从家晚 10 分钟出发, 结果与原来到校时间相同. 设小军骑车的速度为 x 千米/小时, 则所列方程正确的为 ()

- A. $\frac{5}{x} + \frac{1}{6} = \frac{5}{2x}$ B. $\frac{5}{x} - \frac{1}{6} = \frac{5}{2x}$ C. $\frac{5}{x} + 10 = \frac{5}{2x}$ D. $\frac{5}{x} - 10 = \frac{5}{2x}$

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

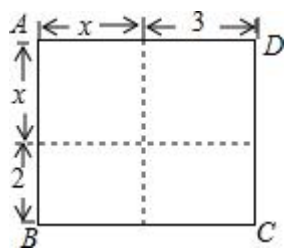
7. (3分) 据统计, 截止到 2013 年末, 某省初中在校学生共有 645000 人, 将数据 645000 用科学记数法表示为_____.

8. (3分) 不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 \\ x-3 > 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

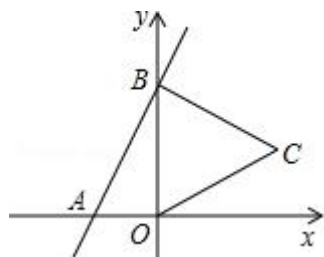
9. (3分) 若 $a < \sqrt{13} < b$, 且 a, b 为连续正整数, 则 $b^2 - a^2 =$ _____.

10. (3分) 某校举办“成语听写大赛”，15名学生进入决赛，他们所得分数互不相同，比赛共设8个获奖名额，某学生知道自己的分数后，要判断自己能否获奖，他应该关注的统计量是_____ (填“平均数”或“中位数”)

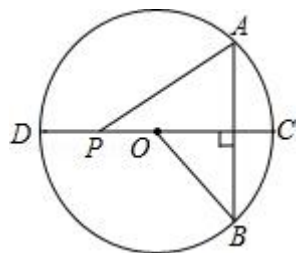
11. (3分) 如图，矩形ABCD的面积为_____ (用含x的代数式表示).



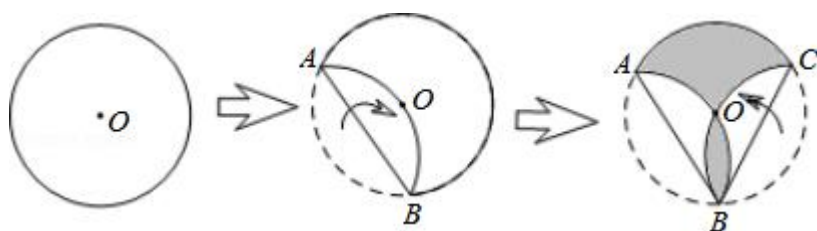
12. (3分) 如图，直线 $y=2x+4$ 与 x , y 轴分别交于 A , B 两点，以 OB 为边在 y 轴右侧作等边三角形 OBC ，将点 C 向左平移，使其对应点 C' 恰好落在直线 AB 上，则点 C' 的坐标为_____.



13. (3分) 如图， OB 是 $\odot O$ 的半径，弦 $AB=OB$ ，直径 $CD \perp AB$ 。若点 P 是线段 OD 上的动点，连接 PA ，则 $\angle PAB$ 的度数可以是_____ (写出一个即可)



14. (3分) 如图，将半径为3的圆形纸片，按下列顺序折叠。若 $\widehat{AB}$ 和 $\widehat{BC}$ 都经过圆心 O ，则阴影部分的面积是_____ (结果保留 π)



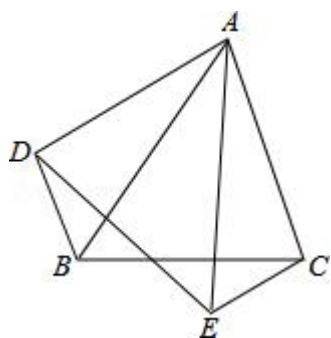
三、解答题 (共 4 小题, 满分 20 分)

15. (5 分) 先化简, 再求值: $x(x+3) - (x+1)^2$, 其中 $x=\sqrt{2}+1$.

16. (5 分) 为促进教育均衡发展, A 市实行“阳光分班”, 某校七年级一班共有新生 45 人, 其中男生比女生多 3 人, 求该班男生、女生各有多少人.

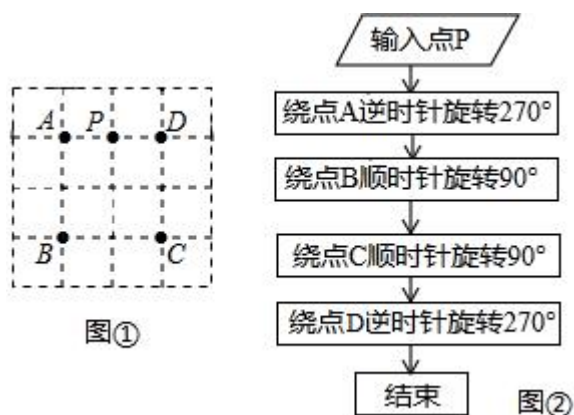
17. (5 分) 如图 (图略), 从一副扑克牌中选取红桃 10, 方块 10, 梅花 5, 黑桃 8 四张扑克牌, 洗匀后正面朝下放在桌子上, 甲先从中任意抽取一张后, 乙再从剩余的三张扑克牌中任意抽取一张, 用画树形图或列表的方法, 求甲乙两人抽取的扑克牌的点数都是 10 的概率.

18. (5分) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DAE$ 中, $\angle BAC = \angle DAE$, $AB = AE$, $AC = AD$, 连接 BD , CE , 求证: $\triangle ABD \cong \triangle AEC$.



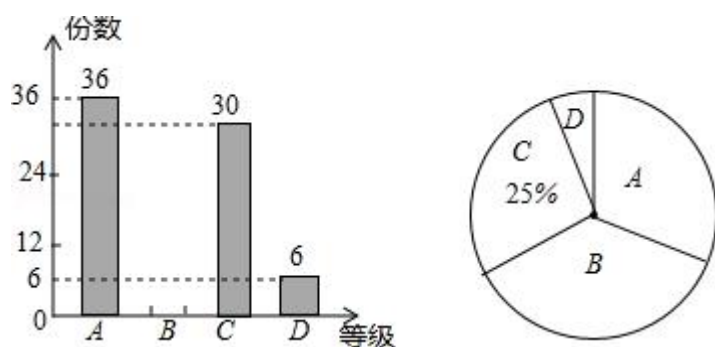
四、解答题

19. (7分) 图①是电子屏幕的局部示意图, 4×4 网格的每个小正方形边长均为 1, 每个小正方形顶点叫做格点, 点 A, B, C, D 在格点上, 光点 P 从 AD 的中点出发, 按图②的程序移动
- (1) 请在图①中用圆规画出光点 P 经过的路径;
 - (2) 在图①中, 所画图形是_____图形 (填“轴对称”或“中心对称”), 所画图形的周长是_____ (结果保留 π).



20. (7 分) 某校组织了主题为“让勤俭节约成为时尚”的电子小组作品征集活动，现从中随机抽取部分作品，按 A, B, C, D 四个等级进行评价，并根据结果绘制了如下两幅不完整的统计图.

- (1) 求抽取了多少份作品；
- (2) 此次抽取的作品中等级为 B 的作品有_____，并补全条形统计图；
- (3) 若该校共征集到 800 份作品，请估计等级为 A 的作品约有多少份.



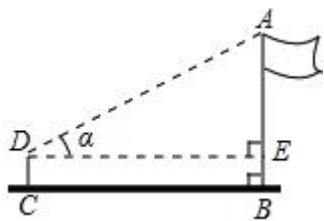
21. (7 分) 某校九年级四个数学活动小组参加测量操场旗杆高度的综合实践活动，如图是四个小组在不同位置测量后绘制的示意图，用测角仪测得旗杆顶端 A 的仰角记为 α , CD 为测角仪的高，测角仪 CD 的底部 C 处与旗杆的底部 B 处之间的距离记为 CB, 四个小组测量和计算数据如下表所示:

数据组别	CD 的长 (m)	BC 的长 (m)	仰角 α	AB 的长 (m)
第一组	1.59	13.2	32°	9.8
第二组	1.58	13.4	31°	9.6
第三组	1.57	14.1	30°	9.7
第四组	1.56	15.2	28°	

(1) 利用第四组学生测量的数据, 求旗杆 AB 的高度 (精确到 0.1m);

(2) 四组学生测量旗杆高度的平均值约为_____m (精确到 0.1m).

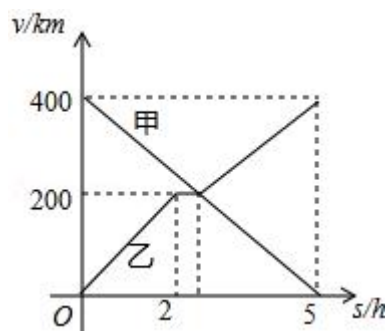
(参考数据: $\sin 28^\circ \approx 0.47$, $\cos 28^\circ \approx 0.88$, $\tan 28^\circ \approx 0.53$)



22. (7 分) 甲, 乙两辆汽车分别从 A, B 两地同时出发, 沿同一条公路相向而行, 乙车出发 2h 后休息, 与甲车相遇后, 继续行驶. 设甲、乙两车与 B 地的

路程分别为 $y_{\text{甲}}$ (km), $y_{\text{乙}}$ (km), 甲车行驶的时间为 x (h), $y_{\text{甲}}$, $y_{\text{乙}}$ 与 x 之间的函数图象如图所示, 结合图象解答下列问题:

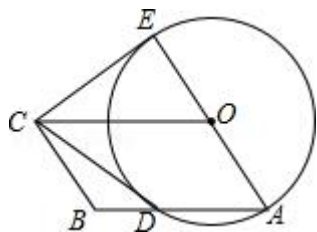
- (1) 乙车休息了 _____ h;
- (2) 求乙车与甲车相遇后 $y_{\text{乙}}$ 与 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (3) 当两车相距 40km 时, 直接写出 x 的值.



五、解答题

23. (8 分) 如图, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 以 O 为圆心, OA 为半径的圆交 AB 于点 D , 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 CD , CE , 若 CE 是 $\odot O$ 的切线, 解答下列问题:

- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $BC=3$, $CD=4$, 求平行四边形 $OABC$ 的面积.



24. (8 分) 如图①, 直角三角形 AOB 中, $\angle AOB=90^\circ$, AB 平行于 x 轴, $OA=2OB$,

$AB=5$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过点 A.

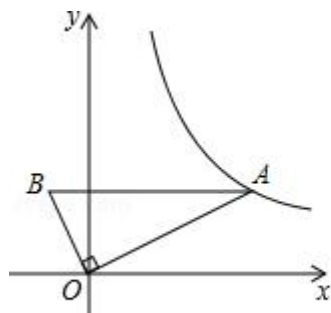
(1) 直接写出反比例函数的解析式;

(2) 如图②, P (x , y) 在 (1) 中的反比例函数图象上, 其中 $1<x<8$, 连接

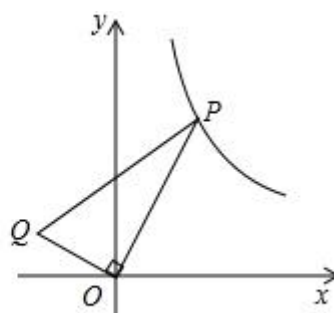
OP, 过点 O 作 $OQ \perp OP$, 且 $OP=2OQ$, 连接 PQ. 设点 Q 坐标为 (m , n),

其中 $m<0$, $n>0$, 求 n 与 m 的函数解析式, 并直接写出自变量 m 的取值范围;

(3) 在 (2) 的条件下, 若 Q 坐标为 (m , 1), 求 $\triangle POQ$ 的面积.



图①

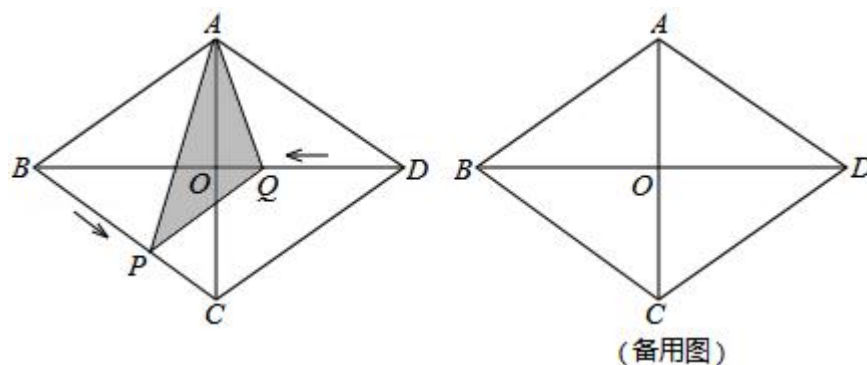


图②

六、解答题

25. (10 分) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 且 $AC=6\text{cm}$, $BD=8\text{cm}$, 动点 P , Q 分别从点 B , D 同时出发, 运动速度均为 1cm/s , 点 P 沿 $B \rightarrow C \rightarrow D$ 运动, 到点 D 停止, 点 Q 沿 $D \rightarrow O \rightarrow B$ 运动, 到点 O 停止 1s 后继续运动, 到点 B 停止, 连接 AP , AQ , PQ . 设 $\triangle APQ$ 的面积为 y (cm^2) (这里规定: 线段是面积 0 的几何图形), 点 P 的运动时间为 x (s).

- (1) 填空: $AB=$ _____ cm , AB 与 CD 之间的距离为 _____ cm ;
- (2) 当 $4 \leq x \leq 10$ 时, 求 y 与 x 之间的函数解析式;
- (3) 直接写出在整个运动过程中, 使 PQ 与菱形 $ABCD$ 一边平行的所有 x 的值.



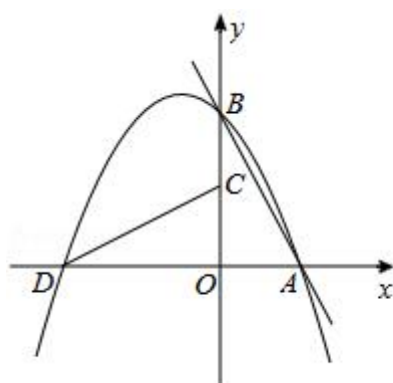
26. (10 分) 如图①, 直线 $l: y=mx+n$ ($m<0, n>0$) 与 x, y 轴分别相交于 A, B 两点, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle COD$, 过点 A, B, D 的抛物线 P 叫做 l 的关联抛物线, 而 l 叫做 P 的关联直线.

(1) 若 $l: y=-2x+2$, 则 P 表示的函数解析式为_____; 若 $P: y=-x^2-3x+4$, 则 l 表示的函数解析式为_____.

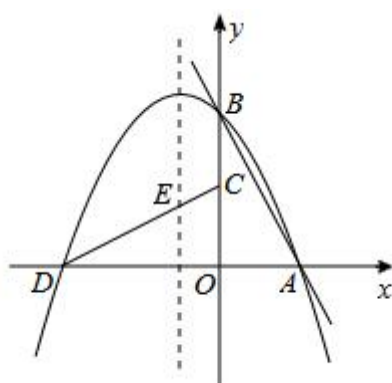
(2) 求 P 的对称轴 (用含 m, n 的代数式表示);

(3) 如图②, 若 $l: y=-2x+4$, P 的对称轴与 CD 相交于点 E , 点 F 在 l 上, 点 Q 在 P 的对称轴上. 当以点 C, E, Q, F 为顶点的四边形是以 CE 为一边的平行四边形时, 求点 Q 的坐标;

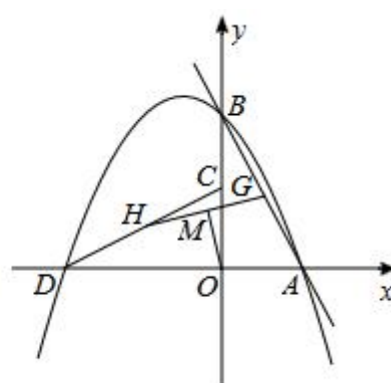
(4) 如图③, 若 $l: y=mx-4m$, G 为 AB 中点, H 为 CD 中点, 连接 GH , M 为 GH 中点, 连接 OM . 若 $OM=\sqrt{10}$, 直接写出 l, P 表示的函数解析式.



图①



图②



图③

2014 年吉林省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 2 分，满分 12 分）

1. (2 分) 在 1, -2, 4, $\sqrt{3}$ 这四个数中, 比 0 小的数是 ()

- A. -2 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 4

【考点】2A: 实数大小比较.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据有理数比较大小的法则: 负数都小于 0 即可选出答案.

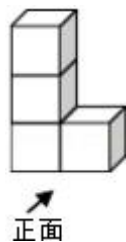
【解答】解: -2、1、4、 $\sqrt{3}$ 这四个数中比 0 小的数是 -2,

故选: A.

【点评】此题主要考查了有理数的比较大小, 关键是熟练掌握有理数大小比较的法则:

- ①正数都大于 0;
- ②负数都小于 0;
- ③正数大于一切负数;
- ④两个负数, 绝对值大的其值反而小.

2. (2 分) 用 4 个完全相同的小正方体组成如图所示的立方体图形, 它的俯视图是 ()





【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【专题】1: 常规题型.

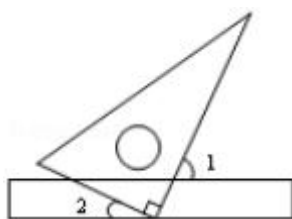
【分析】俯视图是从物体上面观看得到的图形, 结合图形即可得出答案.

【解答】解: 从上面看可得到一个有 2 个小正方形组成的长方形.

故选: A.

【点评】本题考查了三视图的知识, 俯视图是从物体的上面看得到的视图, 属于基础题.

3. (2 分) 如图, 将三角形的直角顶点放在直尺的一边上, 若 $\angle 1 = 65^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 10° B. 15° C. 20° D. 25°

【考点】JA: 平行线的性质.

【专题】11: 计算题.

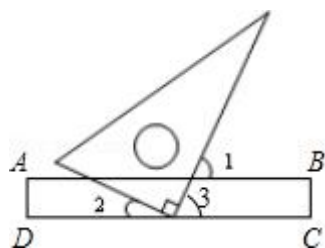
【分析】根据 $AB \parallel CD$ 可得 $\angle 3 = \angle 1 = 65^\circ$, 然后根据 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3 - 90^\circ$ 求解.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 65^\circ,$$

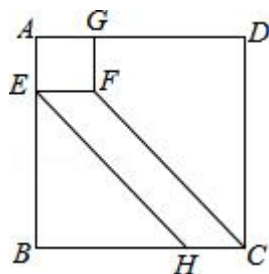
$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 - 90^\circ = 180^\circ - 65^\circ - 90^\circ = 25^\circ.$$

故选: D.



【点评】本题重点考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等，是一道较为简单的题目.

4. (2分) 如图，四边形 $ABCD$ ， $AEFG$ 都是正方形，点 E ， G 分别在 AB ， AD 上，连接 FC ，过点 E 作 $EH \parallel FC$ 交 BC 于点 H . 若 $AB=4$ ， $AE=1$ ，则 BH 的长为 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. $3\sqrt{2}$

【考点】KW：等腰直角三角形；LE：正方形的性质.

【专题】121：几何图形问题.

【分析】求出 BE 的长，再根据两组对边分别平行的四边形是平行四边形求出四边形 $EFCH$ 平行四边形，根据平行四边形的对边相等可得 $EF=CH$ ，再根据正方形的性质可得 $AB=BC$ ， $AE=EF$ ，然后求出 $BH=BE$ 即可得解.

【解答】解： $\because AB=4$ ， $AE=1$ ，

$$\therefore BE=AB-AE=4-1=3,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ ， $AEFG$ 都是正方形，

$$\therefore AD \parallel EF \parallel BC,$$

又 $\because EH \parallel FC$,

∴ 四边形 EFCH 平行四边形,

∴ EF=CH,

∴ 四边形 ABCD, AEFG 都是正方形,

∴ AB=BC, AE=EF,

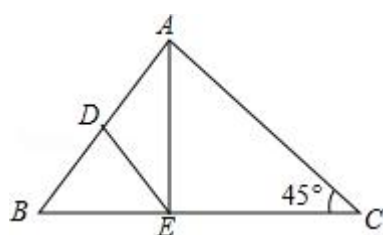
∴ AB - AE = BC - CH,

∴ BE=BH=3.

故选: C.

【点评】 本题考查了正方形的性质, 平行四边形的判定与性质, 熟记性质并求出四边形 EFCH 平行四边形是解题的关键, 也是本题的难点.

5. (2分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C=45^\circ$, 点 D 在 AB 上, 点 E 在 BC 上. 若 $AD=DB=DE$, $AE=1$, 则 AC 的长为 ()



A. $\sqrt{5}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}$

【考点】 KJ: 等腰三角形的判定与性质; KW: 等腰直角三角形.

【专题】 121: 几何图形问题.

【分析】 利用 $AD=DB=DE$, 求出 $\angle AEC=90^\circ$, 在直角等腰三角形中求出 AC 的长.

【解答】 解: $\because AD=DE$,

$\therefore \angle DAE = \angle DEA$,

$\because DB=DE$,

$\therefore \angle B = \angle DEB$,

$$\therefore \angle AEB = \angle DEA + \angle DEB = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 45^\circ, AE = 1,$$

$$\therefore AC = \sqrt{2}.$$

故选：D.

【点评】 本题主要考查等腰直角三角形的判定与性质，解题的关键是利用角的关系求出 $\angle AEC$ 是直角.

6. (2 分) 小军家距学校 5 千米，原来他骑自行车上学，学校为保障学生安全，新购进校车接送学生，若校车速度是他骑车速度的 2 倍，现在小军乘校车上学可以从家晚 10 分钟出发，结果与原来到校时间相同. 设小军骑车的速度为 x 千米/小时，则所列方程正确的为 ()

A. $\frac{5}{x} + \frac{1}{6} = \frac{5}{2x}$ B. $\frac{5}{x} - \frac{1}{6} = \frac{5}{2x}$ C. $\frac{5}{x} + 10 = \frac{5}{2x}$ D. $\frac{5}{x} - 10 = \frac{5}{2x}$

【考点】 B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【专题】 127: 行程问题; 16: 压轴题.

【分析】 设小军骑车的速度为 x 千米/小时，则小车速度是 $2x$ 千米/小时，根据“小军乘小车上学可以从家晚 10 分钟出发”列出方程解决问题.

【解答】 解：设小军骑车的速度为 x 千米/小时，则小车速度是 $2x$ 千米/小时，由题意得，

$$\frac{5}{x} - \frac{1}{6} = \frac{5}{2x}.$$

故选：B.

【点评】 此题考查列分式方程解应用题，找出题中蕴含的等量关系是解决问题的关键.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

7. (3 分) 据统计, 截止到 2013 年末, 某省初中在校学生共有 645000 人, 将数据 645000 用科学记数法表示为 6.45×10^5 .

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】1: 常规题型.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 645000 有 6 位, 所以可以确定 $n = 6 - 1 = 5$.

【解答】解: $645\ 000 = 6.45 \times 10^5$.

故答案为: 6.45×10^5 .

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

8. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 \\ x-3 > 0 \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【专题】11: 计算题.

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解: $\begin{cases} -2x < 4 & \text{①} \\ x-3 > 0 & \text{②} \end{cases}$,

解①得: $x > -2$,

解②得: $x > 3$,

则不等式组的解集是: $x > 3$.

故答案为: $x > 3$.

【点评】本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解, 若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数, 那么解集为 x

介于两数之间.

9. (3分) 若 $a < \sqrt{13} < b$, 且 a, b 为连续正整数, 则 $b^2 - a^2 = \underline{7}$.

【考点】2B: 估算无理数的大小.

【专题】11: 计算题.

【分析】因为 $3^2 < 13 < 4^2$, 所以 $3 < \sqrt{13} < 4$, 求得 a, b 的数值, 进一步求得问题的答案即可.

【解答】解: $\because 3^2 < 13 < 4^2$,

$$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4,$$

即 $a=3, b=4$,

$$\therefore b^2 - a^2 = 7.$$

故答案为: 7.

【点评】此题考查无理数的估算, 利用平方估算出根号下的数值的取值, 进一步得出无理数的取值范围, 是解决这一类问题的常用方法.

10. (3分) 某校举办“成语听写大赛”, 15 名学生进入决赛, 他们所得分数互不相同, 比赛共设 8 个获奖名额, 某学生知道自己的分数后, 要判断自己能否获奖, 他应该关注的统计量是 中位数 (填“平均数”或“中位数”)

【考点】WA: 统计量的选择.

【专题】1: 常规题型.

【分析】由于比赛设置了 8 个获奖名额, 共有 15 名选手参加, 故应根据中位数的意义分析.

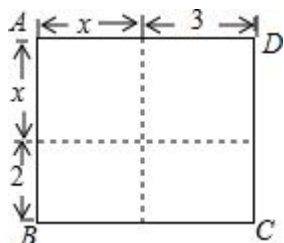
【解答】解: 因为 8 位获奖者的分数肯定是 15 名参赛选手中最高的,

而且 15 个不同的分数按从小到大排序后, 中位数及中位数之后的共有 8 个数, 故只要知道自己的分数和中位数就可以知道是否获奖了.

故答案为: 中位数.

【点评】此题主要考查统计的有关知识，主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义．反映数据集中程度的统计量有平均数、中位数、众数、方差等，各有局限性，因此要对统计量进行合理的选择和恰当的运用．

11. (3 分) 如图，矩形 ABCD 的面积为 x^2+5x+6 (用含 x 的代数式表示)．



【考点】4B：多项式乘多项式．

【专题】11：计算题．

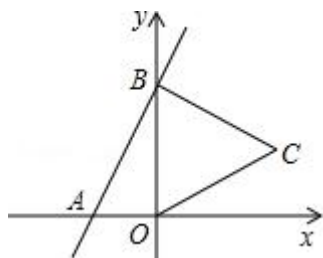
【分析】表示出矩形的长与宽，得出面积即可．

【解答】解：根据题意得： $(x+3)(x+2)=x^2+5x+6$ ，

故答案为： x^2+5x+6 ．

【点评】此题考查了多项式乘以多项式，熟练掌握运算是解本题的关键．

12. (3 分) 如图，直线 $y=2x+4$ 与 x ， y 轴分别交于 A，B 两点，以 OB 为边在 y 轴右侧作等边三角形 OBC，将点 C 向左平移，使其对应点 C' 恰好落在直线 AB 上，则点 C' 的坐标为 $(-1, 2)$ ．



【考点】F8：一次函数图象上点的坐标特征；KK：等边三角形的性质；Q3：坐标与图形变化 - 平移．

【专题】31：数形结合．

【分析】先求出直线 $y=2x+4$ 与 y 轴交点 B 的坐标为 $(0, 4)$ ，再由 C 在线段 OB 的垂直平分线上，得出 C 点纵坐标为 2，将 $y=2$ 代入 $y=2x+4$ ，求得 $x=$

-1, 即可得到 C' 的坐标为 $(-1, 2)$.

【解答】解: $\because$ 直线 $y=2x+4$ 与 y 轴交于 B 点,

$\therefore x=0$ 时,

得 $y=4$,

$\therefore B(0, 4)$.

$\because$ 以 OB 为边在 y 轴右侧作等边三角形 OBC ,

$\therefore C$ 在线段 OB 的垂直平分线上,

$\therefore C$ 点纵坐标为 2.

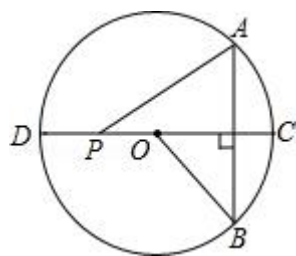
将 $y=2$ 代入 $y=2x+4$, 得 $2=2x+4$,

解得 $x=-1$.

故答案为: $(-1, 2)$.

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 等边三角形的性质, 坐标与图形变化 - 平移, 得出 C 点纵坐标为 2 是解题的关键.

13. (3 分) 如图, OB 是 $\odot O$ 的半径, 弦 $AB=OB$, 直径 $CD \perp AB$. 若点 P 是线段 OD 上的动点, 连接 PA , 则 $\angle PAB$ 的度数可以是 70° (写出一个即可)



【考点】 KH: 等腰三角形的性质; M2: 垂径定理; M5: 圆周角定理.

【专题】 26: 开放型.

【分析】 当 P 点与 D 点重合是 $\angle DAB=75^\circ$, 与 O 重合则 $\angle OAB=60^\circ$, $\angle OAB \leq \angle PAB \leq \angle DAB$, 所以 $\angle PAB$ 的度数可以是 $60^\circ - - 75^\circ$ 之间的任意数.

【解答】解：连接 DA，OA，则 $\triangle OAB$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle OAB = \angle AOB = 60^\circ,$$

$\because DC$ 是直径， $DC \perp AB$ ，

$$\therefore \angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 75^\circ,$$

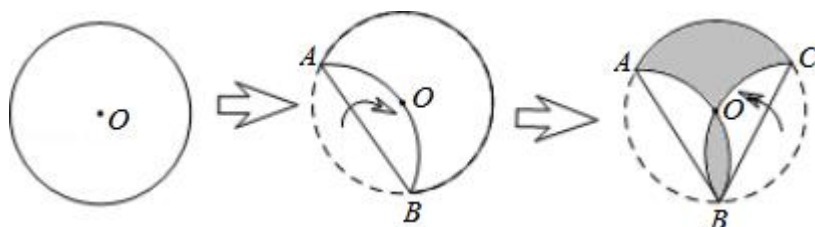
$$\therefore \angle OAB \leq \angle PAB \leq \angle DAB,$$

$\therefore \angle PAB$ 的度数可以是 $60^\circ - 75^\circ$ 之间的任意数.

故答案为： 70°

【点评】本题考查了垂径定理，等边三角形的判定及性质，等腰三角形的判定及性质.

14. (3 分) 如图，将半径为 3 的圆形纸片，按下列顺序折叠. 若 $\widehat{AB}$ 和 $\widehat{BC}$ 都经过圆心 O，则阴影部分的面积是 3π (结果保留 π)



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【专题】16：压轴题；28：操作型.

【分析】作 $OD \perp AB$ 于点 D，连接 AO，BO，CO，求出 $\angle OAD = 30^\circ$ ，得到 $\angle AOB = 2\angle AOD = 120^\circ$ ，进而求得 $\angle AOC = 120^\circ$ ，再利用阴影部分的面积 = $S_{\text{扇形} AOC}$ 求解.

【解答】解：如图，作 $OD \perp AB$ 于点 D，连接 AO，BO，CO，延长 OD 交 $\odot O$ 于 F，

由翻折性质可知, $OD=FD=\frac{1}{2}OF$, $\therefore OA=OF$,

$$\therefore OD=\frac{1}{2}AO,$$

$$\therefore \angle OAD=30^\circ,$$

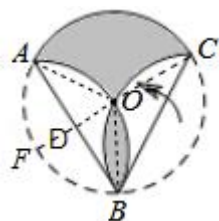
$$\therefore \angle AOB=2\angle AOD=120^\circ,$$

同理 $\angle BOC=120^\circ$,

$$\therefore \angle AOC=120^\circ,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = S_{\text{扇形} AOC} = \frac{120\pi r^2}{360} = 3\pi.$$

故答案为: 3π .



【点评】 本题主要考查了折叠问题, 解题的关键是确定 $\angle AOC=120^\circ$.

三、解答题 (共 4 小题, 满分 20 分)

15. (5 分) 先化简, 再求值: $x(x+3) - (x+1)^2$, 其中 $x=\sqrt{2}+1$.

【考点】 4J: 整式的混合运算—化简求值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先利用整式的乘法和完全平方公式计算, 再进一步合并化简, 最后代入求得数值即可.

【解答】 解: 原式 $= x^2 + 3x - x^2 - 2x - 1$

$$= x - 1,$$

当 $x=\sqrt{2}+1$ 时,

$$\text{原式} = \sqrt{2}+1 - 1 = \sqrt{2}.$$

【点评】此题考查整式的混合运算与化简求值，注意先利用公式计算化简，再进一步代入求得数值即可.

16. (5 分) 为促进教育均衡发展，A 市实行“阳光分班”，某校七年级一班共有新生 45 人，其中男生比女生多 3 人，求该班男生、女生各有多少人.

【考点】8A: 一元一次方程的应用.

【专题】12: 应用题.

【分析】设女生 x 人，则男生为 $(x+3)$ 人. 再利用总人数为 45 人，即可得出等式求出即可.

【解答】解：设女生 x 人，则男生为 $(x+3)$ 人.

依题意得 $x+x+3=45$,

解得， $x=21$,

男生为： $x+3=24$.

答：该班男生、女生分别是 24 人、21 人.

【点评】此题主要考查了一元一次方程的应用，根据已知得出表示出男女生人数是解题关键.

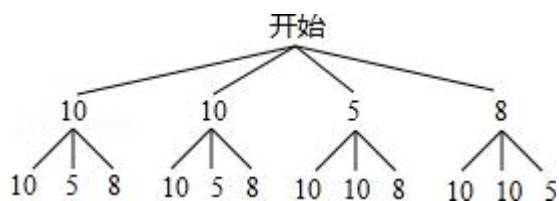
17. (5 分) 如图 (图略)，从一副扑克牌中选取红桃 10，方块 10，梅花 5，黑桃 8 四张扑克牌，洗匀后正面朝下放在桌子上，甲先从中任意抽取一张后，乙再从剩余的三张扑克牌中任意抽取一张，用画树形图或列表的方法，求甲乙两人抽取的扑克牌的点数都是 10 的概率.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【专题】1: 常规题型.

【分析】列出树状图后利用概率公式求解即可.

【解答】解：列树状图为：

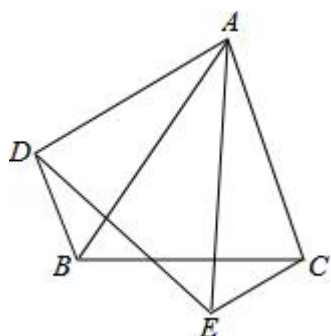


∴ 共 12 种情况，其中两个都是 10 的情况共有 2 种，

$$\therefore P(\text{点数都是 10}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

【点评】 本题考查了列表法与树状图的知识，解题的关键是根据题意列出树状图，这也是解决本题的难点.

18. (5 分) 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DAE$ 中， $\angle BAC = \angle DAE$ ， $AB = AE$ ， $AC = AD$ ，连接 BD ， CE ，求证： $\triangle ABD \cong \triangle AEC$.



【考点】 KB：全等三角形的判定.

【专题】 14：证明题.

【分析】 根据 $\angle BAC = \angle DAE$ ，可得 $\angle BAD = \angle CAE$ ，再根据全等的条件可得出结论.

【解答】 证明：∵ $\angle BAC = \angle DAE$ ，

$$\therefore \angle BAC - \angle BAE = \angle DAE - \angle BAE,$$

即 $\angle BAD = \angle CAE$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle AEC$ 中，

$$\begin{cases} AD = AC \\ \angle BAD = \angle EAC, \\ AB = AE \end{cases}$$

∴ $\triangle ABD \cong \triangle AEC$ (SAS).

【点评】 本题考查了全等三角形的判定，判断三角形全等的方法有：SSS，SAS，ASA，AAS，以及判断两个直角三角形全等的方法 HL.

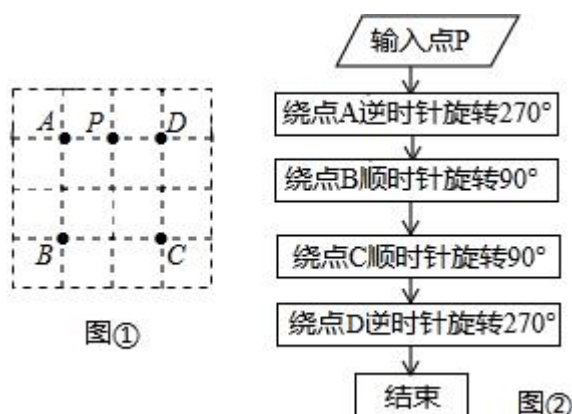
四、解答题

19. (7 分) 图①是电子屏幕的局部示意图， 4×4 网格的每个小正方形边长均为

1，每个小正方形顶点叫做格点，点 A，B，C，D 在格点上，光点 P 从 AD 的中点出发，按图②的程序移动

(1) 请在图①中用圆规画出光点 P 经过的路径；

(2) 在图①中，所画图形是 轴对称 图形（填“轴对称”或“中心对称”），所画图形的周长是 4π （结果保留 π ）.



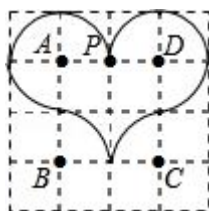
【考点】 R8：作图 – 旋转变换.

【专题】 13：作图题.

【分析】 (1) 根据旋转度数和方向分别作出弧即可；

(2) 根据图形的轴对称性解答；求出四次旋转的度数之和，然后根据弧长公式列式计算即可得解.

【解答】 解：(1) 如图所示；



(2) 所画图形是轴对称图形；

旋转的度数之和为 $270^\circ + 90^\circ \times 2 + 270^\circ = 720^\circ$,

所画图形的周长 $= \frac{720 \cdot \pi \cdot 1}{180} = 4\pi$.

故答案为: 4π .

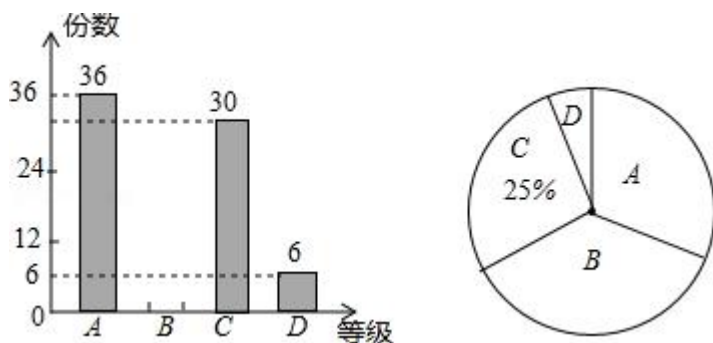
【点评】 本题考查利用旋转变换作图, 弧长的计算, 熟练掌握旋转的性质以及弧长公式是解题的关键.

20. (7 分) 某校组织了主题为“让勤俭节约成为时尚”的电子小组作品征集活动, 现从中随机抽取部分作品, 按 A, B, C, D 四个等级进行评价, 并根据结果绘制了如下两幅不完整的统计图.

(1) 求抽取了多少份作品;

(2) 此次抽取的作品中等级为 B 的作品有 48, 并补全条形统计图;

(3) 若该校共征集到 800 份作品, 请估计等级为 A 的作品约有多少份.



【考点】 V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 根据 C 的人数除以占的百分比, 得到抽取作品的总份数;

(2) 由总份数减去其他份数, 求出 B 的份数, 补全条形统计图即可;

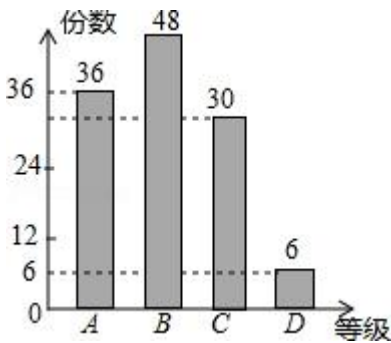
(3) 求出 A 占的百分比，乘以 800 即可得到结果.

【解答】解：(1) 根据题意得： $30 \div 25\% = 120$ (份)，

则抽取了 120 份作品；

(2) 等级 B 的人数为 $120 - (36 + 30 + 6) = 48$ (份)，

补全统计图，如图所示：



故答案为： 48；

(3) 根据题意得： $800 \times \frac{36}{120} = 240$ (份)，

则估计等级为 A 的作品约有 240 份.

【点评】此题考查了条形统计图，扇形统计图，以及用样本估计总体，弄清题意是解本题的关键.

21. (7 分) 某校九年级四个数学活动小组参加测量操场旗杆高度的综合实践活动，如图是四个小组在不同位置测量后绘制的示意图，用测角仪测得旗杆顶端 A 的仰角记为 α ，CD 为测角仪的高，测角仪 CD 的底部 C 处与旗杆的底部 B 处之间的距离记为 CB，四个小组测量和计算数据如下表所示：

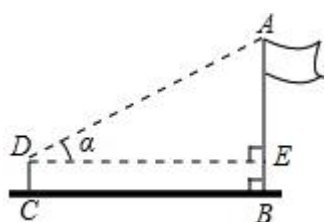
数据组别	CD 的长 (m)	BC 的长 (m)	仰角 α	AB 的长 (m)

第一组	1.59	13.2	32°	9.8
第二组	1.58	13.4	31°	9.6
第三组	1.57	14.1	30°	9.7
第四组	1.56	15.2	28°	

(1) 利用第四组学生测量的数据, 求旗杆 AB 的高度 (精确到 0.1m);

(2) 四组学生测量旗杆高度的平均值约为 9.6 m (精确到 0.1m).

(参考数据: $\sin 28^\circ \approx 0.47$, $\cos 28^\circ \approx 0.88$, $\tan 28^\circ \approx 0.53$)



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【专题】121: 几何图形问题.

【分析】(1) 首先在直角三角形 ADE 中利用 $\angle \alpha$ 和 BE 的长求得线段 AE 的长,

然后与线段 BE 相加即可求得旗杆的高度;

(2) 利用算术平均数求得旗杆的平均值即可.

【解答】解: (1) $\because$ 由已知得: 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle \alpha = 28^\circ$, $DE = BC = 15.2$ 米,

$\therefore AE = DE \times \tan \alpha = 15.2 \times \tan 28^\circ \approx 8.04$ 米,

$\therefore AB = AE + EB = 1.56 + 8.04 \approx 9.6$ 米,

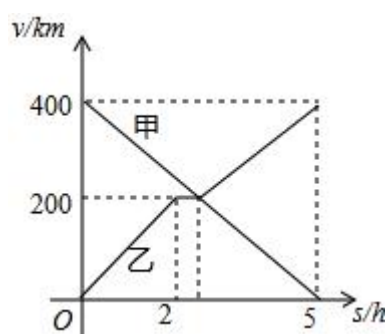
答: 旗杆的高约为 9.6 米;

(2) 四组学生测量旗杆高度的平均值为 $(9.8 + 9.6 + 9.7 + 9.6) \div 4 \approx 9.7$ 米.

【点评】本题考查了解直角三角形的知识, 了解仰角及俯角的定义是解答本题的关键, 难度不大.

22. (7 分) 甲、乙两辆汽车分别从 A、B 两地同时出发，沿同一条公路相向而行，乙车出发 2h 后休息，与甲车相遇后，继续行驶. 设甲、乙两车与 B 地的路程分别为 $y_{\text{甲}}$ (km)， $y_{\text{乙}}$ (km)，甲车行驶的时间为 x (h)， $y_{\text{甲}}$ ， $y_{\text{乙}}$ 与 x 之间的函数图象如图所示，结合图象解答下列问题：

- (1) 乙车休息了 0.5 h；
- (2) 求乙车与甲车相遇后 $y_{\text{乙}}$ 与 x 的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围；
- (3) 当两车相距 40km 时，直接写出 x 的值.



【考点】FH：一次函数的应用.

【专题】31：数形结合；41：待定系数法.

【分析】(1) 根据待定系数法，可得 $y_{\text{甲}}$ 的解析式，根据函数值为 200 千米时，可得相应自变量的值，根据自变量的差，可得答案；

(2) 根据待定系数法，可得 $y_{\text{乙}}$ 的函数解析式；

(3) 分类讨论， $0 \leq x \leq 2.5$ ， $y_{\text{甲}}$ 减 $y_{\text{乙}}$ 等于 40 千米， $2.5 \leq x \leq 5$ 时， $y_{\text{乙}}$ 减 $y_{\text{甲}}$ 等于 40 千米，可得答案.

【解答】解：(1) 设甲车行驶的函数解析式为 $y_{\text{甲}} = kx + b$ ，(k 是不为 0 的常数)

$y_{\text{甲}} = kx + b$ 图象过点 (0, 400)，(5, 0)，

$$\text{得} \begin{cases} b = 400 \\ 5k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -80 \\ b = 400 \end{cases},$$

甲车行驶的函数解析式为 $y_{\text{甲}} = -80x + 400$,

当 $y=200$ 时, $x=2.5$ (h),

$2.5 - 2 = 0.5$ (h),

故答案为: 0.5;

(2) 设乙车与甲车相遇后 $y_{乙}$ 与 x 的函数解析式 $y_{乙}=kx+b$,

$y_{乙}=kx+b$ 图象过点 $(2.5, 200)$, $(5, 400)$,

$$\text{得} \begin{cases} 2.5k+b=200 \\ 5k+b=400 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=80 \\ b=0 \end{cases},$$

乙车与甲车相遇后 $y_{乙}$ 与 x 的函数解析式 $y_{乙}=80x$ ($2.5 \leq x \leq 5$);

(3) 设乙车与甲车相遇前 $y_{乙}$ 与 x 的函数解析式 $y_{乙}=kx$, 图象过点 $(2, 200)$,

解得 $k=100$,

$\therefore$ 乙车与甲车相遇前 $y_{乙}$ 与 x 的函数解析式 $y_{乙}=100x$,

$0 \leq x \leq 2.5$, $y_{甲}$ 减 $y_{乙}$ 等于 40 千米,

即 $400 - 80x - 100x = 40$, 解得 $x=2$;

$2.5 \leq x \leq 5$ 时, $y_{乙}$ 减 $y_{甲}$ 等于 40 千米,

即 $2.5 \leq x \leq 5$ 时, $80x - (-80x + 400) = 40$, 解得 $x = \frac{11}{4}$,

综上所述: $x=2$ 或 $x = \frac{11}{4}$.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 待定系数法是求函数解析式的关键.

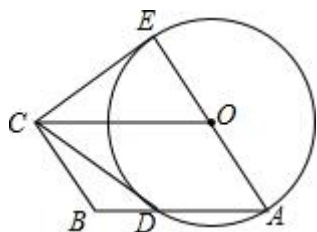
五、解答题

23. (8 分) 如图, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 以 O 为圆心, OA 为半径的圆

交 AB 于点 D , 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 CD , CE , 若 CE 是 $\odot O$ 的切线,

解答下列问题:

- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $BC=3$, $CD=4$, 求平行四边形 $OABC$ 的面积.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; L5: 平行四边形的性质; ME: 切线的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 连接 OD , 求出 $\angle EOC = \angle DOC$, 根据 SAS 推出 $\triangle EOC \cong \triangle DOC$, 推出 $\angle ODC = \angle OEC = 90^\circ$, 根据切线的判定推出即可;

(2) 根据全等三角形的性质求出 $CE = CD = 4$, 根据平行四边形性质求出 $OA = 3$, 根据平行四边形的面积公式求出即可.

【解答】 (1) 证明: 连接 OD ,

$$\therefore OD = OA,$$

$$\therefore \angle ODA = \angle A,$$

$\therefore$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$$\therefore OC \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EOC = \angle A, \quad \angle COD = \angle ODA,$$

$$\therefore \angle EOC = \angle DOC,$$

在 $\triangle EOC$ 和 $\triangle DOC$ 中

$$\begin{cases} OE = OD \\ \angle EOC = \angle DOC \\ OC = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle EOC \cong \triangle DOC$ (SAS),

$\therefore \angle ODC = \angle OEC = 90^\circ$,

即 $OD \perp DC$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

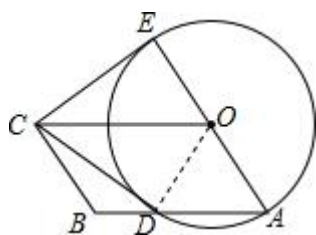
(2) 解: $\because \triangle EOC \cong \triangle DOC$,

$\therefore CE = CD = 4$,

$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$\therefore OA = BC = 3$,

$\therefore$ 平行四边形 $OABC$ 的面积 $S = OA \times CE = 3 \times 4 = 12$.



【点评】 本题考查了全等三角形的性质和判定, 切线的判定, 平行四边形的性质的应用, 解此题的关键是推出 $\triangle EOC \cong \triangle DOC$.

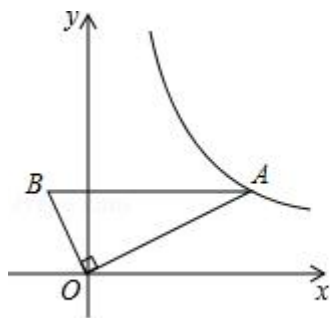
24. (8分) 如图①, 直角三角形 AOB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, AB 平行于 x 轴, $OA = 2OB$,

$AB = 5$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A .

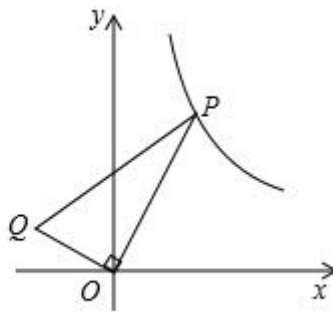
(1) 直接写出反比例函数的解析式;

(2) 如图②, $P(x, y)$ 在 (1) 中的反比例函数图象上, 其中 $1 < x < 8$, 连接 OP , 过点 O 作 $OQ \perp OP$, 且 $OP = 2OQ$, 连接 PQ . 设点 Q 坐标为 (m, n) , 其中 $m < 0$, $n > 0$, 求 n 与 m 的函数解析式, 并直接写出自变量 m 的取值范围;

(3) 在 (2) 的条件下, 若 Q 坐标为 $(m, 1)$, 求 $\triangle POQ$ 的面积.



图①



图②

【考点】 GB: 反比例函数综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 如图①, 在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中利用勾股定理计算出 $OB=\sqrt{5}$, $OA=2\sqrt{5}$,

由于 AB 平行于 x 轴, 则 $OC \perp AB$, 则可利用面积法计算出 $OC=2$, 在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, 根据勾股定理可计算出 $AC=4$, 得到 A 点坐标为 $(4, 2)$, 然后利用待定系数法确定反比例函数解析式为 $y=\frac{8}{x}$;

(2) 分别过 P 、 Q 做 x 轴垂线, 垂足分别为 H 、 D , 如图②, 先证明 $\text{Rt}\triangle POH$

$\sim \text{Rt}\triangle OQD$, 根据相似的性质得 $\frac{OH}{QD} = \frac{PH}{OD} = \frac{OP}{OQ}$, 由于 $OP=2OQ$, $PH=y$, $OH=x$,

$OD=-m$, $QD=n$, 则 $\frac{x}{n} = \frac{y}{-m} = 2$, 即有 $x=2n$, $y=-2m$, 而 x 、 y 满足 $y=\frac{8}{x}$,

则 $2n \cdot (-2m) = 8$, 即 $mn = -2$, 当 $1 < x < 8$ 时, $1 < y < 8$, 所以 $1 < -2m < 8$, 解得 $-4 < m < -\frac{1}{2}$;

(3) 由于 $n=1$ 时, $m=-2$, 即 Q 点坐标为 $(-2, 1)$, 利用两点的距离公式计

算出 $OQ=\sqrt{5}$, 则 $OP=2OQ=2\sqrt{5}$, 然后根据三角形面积公式求解.

【解答】 解: (1) 如图①, $\because \angle AOB=90^\circ$,

$$\therefore OA^2 + OB^2 = AB^2,$$

$$\because OA=2OB, AB=5,$$

$$\therefore 4OB^2 + OB^2 = 25, \text{ 解得 } OB=\sqrt{5},$$

$$\therefore OA=2\sqrt{5},$$

∵ AB 平行于 x 轴,

∴ OC ⊥ AB,

$$\therefore \frac{1}{2}OC \cdot AB = \frac{1}{2}OB \cdot OA, \text{ 即 } OC = \frac{\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{5} = 2,$$

在 Rt△AOC 中, $AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = 4,$

∴ A 点坐标为 (4, 2),

设过 A 点的反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$$\therefore k = 4 \times 2 = 8,$$

∴ 反比例函数解析式为 $y = \frac{8}{x}$;

(2) 分别过 P、Q 作 x 轴垂线, 垂足分别为 H、D, 如图②,

∵ OQ ⊥ OP,

$$\therefore \angle POH + \angle QOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle POH + \angle OPH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QOD = \angle OPH,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle POH \sim \text{Rt}\triangle OQD,$$

$$\therefore \frac{OH}{QD} = \frac{PH}{OD} = \frac{OP}{OQ},$$

∵ P (x, y) 在 (1) 中的反比例函数图象上, 其中 $1 < x < 8$, Q 点坐标为 (m,

n), 其中 $m < 0, n > 0, OP = 2OQ,$

$$\therefore PH = y, OH = x, OD = -m, QD = n,$$

$$\therefore \frac{x}{n} = \frac{y}{-m} = 2, \text{ 解得 } x = 2n, y = -2m,$$

$$\therefore y = \frac{8}{x},$$

$$\therefore 2n \cdot (-2m) = 8,$$

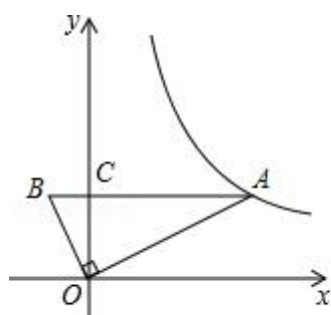
$$\therefore n = \frac{-2}{m} \quad (-4 < m < -\frac{1}{2});$$

(3) $\because n=1$ 时, $m=-2$, 即 Q 点坐标为 $(-2, 1)$,

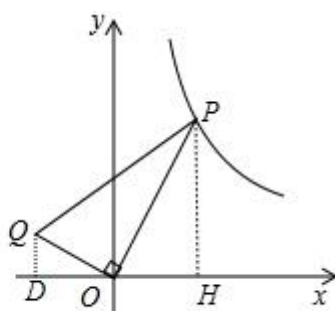
$$\therefore OQ = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore OP = 2OQ = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 5.$$



图①



图②

【点评】 本题考查了反比例函数的综合题: 掌握反比例函数图象上点的坐标特征和待定系数法求反比例函数解析式; 理解坐标与图形的性质; 会利用相似比和勾股定理进行几何计算.

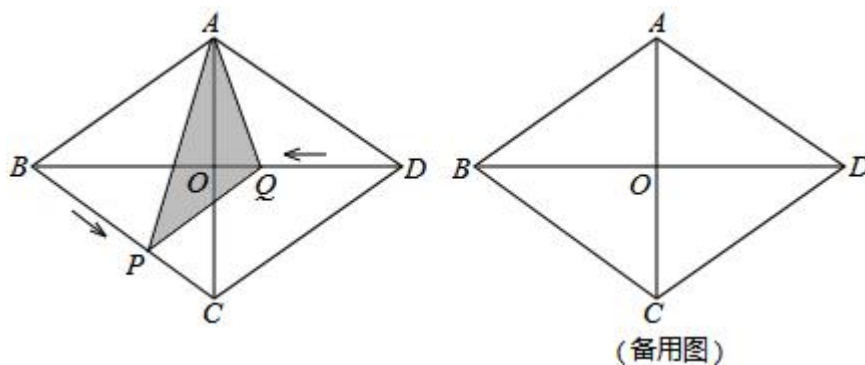
六、解答题

25. (10 分) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 且 $AC=6\text{cm}$, $BD=8\text{cm}$, 动点 P , Q 分别从点 B , D 同时出发, 运动速度均为 1cm/s , 点 P 沿 $B \rightarrow C \rightarrow D$ 运动, 到点 D 停止, 点 Q 沿 $D \rightarrow O \rightarrow B$ 运动, 到点 O 停止 1s 后继续运动, 到点 B 停止, 连接 AP , AQ , PQ . 设 $\triangle APQ$ 的面积为 y (cm^2) (这里规定: 线段是面积 0 的几何图形), 点 P 的运动时间为 x (s).

(1) 填空: $AB = \underline{5}$ cm , AB 与 CD 之间的距离为 $\underline{\frac{24}{5}}$ cm ;

(2) 当 $4 \leq x \leq 10$ 时, 求 y 与 x 之间的函数解析式;

(3) 直接写出在整个运动过程中, 使 PQ 与菱形 $ABCD$ 一边平行的所有 x 的值.



【考点】KQ: 勾股定理; L8: 菱形的性质; LO: 四边形综合题; S5: 相似图形.

【专题】152: 几何综合题; 16: 压轴题; 32: 分类讨论.

【分析】(1) 根据勾股定理即可求得 AB , 根据面积公式求得 AB 与 CD 之间的距离.

(2) 当 $4 \leq x \leq 10$ 时, 运动过程分为三个阶段, 需要分类讨论, 避免漏解:

①当 $4 \leq x \leq 5$ 时, 如答图 1-1 所示, 此时点 Q 与点 O 重合, 点 P 在线段 BC 上;

②当 $5 < x \leq 9$ 时, 如答图 1-2 所示, 此时点 Q 在线段 OB 上, 点 P 在线段 CD 上;

③当 $9 < x \leq 10$ 时, 如答图 1-3 所示, 此时点 Q 与点 B 重合, 点 P 在线段 CD 上.

(3) 有两种情形, 需要分类讨论, 分别计算:

①若 $PQ \parallel CD$, 如答图 2-1 所示;

②若 $PQ \parallel BC$, 如答图 2-2 所示.

【解答】解: (1) $\because$ 菱形 $ABCD$ 中, $AC=6\text{cm}$, $BD=8\text{cm}$,

$\therefore AC \perp BD$,

$$\therefore AB = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

设 AB 与 CD 间的距离为 h ,

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} AB \cdot h,$$

$$\text{又} \because \triangle ABC \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} S_{\text{菱形 } ABCD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{4} \times 6 \times 8 = 12,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot h = 12,$$

$$\therefore h = \frac{24}{AB} = \frac{24}{5}.$$

$$(2) \text{ 设 } \angle CBD = \angle CDB = \theta, \text{ 则易得: } \sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}.$$

①当 $4 \leq x \leq 5$ 时, 如答图 1-1 所示, 此时点 Q 与点 O 重合, 点 P 在线段 BC 上.

$$\therefore PB = x,$$

$$\therefore PC = BC - PB = 5 - x.$$

$$\text{过点 P 作 } PH \perp AC \text{ 于点 H, 则 } PH = PC \cdot \cos \theta = \frac{4}{5} (5 - x).$$

$$\therefore y = S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} QA \cdot PH = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{4}{5} (5 - x) = -\frac{6}{5}x + 6;$$

②当 $5 < x \leq 9$ 时, 如答图 1-2 所示, 此时点 Q 在线段 OB 上, 点 P 在线段 CD 上.

$$PC = x - 5, PD = CD - PC = 5 - (x - 5) = 10 - x.$$

$$\text{过点 P 作 } PH \perp BD \text{ 于点 H, 则 } PH = PD \cdot \sin \theta = \frac{3}{5} (10 - x).$$

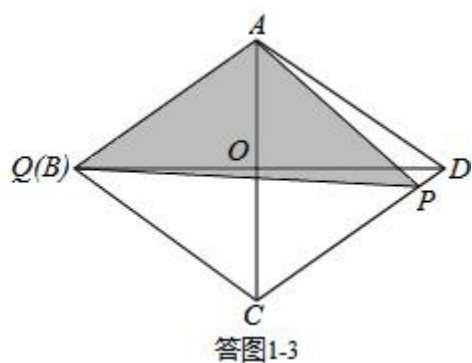
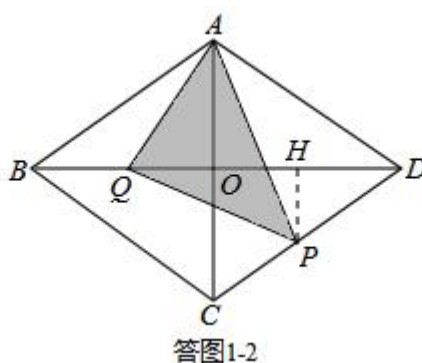
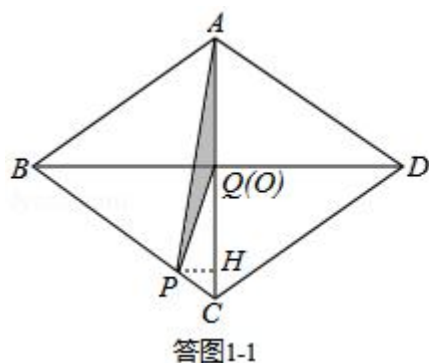
$$\therefore y = S_{\triangle APQ} = S_{\text{菱形 } ABCD} - S_{\triangle ABQ} - S_{\text{四边形 } BCPQ} - S_{\triangle APD}$$

$$= S_{\text{菱形 } ABCD} - S_{\triangle ABQ} - (S_{\triangle BCD} - S_{\triangle PQD}) - S_{\triangle APD}$$

$$= \frac{1}{2} AC \cdot BD - \frac{1}{2} BQ \cdot OA - \left(\frac{1}{2} BD \cdot OC - \frac{1}{2} QD \cdot PH \right) - \frac{1}{2} PD \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} (9 - x) \times 3 - \left[\frac{1}{2} \times 8 \times 3 - \frac{1}{2} (x - 1) \cdot \frac{3}{5} (10 - x) \right] - \frac{1}{2} (10 - x) \times \frac{24}{5}$$

$$= -\frac{3}{10}x^2 + \frac{36}{5}x - \frac{57}{2};$$



③当 $9 < x \leq 10$ 时, 如答图 1-3 所示, 此时点 Q 与点 B 重合, 点 P 在线段 CD 上.

$$y = S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} AB \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{24}{5} = 12.$$

综上所述, 当 $4 \leq x \leq 10$ 时, y 与 x 之间的函数解析式为:

$$y = \begin{cases} -\frac{6}{5}x + 6 & (4 \leq x \leq 5) \\ -\frac{3}{10}x^2 + \frac{36}{5}x - \frac{57}{2} & (5 < x \leq 9) \\ 12 & (9 < x \leq 10) \end{cases}$$

(3) 有两种情况:

①若 $PQ \parallel CD$, 如答图 2-1 所示.

此时 $BP = QD = x$, 则 $BQ = 8 - x$.

$\therefore PQ \parallel CD$,

$$\therefore \frac{BP}{BC} = \frac{BQ}{BD},$$

$$\text{即 } \frac{x}{5} = \frac{8-x}{8},$$

$$\therefore x = \frac{40}{13};$$

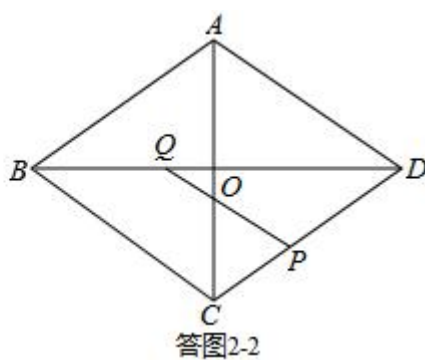
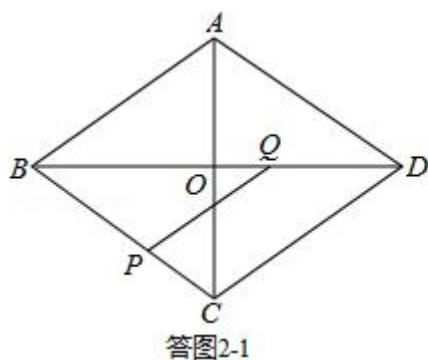
②若 $PQ \parallel BC$, 如答图 2-2 所示.

此时 $PD = 10 - x$, $QD = x - 1$.

$\therefore PQ \parallel BC$,

$$\begin{aligned}\therefore \frac{QD}{BD} &= \frac{PD}{CD}, \\ \text{即 } \frac{x-1}{8} &= \frac{10-x}{5}, \\ \therefore x &= \frac{85}{13}.\end{aligned}$$

综上所述，满足条件的 x 的值为 $\frac{40}{13}$ 或 $\frac{85}{13}$.



【点评】 本题是运动型综合题，考查了菱形的性质、勾股定理、图形面积、相似等多个知识点，重点考查了分类讨论的数学思想. 本题第 (2) (3) 问均需分类讨论，这是解题的难点；另外，试题计算量较大，注意认真计算.

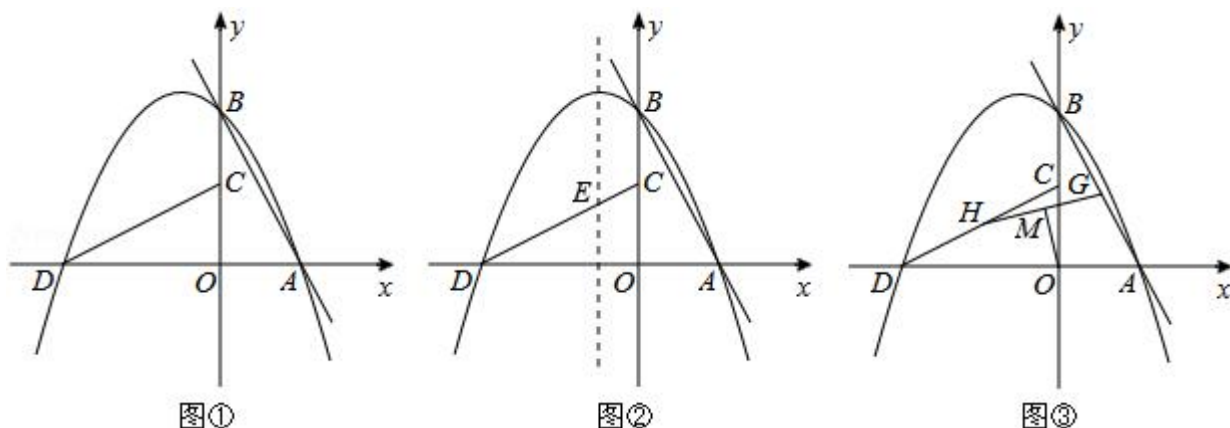
26. (10 分) 如图①，直线 $l: y = mx + n$ ($m < 0, n > 0$) 与 x, y 轴分别相交于 A, B 两点，将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle COD$ ，过点 A, B, D 的抛物线 P 叫做 l 的关联抛物线，而 l 叫做 P 的关联直线.

(1) 若 $l: y = -2x + 2$ ，则 P 表示的函数解析式为 $y = -x^2 - x + 2$ ；若 $P: y = -x^2 - 3x + 4$ ，则 l 表示的函数解析式为 $y = -4x + 4$.

(2) 求 P 的对称轴 (用含 m, n 的代数式表示)；

(3) 如图②，若 $l: y = -2x + 4$ ， P 的对称轴与 CD 相交于点 E ，点 F 在 l 上，点 Q 在 P 的对称轴上. 当以点 C, E, Q, F 为顶点的四边形是以 CE 为一边的平行四边形时，求点 Q 的坐标；

(4) 如图③，若 $l: y = mx - 4m$ ， G 为 AB 中点， H 为 CD 中点，连接 GH ， M 为 GH 中点，连接 OM . 若 $OM = \sqrt{10}$ ，直接写出 l, P 表示的函数解析式.



【考点】FH：一次函数的应用；HF：二次函数综合题；KQ：勾股定理；KW：

等腰直角三角形；L5：平行四边形的性质；R8：作图－旋转变换．

【专题】16：压轴题；23：新定义．

【分析】(1) 若 $l: y = -2x + 2$ ，求出点 A、B、D 的坐标，利用待定系数法求出

P 表示的函数解析式；若 $P: y = -x^2 - 3x + 4$ ，求出点 D、A、B 的坐标，再利用待定系数法求出 l 表示的函数解析式；

(2) 根据对称轴的定义解答即可；

(3) 以点 C、E、Q、F 为顶点的四边形是以 CE 为一边的平行四边形时，则有 $FQ \parallel CE$ ，且 $FQ = CE$ ．以此为基础，列方程求出点 Q 的坐标．注意：点 Q 的坐标有两个，如答图 1 所示，不要漏解；

(4) 如答图 2 所示，作辅助线，构造等腰直角三角形 OGH，求出 OG 的长度，进而由 $AB = 2OG$ 求出 AB 的长度，再利用勾股定理求出 $y = mx - 4m$ 中 m 的值，最后分别求出 l、P 表示的函数解析式．

【解答】解：(1) 若 $l: y = -2x + 2$ ，则 A (1, 0)，B (0, 2)．

∵ 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° ，得到 $\triangle COD$ ，

∴ D (-2, 0)．

设 P 表示的函数解析式为： $y = ax^2 + bx + c$ ，将点 A、B、D 坐标代入得：

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ c=2 \\ 4a-2b+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases}$$

∴ P 表示的函数解析式为: $y = -x^2 - x + 2$;

若 P: $y = -x^2 - 3x + 4 = -(x+4)(x-1)$,

则 D (-4, 0), A (1, 0).

∴ B (0, 4).

设 l 表示的函数解析式为: $y = kx + b$, 将点 A、B 坐标代入得:

$$\begin{cases} k+b=0 \\ b=4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=-4 \\ b=4 \end{cases},$$

∴ l 表示的函数解析式为: $y = -4x + 4$.

(2) 直线 l: $y = mx + n$ ($m < 0$, $n > 0$),

令 $y=0$, 即 $mx+n=0$, 得 $x = -\frac{n}{m}$;

令 $x=0$, 得 $y=n$.

∴ A $(-\frac{n}{m}, 0)$ 、B (0, n),

∴ D (-n, 0).

设抛物线对称轴与 x 轴的交点为 N (x, 0),

∴ DN=AN,

$$\therefore -\frac{n}{m} - x = x - (-n),$$

$$\therefore 2x = -n - \frac{n}{m},$$

$$\therefore P \text{ 的对称轴为 } x = -\frac{mn+n}{2m}.$$

(3) 若 l: $y = -2x + 4$, 则 A (2, 0)、B (0, 4),

∴ C (0, 2)、D (-4, 0).

可求得直线 CD 的解析式为: $y = \frac{1}{2}x + 2$.

由 (2) 可知, P 的对称轴为 $x = -1$.

∴ 以点 C, E, Q, F 为顶点的四边形是以 CE 为一边的平行四边形,

∴ $FQ \parallel CE$, 且 $FQ = CE$.

设直线 FQ 的解析式为: $y = \frac{1}{2}x + b$.

∴ 点 E、点 C 的横坐标相差 1,

∴ 点 F、点 Q 的横坐标也是相差 1.

则 $|x_F - (-1)| = |x_F + 1| = 1$,

解得 $x_F = 0$ 或 $x_F = -2$.

∴ 点 F 在直线 $l_1: y = -2x + 4$ 上,

∴ 点 F 坐标为 (0, 4) 或 (-2, 8).

若 F (0, 4), 则直线 FQ 的解析式为: $y = \frac{1}{2}x + 4$,

当 $x = -1$ 时, $y = \frac{7}{2}$,

∴ $Q_1 (-1, \frac{7}{2})$;

若 F (-2, 8), 则直线 FQ 的解析式为: $y = \frac{1}{2}x + 9$,

当 $x = -1$ 时, $y = \frac{17}{2}$,

∴ $Q_2 (-1, \frac{17}{2})$.

∴ 满足条件的点 Q 有 2 个, 如答图 1 所示, 点 Q 坐标为 $Q_1 (-1, \frac{7}{2})$ 、 $Q_2 (-1, \frac{17}{2})$.

(4) 如答图 2 所示, 连接 OG、OH.

∵点 G、H 为斜边中点,

$$\therefore OG = \frac{1}{2}AB, \quad OH = \frac{1}{2}CD.$$

由旋转性质可知, $AB=CD$, $OG \perp OH$,

∴ $\triangle OGH$ 为等腰直角三角形.

∵点 M 为 GH 中点,

∴ $\triangle OMG$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore OG = \sqrt{2}OM = \sqrt{2} \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AB = 2OG = 4\sqrt{5}.$$

$$\therefore l: y = mx - 4m,$$

$$\therefore A(4, 0), \quad B(0, -4m).$$

在 $Rt\triangle AOB$ 中, 由勾股定理得: $OA^2 + OB^2 = AB^2$,

$$\text{即: } 4^2 + (-4m)^2 = (4\sqrt{5})^2,$$

解得: $m = -2$ 或 $m = 2$,

∵点 B 在 y 轴正半轴,

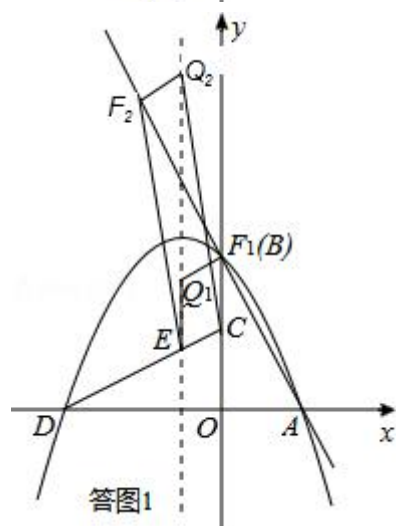
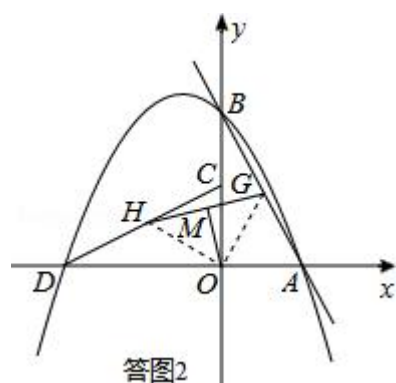
$$\therefore m = 2 \text{ 舍去, } \therefore m = -2.$$

∴l 表示的函数解析式为: $y = -2x + 8$;

$$\therefore B(0, 8), \quad D(-8, 0).$$

又 $A(4, 0)$,

利用待定系数法求得 P: $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 8$.



【点评】 本题是二次函数压轴题，综合考查了二次函数的图象与性质、一次函数、待定系数法、旋转变换、平行四边形、等腰直角三角形、勾股定理等多个知识点，综合性较强，有一定的难度．题干中定义了“关联抛物线”与“关联直线”的新概念，理解这两个概念是正确解题的前提．